

3  
244  
211





CHRISTIANI WOLFFII,

POTENTISSIMI SUECORUM REGIS, HASSIÆ LANDGRAVII  
CONSILIARII REGIMINIS, MATHEMATUM AC PHILOSOPHIÆ  
PROFESSORIS PRIMARIJ IN ACADEMIA MARBURGENSI, PRO-  
FESSORIS PETROPOLITANI HONORARIJ, ACADEMIÆ REGIÆ  
SCIENTIARUM PARISIÆ, SOCIETATUMQUE REGIARUM BRI-  
TANNICÆ ATQUE BORUSSICÆ MEMBRI,

ELEMENTA  
MATHESIOS  
UNIVERSÆ

TOMUS TERTIUS,

Qui OPTICAM, PERSPECTIVAM, CATOPTRICAM,  
DIOPTRICAM, SPHÆRICA & TRIGONOMETRIAM  
SPHÆRICAM, atque ASTRONOMIAM, tam SPHÆ-  
RICAM quam THEOREMATICAM, complectitur.

EDITIO NOVISSIMA,  
PRIORI MULTO AUCTION ET CORRECTION.

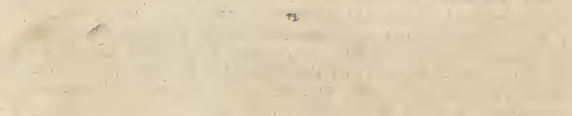


GENEVÆ,

Apud HENRICUM-ALBERTUM GOSSE, & SOCIOS.

MDCCXLVII.

CHRISTIANITY

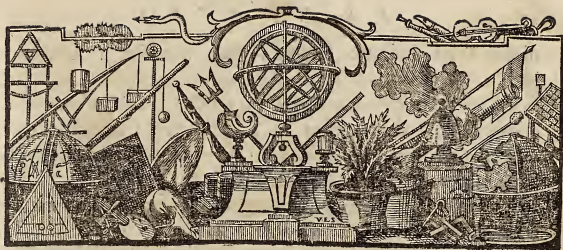


THE  
MAY 1850

THE  
MAY 1850



THE  
MAY 1850



# PRÆFATIO.



**Q**JEM nobis in conscribendis hiscē Ma-  
 theseos Elementis proposuimus finem, eun-  
 dem ut in hoc TERTIO quoque co-  
 rundem TOMO consequeremur, operam  
 dedimus. Quamobrem non min⁹ in  
 singulis Opticæ partibus, quàm in Tri-  
 gonometriâ Sphæricâ & Astronomiâ, ea  
 adjecimus, quæ adhuc jure desiderari posse videbantur,  
 ut satis instructus accedas ad alios quosunque Autores  
 legendos, vel etiam ad Thesauros Scientiæ propriis in-  
 ventis ditandos, si quidem id ferant vires, si ferat otium,  
 si volupe fuerit. Hinc utique factum, ut in molem ma-  
 jorem excreverit hic Tomus ceteris, & quartâ sui pro-  
 ptemodum parte superet partem Tomi Secundi priorem  
 Editionis primæ, quæ in eodem continetur. Proluxum  
 \* 2 nimis

nimis foret indicare singula, quæ accessere: suffecerit itaque speciminis loco quædam commemorasse. In Opticâ Theoriam colorum NEWTONIANAM exhibuimus auctiorem, ne desiderentur ea, quæ extra dubitationem eandem ponunt, & Principia de Visione magnitudinis ac Immissione Luminis uberiora. Ita præter alia, Catoptricæ adjecimus Caput integrum quintum de Catoptricâ Analyticâ, & Dioptricæ novum de Perspicillis & Dioptricâ Analyticâ; tum etiam in hac Telescopium Catadioptricum NEWTONIANUM, una cum Mechanico HADLEII apparatu uberius explicavimus, propterea quod ejusdem usus in Observatoriis Astronomicis hodie invalescat. In Trigonometriâ Sphæricâ adjecimus varia ad solutionem Problematis de Angulis ex tribus lateribus datis inveniendis. Maxima vero incrementa accessere Astronomiæ, præsertim Parti ejusdem Theoricæ, tum quod interea temporis, quo primæ Editioni hæc altera successit, varia notatu digna fuere detecta, tum quod olim in iis acquieveramus, quæ KEPLERUS ipse de sua Planetarum Theoria tradiderat, omiſſis iis, quæ ad eam perficiendam attulere recentiores. Hisce incrementis accenseri debent, quæ de Atmosphærâ Solari, de maculis Veneris, de tentatâ Observatione Parallaxeos Fixarum annuâ & detectis earundem aberrationibus annuis, de observando Solstitio ope Gnomonis, de Anomaliâ coæquatâ ex mediâ directe inveniendâ, de nova forma Tabularum Astronomicarum, de Excentricitate Orbitæ Ellipticæ Telluris & Planetarum primatiorum, una cum po-  
tione



sitione Lineæ Apſidum invenienda, de motu vertiginis Lunæ, aliisque traduntur. Cum in Editione prima Eclipsium Solarium calculum per Parallaxes, utpote maxima usitatum, tantummodo exposuissemus, hodie vero inveniat modus a KEPLERO excogitatus, considerandi Eclipses Solares tanquam Eclipses Terræ a Selenitis observandas, igitur integro Capite elegans hoc inventum explicare volumus: Nulli igitur dubitamus fore, ut hisce subsidiis instructus Opera quæcunque Optica & Astronomica citra ullam difficultatem perlustret, ac si qua occurrant a nobis non tradita, ea cum nostris, adeoque primis Matheseos Principiis connectat. Hunc enim fructum sperare debet, qui nostra Matheseos Elementa familiaria experitur, ut, quæcunque jam reperta sunt, vel in posterum reperientur, ea singula citra ullum Circuli metum, servato ubique rigore demonstrandi, cum primis Matheseos notionibus connectat: id quod num fieri possit, si cui defuerit Systema, in quo omnium Disciplinarum veritates palmarie inter se connectuntur, illorum esto iudicium, qui Methodi vires intimius perspexere. Jam porro nemo non novit, quæcunque in Opticis atque Astronomia traduntur, ad naturæ cognitionem Mathematicam ejusque usum in vita humana pertinere. Qui vero Scientiam propius adspiciunt, ultro fatebuntur, cognitionis Mathematicæ primam ideam ex Opticis atque Astronomia derivari, per Aerometriam & Hydrostaticam ampliandam, per Mechanicam vero ulterius perficiendam. Quamobrem qui in Scientia rerum naturalium eo usque progredi voluerit,

ut cognitionem Mathematicam eidem jungat, & hujus auxilio subindè utatur in causarum investigatione, ei suademus, ut ad modum quo Geometria & Arithmetica, tum etiam Algebra, in Opticis Disciplinis ad Observationes communes, in Astronomia, tam ad communes, quam Astronomicas applicatur majorem attentionem afferat, quam quâ utuntur illi, quibus tantummodo animus est res solas cognoscendi. Ita enim futurum confidimus, ne cognitionem naturæ Mathematicam promoturus in quâcunque Hypothesi, quam tanquam possibilem sumit, Analysis Mathematicam exerceat, parùm sollicitus num ea sit Hypothesis Naturæ, quam supponit, an vero ab eâ aliena, & utrum aliena, citra erroris assignabilis metum, veræ substitui possit, nec-ne. Immo non minùs futurum pro explorato habeo atque comperto, ne Scientia Physica cum Naturæ cognitione Mathematicâ confundatur & illius cultura prorsus negligatur, cum tamen longe plurimi sit usus, quos illa promittit, ab hac vero non sine temeritate expectaremus. In parte Theoricâ Astronomiæ, si Methodum spectes, singulare quid occurrit. Hæc enim ex parte conjecturalis est, atque liquido monstrat, quomodo conjecturæ levissimæ initio satisfacere debeant, ne desit meditandi materia ulterius progressuris; mox collatis viribus continuo emendandæ, expoliendæ ac perficiendæ, donec tandem ad liquidam perveniatur veritatem. Docuimus in Horis subsecivis (a) quomodo Astronomum imitari debeat Medicus: eodem vero modo eundem etiam imitari tenetur

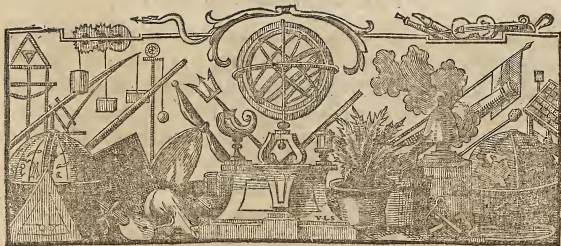
(a) Anni 1729. Trim. Brum. N. IV. p. 154. seqq.

tenetur Physicus. Quicunque igitur eum imitari decreverit, ei lectio Elementorum Astronomiæ, præmissis ceteris Disciplinis, unde Principia mutuatur, imitamentum reddet facile: immò proderit, ut quæ de hoc imitamento præcepimus, plene intelligantur, & vires imitandi conferet, non adeò facile alio modo acquirendas. Ceterùm Scientia Optica plurima habet, quæ oblectant, ac ideo Technasmata quoque varia hinc inde adjecimus, ut constaret apertius naturæ cognitionem Mathematicam & prodesse & delectare. Ipsa vero Siderum Scientia per se animum sciendi cupidum voluptate perfundit, quam geminari experieris, ubi ad modum, quo ex Observationibus eruuntur Dogmata, animum adverteris. Absit vero ut tibi persuadeas, hanc voluptatem solam ab Opticæ atque Astronomiæ tractatione sperandam esse. Modo enim ostendimus utilitates longe majores ex eadem propullulare. Equidem Geographia, Chronologia & Gnomonica adeo firmo nexu cum Astronomia cohærent, ut non defuerint, qui istarum Disciplinarum palmarias propositiones ipsi Astronomiæ inseruerint: non tamen fieri potuit, ut has ipsas Disciplinas cum Astronomia eadem Tomo insereremus, propterea quod Tomus Tertius jam in-molem majorem ceteris excrevit, Tomo autem Quarto non suffecisset Architectura Civilis & Militaris cum Pirotechniâ. Ast molis hic habendam esse rationem haud facile quisquam inficiabitur. Cum Mathesi edendæ unice vacare haud quaquam liceat, sed danda quoque opera sit, ne Operum Philosophicorum Editio nimis differatur, ideo Tomus hic Tertius tardiùs prodit, quam aliàs proditurus fuerat.

rat. In id tamen incumbemus, quantum quidem per nos  
stabit, ut Quartus horum Elementorum Tomus minori tem-  
poris intervallo Tertium excipiat, quam is Secundum se-  
cutus. Dabam MARBURGI CATTORUM, die 13. Apri-  
lis 1735.







# ELEMENTA OPTICÆ.

---

## P R Æ F A T I O.



ON temere fit Visio , sed certis Legibus adstringitur , quas violare Natura non permittit. Equidem ideo haud raro contingit , ut quædam videantur , quod non sunt ; qui tamen secundum apparentiam per præcipientiam de rebus judicans in errorem incidit , frustra fallacias Sensuum incusat. Homini enim Ratio data est , cujus lumine Leges Visionis absconditæ deteguntur. Ratione qui utuntur , secundum has Leges de rebus pronunciant , nec tales judicant , quales a Sensu Menti

exhibentur. Utinam eas considerarent, qui ad Res naturales scrutandas animum appellant! Ita enim uno ictu ex Physicâ profigarentur horrida Imaginationis monstra & commenta Philosophorum. Operæ itaque pretium fecere Mathematici, immutabilium Naturæ Legum Interpretes genuini, quod in Leges Visionis solitâ industriâ inquisiverint. Quare cum eadem in Optica explicentur, ejus studio omnes gnaviter incumbere debent, quibus cognitio Rerum naturalium curæ cordique existit. Sunt vero etiam multa in Physicâ argumenta, quæ sine Opticæ principiis accurate intelligi nequeunt. Quis enim de Lumine, de Coloribus, de Diaphano, Opaco, Lucido, de Meteoris Emphaticis, Iride, Coronis, Parheliis, Paraselenis, immo de ipsâ Visionis natura certi quidpiam statuet, ubi Opticæ fuerit ignarus? Quis Siderum naturam? quis Systematis Mundani structuram? quis Planetarum motus? quis Luminarium Eclipses non invita Minerva rimabitur, nisi Optices cognitione imbutus? Ea igitur in Astronomia utramque paginam facit, nec ad Scientiam istam accedere quisquam debet, nisi Opticâ salutatâ. Peperit etiam Optica Perspectivam, Artis Pictoriæ complementum, immo nullam habet hæc Ars Regulam, cujus ratio in Optica non contineatur. Unum vero est, quod moneam: quia veritatem puram Matheſis complectitur, opinionibus maculatam aspernatur, a Philosophorum Hypothesibus abstinui, quas vulgo in Opticam male intrudunt, iis nempe solis contentus, quæ aut Experientia certa, aut Demonstratione firma nituntur.

# ELEMENTA OPTICÆ.

## CAPUT PRIMUM.

### *De Fundamentis Opticæ.*

#### DEFINITIO I.

1. **O**PTICA est Scientia Visionis directæ.

#### SCHOLION.

2. Interdum latius sumitur pro Scientia Visibilem, quatenus visibilia sunt; ita ut Catoptricam atque Dioptricam una comprehendat.

#### DEFINITIO II.

3. *Visio directæ* dicitur, quam efficit Radius directus.

#### DEFINITIO III.

4. Per *Lumen* vel *Lucem* intelligo, id quod corpora circumjecta visibilia efficit.

#### SCHOLION.

5. Tum enim dicimus *Lumen* esse præsens, quando corpora circumjecta videre possumus.

#### DEFINITIO IV.

6. *Radius* est Lumen a puncto radiante per medium non resistens protensum.

#### DEFINITIO V.

7. *Radius directus* est, cujus omnes

partes a puncto radiante usque ad Oculum in directum jacent.

#### DEFINITIO VI.

8. *Punctum radians* est quodlibet visibile punctum, unde radii emanant.

#### DEFINITIO VII.

9. *Corpus Luminosum* vel *Lucidum* est id, quod sui Luminis diffusivum, seu quod suo Lumine radiat.

#### DEFINITIO VIII.

10. *Corpus Illuminatum* est, quod alieni Luminis diffusivum, seu quod Lumine aliunde accepto radiat.

#### DEFINITIO IX.

11. *Corpus Diaphanum, Pellucidum* seu *Perspicuum* est, quod radios transmittit.

#### DEFINITIO X.

12. *Corpus Opacum* est, quod radios intercipit, seu transitum radiis negat.

#### DEFINITIO XI.

13. *Visibile radiare* dicitur, quando Lumen diffundit.

## COROLLARIUM.

14. Nullum ergo corpus radiat, nisi Luminosum aut Illuminatum. Aut enim proprium Lumen diffundit, aut alienum. In illo casu est Luminosum (§. 9); in hoc Illuminatum (§. 10).

## DEFINITIO XII.

15. *Radiaturæ locus* est interval-  
lum in diaphano, per quod visibile ra-  
diat.

## DEFINITIO XIII.

16. *Oculus* est Organum Corporis  
visibilia repræsentans. Constat ex tuni-  
cis quinque, Cornea, Sclerotica, Uvea,  
Choroide, Retina, & tribus humori-  
bus, Aqueo, Crystallino, Vitreo.

## SCHOLION.

17. Per repræsentationem intelligimus deli-  
neationem visibilium in Oculo factam: quam  
max. Experimentis confirmaturi sumus. Sed ut  
ea distinctius intelligatur, structuram Oculi  
ante exponi fas est.

## DEFINITIO XIV.

Tab.I. 18. *Cornea* est tunica externa ante-  
rior *aa*, instar cornu pellucida valde-  
que firma, figuræ vel sphaericæ, vel po-  
tius sphaeroidicæ, ultra reliquam Oculi  
globositatem in anteriora protuberans  
Oculumque una cum Sclerotica-conso-  
lidans.

## COROLLARIUM.

19. Cornea radios Luminis transmittit  
(§. 11).

## SCHOLION.

20. In multis lamellas facili negotio sepa-  
ratur; sed quod ad præsentem scopum nil facit.  
Ipsi vulgo ab Anatomia imperitis colores ad-  
judicantur, qui tunica Uveæ substrata insunt  
& per eam tantummodo transparent.

## DEFINITIO XV.

21. *Sclerotica* est tunica externa po-  
sterior *aa*, opaca valdeque firma, majo-  
ris sphaeræ aut sphaeroidis segmentum  
quam Cornea, cum qua Oculum con-  
solidat, ejusque figuram pariter ac in  
situ suo singulas partes conservat.

## SCHOLION I.

22. Ideo tam tenaces sunt tunicae Cornea &  
Sclerotica, ne Oculus, tam nobile organon, fa-  
cile lædatur.

## SCHOLION II.

23. Vestitur autem Sclerotica anteriore sui  
parte membrana alba, quam Adnatam vo-  
cant Anatomici, tum ad decorem, tum ad  
volubilitatem Oculo conciliandum.

## DEFINITIO XVI.

24. *Uvea* est tunica interna anterior  
*ee*, Corneæ substrata, humori Aqueo in-  
natans & in medio perforata, figuram  
annuli vel zonæ habens, intus aspera &  
nigra, foris lævis & diversicolor, radios  
ad visionem necessarios in interiorem  
Oculi concamerationem intramittens,  
superfluos vero arcens.

## SCHOLION.

25. Pars Uveæ, quæ per Corneam transparet,  
a varietate colorum dicitur Iris. Et quia Solis  
depicti imaginem referre videtur, radiis quasi  
innumeris circa orbiculum nigrum diffusis, So-  
lem nonnulli vocant.

## DEFINITIO XVII.

26. *Pupilla* est foramen rotundum  
tunicæ Uveæ *g*, instar orbiculi nigrican-  
tis in Oculo conspicuum & aditum radiis  
in Oculi interiora concedens.

## DEFINITIO XVIII.

27. *Choroides* est tunica interna po-  
sterior *bb*, Scleroticae contigua adeoque  
eandem cum ipsa figuram, superficiem  
vero



vero concavam politam habens, tenuis atque mollis, suæque nigredine Oculum opacans.

SCHOLION I.

28. In pecudibus non æque ac in hominibus rota nigra est Choroides, sed in superficie concava colore livido tincta apparet. Unde & Pupilla in animalibus non prorsus nigricat.

SCHOLION II.

29. Cornea Sclerotica, Uvea Choroidi connectitur mediante ligamento membranaceo, quod Ciliare vocant: unde tenuia quadam filamenta usque ad humorem Crystallinum undiquaque procedunt, quibus Processum Ciliarium nomen imposuerunt Anatomici.

DEFINITIO XIX.

30. Retina seu Amphiblestroides est tunica intima cæ, Choroidi contigua, tenuis ac mucosa, subalba, inter diaphanum & opacum fere media, cum fibrillis Nervi optici fortiter connexa.

SCHOLION I.

31. Retina intra aquam agitata facile expanditur, a Choroidæ autem separata in massam mucosam conglobatur.

SCHOLION II.

32. Equidem RUYSHIUS contendit, inter Choroidem & Retinam dari adhuc tunicam aliam, quam a se repertam Ruyshianam vocat, Choroidi tam firmiter connatam (ipsa ejus verba recito) ut vulgari sectione Anatomica in oculos non incurrat. Enimvero VERHEYENUS in Oculo Ovino Choroidem duabus lamellis constantem baud difficulter invenit; in humano autem anteriorem lamellam nullo modo observare potuit. Quoniam vero tunica multa ac membrum duplici lamella constat, quemadmodum ego ope siphonis mei Anatomici (S. 52 Hydrost.) tunicas vesicae in duas lamellas facile separo; non sine ratione judicat Anatomici-

cus peritissimus VERHEYENUS (a), cæsi in omnium viventium oculis duplex Choroidis lamella inveniretur, non tamen ideo de novo nomine laborandum esse.

DEFINITIO XX.

33. Humor Aqueus g est, qui anteriorem Oculi cavitatem inter Corneam & Processus Ciliares replet, instar aquæ fluidus, tenuis ac limpides. Tab. I. Fig. 1.

DEFINITIO XXI.

34. Humor Crystallinus f est massa consistens, sed pellucida, figuræ lenticularis; inæqualiter convexa, pellicula tenui ac pellucida involuta, quam Araneam seu Arachnoïdem vocant.

SCHOLION I.

35. Partem humoris Crystallini anteriorem KEPLERUS (b) segmentum Sphæroidis rotatione Ellipsis circa axem geniti; posteriorem vero segmentum Conoidis Hyperbolici rotatione Hyperbolæ circa axem geniti esse suspicatur.

SCHOLION II.

36. Humorem Crystallinum nec in omnibus hominibus, nec in omnibus ejusdem hominis ætatibus ejusdem esse figuræ; in aliquibus enim magis, in aliis minus ad rotunditatem tendere; in ætate integra esse turgidum, in fractis quasi planum, autor est SCHOTTUS (c).

DEFINITIO XXII.

37. Humor Vitreus h est, qui posteriorem Oculi cavitatem replet, vitro fusiformis, aliquid consistentiæ, admodum diaphanus, pellicula tenui (quam Hyaloidem vocant Anatomici) vestitus. Tab. I. Fig. 1.

A 3

DE-

(a) In Corporis humani Anatom. lib. 1. Tract. 4. c. 34. p. 248. Edit. Bat. secundæ An. 1710.

(b) In Paralio, in Vitellionem c. 5. p. 167.

(c) Magis Univers. Nat. & Art. part. 1. lib. 2. præf. 1. artic. 8. p. 64.

## DEFINITIO XXIII.

38. *Reflexio Luminis* est propagatio in partes anteriores corporis opaci, in quod incidit, ob ejus resistantiam.

## DEFINITIO XXIV.

39. *Refractio Luminis* est deviatio a linea, per quam propagari debebat, ob diversam medii densitatem.

## DEFINITIO XXV.

40. *Visio distincta* est, quæ partes a se invicem distinctas discernit.

## DEFINITIO XXVI.

41. *Visio confusa* est, quæ partes a se invicem distinctas non discernit, seu confundit.

## AXIOMA I.

42. *Nihil videtur sine Lumine* (§. 4).

## AXIOMA II.

43. *Si Oculus eodem modo afficitur, Visio eadem.*

## SCHOLION.

44. Veritas Axiomatis manifesta est per Axioma fundamentale quod nihil sit sine ratione sufficiente (§. 25 Mech.). Si enim Oculus eodem modo afficitur in duobus casibus; nulla sane est ratio, cur in uno casu alia esse debeat Visio, quam in altero. Videtur equidem Axioma adhuc aliquid obscuritatis habere; sed quicquid ejus restat, totum disparebit, ubi in sequentibus explicatum fuerit, quomodo Oculus eodem modo afficiatur. Caterum hinc colligitur, cur in rerum natura præcaveri non potuerit, quin visibilia interdum aliter apparerent, quam sunt.

## OBSERVATIO I.

45. *Si per exiguum foramen, quod pisi magnitudinem non adæquat, Lumen*

*Solare in cameram obscuram intromittatur; per totum, quâ patet, medium a foramine usque ad corpus opacum ulteriores propagationi resistens, linea recta lucida comparebit in directum jacens recta inter foramen & Solem interjecta.*

## COROLLARIUM I.

46. Lumen ergo propagatur per lineam rectam, consequenter radii per lineas rectas representari possunt (§. 6).

## COROLLARIUM II.

47. Cum nihil videatur sine Lumine (§. 42), Lumen vero per lineas rectas propagetur (§. 46); nullum objecti punctum videbitur; nisi quod pupillæ in directum jacet (§. 26).

## SCHOLION.

48. Suppono nempe radios ab objecto per idem medium ad oculos trajici.

## COROLLARIUM III.

49. Radii Ab, Ac, Ad, Ae, &c. ex eodem Tab. I. puncto A emanantes continuo divergunt. Fig. 3.

## OBSERVATIO II.

50. *Si Lumen per exiguum foramen* Tab. I. *in cameram obscuram intromissum AC* Fig. 4. *speculo BF excipiat; in partes anteriores speculi per rectam CD propagabitur.*

## COROLLARIUM.

51. Lumen ergo a corporibus reflectitur, quæ ulteriori progressui obstant (§. 38).

## SCHOLION.

52. Non injucundum est spectaculum, dum verso speculo BF, radii AC & DC una ad perpendicularum EC accedunt, iterumque ab eo digrediuntur aut prorsus cum eodem coalescunt: imprimis cum radii sub forma linearum rectarum compareant, quales in Optica (§. 46) representantur.

OBSERVATIO III.

Tab. I. 53. Si Lumen per exiguum foramen  
Fig. 5. in cameram obscuram iniromissum LM  
oblique incidat in vitrum conicum HIK  
aqua plenum, vel etiam in vitrum soli-  
dum, non recta ex M in O tendet, sed  
a recta LO deviabit per MN.

COROLLARIUM.

54. Cum aer & aqua, itemque vitrum  
sint diversæ gravitatis specificæ (§. 57 Ae-  
rom.), adeoque etiam diversæ densitatis  
(§. 20 Hydrost.); radius ex uno medio in  
aliud diversæ densitatis transiens refringi-  
tur (§. 39).

OBSERVATIO IV.

55. Si in Speculo ad fenestram collo-  
cato magnitudinem Pupilla observes, ma-  
nibus ad tempora applicatis, ut Lumen a  
lateribus affluens ab Oculo arceatur, eam  
dilatari; manibus vero remotis, denuo  
coarctari videbis. Eandem variationem  
notabis, si noctu candelam ardentem  
Oculo alterius nunc admooveris, nunc ab  
eodem removeris.

COROLLARIUM I.

56. Crescente adeo Lumine, Pupilla  
coarctatur; decrefcente, dilatatur.

COROLLARIUM II.

57. Hinc major est in luce meridiana,  
quam in crepera.

OBSERVATIO V.

Tab. I. 58. Quodlibet punctum objecti A vi-  
Fig. 3. detur omnibus in locis b, c, d, e, &c.  
ad que ex eo linea recta duci potest.

COROLLARIUM I.

59. Quia nihil videtur sine Lumine  
(§. 42); quodlibet objecti punctum radios  
innumeros quaquaversum diffundit.

COROLLARIUM II.

60. Quare cum radii per lineas rectas  
propagentur (§. 46); a puncto radiante  
radius emittitur in quodlibet punctum,  
ad quod ex eo linea recta duci potest.

OBSERVATIO VI.

61. Quodsi Humor Crystallinus C Tab. I.  
candela ardenti AB, aut fenestra objicia- Fig. 6.  
tur, & post eam in certa distantia (que  
tentando facile definitur), solum charta  
munda DE statuatur, super eo Imago  
candela aut fenestra situ inverso ba com-  
parebit & flamma mobilis, uti est, repre-  
sentabitur. Quodsi candela retrahatur,  
Imago ba disparebit, reditura si chartam  
DE propius admooveris, sed minor priore.  
Si ab Oculo bovino posticam Sclerotica  
ac Choroidis, immo etiam Retina par-  
tem, Humore Vitreo illaso separes & can-  
delam ardentem ante Pupillam consti-  
tuas; ejus Imaginem situ inverso videbis  
in extrema superficie Humoris Vitrei vel  
ipsius Retine, ubi non fuerit separata.  
Eadem omnia eodem modo se habebunt,  
si Humori Crystallino substituas Vitrum  
politum convexum C.

COROLLARIUM I.

62. A quibus Objectis radii in Oculum  
illabuntur, eorum Imagines admodum exi-  
guæ, sed valde distinctæ pone Humorem  
Crystallinum delineantur.

COROLLARIUM II.

63. Imago Objecti majoris in eadem  
distantia major est, quam minoris.

COROLLARIUM III.

64. Imago Objecti vicini majore inter-  
vallo ab Humore Crystallino distat, quam  
remoti.

COROL.

## COROLLARIUM IV.

65. Imago Objecti vicini major est; Imago remoti minor.

## COROLLARIUM V.

66. Cum adeo Objecta remota videantur minora, vicina vero majora; Objectum magnum apparet, si magna in Oculo delineatur Imago; parvum vero, si parva (§. 43).

## COROLLARIUM VI.

67. Quæ ergo æqualia apparent; eorum Imagines in Oculo æquales sint necesse est.

## COROLLARIUM VII.

68. Si Objectum movetur; Imago quoque in Oculo movetur, seu successive alias aliasque Retinæ partes occupat (§. 61). Moveri adeo videntur, quorum Imagines alias aliasque Retinæ partes successive occupant (§. 43).

## COROLLARIUM VIII.

69. Orbium vitreorum in fenestra contiguorum Imagines etiam in Oculo contiguæ sunt (§. 61). Quorum adeo Imagines in Oculo contiguæ sunt, ea contigua videntur (§. 43). Eodemque modo patet, quod continua videri debeant, quorum Imagines continuæ sunt.

## COROLLARIUM IX.

70. Visio igitur convenit representationi Objectorum in Oculo, hoc est, talia apparent Objecta, qualia in Oculo representantur, seu ex Imaginibus in Oculo, ratio reddi potest, cur tale appareat Objectum.

## COROLLARIUM X.

71. Cum Imago in Oculo delineata Objecto ipso multo minor existat; fieri potest ut vel ob hujus parvitatem (§. 63.), vel distantiam (§. 65.) individuum in Oculo punctum occupet. Quoniam adeo Objectum non amplius representatur; in utroque casu videri nequit (§. 70.).

## COROLLARIUM XI.

72. Quia igitur nec Objecti vicini partes omnes exigua, nec remoti satis magna videri possunt; neque vicina neque remota prorsus distincte nudo Oculo videmus (§. 40.); distinctius tamen vicina, quam remota (§. 65, 71) cernimus.

## OBSERVATIO VII.

73. Si Vitrum utrinque convexum & Tab. I. politum AB charta obducas, non nisi duo- Fig. 7. bus foraminulis sive quadratis, sive rotundis apertis, radii a Sole lucente S in chartam CD ad certam distantiam, tendendo definiendam, collocatam per utrumque transmissi coalescunt in F, mox tamen a se invicem recessuri, si chartam CD vel propius ad lentem AB admoveas vel longiori intervallo, ab eadem removeas. Si idem Vitrum ita tectum fenestre obvertas, Imagines ejus in unam coalescent: nec disparebit Imago, etiamsi foramen alterutrum tegas, nisi quod claritas minuat.

## COROLLARIUM I.

74. Quilibet radius fert secum integram speciem puncti radiantis.

## COROLLARIUM II.

75. Radii ab eodem puncto Objecti egressi per refractionem in Vitro convexo, consequenter etiam in Humore Crystalino (§. 61), factam in uno puncto iterum uniuntur.

## COROLLARIUM III.

76. Tum ergo Objectum in charta CD, consequenter etiam in Retina (§. 61) representatur, si radii diversorum punctorum radiantium species secum ferentes (§. 74) non confunduntur.

## COROLLARIUM IV.

77. Imago in Oculo clarius est, si pluribus radiis delineatur, quam si paucioribus (§. 73.).

SCHOLIION.

78. Patet jam ratio universa structura Oculi. Sclerotica nempe cum Cornea concamerationem efficit; Uvea cum Choroide Oculum opacat, ne Radii peregrini ab ea reflexi Imaginem in Retina delineandam confundant (§. 76). Humor Crystallinus per refractionem radios eandem speciem secum ferentes unit (§. 75), ut Objectum clare ac distincte pone eum representetur: quam refractionem Humores Aquens & Vitreus juvant (§. 54). Pupilla dilatabilis, ut nunc coarctari nunc ampliari possit (§. 56); quo lumen ad representationem satis claram sufficiens (§. 77) illabatur. Hinc non difficilis est Oculi artificialis constructio, in quo Objecta eodem modo representantur, quo in vero. Quare cum is utilis sit ad veritates hactenus propositas confirmandas; ejus structuram paucis exponemus.

PROBLEMA I.

Tab. I. 79. Oculum artificialem construere.  
Fig. 8.

RESOLUTIO.

1. Fiant duo Hemisphæria cava ex ligno duriori, mediante aliqua commissura facile conjungenda.
2. Hemisphærium anterius sit in medio perforatum foramine rotundo C, quod pupillæ vices sustineat & vitro tenui plano, vel (quod perinde est) convexo concavo, tanquam tunica cornea, muniendum.
3. Interius in tubum brevem efformetur, & aliis ductilis G cum Lenticula vitrea polita ac utrinque convexa (quæ Humoris Crystallini munere fungitur) eidem immitatur.
4. Hemisphærio posteriori immittatur tubus ductilis EF, cui inditum sit Vitrum planum, cujus superficies

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

interior lævigata quidem, sed non polita, Retinam cum Nervo Optico representans.

Quodsi igitur foramen C Objecto cui-dam obvertas & tubum ductilem FE, sensum sensimque extrahas; videbis tandem Objectum in Vitro plano accuratissime suis quidem coloribus nativis, sed situ inverso, delineatum. Et hac machina ea explorare licebit, quæ in antecedentibus de visibilibus in Oculo naturali representatione dicta sunt (§. 62 & seqq.).

Aliter.

Quoniam perinde est, quæcunque fuerit cavitatis internæ figura; conclave quodcunque ita obscurare poteris, ut nonnisi per exiguum foramen, Vitro polito utrinque convexo muniendum, Luci aditus pateat. Quodsi enim linteum album in certa distantia expandas; omnium Objectorum foramini oppositorum imagines quam distinctissime suis nativis coloribus super eodem depinguntur. Erunt autem Imagines tanto majores, quò Lens vitrea fuerit majoris sphaeræ segmentum.

SCHOLIION.

80. Hæc est decantata illa Camera obscura, cum quâ hodie Philosophi Oculum conferre solent, rationes Phenomenorum Opticorum reddituri. Equidem si foramen piscinæ magnitudinem non excedat; Objecta quoque delineantur; Lente remota: non tamen tam distinctæ sunt Imagines, quam altero in casu. Primus hoc Phenomenon observavit JOANNES BAPTISTA PORTA (a). Demonstratio-nem damus in sequentibus.

B

CAPUT

(a) Magia Naturalis lib. 4. c. 2.



## CAPUT II.

## De Luce.

## DEFINITIO XXVII.

81. **I**ntensitas Luminis est quantitas vis illuminatricis.

## SCHOLIUM.

82. Vim illuminatricem ut Phenomenon considero, non ut peculiarem entitatem Lumini superadditam, aut ut Qualitatem occultam. Licet autem eam non pro inexplicabili habeam; Mathematici tamen non esse existimo, ut ejus naturam explicet, seu rationes Physicas reddat. Absit itaque ut quis arbitretur, me Scholasticorum signenta ex Philosophia feliciter proligata in eam reducere velle.

## COROLLARIUM.

83. Quoniam Radius perpendicularis fortius ferit, quam obliquus, in ratione sinus totius ad sinum anguli obliquitatis (§. 552 Mechan.); Radius quoque perpendicularis obliquo in eadem ratione intensior est.

## AXIOMA III.

84. Si singulorum Radiorum vires illuminatrices fuerint aequales aut Radii fortes ac debiles in constante ratione misceantur; Intensitates Luminis habent rationem multitudinis Radiorum aequalia plana ferientium.

## COROLLARIUM.

85. Quia Densitas Luminis ex multitudinem Radiorum per datum medium una transmissorum aestimatur (§. 14 Hydrost.); Intensitates Luminis in hypothesi virium illuminatricum aequalium aut in constante ratione mixtarum, in ratione Densitatum erunt.

## THEOREMA I.

Tab. I. 86. Si Lumen propagatur per Radios  
Fig. 9. parallelos in medio non resistente, intensitas non variatur.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Radii per spatium ABDC transmissi sunt paralleli, per hypoth. singuli a singulis eandem distantiam constanter tuentur (§. 81 Geom.). Quare cum Lumen propagetur in medio non resistente, per hypoth. nullus Radius intercipitur, nec ullius vis immutatur (§. 20 Mechan.). Intensitas igitur variari nequit (§. 81). Q. e. d.

## THEOREMA II.

87. Si Lumen propagatur per Radios Tab. I.  
divergentes aequalium virium in medio Fig. 10.  
non resistente, Intensitas Luminis decrescit in ratione duplicata distantiarum a Puncto Radiante reciproce.

## DEMONSTRATIO.

Cum enim Lumen in medio non resistente propagetur, per hypoth. nec Radius ullus intercipitur, nec vis singulorum minuitur, adeoque Radii, qui in distantia AC per Hemispharium a semicirculo FCG descriptum diffundebantur, in distantia AB per Hemispharium a semicirculo DBE descriptum diffunduntur. Sunt igitur Densitates Luminis reciproce ut superficies Hemisphariorum a semicirculis FCG & DBE descriptorum (§. 23 Hydrost.), consequenter etiam Intensitates Luminis in eadem ratione existunt (§. 85). Sunt vero superficies illorum Hemisphariorum in ratione semicirculorum FCG & DBE (§. 554 Geom. & §. 181 Arithm.), hoc est



est in ratione duplicata distantiarum AC & AB (§. 409 *Geom.*). Ergo Intensitas Luminis in C, est ad Intensitatem in B, in ratione duplicata ipsius AB ad AC (§. 167 *Arithm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

88. Si itaque fuerit  $AB = 2AC$ ; erit Intensitas Luminis in B  $= \frac{1}{4}$  Intensitatis in C. Si  $AB = 3AC$ ; Intensitas in B erit  $\frac{1}{9}$  Intensitatis in C. Intensitas adeo Luminis per Radios divergentes æqualium virium propagati, decrescit secundum progressionem  $1. \frac{1}{4}. \frac{1}{9}. \frac{1}{16}. \frac{1}{25}. \frac{1}{36}$  &c.

THEOREMA III.

Tab.I. 89. Si Lumen propagatur per Radios  
Fig.II. convergentes æqualium virium in medio non resistente; Intensitas Luminis crescit in ratione duplicata distantiarum a puncto concursus reciproce.

DEMONSTRATIO.

Eodem, quo in demonstratione Theorematis præcedentis, modo ostenditur, Intensitates Luminis in C & G esse in ratione circulorum EF & AB reciproce, consequenter in ratione duplicatâ ipsius GF ad CB (§. 409 *Geom.*). Quoniam vero GF ipsi CB supponitur parallela; erit  $GF:CB = DG:DC$  (§. 268 *Geom.*), consequenter  $GF^2:CB^2 = DG^2:DC^2$  (§. 260 *Arithm.*). Est igitur Intensitas Luminis in C ad Intensitatem in G, in ratione duplicata distantie GD ad distantiam CD (§. 167 *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA IV.

90. Aer Intensitatem Luminis minuit, quod per ipsum propagatur.

DEMONSTRATIO.

Si enim per exiguum foramen in

conclave obscurum, vel etiam per exiguum rimam Lumen intromittitur, a latere stantes lucidum tramitem vident (§. 45). Quare cum trames iste appareat continuus, nec tantummodo videantur particule huc illucque agitate, & nihil videatur sine Lumine (§. 42); necesse est, ut a particulis tum aeris, tum aliis in eodem circumvolitantibus Radii in Oculum reflectantur; consequenter utin ulteriori progressu Radio- rum numerus continuo minuatur. Quoniam itaque singulis Radiis inest vis sua illuminandi; minuto Radiorum numero, vis quoque illuminatrix, hoc est, Intensitas Luminis (§. 81) minuitur. *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

91. Eodem modo ostenditur Luminis Intensitatem multo magis minui, dum per Aquam aut Virum, aliaque media Aere densiora propagatur, id quod etiam sensui satis manifestum: videmus enim Lumen per Virum planum transmissum non ita fortiter illuminare chartam objectam, quam quod ad latera Vitri in eandem incidit. Alia vero est ratio, si per refractionem Radii condensentur: de quo Luminis incremento agemus in Dioptrica.

COROLLARIUM.

92. Luminis adeo per Radios parallelos in aere propagati Intensitas continuo minuitur, consequenter ipsum tandem extinguitur, nec per immensum intervallum propagatur.

THEOREMA V.

93. Si latitudo plani illuminati IK Tab.I.  
ad distantiam Puncti Radianis IH vel Fig.I2.  
KH, fuerit ut 1 ad 2000000, perinde est ac si Radii HI & HK inciderent in planum paralleli.

DEMONSTRATIO.

Quoniam HI ad IK perpendicularis

B 2



per hypoth. reperietur sinus anguli IHK, 50 (§. 36 Trigon.). Est vero sinus unius minuti secundi major 48, sinus duorum major 96, nimirum fere 97, *vi Canonis sinuum majoris*. Ergo angulus H unius circiter secundi, certe multo minor quam duorum secundorum; consequenter anguli I & K junctim sumti non differunt ad sensum a duobus rectis (§. 240 Geom.). Radii igitur HI & HK incidunt in IK ad sensum paralleli (§. 296 Geom.). Q. e. d.

## COROLLARIUM.

94. Ergo Radii HI & HK a Puncto procul distito H advenientes, multo magis incidunt in IK ad sensum paralleli, si IK ad IH minorem habuerit rationem quam 1 ad 2000000.

## COROLLARIUM.

95. Quoniam Diameter Pupillæ satis ampliata vix 2<sup>lin</sup> seu  $\frac{1}{2}$  unius digiti excedit; Radii in Pupillam fere paralleli incidunt, si distantia Puncti Radiantis ab Oculo fuerit 4000000<sup>lin</sup>, seu 40000 pedum, hoc est, (quia juxta VARENIUM (e) quantitas unius milliæ Germanicæ est 22800. pedum Rhenanorum) fere  $1\frac{1}{2}$  milliæ Germanicæ.

## SCHOLION.

96. Supposui in Demonstratione, duos angulos I & K junctim sumtos a duobus rectis non differre ad sensum, si angulus H non excedat quantitatem unius minuti secundi. Sed vix differunt ad sensum, etiamsi H fuerit dimidii scrupuli primi. Tum vero ratio ipsius IK ad KH erit, *vi Canonis sinuum*, ut 1454 ad 10000000, hoc est, fere ut 1 ad 6877. Quodsi Diameter Pupillæ denno ponatur 2<sup>lin</sup>, reperietur IH 13754<sup>lin</sup> seu 137 pedum. Unde id saltem liquet, quam primum distantia Obiecti excedit intervallum 140 pedum, inci-

(a) Geogr. Gener. part. absol. lib. I. c. 4. p. m. 29.

dentiam Radiorum in Pupillam sensim sensimque fieri quasi parallelorum.

## AXIOMA IV.

97. Quæ a Luminosis ejusdem Intensitatis equaliter distant loca, in iis æquale Lumen produciuntur.

## SCHOLION.

98. Patet ex ipsa notione Luminosorum ejusdem Intensitatis. Cum nimirum Intensitas sit quantitas vis illuminatricis (§. 81), Luminosa ejusdem Intensitatis dicenda sunt, quando in distantibus equalibus æquale Lumen produciunt.

## OBSERVATIO VIII.

99. Si tria vel plura Luminosa A, Tab. I. B, C per exiguum foramen F in locum Fig. 13. obscurum radiant; singulorum Imagines in charta objecta in a, b, & c eodem modo delineantur ac si singula sola per foramen illud F radiarent. Idem quoque accidit corporibus per se Opacis, sed illuminatis.

## COROLLARIUM.

100. Lumen igitur unum non officit propagationi alterius.

## SCHOLION.

101. Idem non minus evidenter ex Astronomiâ constat. Cum enim ibi ostendatur, Lumen Solare nocturno tempore diffundi per vasta illa spatia, in quibus Planetæ vagantur; id tamen minime impedit, quo minus Lumen Fixarum per eadem spatia ad nos propagetur.

## THEOREMA VI.

102. Si duo Corpora Luminosa L & M ejusdem Intensitatis per commune intervallum PQ radiant; in locis N & O ab utroque Luminoso L & M equaliter distantibus æquale Lumen produciuntur.

DE-

## DEMONSTRATIO.

Quoniam  $NP=OQ$  & Lucida L & M ejusdem Intensitatis *per hypoth.* quantum Luminis L producit in N, tantundem etiam M producit in O (§. 97). Porro quoniam  $PN=QO$  *per hypoth.* erit  $PO=QN$  (§. 91 *Arithm.*). Cum adeo Lumen unum non officiat propagationi alterius (§. 100), adeoque Luminosum M in N & alterum L in O eodem modo Lumen producant, ac si alterum abesset; tantum Luminis M in N producit, quantum L in O (§. 97). In locis adeo N & O æquale Lumen producitur (§. 88 *Arithm.*). *Q. e. d.*

## THEOREMA VII.

Tab. I. 103. Si duo Lucida L & M ejusdem  
Fig. 14. Intensitatis per commune intervallum PQ  
radiant; Lumen in medio E productum  
erit ad Lumen in loco quocunque N alterutri Luminoso L viciniori productum,  
in ratione composita quadrati dimidia  
distantiæ Lucidorum PE ad rectangulum  
ex segmentis PN & NQ, & aggregati ex  
quadratis istorum segmentorum ad duplum ejusdem rectanguli.

## DEMONSTRATIO.

Sit  $PE=EQ=a$ ,  $PN=b$ ,  $NQ=c$ , Lumen in E a Luminoso L productum  $=l$ . Quoniam Intensitates Lucidorum L & M sunt æquales, *per hypoth.* erit Lumen in E a Lucido M productum itidem  $=l$  (§. 102). Porro Lumen in N a Lucido M productum  $=a^2 l : b^2$  & Lumen in N a Lucido L productum  $=a^2 l : c^2$  (§. 86). Quare cum Lumen a Lucido L in N productum non impediat, quo minus Lucidum M Lumen vi

suæ proportionatum ibidem producat (§. 100), erit Lumen in N a duobus Lucidis L & M junctim productum  $=a^2 l : b^2 + a^2 l : c^2 = (a^2 c^2 l + a^2 b^2 l) : b^2 c^2$  (§. 235 *Arithm.*). Quod vero ab iisdem in E producitur  $=2l$ , consequenter illud ad hoc est, ut  $(a^2 c^2 l + a^2 b^2 l) : b^2 c^2$  ad  $2l$ , seu ut  $a^2 (b^2 + c^2)$  ad  $2b^2 c^2$  (§. 178, 181 *Arithm.*), nempe in ratione composita  $PE^2$  ad  $PN \cdot NQ$  &  $PN^2 + NQ^2$  ad  $2PN \cdot NQ$  (§. 159 *Arithm.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

104. Quodsi fiat  $NE=d$ , erit  $PN=b=a-d$  &  $NQ=c=a+d$ ; consequenter his valoribus substitutis, reperitur Lumen in N ad Lumen in E, ut  $2a^4 + 2a^2 d^2$  ad  $2a^4 - 4a^2 d^2 + 2d^4$ , seu ut  $a^4 + a^2 d^2$  ad  $a^4 - 2a^2 d^2 + d^4$ . (§. 181 *Arithm.*). Quoniam itaque  $a > d$ , erit quoque  $a^2 d^2 > d^4$  (§. 180 *Arithm.*), adeoque  $a^4 + a^2 d^2 > a^4 + d^4$  (§. 90 *Arithm.*) & hinc multo magis  $a^4 + a^2 d^2 > a^4 - 2a^2 d^2 + d^4$ . Lumen adeo omnium minimum in E producitur.

## THEOREMA VIII.

105. Si duo Lucida L & l a punctis Tab. I.  
B & C equaliter distant; erit Lumen in Fig. 15.  
B productum ad Lumen in C productum  
in ratione duplicata distantiarum reciproce.

## DEMONSTRATIO.

Sint distantie Lucidorum a punctis B & C ut rectæ AB & AC. Sit porro  $AB=a$ ,  $AC=b$ , Lumen a Lucido L in B productum  $=m$ , quod vero ibidem producitur a Lucido l  $=n$ ; erit Lumen a Lucido L in C productum  $=a^2 m : b^2$ , & quod ibidem producitur a Lucido l  $=a^2 n : b^2$  (§. 87). Est

itaque Lumen, ab utroque productum in  $B = m + n$ , in  $C$  vero  $= (a^2 m + a^2 n) : b^2$  (§. 100), adeoque Lumen in  $B$  ad Lumen in  $C$ , ut  $m + n$  ad  $(a^2 m + a^2 n) : b^2$ , hoc est, ut  $b^2$  ad  $a^2$  (§. 178, 181 *Arithm.*), nempe in ratione duplicata distantie  $AC$  ad distantiam  $AB$ . *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

106. Ergo & ejusdem Lucidi diversæ partes, a duobus punctis sigillatim fere æqualiter distantes, producant in iis Lumen distantiarum reciproce sumtarum quadratis proportionatum.

## SCHOLIUM.

107. Hoc Corollario in Astronomia utimur, ubi quantitatem illuminationis a Sole in diversis Planetis definimus.

## PROBLEMA II.

Tab. I. 108. Data distantia  $AB$ , ad quam Fig. 15. Luminosum simplex Lumen data Intensitatis producit; definire distantiam  $AC$ , ad quam Luminosum in data ratione auctum Lumen priori æquale producit.

## RESOLUTIO.

Sit ratio data  $= a : b$ , distantia  $AB = a$ , quæsita  $AC = x$ , Lumen in  $C$  a Luminoso simplici productum  $= l$ ; erit ab eodem in distantia  $x$  producendum  $= a^2 l : x^2$  (§. 87), consequenter quod ad eandem distantiam a Luminoso aucto in ratione  $a : b$  producitur  $= abl : x^2$  (§. 530 *Mechan.*). Est vero Lumen in  $C$  a Luminoso aucto productum æquale ei, quod producitur a simplici in  $B$ , per *hypoth.* Ergo

$$\begin{array}{r} abl : x^2 = l \\ \hline ab : x^2 = 1 \\ \hline ab = x^2 \end{array}$$

consequenter  $a : x = : b$

*Theorema.* Distantia  $AC$ , ad quam Luminosum auctum Lumen ejusdem Intensitatis producit, quod a simplici in data distantia producebatur, est media proportionalis inter hanc distantiam datam & aliam, quæ ad eam habet rationem Luminis aucti ad Lumen simplex.

## COROLLARIUM.

109. Sphæra igitur activitatis in minore ratione augetur, quam vires Luminosi.

## SCHOLIUM.

110. Eodem sane modo reperitur distantia, ad quam Luminosum fortius idem Lumen producit, quod a debiliore in data distantia producebatur & contra. Nec difficulter hæc methode Problemata agnata alia solvuntur.

## THEOREMA IX.

III. Si Sphæra Luminosa  $AGB$  aliam Tab. I. opacam  $CHD$  illuminat; Radii extremi Fig. 16. Sphæram utramque tangunt.

## DEMONSTRATIO.

Recta  $AC$ , quæ utramque peripheriam  $AGB$  &  $CHD$  in  $A$  &  $C$  tangit, tota extra circulum cadit (§. 47 *Geom.*). Quare cum Lumen per lineas rectas propagetur (§. 46); fieri sane nequit, ut ullus Radiorum, qui ultra tangentem  $AC$  propagantur, a Luminoso  $AGB$  ad opacam  $CHD$  pertingant. Radii ergo extremi Sphæram utramque tangunt. *Q. e. d.*

## THEOREMA X.

II2. Si Sphæra Luminosa  $AB$  fuerit Tab. I. Opacæ  $CD$  æqualis; dimidia partem Fig. 16. Opacæ dimidiam illuminabit.

## DEMONSTRATIO.

Jungantur centra Sphærarum  $E$  &  $F$  recta

recta EF, ducanturque diametri AB & CD ad EF perpendiculares. Agantur praterea per A & C, itemque per B & D rectæ CA & DB (§. 20 *Geom.*). Quia CF & AE, itemque FD & EB ad EF perpendiculares atque æquales, *per hypoth.* erunt AC & BD ipsi EF parallelae (§. 226 *Geom.*), consequenter anguli ad A & C, itemque ad B & D recti (§. 230 *Geom.*). Tangit adeo AC peripheriam AGB in A, peripheriam vero CHD in C, & BD illam in B, hanc vero in D tangit (§. 304 *Geom.*). Sunt igitur A & B puncta Sphæræ Luminosæ extrema, quæ in Opacam radiant, & C atque D puncta Sphæræ Opacæ extrema, quæ illuminantur (§. 111). Quare cum AGB & CHD sint semicirculi (§. 135 *Geom.*); Sphæra Luminosa dimidia dimidiam Opacæ partem illuminat. *Q. e. d.*

THEOREMA XI.

Tab. II. 113. Si Sphæra Luminosa AB fuerit major Opaca IN; pars minor quam dimidia Luminosa illuminat partem majorem dimidia Opacæ.

DEMONSTRATIO.

Radius extremus CI utramque Sphæram tangit (§. 111), adeoque ad semidiametros CG & IM perpendicularis (§. 304 *Geom.*), consequenter GC & NI sunt distantia punctorum G & M, seu rectæ GM, a recta CI (§. 225 *Geom.*). Quare cum  $IM < GC$ , *per hypoth.* distantia rectæ GM a recta CI continuo decrescit, adeoque Radius Luminis CI cum recta GM centra Sphærarum G & M conjungente convergit

(§. 83 *Geom.*). Anguli igitur  $o$  &  $n$  sunt recto minores (§. 241 *Geom.*) consequenter IMK recto major (§. 147 *Geom.*). Est ergo CE quadrante minor; IK quadrante major (§. 143 *Geom.*). Quare cum eodem modo demonstretur, esse DE quadrante minorem, KN vero quadrante majorem; erit CED semicirculo minor, IKN semicirculo major; consequenter minor quam dimidia pars Sphæræ Luminosæ majorem dimidia partem Sphæræ Opacæ illuminat. *Q. e. d.*

THEOREMA XII.

114. Si Sphæra Luminosa IN fuerit minor Sphæra Opaca AB; pars major quam dimidia Luminosa illuminat partem Opacæ dimidia minorem.

DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Theorematis præcedentis.

PROBLEMA III.

115. Datis semidiametris Sphæræ Luminosæ CG & Sphæræ Opacæ IM una cum distantia centrorum GM; invenire quantitatem partis illuminate pariter ac illuminantis.

RESOLUTIO.

Ducatur FM ipsi CI parallela. Quoniam MI & CF ad CI perpendiculares (§. 111 *Optic.* & §. 304 *Geom.*), erit  $IM = CF$  (§. 226 *Geom.*), consequenter FG differentia semidiametrorum CG & IM, quæ ob has datas etiam datur. Et quia IM etiam ad FM perpendicularis (§. 230 *Geom.*), erit IL quadrans (§. 143 *Geom.*), adeoque LK excessus partis



partis dimidiæ illuminatæ ultra quadrantem.

Quoniam vero in Triangulo GFM ad F Rectangulo (§. 230 *Geom.*) datur latus FG differentia semidiametrorum IM & CG, itemque GM distantia centrorum G & M; angulus M inveniri potest (§. 38 *Trigon.*), cujus mensura est arcus desideratus KL.

Dato vero angulo FMG datur etiam FGM (§. 241 *Geom.*), cujus mensura est arcus CE, qui dimidiam partem illuminantem Sphæræ Luminosæ manifestat.

E. gr. Juxta Ricciolum (a) Diameter Telluris ad Diametrum Solis ut 1 ad 33, nempe  $IM=1$  &  $CG=33$ , adeoque  $FG=32$ ; distantia Solis a Tellure  $GM=7300$ , Quare

Log. GM	38633229
Log. sin. tot.	100000000
Log. FG	15051500

Log. Sin. tot. 76418271, cui in canone sinuum artificialium respondent 15'.

Est ergo  $IK=90^{\circ} 15'$ , consequenter  $IKN 180^{\circ} 30'$ . Porro  $CGM=89^{\circ} 45'$ , consequenter  $CED 179^{\circ} 30'$ .

#### COROLLARIUM.

116. Cum eodem modo inveniatur tam arcus IKN, quam CED, si Sphæra minor IN fuerit Luminosa, major vero AB Opaca; per Problema præfens etiam determinatur pars Sphæræ majoris a Sphæra minore illuminata, itemque pars Sphæræ minoris in majorem radians.

#### THEOREMA XIII.

117. Si Sphæra Lucida major AB propior fuerit Opacæ minori IN; minor illius pars in hanc radiat, hujus tamen pars major illuminatur, quam in longinquiori distantia.

(a) Astronom. Reform. lib. 1. c. 19. f. 70. b.

#### DEMONSTRATIO.

Est enim ut GM ad FG, ita sinus totus ad sinum excessus partis dimidiæ illuminatæ ultra quadrantem LK (§. 115). Quamobrem si GM minuitur, FG existente eadem, ratio sinus totius ad sinum arcus LK minor fit (§. 203 *Arithm.*); consequenter sinus arcus LK, adeoque ipse arcus LK augetur (§. 206 *Arithm.*). Major ergo Sphæræ Opacæ pars illuminatur. *Quod erat unum.*

Dum vero arcus LK seu angulus LMK augetur; angulus CGE, consequenter arcus CE necessario minuitur (§. 241 *Geom.*). Minor adeo Sphæræ Lucidæ pars in Opacam radiat. *Quod erat alterum.*

#### THEOREMA XIV.

118. Si Sphæra Lucida minor IN majori Opacæ AB propior fuerit, major ejus pars in eam radiabit, minorem tamen hujus partem illuminabit.

#### DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Theorematis præcedentis.

#### THEOREMA XV.

119. Si objectum AB radiet per exiguum foramen C in parietem album ipsi Tab. II. Fig. 18. oppositum, sitque radiaturæ locus post foramen bCa obscurus; situ inverso in pariete depingetur.

#### DEMONSTRATIO.

Quia enim foramen C valde exiguum, Radii a puncto B dimanantes parietem in b contingunt; qui vero a punctis A & D emanant, in parietis puncta a & d incidunt. Quare cum Radii



Radii a diversis punctis emanantes non confundantur; a pariete reflexi speciem adhuc Objecti secum afferunt (§. 74), consequenter Objectum in pariete spectandum exhibent (§. 43). Quia vero Radii AC & BC in foramine se mutuo secant; situs Objecti invertatur necesse est, cum Radius ad infimo puncto in locum supremum perveniat & contra. Objectum adeo situ inverso depingitur. Q. e. d.

## COROLLARIUM.

120. Quia anguli ad D & d recti, per hypoth. verticales autem ad C æquales (§. 156 Geom.), erunt etiam b & B, itemque a & A æquales (§. 246 Geom.); consequenter, si paries in quo delineatur Objectum fue-

rit huic parallelus, ab:AB=dC:DC (§. 396 Geom.), hoc est, altitudo Imaginis est ad altitudinem Objecti, ut hujus distantia a foramine ad distantiam illius ab eodem.

## SCHOLIUM.

121. Ut pictura sint clara, Objecta Lumine Solari collustrata sint opus est. Clariores quoque apparebunt, si spectator per horæ circiter quadrantem in tenebris commoratus fuerit. Cavendum præterea ne fortè per rimulas Lumen illabatur, nec Cælum parietem nimis illustret. Imago equidem fit major atque distinctior, si major fuerit parietis a foramine distantia (§. 120): sed dum Radii nimis dilatantur, Lumen debilitatur peritque claritas Imaginis, ut tandem non amplius discerni possit. Atque hinc apparet defectum claritatis officere quoque Visioni distincta.

## CAPUT III.

## De Umbra.

## DEFINITIO XXVIII.

122. Umbra est privatio Luminis interposito corpore opaco. Privatio totalis omnis Luminis dicuntur Tenebræ, subinde Umbra mera.

## COROLLARIUM.

123. Quoniam nihil videtur sine Lumine (§. 42), Umbra mera videri nequit.

## SCHOLIUM.

124. Quando itaque Umbra videre dicimur; partim corpora videmus in Umbra quidem collocata, sed Lumine a collateralibus corporibus reflexo adhuc collustrata; partim confinia Lucis & Umbrae, atque Luminis imminuti minorem vim percipimus.

## THEOREMA XVI.

125. Quodlibet corpus Opacum projecti Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

cit Umbra in directum cum Radiis a quibus illuminatur, seu in partem Luci oppositam.

## DEMONSTRATIO.

Cum enim corpus opacum Radiis transitum neger (§. 12), Radii autem per lineam rectam propagentur (§. 46); per intervalla cum ipsis in directum jacentia a tergo corporis non progrediuntur. Hæc ergo Lumine privantur, consequenter in iis Umbra est (§. 121). Q. e. d.

## COROLLARIUM I.

126. Moto ergo Luminofo, Umbra locum mutat.

## COROLLARIUM II.

127. Moto corpore illuminato, Umbra locum mutat.

## THEOREMA XVII.

Tab. II. 128. Quodlibet Opacum G tot habet  
Fig. 19. Umbras H, I &c. quot sunt lucida  
E & F ipsum illuminantia.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam corpus opacum G intercipit Radios (§. 12), Radii autem per lineam rectam propagantur (§. 46), Lucidum F per spatium H ipsi oppositum radiare nequit. Privabitur ergo illud intervallum Lumine Luminosi F. Eodem modo ostenditur, spatium I privari Lumine Lucidi E: ad spatium vero L a neutro Lucidorum E & F Lumen diffundi. Quamvis vero Opacum G non obstat, quo minus Luminosum E in spatio H & Luminosum F in spatio I Lumen suum producat (§. 46); cum tamen spatia illa ab uno Luminoso minus illuminentur quam a duobus (§. 100), minus Luminis in iis existit, quam in aliis contiguis, adeoque Luminis quadam parte carent. Opacum igitur G tot Umbras habet, quot sunt Lucida ipsum illuminantia. *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

129. Quodsi ergo Luminosa ad eandem Opaci partem multiplicentur, multiplicabuntur quoque ejus Umbræ.

## SCHOLION.

130. Si Lumen a Luminoso F in spatio H producendum insensibilem habuerit rationem ad Lumen in eodem spatio a Luminoso altero E productum; erit equidem in spatio isto H aliqua Luminis carentia, remoto Opaco G adfuturi, adeoque Umbra aliqua (§. 121): sed illam Oculus discernere nequit.

## THEOREMA XVIII.

131. Si Lumen Luminosi fuerit intensius, Umbra quoque intensior est.

## DEMONSTRATIO.

Cum enim Umbra sit privatio Luminis ob interpositum corpus opacum (§. 122); majore Lumine privabitur spatium aliquod, si Lumen Luminosi intensius, quam ubi remissius extiterit. Unde Umbra obscurior videbitur; si corpora contigua majori Lumine collustrentur, quam si minore resplendant; hoc est, Umbra intensior est, si Lumen interceptum ab Opaco fuerit intensius, quam si remissius extiterit. *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

132. Si plures Umbræ coalescant, Opaco a pluribus Luminosis collustrato; Umbra multiplicata intensior est.

## SCHOLION.

133. Intensitas adeo Umbra aestimatur ex gradibus Luminis, quibus spatium aliquod privatur, relate quidem ad Lumen, quo privatur.

## THEOREMA XIX.

134. Si Sphæra Luminosa AB fuerit Tab. I.  
equalis Opacæ CD, quam illuminat; Fig. 16.  
Umbra hujus CDLK erit Cylindrica.

## DEMONSTRATIO.

Cum enim Radii extremi CK & DL Umbram terminantes Peripheriam CHD in C & D tangant (§. 111) & Diametro CD insistant (§. 112); erunt ad eandem rectam CD perpendiculares (§. 304 Geom.), adeoque inter se paralleli (§. 256 Geom.). Quare si ex centro F perpendicularis FM erigatur; erit eadem

eadem Radiis CK & DL parallela (§. cit.); consequenter facta  $CK = DL$ , CFMK rectangulum (§. 100 *Geom.*). Quodsi jam concipiamus semicirculum CHI una cum rectangulo CKMF circa rectam HM gyron; ille Sphæram parte sui antica illuminatam (§. 470 *Geom.*), adeoque hoc spatium umbrosum describet. Figura igitur Umbræ Cylindrica est (§. 465 *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

135. Sphæra igitur Opacæ CD Luminosæ AB æqualis Umbra ad eam distantiam extenditur, ad quam agere apta est Luminosa.

COROLLARIUM II.

136. Si igitur ejus Umbra secatur, sectionis planum circulus est circulo maximo Sphærae Opacæ æqualis (§. 466 *Geom.*).

THEOREMA XX.

Tab. II. Fig. 17. 137. Si Sphæra Luminosa AB major fuerit Opaca IN, quam illuminat; Umbra IHN erit Conica.

DEMONSTRATIO.

Quia Radius CH Sphæras AB & NI in C & I tangit (§. 111); Radii GC & MI ad eundem perpendiculares sunt (§. 304 *Geom.*). Quare cum  $GC > IM$  per *hypoth.* Radius CH ad rectam GH per centra Sphærarum G & M transeuntem convergit (§. 83 *Geom.*). Ducta igitur subtensa IN; triangulum IHP erit ad P rectangulum (§. 291 *Geom.*). Quodsi jam concipiamus figuram KIH circa KH rotari; KIQ Sphæram, quæ illuminatur (§. 470 *Geom.*), triangulum vero IPH figuram Umbræ, nempe Conum (§. 467 *Geom.*) describit. Patet adeo, figuram Umbræ esse Conicam. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

138. Si igitur Umbra secatur plano basi parallelo; planum sectionis erit circulus, tanto quidem minor, quo longiori intervallo a basi distat (§. 468 *Geom.*).

COROLLARIUM II.

139. Sphæra igitur Opacæ a Luminosa majore illuminatæ Umbra continuo decrescit, tandemque in H finitur.

THEOREMA XXI.

140. Si Sphæra Luminosa IN minor Tab. II. fuerit Opaca AB, quam illuminat; Umbra CDSR Calathiformis est, seu Coni truncati figuram habet.

DEMONSTRATIO.

Quia Radius IR Sphæras AB & IN in C & I tangit (§. 111); semidiametri GC & IM ad eundem perpendiculares sunt (§. 304 *Geom.*). Quare cum  $GC > IM$  per *hypoth.* Radius IR a recta MT per centra Sphærarum M & G transeunte divergit (§. 84 *Geom.*). Quodsi ergo RS agatur cum chorda CD parallela; erit RCVT trapezium parallelarum basium (§. 103 *Geom.*). Quodsi jam concipiamus figuram TECR circa rectam TE rotari; quadrans AEG describet Hemisphærium illuminatum (§. 470 *Geom.*), trapezium vero RCVT, tanquam segmentum trianguli rectanguli RHT, ob rectos ad V (§. 291 *Geom.*) & T (§. 230 *Geom.*), Conum truncatum (§. 467 *Geom.*): quæ cum sit figura Umbræ, patet Umbram esse Calathiformem, seu figuram Coni truncati habere. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

141. Umbra igitur Sphærae Opacæ majoris a Lucido Sphærico minore illuminatæ

continuo dilatatur & ad eam distantiam extenditur, ad quam agere aptum est Luminosum.

### COROLLARIUM II.

142. Si Umbra secetur plano basi parallelo; erit illud circulus tanto quidem major, quo a basi remotior (§. 468 *Geom.*).

### PROBLEMA IV.

Tab. II. Fig. 17. 143. *Data semidiametro Sphæræ Lucide majoris CG, una cum semidiametro Opacæ minoris IM, & distantia centrorum GM; invenire longitudinem Umbrae QH seu axem Coni Umbrosi.*

### RESOLUTIO.

1. Ducatur FM ipsi CH parallela, erit  $IM = CF$  (§. 226 *Geom.*), adeoque FG differentia semidiametrorum GC & IM; consequenter (§. 268 *Geom.*),  
Ut FG differentia semidiametrorum, ad GM distantiam centrorum;  
Ita CF semidiameter Sphæræ Opacæ, ad MH distantiam verticis Coni Umbrosi a Centro Sphæræ Opacæ.
2. Quodsi ratio PM ad MH valde exigua fuerit, ita ut MH & PH notabiliter non differant; MH pro axe Coni Umbrosi assumi potest. Alias multiplicanda est parte PM: quæ ut inveniatur;
3. Quærat arcus LK (§. 115). Hic enim a quadrante subducitur relinquit arcum IQ, qui est mensura anguli IMP (§. 57 *Geom.*). Cum adeo in triangulo MIP ad P rectangulo, præter angulum IMQ, etiam detur latus IM semidiameter corporis Opaci; reperietur MP (§. 36 *Trigon.*).

E. gr. Si semidiameter Telluris MI = 1; erit juxta RICCIOLUM semidiameter Solis AG = 33, distantia Solis a Terra GM = 7300, adeoque GF = 32. Unde MH =  $228\frac{1}{2}$ . Quoniam angulus MIP est tantum  $15'$ ; MP ad MI est ut sinus  $15'$  ad sinum totum, adeoque ut  $43635$  ad  $10000000$ , seu ut 1 ad 252 (§. 181 *Arithm.*). Cum adeo PM non sit nisi  $\frac{1}{252}$  ipsius IM, aut MH =  $228\frac{1}{2}$  IM; poterit PM tuto negligi, adeoque etiam PH  $228\frac{1}{2}$  semidiametrorum Terrestrium assumi potest.

### COROLLARIUM.

144. Quoniam ratio distantie corporis Opaci a Luminoso GM ad longitudinem Umbrae MH constans est, nempe in omni casu ut differentia semidiametrorum GF ad semidiametrum Sphæræ Opacæ CF vel MI (§. 173 *Arithm.*); si distantia minuitur, longitudo quoque Umbrae minor evadere debet (§. 203 *Arithm.*). Opaci igitur Sphærici ad Luminosum Sphæricum majus accedentis Umbra decrescit.

### DEFINITIO XXIX.

145. Si per extremitates objecti Tab. II. Opaci S & T ducantur parallelae TV & Fig. 20. SQ; angulus TVS, quem Radius per verticem S transiens & Umbra in V terminans cum recta TV efficit, dicitur *Altitudo Luminosi*. Perinde vero est, five recta ST jungens extremitates Opaci sit ad rectam TV, quæ extremitatem unam objecti T cum extremitate Umbrae V jungit, perpendicularis, five sub quocunque angulo ad eandem inclinata, veluti si fuerit SZ.

### PROBLEMA V.

146. *Data altitudine corporis Opaci TS & altitudine Luminosi e. g. Solis supra horizontem, hoc est, SVT; invenire longitudinem Umbrae in plano Horizontali TV.*

RESOLUTIO.

Quoniam in triangulo STV ad T rectangulo (§. 227 *Geom.*) datur angulus V, una cum latere TS, *per hypoth.* invenietur longitudo Umbrae TV (§. 36 *Trigon.*).

E. gr. Sit altitudo Solis  $37^{\circ} 45'$ , altitudo Turris 178 pedum; reperietur TV  $241\frac{1}{2}$  pedum. Nimirum

Log. Sin. V. 97869056

Log. TS. 22718416

Log. Sin. S. 98980060

---

12.1698476

Log. TV. 23829420, cui in canone quam proxime respondent  $2415''$ .

PROBLEMA VI.

147. Data altitudine corporis Opaci TS, una cum longitudine Umbrae TV; invenire altitudinem Solis supra Horizontem.

RESOLUTIO.

Quoniam in triangulo STV ad T rectangulo dantur crura TV & TS, invenietur angulus V, qui metitur altitudinem Solis, inferendo (§. 38 *Trigon.*).

Ut longitudo Umbrae TV, ad altitudinem Corporis Opaci TS; ita sinus totus,

ad tangentem altitudinis Solis supra Horizontem.

E. gr. Sit TS 30 pedum, TV  $45'$ ; reperietur TVS  $33^{\circ} 41'$ . Nempe

Log. TV 16532125

Log. TS 14771212

Log. Sin. Tot. 100000000

Log. Tang. TVS  $9.8239087$ , cui in canone quam proxime respondent  $33^{\circ} 41'$ .

THEOREMA XXII.

148. Si altitudo Luminosi, v. gr. Solis supra Horizontem TVS fuerit  $45^{\circ}$ ;

longitudo Umbrae TV altitudinis corporis Opaci TS aequalis est.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus ad T rectus est, si TVS fuerit  $45^{\circ}$  seu semirectus, etiam alter TSV semirectus erit (§. 241 *Geom.*), consequenter TV = TS (§. 253 *Geom.*). Q. e. d.

THEOREMA XXIII.

149. Longitudines Umbrarum TS & TV ejusdem corporis Opaci TS in plano Horizontali, pro diversa altitudine Luminosi, sunt ut cotangentes altitudinum Luminosorum.

DEMONSTRATIO.

Sint enim TZ & TV longitudines Umbrarum: erunt TZS & TVS altitudines Luminosi (§. 145). Quodsi TS sumatur pro sinu toto, erunt TZ & TV tangentibus angulorum TSZ & TSV (§. 7 *Trigon.*), consequenter cotangentes altitudinum TZS & TVS (§. 11 *Trigon.*). Sunt itaque Umbrarum longitudines ut cotangentes altitudinum. Q. e. d.

COROLLARIUM I.

150. Quoniam cotangens anguli majoris minor est cotangente anguli minoris (§. 11 *Trigon.*); Luminoso ascendente Umbra decrevit.

COROLLARIUM II.

151. Hinc Umbrae corporum meridiana hieme longiores sunt quam aestate, & singulis diebus Umbrae meridiana breviores sunt antemeridianis & pomeridianis.

THEOREMA XXIV.

152. Si duorum Opacorum parallelorum & ad Horizontem perpendicularium Tab. II. Fig. 21.



rium AB & DE Umbra BC & DC eodem Radio AC, vel diverſis æque-altis terminentur; altitudinibus Opacorum AB & DE, &, ſi Opaca fuerint ad lineam Horizontalem ſimiliter inclinata, etiam longitudinibus eorum proportionales ſunt.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam enim DE eſt ipſi AB parallela, per hypotheſ. ſi Umbra eodem Radio AC terminantur, erit in caſu Opacorum perpendicularium ad Horizontem  $CD : CB = DE : BA$  (§. 268 Geom.). Quod erat primum.

Tab. VII. Quodſi vero fuerint Opaca AB & EF ad Horizontem BC inclinata, erit Fig. 81. angulus  $ABC = EFC$  (§. 233 Geom.) &, cum præterea angulus C utrique triangulo ABC & EFC communis ſit;  $CB : CF = BA : FE$  &  $CB : CF = AD : EG$  (§. 396 Geom.). Quod erat ſecundum.

Tab. II. Si Umbra Radii æque-altis AC & Fig. 81. Ec terminentur; erunt in caſu Opacorum AB & ED ad Horizontem perpendicularium in utroque triangulo ABC & EDC anguli B & D recti, anguli vero obliqui C & c æquales (§. 145), adeoque denuo  $Dc : BC = DE : AB$  (§. 267 Geom.). Quod erat tertium.

Tab. VII. Denique ſi Umbra Radii æque-altis AC & Ec terminentur & plana AB atque EF ad Horizontem ſimiliter inclinata; erit angulus  $ABC = EFC$  &  $ACB = ECF$ , conſequenter cum  $\triangle ABC \sim \triangle EFC$  (§. 267 Geom.),  $BC : FC = BA : FE = DA : GE$  (§. 396 Geom.). Quod erat quartum.

### PROBLEMA VII.

153. Mediente Umbra in planum Tab. II. Horizontale projecta, metiri altitudinem Fig. 22. objecti cujuſcunque Opaci, e. gr. Turris AB.

### RESOLUTIO.

1. In termino Umbrae Turris C baculo infixio, fune aut catenâ Horizontaliter extenſâ metire longitudinem Umbrae AC (§. 126 Geom.).
2. Deſigatur in terra baculus notæ altitudinis DE ad Horizontem perpendicularis, &
3. Inveſtigetur ut ante longitudo Umbrae EF.

Dico eſſe  $EF : AC = DE : AB$ .

E. gr. Sit  $AC = 45'$ ,  $ED = 5'$ ,  $EF = 7'$ ; erit  $AB = 45. 5 : 7 = 32\frac{1}{2}'$ .

### DEMONSTRATIO.

Quoniam ob ingentem diſtantiâ Lunæ & Solis a Terra angulus F æqualis deprehenditur ipſi C, ſi baculus prope Turrim in Terra deſixus Umbra EF projicit, Umbra Turris AC & baculi EF Radii terminantur æque-altis (§. 145). Eſt ergo  $EF : AC = DE : AB$  (§. 152.) Q. e. d.

### SCHOLION.

154. Si alio Lumine, quam Solari aut Lunari, colluſtratum Objectum AB Umbra proſiceret in C; baculus DE ita inſigi deberet, ut ejus Umbra etiam in C terminaretur (§. 152.)

### PROBLEMA VIII.

155. Mediente Umbra, partim in planum Horizontale, partim in Verticale, hoc eſt, in planum ad prius perpendicularare



*culare projecta, altitudinem Objecti Opaci e. gr. Turris metiri.*

RESOLUTIO.

Tab. II. 1. Metire primum Umbra<sup>m</sup> Horizontalem AK (§. 126 *Geom.*).

2. Pertica ad planum Verticale applicata, investigat altitudinem Umbra<sup>e</sup> Verticalis KL.

3. Hac in Terra ita defixa, ut nonnisi pars ipsi KL æqualis emineat, metire longitudinem Umbra<sup>e</sup> ejus.

4. Quoniam hæc addita Umbra<sup>e</sup> AK conficit longitudinem Umbra<sup>e</sup> a Turri projiciendam, remota domo MK; erit (§. 153), ut longitudo Umbra<sup>e</sup> pertica<sup>e</sup> ad longitudinem Umbra<sup>e</sup> Turris modo inventam, ita altitudo LK ad altitudinem Turris AB.

E. gr. Sit  $AK=20'$ ,  $KL=12'$ , Umbra a pertica 12 pedum projecta  $=8$ ; erit  $AB=28$ .  $12:8=7.6=42$ .

THEOREMA XXV.

156. *Æqualium Opacorum ad Horizontem perpendicularium Umbra habent longitudines distantis suis ab eodem Luminoso vel Luminosis æque-altis proportionales.*

DEMONSTRATIO.

Tab. II. Fig. 24. Sit EF longitudo Umbra<sup>e</sup> Opaci DE, BC longitudo Umbra<sup>e</sup> Opaci AB, & tam GH, quam AB & DE ad HF perpendiculares, erit BH distantia Opaci AB a Luminoso G & EH distantia Opaci DE ab eodem Luminoso G (§. 225 *Geom.*). Et quia tum AB, tum DE ipsi HG parallela (§. 256 *Geom.*); erit porro

$AB:GH=BC:CH$  &  $DE:GH=EF:EH$  (§. 268 *Geom.*); consequenter ob  $AB=DE$  per hypoth.  $AB:GH=DE:GH$  (§. 168 *Arithm.*) ac ideo  $BC:CH=EF:EH$  (§. 167 *Arithm.*). Unde porro  $BH:BC=EH:EF$  (§. 193 *Arithm.*), adeoque tandem  $BH:EH=BC:EF$  (§. 173 *Arithm.*). Q. e. d.

COROLLARIUM.

157. Luminoso igitur ad Opacum, vel Opaco ad Luminosum accedente, Umbra minuitur; recedente alterutro, augetur.

SCHOLION.

158. Ex diversa igitur longitudine Umbra<sup>rum</sup> ejusdem Opaci in eadem altitudine Solis, Lunæ, Jovis ac Veneris supra Horizontem, colligere licet diversam eorundem a Terra distantiam: quamvis ad hanc diversitatem distincte cognoscendam non sufficiat hac methodus, ut ex Astronomia inferius constabit.

DEFINITIO XXX.

159. Umbra recta est, quam projicit corpus Opacum ad Horizontem perpendiculare in planum Horizontale.

SCHOLION.

160. Tales sunt Umbra hominum erectorum, ædificiorum, montium, arborum.

DEFINITIO XXXI.

161. Umbra versa est, quam projicit Opacum perpendiculariter affixum plano ad Horizontem perpendiculari in hoc planum.

SCHOLION.

162. Talis est Umbra, quam projiciunt brachia hominis extensa: talis quoque est styli muro perpendiculariter infixi Umbra.

THEOREMA XXVI.

163. Umbra recta BF est ad altitudinem Tab. III. Fig. 25.

*dinem Opaci GF, ut cosinus altitudinis Luminosi DH ad sinum DE.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam BF est Umbra recta Opaci GF, *per hypoth.* erit GF ad BC perpendicularis (§. 159): & cum angulus B sit altitudo Luminosi (§. 145), erit DE sinus, DH vel BE cosinus altitudinis Luminosi (§. 2, 11 Trigon.), & DE etiam perpendicularis ad BC (§. 3 Trig.); consequenter DE ipsi GF parallela (§. 256 Geom.), adeoque BE : ED = BF : GF (§. 268 Geom.), hoc est, ut cosinus ad sinum altitudinis Luminosi, ita Umbra recta ad altitudinem Opaci. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

164. Jam cum sinus & cosinus æquales sint, altitudine Luminosi DBC 45 graduum existente (§. 241, 253 Geom.), in minore autem altitudine majores, in majore minores (§. 189 Geom.); patet Umbram rectam fieri in altitudine Luminosi 45° altitudini Objecti æqualem; in minori altitudine vero majorem, in majori minorem, quorum prius jam supra (§. 248) demonstratum.

### THEOREMA XXVII.

Tab. II. Fig. 26. 165. Si altitudo Luminosi fuerit eadem, erit Opacum AC ad Umbram versam AD, ut Umbra recta EB ad Opacum suum DB.

### DEMONSTRATIO.

Sint AC & EB ad AB perpendiculares, ducaturque recta EC. Quodsi CE fuerit Radius Luminosi; erit AD Umbra versa ipsius AC (§. 161) & EB Umbra recta ipsius DB (§. 159). Quare cum Verticales ad D sint æquales

(§. 156 Geom.); erit EB : DB = AC : AD (§. 267 Geom.). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM I.

166. Quoniam Umbra recta ad Opacum suum, ut cosinus ad altitudinem Luminosi (§. 163); erit etiam Opacum ad Umbram versam, ut cosinus altitudinis Luminosi ad ejus sinum (§. 167 Arithm.), consequenter Umbra versa AD ad Opacum suum AC, ut sinus altitudinis Luminosi ad ejus cosinum (§. 173 Arithm.).

### SCHOLION.

167. Idem quoque inde patet, quod per demonstrata angulus C sit altitudini Luminosi E æqualis. Quodsi enim CD sumatur pro sinu toto, erit AD sinus, AC cosinus altitudinis Luminosi (§. 2, 11 Trigon.).

### COROLLARIUM II.

168. Si DB = AC seu longitudo Opacorum eadem; erit tum DB media proportionalis inter EB & AD (§. 156 Arithm.), hoc est, longitudo Opaci est media proportionalis inter Umbram ejus rectam & versam sub eadem Luminosi altitudine.

### COROLLARIUM III.

169. Quando angulus C est 45°, sinus & cosinus æquales sunt, adeoque Umbra versa longitudini Opaci æqualis: quod idem de recta supra ostensum (§. 164).

### THEOREMA XXVIII.

170. Umbra recta est ad versam ejusdem Opaci, sub eadem altitudine Luminosi, in ratione duplicata cosinus ad sinum altitudinis Luminosi.

### DEMONSTRATIO.

Est enim Umbra recta ad longitudinem Opaci, ut longitudo Opaci ad Umbram versam (§. 168); consequenter ut prima proportionalium ad tertiam (§. 155

(§. 155 *Aritbm.*). Quamobrem Umbra recta ad Umbram versam est in ratione duplicata Umbrae rectae ad longitudinem Opaci (§. 216 *Aritbm.*), seu ut quadratum Umbrae rectae ad quadratum longitudinis Opaci (§. 259 *Aritbm.*). Est vero Umbra recta ad longitudinem Opaci, ut cosinus altitudinis Luminosi ad sinum ejusdem (§. 163); consequenter & quadratum illius ad quadratum hujus, ut quadratum cosinus altitudinis Luminosi ad quadratum sinus (§. 260 *Aritbm.*). Ergo etiam Umbra recta ad versam, ut quadratum cosinus altitudinis Luminosi ad sinum ejusdem (§. 167 *Aritbm.*); consequenter in ratione duplicata cosinus altitudinis Luminosi ad sinum ejusdem (§. 259 *Aritbm.*)

Q. e. d.

### SCHOLION.

171. *Umbrae rectarum & versarum usus est in Geodesia; earum enim ope commodè metimur altitudines tum accessibiles; tum inaccessas, etiam cum Corpus nullam Umbram projicit. Utimur autem Umbris rectis, quando Umbra Corporis altitudinem ejus non excedit; Umbris autem versis, quando Umbra altitudine major: quod quomodo fiat, Problemata sequentia exponunt.*

### PROBLEMA IX.

172. *Quadratum Geometricum construere, hoc est, Instrumentum, cujus ope ratio Umbrae rectae atque versa ad altitudinem Objecti investigari potest.*

### RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 27. 1. Paretur quadratum ADGB vel ex orichalco, vel ex ligno, arbitrariae magnitudinis. Latus orichalcei communiter unius pedis; lignei vero

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III,

2. Rectis AD & DG in 100 particulas aequales divisas (vel in plures, si majus fuerit; vel etiam in pauciores, si minus fuerit, e. gr. more veterum in 12) ducantur rectae iis aequidistantes, & ad puncta divisionum singula ducantur inter eas rectae versus centrum B convergentes.
3. Ad latus AB aptentur pinnulae E & F; in centro vero B alligetur filum BH cum appenso pondere H.
4. Denique ad latus DG, e regione minorum, scribatur *Umbra recta*; ad latus vero alterum AD *Umbra versa*; numerenturque partes Umbrae rectae a G versus D; Umbrae versa ab A versus idem D.

Dico, si per pinnulas E & F in verticem Objecti collimes; centro B eidem opposito, partem lateris DG a filo abscissam esse ad latus integrum BG, uti Umbra recta est ad altitudinem Objecti; similiterque partem lateris AD ab eodem filo resectam esse ad latus integrum AD, uti est Umbra versa ad altitudinem Objecti, vel etiam latus integrum ad partem AD ab eodem filo resectam, ut Umbra recta ad altitudinem Objecti.

### DEMONSTRATIO.

I. Concipiamus enim Radium visualem AC per pinnulas E & F transeuntem protendi usque in C donec longitudinem Umbrae rectae BC definiat & rescare in hoc instrumenti situ partem Umbrae rectae GF. Quoniam Angulus Eutriusque Triangulo EGF & EDC communis, Angulus F rectus (§. 98 *Geom.*); D itidem rectus (§. 215 *Mechan.*); erit

D                      GF

Tab. III. Fig. 28.

GF: FE = DC: DE (§. 267 *Geom.*).  
 Quoniam vero DE perpendicularis ad  
 BC per demonstr. & AB Objecti altitu-  
 do per hypoth. ad eandem BC perpen-  
 dicularis (§. 227 *Geom.*), adeoque DE  
 ipsi AB parallela (§. 256 *Geom.*);  
 DC: DE = BC: AB (§. 268 *Geom.*),  
 adeoque GF: FE = BC: AB (§. 167  
*Arithm.*). Quod erat unum.

Tab. II. Concipiamus similiter Radium vi-  
 III. sualem AF continuari, donec in C Um-  
 Fig. 29. bram rectam BC Opaci AB in hoc situ  
 instrumenti definiat & filum EG refe-  
 care partem Umbræ versæ HG. Quo-  
 niam angulus H rectus est (§. 98 *Geom.*)  
 & D itidem rectus (§. 215 *Mech.*), ob  
 parallelismum vero linearum HI & EF  
 (§. 336 *Geom.*)  $o = x$  (§. 233 *Geom.*);  
 erit etiam  $u = y$  (§. 246 *Geom.*), con-  
 sequenter  $u$  altitudini Luminosi æqualis  
 (§. 145). Quodsi jam EG sumatur pro  
 finu toto, erit HG sinus (§. 2 *Trigon.*),  
 HE cosinus (§. 111 *Trigon.*) altitudinis  
 Luminosi. Est adeo HG ad HE ut sinus al-  
 titudinis Luminosi ad ejus cosinum; con-  
 sequenter ut Umbra versa ad longitu-  
 dinem Opaci (§. 166). Quod erat alterum.

III. Denique quoniam triangula  
 HEG & DEC sibi mutuo æquiangulara  
 per demonstr. erit EH: HG = DC: DE  
 (§. 276 *Geom.*). Et quoniam eodem  
 modo, quo num. I patet, esse DC: DE  
 = CB: BA; erit etiam EH: HG = BC:  
 BA (§. 167 *Arith.*). Quod erat tertium.

Tertium inferitur etiam hoc modo:  
 Latus quadrati HE ad partem Umbræ  
 versæ a filo resectæ HG, ut altitudo  
 Objecti ad Umbra versam vi num. 3.  
 Ergo etiam ut Umbra recta ad alti-  
 tudinem Objecti (§. 164). Q. e. d.

## SCHOLIUM.

173. Plerumque Quadratum Geometricum Tab. II.  
 cum Quadrante conjungunt: quo in casu præ- Fig. 27.  
 terca opus est regula cum Dioptris circa  
 centrum B mobili.

## PROBLEMA X.

174. Altitudinem accessibilem AB Tab.  
 tam per Umbram rectam, quam versam, III.  
 metiri. Fig. 30.

## RESOLUTIO.

Statione in D ad arbitrium electa,  
 & ejus ab altitudine AB distantia DB  
 investigata (§. 126 *Geom.*) Quadratum  
 Geometricum huc illucque vertatur,  
 donec per pinnulas collineanti apex  
 altitudinis A occurrat. Quodsi filum  
 Umbram rectam secet, inferatur:

Ut pars Umbræ rectæ resecta  
 ad latus quadrati Geometrici,  
 ita distantia stationis DB  
 ad partem altitudinis AE.

Quodsi vero filum Umbram versam  
 secet, inferatur:

Ut latus quadrati Geometrici  
 ad partem Umbræ versæ resectam,  
 ita distantia stationis DB  
 ad partem altitudinis AE.

Cum adeo in utroque casu AE per re-  
 gulam trium inveniri possit, si ipsi re-  
 pertæ partem altitudinis BE, hoc est,  
 in planitie Horizontali altitudinem Ocu-  
 li cui addas; prodibit altitudo quæ sita  
 integra AB.

E. gr. Sit BD = EC = 36; Umbra recta  
 64. Quoniam latus quadrati est 100;  
 erit EA = 100. 36: 64 = 56½ pedum. Qua-  
 re si addatur EB, quæ sit 5½ pedum; pro-  
 dibit altitudo AB = 62'.

Sit BD = EC = 188', Umbra versa 50:  
 erit

erit  $EA=188.50:100=94'$ . Quare si addatur  $EB\ 5\frac{3}{4}$  pedum; prodibit  $AB=99\frac{3}{4}$ .

DEMONSTRATIO.

Quoniam  $EC$  ipsi  $BF$  parallela, per *hypoth.* erit  $BF:BA=CE:EA$  (§. 268 *Geom.*). Est vero etiam  $BF:BA$ , ut Umbra recta a filo resecta ad latus quadrati (§. 172). Ergo ut Umbra recta a filo resecta ad latus quadrati, ita  $EC$  ad  $EA$  (§. 167 *Aritm.*). Quod erat unum.

Porro latus quadrati est ad partem Umbræ versæ a filo resectam, ut Umbra recta ad altitudinem  $AB$  (§. 172). Ergo etiam ut  $CE$  ad  $EA$ , per demonstrata. Quod erat alterum.

COROLLARIUM.

175. Quodsi ergo filum in diagonalem quadrati cadit; erit  $EC=EA$ , seu altitudo Objecti, demta altitudine Oculi, est distantia ab Objecto æqualis.

PROBLEMA XI.

Tab. III. per Umbram rectam, itemque per Umbram versam.

RESOLUTIO.

1. Eligantur duæ stationes in  $D$  &  $H$  investigeturque distantia  $DH$  vel  $CG$  (§. 126 *Geom.*).
2. Observetur, ut in Problemate præcedente, quamnam partem Umbræ vel rectæ, vel versæ in quadrato Geometrico filum resecet.
3. Quodsi filum in utraque statione Umbram rectam secet, inferatur.  
Ut differentia Umbrarum rectarum in utraque statione designatarum ad latus quadrati;

ita distantia stationum  $GC$  ad altitudinem  $EA$ .

4. Si filum in utraque statione Umbram versam secet, inferatur:

Ut differentia Umbrarum versarum in utraque statione designatarum ad Umbram versam minorem; ita distantia stationum  $GC$  ad intervallum  $GE$ .

Quo dato, ope Umbræ versæ in  $G$  reperiæ, altitudinem  $EA$  invenies ut in Problemate præcedente.

5. Si denique filum in prima statione  $G$  secet Umbram rectam, in altera  $C$  Umbram versam; inferatur:

Ut differentia facti ex Umbra recta in versam a Quadrato lateris Quadrati

ad factum ex latere Quadrati in Umbram versam;

Ita distantia stationum  $GC$  ad altitudinem quaesitam  $AE$ .

E. gr. Sit in casu primo distantia stationum  $GC=25$ , Umbra recta in  $G$  20, in  $C$  35; erit  $EA=25.100:(35-20)=166\frac{2}{3}$ .

Sit in casu secundo distantia stationum  $GC=200$ , Umbra versa in  $G$  66, in  $C$  vero 33; erit  $EG$  33,  $200:33=200$ . Unde per Problemata præcedens reperitur  $EA=66.200:100=132$ .

Sit in casu tertio distantia stationum  $GC=150$ , Umbra recta in  $G=88$ , Umbra versa in  $C=60$ ;  $EA=100.60.150:(10000-60.88)=190\frac{4}{9}$  seu fere 191.

DEMONSTRATIO.

Est enim ut Umbra recta in  $G$  ad latus quadrati, ita  $EG$  ad  $EA$ , & ut Umbra recta in  $C$  ad latus quadrati, ita  $CE$  ad  $EA$  (§. 174); adeoque Umbra recta in  $G$  ad Umbram rectam in  $C$ ,

$D\ 2$

ut



ut GE ad CE (§. 195 *Arihm.*); consequenter ut differentia Umbrarum rectorum ad Umbram rectam in G, ita distantia stationum GC ad GE (§. 193 *Arihm.*). Quare cum etiam sit ut Umbra recta in G ad latus quadrati, ita EG ad EA (§. 174); erit differentia Umbrarum rectorum ad latus quadrati, ita distantia stationum GC ad altitudinem EA (§. 194 *Arihm.*). *Quod erat primum.*

Porro ut latus quadrati Geometrici ad Umbram versam in G, ita GE ad EA, & ut latus quadrati ad Umbram versam in C, ita CE ad EA (§. 174). Ergo Umbra versa in G est ad Umbram versam in C, ut CE ad EG (§. 200 *Arihm.*), consequenter differentia Umbrarum

versarum est ad Umbram versam in C, ut distantia stationum GC ad distantiam stationis primæ ab altitudine quaesita EG (§. 193 *Arihm.*). *Quod erat secundum.*

Denique sit Umbra recta in G =  $r$ , versa in C =  $v$ , GC =  $d$ , EG =  $x$ : latus quadrati =  $l$  erit ob  $r$ :  $l$  =  $x$ : EA &  $l$ :  $v$  =  $d$  +  $x$ : EA (§. 174).

$$\begin{array}{r} lx : r = (vd + vx) : l \\ \hline l^2 x = rvd + rvx \\ \hline l^2 x - rvx = rvd \\ \hline x = rvd : (l^2 - rv). \end{array}$$

Quare cum sit EA =  $lx$ :  $r$  per *demonstr.* valore ipsius  $x$  substituto, reperitur EA =  $lvd$ : ( $l^2 - rv$ ), consequenter  $l^2 - rv$ :  $lv$  =  $d$ : EA. *Quod erat tertium.*

## C A P U T IV.

### De Coloribus.

#### DEFINITIO XXXII.

177. **R**adius rubeus est, qui efficit sensum coloris rubri. Radius flavus est, qui efficit sensum coloris flavi. Unde patet, quinam porro dicantur *virides, caerulei, violacei* aut alio modo colorati.

#### SCHOLION.

178. Si Radii Luminis a Corporibus illuminatis reflexi eodem modo Oculum afficerent, fieri sane nullo modo posset, ut aliorum color appareret ruber, aliorum flavus, aliorum viridis, aliorum caeruleus, aliorum violaceus &c. ita porro (§. 43). Alia igitur esse debet dispositio Radiorum, qui efficiunt, ut Objecta vi-

deantur rubra; alia vero eorum, qui Objecta exhibent flava, viridia, caerulea, violacea, vel alio colore tincta. Quamvis autem a proposito nostro alienum existimemus ut inquiremus, in quonam dispositio illa consistat; nil tamen obstat, quominus per eam, licet obscure cognitam, doctrina gratia Radios distinguamus & hoc intuitu alios rubeos, alios flavos, alios virides &c. appellemus.

#### DEFINITIO XXXIII.

179. *Refrangibilitas Radiorum* est dispositio patiendi refractionem.

#### DEFINITIO XXXIV.

180. *Refrangibilitas major* est dispositio ad majorem refractionem sub eodem



dem angulo incidentiæ. Minor vero est dispositio ad minorem refractionem sub eodem angulo incidentiæ.

DEFINITIO XXXV.

181. *Reflexibilitas Radiorum* est dispositio patiendi reflexionem.

DEFINITIO XXXVI.

182. *Reflexibilitas major* est dispositio ad maiorem reflexionem sub eodem angulo incidentiæ. *Reflexio* autem major censetur, si Radii aut copiosiores aut citius in totum reflectuntur.

OBSERVATIO IX.

Tab. III. Fig. 31. 183. Si Radius Luminis per exiguum foramen rotundum, cujus latitudo quartam digiti partem haud excedit, in conclave obscurum intromissus Prismate vitreo trigono ABC ita excipiat, ut prope angulum C per illud transeat; in charta alba EF colores Iridis vivacissimi conspiciuntur, nempe in F rubeus, deinde flavus, proxime viridis, postea cæruleus, & tandem purpureus seu violaceus. In quacunque a Prismate distantia Lumen exceperis charta aut corpore alio; iidem constanter apparebunt colores. Quemadmodum vero hoc Lumen coloratum per lineas rectas instar reliqui propagatur; ita quoque a Speculo reflectitur & per Lentem vitream convexam refringitur, suosque colores tam post reflexionem, quam refractionem retinet. Cum tamen Radii in foco coarctantur, in Lumen splendidum degenerant, mox, ubi post focum rursus divergunt, colores pristinos recuperantes; Neque injucundum est, spectare particulas in aere volitantes eodem colore resplen-

dentes, quo imbuti sunt Radii ipsas illustrantes. Nempe in Lumine viridi virides, in cæruleo cæruleæ, in rubro rubræ apparent & colorata splendorem retinent.

COROLLARIUM I.

184. Cum Lumini in transitu per Prisma nil accadat, nisi quod refringatur tum in ingressu, tum in egressu (§. 54) (utraq; refractione Oculis ipsis admodum distincte obvia, dum Experimentum capitur); per solam refractionem Lumen in colores mutari potest.

COROLLARIUM II.

185. Quoniam Radii colorati adhuc per lineas rectas propagantur, si a Speculis reflectantur, immo etiam in Lentibus vitreis refringantur (§. 183); omnes Luminis proprietates retinent (§. 46, 51, 54), consequenter adhuc Lumen sunt.

COROLLARIUM III.

186. Et quia Radii colorati post focum invertuntur, suumque colorem statim recuperant, quem ante focum habuerant (§. 183); in foco decussantur, adeoque invicem permiscuntur, consequenter Radii colorati, speciatim rubei, flavi, virides, cærulei, purpurei seu violacei, sub conveniente proportionem commixti Lumen album resplendens generant.

COROLLARIUM IV.

187. Radii colorati non mutantur, etiam si a Corporibus opacis reflectantur. Reflexio igitur eorum dispositionem non immutat.

SCHOLION I.

188. Iidem colores comparent, si Radius Solis LM oblique incidat in Vitrum conicum HKI. Tab. I. Fig. 5.

SCHOLION II.

189. Experimentum quidem succedit, etiam si conclave non fuerit obscurum; in obscuro tamen colores non modo clariores, verum etiam magis distincti apparent.

## OBSERVATIO X.

Tab. 190. *Prisma DEF ita collocetur, ut III. refractiones Luminis ad ingressum & Fig. 32. egressum sint inter se æquales: id quod obstrictur, si illud circa axem lente convertas, donec Lumen coloratum, quod nunc ascendit, nunc descendit, inter ascensum & descensum stationarium videatur. Hunc enim situm convenientissimum judicat vir summus NEWTONUS (a). In medio spatio inter Prisma DEF & Lumen coloratum in pariete depictum NO (§. 183) collocetur Prisma alterum GH, quod excipiat Lumen coloratum LM sibi parallelum. Post alteram refractionem in hoc secundo Prismate factam, Lumen coloratum in pariete depictum IK inclinabitur ad simile Lumen NO, quod remoto Prismate GH ibidem cernitur, ita ut extremitates cærulea N & I longiori intervallo a se invicem distent rubris O & K.*

## COROLLARIUM I.

191. Necessè igitur est, ut Radii cærulei magis refringantur quam rubri, & dispar etiam sit refractione in Radiis intermediis.

## COROLLARIUM II.

192. Radii igitur Luminis Solaris non ejusdem sunt refrangibilitatis (§. 179); consequenter cum ratio diversæ refrangibilitatis intrinseca sit, nec ejusdem naturæ.

## OBSERVATIO XI.

193. Si fascia charta oblonge & rigide, lateribus inter se parallelis definita, cujus dimidia pars colore rubro, altera cæruleo infecta, filum serici nigrum atque tenue aliquoties circumvolvas & ante eam in situ ad Horizontem perpen-

diculari collocatam candelam accensam statuas, tandem in distantia 6. circiter pedum Lentem vitream totidem fere pedum, eamque utrinque convexam & unciis circiter  $4\frac{1}{2}$  latam, opponas, ut charta colorata Imago post eam in charta alba depingatur (§. 61); animadvertes, ubi Imago cærulea distincta comparet, ibi confusam esse rubram, ita ut fila sericea vix discerni possint & contra; majoremque requiri distantiam charta alba a Lente, si rubra Imago distincta esse debet, quam ubi cæruleam distinctam consideraveris.

## COROLLARIUM.

194. Quoniam Imago ibi videtur distincta, ubi Radii ab uno Objecti puncto emanantes in uno iterum uniuntur (§. 75, 76); Radii cærulei citius convergunt, quam rubri (§. 83 Geom.). Majorem igitur refractionem patiantur necesse est (§. 39), consequenter Radii ab Objectis diversimode coloratis reflexi non sunt æque refringibiles (§. 180).

## OBSERVATIO XII.

195. Si Prisma DFE, cujus anguli Tab. D & E semirecti, foramini C ita obji- III. ciatur, ut Lumen coloratum a basi in Fig. 33. G reflectatur; primo Lumen cæruleum HG totum reflecti observabitur, cum reliquum adhuc in IK refringetur, & ultimo tandem loco reflectetur rubrum.

## COROLLARIUM I.

196. Radii igitur diversi coloris differunt gradibus reflexibilitatis (§. 181).

## COROLLARIUM II.

197. Et quoniam Lumen cæruleum celestius reflectitur ceteris, rubrum vero tardissime omnium (§. 195); Lumen cæruleum reflexibilis est ceteris, rubrum vero reflexibilitatem minimam habet (§. 182).

COROLLARIUM III.

198. Sunt igitur iidem Radii magis reflexibiles, qui magis refrangibiles existunt (§. 191).

SCHOLIUM I.

199. Refrangibilitatis & reflexibilitatis diversitatem ignorarunt Philosophi, donec eandem in apicium produceret vir ingeniosissimus magnoque suo merito celeberrimus ISAACUS NEWTONUS (a). Ab anno 1675. in Transactionibus Anglicanis eam cum eruditis communicavit & ab objectionibus nonnullorum ita vindicavit, ut ipsi Antagonistæ sibi satisfactum esse confiterentur (b). Demum clarius eandem exposuit & magna Experimentorum copia confirmavit in præclaro Optices Opere. Ac postea eadem Experimenta coram Societate Regia repetiit, MONMORTIO Gallo tunc in Anglia agente, aliisque ex Academia Regia Scientiarum Parisina præsentibus, Cel. DESAGULIERIUS (c). Describit quoque eadem experimenta Cel. GULIEL. JAC. GRAVESANDE, & modum eadem facile repetendi exponit, omni apparatu huc necessario accurate descripto (d). Id vero palmarium est in hac doctrina, ut evincatur, Radios sua natura esse diversimode refrangibiles nec coloratos in aliud Lumen iterata refractione transmutari posse: quod ut ostendatur, Radios Luminis heterogeneos a se invicem separari necesse est, quemadmodum Problemate sequente docetur.

PROBLEMA XII.

200. Luminis Solaris Radios heterogeneos a se invicem separare.

RESOLUTIO.

Tab. VII. Fig. 82. 1. Per parvulum operculi fenestræ foramen rotundum F v. gr.  $\frac{1}{10}$  unius digiti in Cameram obscuram contra

omnem Luminis accessum optime munitam immittatur Radius Solis. Quodsi Lumen coloratum latius desideres, foramen præstat esse oblongum, v. gr. ut longitudo sit digiti unius vel duorum, latitudo vero  $\frac{1}{10}$  vel  $\frac{1}{20}$  ejusdem digiti.

2. In distantia decem vel duodecim pedum excipiat is Lente convexa MN, Imaginem Solis I in distantia sex, octo, decem duodecimve pedum delineatura, pro diversa ejus forma, juxta ea, quæ in Dioptricis demonstranda hic tanquam a posteriori nota supponi possunt (§. 75).
3. Pone Lentem collocatur Prisma ABC, quod Lumen per illam transmissum refractione transmutat in Imaginem Solis oblongam & coloratam pt (§. 183), eadem fere distantia charta alba excipiendam, qua Imago rotunda num. 2. excipiebatur, huc tamen illucve movenda, donec rectilinea Imaginis latera quam maxime distincta appareant.

Aliter.

1. Foramen majus, cujus latitudo 2 circiter pollicum lamina metallica muniatur, in quo nonnisi exiguum admodum sit foramen F, veluti  $\frac{1}{10}$  unius digiti. Tab. III. Fig. 83.
2. Quodsi Radius Luminis per id in Cameram obscuram incidens fuerit admodum declivis, ope speculi B ita reflectatur, ut pavimento sit ad sensus parallelus, quo citra inclinationem ad ipsum longius progrediatur, & ad corrigendam irregularitatem reflexionis excipiat tabu-

(a) Transact. Anglic. n. 80. p. 3075. it. n. 83. p. 4061. & seqq. &c.

(b) Vid. Transact. Anglican. 85. p. 5018.

(c) Transact. Anglic. Num. 348. p. 431. & seqq.

(d) In Phys. Element. Mathem. Tom. 2. c. 19. 20. p. 84. & seqq.

- tabula T ad libitum atrollenda, vel deprimenda, donec is transeat per foramen  $f_{\frac{1}{18}}$  unius digiti.
3. Radius per foramen  $f$  transiens excipiat Lente utrinque convexa L in distantia diametri convexitatis, veluti 9 pedum, si Radius fuerit  $4\frac{1}{2}$  pedum.
  4. Pone Lentem L statuatur Prisma P eo situ, ut axis sit ad Horizontem perpendicularis & Radius per Lentem refractus nova refractione in Prismate facta abeat in Imaginem coloratam oblongam.

Dico Lumina heterogenea ita a se invicem esse separata, ut singula Lumina colorata pro simplici Lumine haberi possint: id quod per sequens Experimentum a posteriori patet, & ex superioribus cum NEWTONO ita ostenditur.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam spectrum oblongum coloratum, quod vi primæ refractionis prodit, secunda refractione in latus facta, non sit Imago quadrata, sed priori similis, situ tantummodo inclinato (§. 109); evidens est Lumen secunda refractione non æque in latitudinem, quemadmodum prima in longitudinem extendi. Quoniam latitudo Imaginis ea est, quæ Solis diametro respondet, & lateribus parallelis excurrentibus superiori ac inferiori parte arcu convexo terminatur; porro hinc colligitur, Imaginem oblongam ex rot constare circulis seu Imaginibus rotundis, quot sunt colores diversi, & secunda refractione, cum similis prorsus prodeat priori Imago, unumquemque circulum uniformi re-

fractione tantummodo alio transferri. Enimvero si majores fuerint circuli, foramine ampliori existente invicem confunduntur, ut Lumen adhuc compositum sit. Quod si vero diametri minuantur, foramine imminuto, centrorum situ atque distantii minime mutatis circuli minores non amplius, quemadmodum ante, confunduntur, ut minimum circa centrum cujuslibet circuli prodire debeat Lumen satis simplex, præsertim ubi Lente utaris ad penumbram auferendam. Atque ita patet utroque, quem exposuimus modo, Lumina heterogenea a se invicem separari. *Q. e. d.*

#### OBSERVATIO XIII.

201. Quod si Imago colorata per Problema præcedens facta, Radium separationem prodiens, tabella inter latera sustentaculi sursum deorsum mobili excipiat & per exiguum foraminulum Lumen unius coloris solum transmissum ope Prismatis secundi denuo refringatur, Imago charta alba excepta est rotunda & ejusdem coloris sive Oculo nudo, sive per Prisma ipsam intuenti apparet; nisi solus per foramen transmittatur; nisi quod Lumen rubrum altissimo, cæruleum infimo loco compareat. Ceterum Experimentum eodem successu instituitur, si Radius declivis Luminis per foramen, cujus diameter est digiti dimidii, in cameram obscuram immisus per Prisma in sustentaculo circa axem suum volubile in aliud reflectatur & in eo refractum, ut Imago prodeat colorata, per foramen tabula inter ejusdem sustentaculi, quod Prisma alterum circa axem-

volubile continet, latera sursum deorsum mobilis, cujus diameter nonnisi  $\frac{1}{3}$  unius digiti, transmittitur; spectrum vero coloratum ut ante in distantia 10 aut 12 pedum excipitur.

COROLLARIUM I.

202. Quoniam Lumina colorata a permixtione separata nulla refractione amplius mutantur, sed eundem constanter colorem retinent; evidens est omne Lumen homogeneum proprium habere colorem & Lumina illa, qualia per Prisma prodeunt, esse simplicia, atque eorum colores esse colores primarios, quorum permixtione prodeunt colores compositi.

COROLLARIUM II.

203. Nullus adeo color ex modificationibus Luminis oritur; colores vero permanentes Corporum inde sunt, quod alia Corpora alios Radios copiosius reflectant.

SCHOLION I.

204. Hinc videas nullo alio Lumine collustrata magis resplendere cœrulea, quam cœruleo; nec rubra magis quam rubro; ac ita porro.

SCHOLION II.

205. Equidem industrius Natura scrutator MARIOTTUS factis accurate Experimento se observasse proficitur, cum in distantia 30 circiter pedum colorem violaceum, qui majus quam 3 linearum spatium occupabat, per crenam duarum linearum trajetum Prismate alio valde oblique opposito exciperet, quandam ejus partem in colorem cœruleum & ru-

brum transmutatum fuisse, hincque falsitatem Theoriae NEWTONIANÆ concludit (a). Enimvero cum non totum Lumen violaceum in alios diversos colores abierit; id saltem inde colligitur, separationem Radiorum diversis coloribus imbutorum in prima refractione non fuisse absolutam: id quod Experimento præsentis conforme, minime autem Experimentum istud ad Theoriam illam funditus evertendam facit, quemadmodum visum iis, qui Radiorum heterogeneorum separationem NEWTONIANAM ignorarunt.

SCHOLION III.

206. Enimvero ut Corpora hos Radios facilius quam alios reflectant, ab ipsorum textura derivandum. Videmus enim mutata textura Corporum, mutari quoque colorem. E. gr. si frustulis Ligni Nephritici aquam limpidam affundas, intra 24. circiter horarum spatium extrahetur color, qui Oculo inter Lumen seu fenestram & tinturam posito intense cœruleus minimeque perspicuus apparet; tintura autem inter Lumen seu fenestram & Oculum collocata, perspicuus & ruber videtur. Quodsi Olei Vitruli guttas aliquot instillaveris, quod vi corrosiva particulas ex Ligno extractas dissolvit texturamque tinturæ variat; color ex omni parte flavus est. Si vero Oleum Tartari per deliquium affuderis, quod massulas dissolutas iterum coagulat, color pristinus anceps redit. Sed quoniam hæc & innumera alia Physicæ sunt considerationis, ideo ea non persequimur; suo loco eadem reservantes.

(a) Essai de la Nature des Couleurs. pag. 207. & seqq.

CAPUT V.

De Visione Magnitudinis.

DEFINITIO XXXVII.

Tab. 207. *Angulus Opticus seu Visorius*  
III. ABC est, quem intercipiunt  
Fig. 34. *Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.*

Radii AB & BC ab extremis Objecti Punctis in centrum Pupillæ ducti.

E

DEPT



## DEFINITIO XXXVIII.

208. *Magnitudinem apparentem appello, quam Angulo Optico metimur.*

## AXIOMA V.

209. *Quæ sub eodem vel aequali Angulo videntur, æqualia apparent. Quod vero videtur sub majori, id apparet majus: quod sub minori videtur, minus apparet.*

## SCHOLIUM.

210. *Hæc Propositio ab Opticis instar Axiomatis assumitur, quia innumeris Experimentis confirmari potest. Sane Sol & Luna, quia sub Angulo ad sensum æquali videntur, æquales apparent. Unde etiam Astronomi magnitudinem apparentem stellarum ex Angulo Optico æstimare solent. Nec ratione caret. Etenim Objecta videntur æqualia, si Imagines in Oculo æquales fiant, & illud majus est altero, cujus Imago in Oculo delineatur major. Si autem Angulus Opticus idem est, ex principiis Dioptricis demonstrari potest, Imagines quoque in Retina æquales esse. Ex iisdem constat, Imaginem esse majorem, si Angulus Opticus major; minorem vero, si is minor extiterit.*

## THEOREMA XXIX.

Tab. III. Fig. 35. 211. *Idem Objectum DF in vicinia majus apparet, quam e longinquo.*

## DEMONSTRATIO.

Aut enim crura Anguli CAH, sub quo videtur Objectum CH e longinquo, cadunt in crura Anguli DAF, sub quo idem videtur in distantia minore, aut extra crura hujus Anguli, aut intra eadem. Intelligatur itaque HC ipsi DF parallela & CH=DF, *vi hypoth.* ex A vero demissa ad DE perpendicularis AE, q<sup>æ</sup> eadem erit ad CH perpendicularis (§. 230 *Geom.*). Quodsi AC caderet in

AD, & AH in AF; tum foret ob  $\triangle\triangle$  DAF & CAH similia (§. 268 *Geom.*) AE : AB = DF : CH (§. 296 *Geom.*); consequenter ob AE < AB *per hypoth.* DF < CH contra hypothesein. Crura igitur Anguli CAH non cadunt in crura Anguli DAF, multo minus extra ea cadere possunt. Cadunt adeo intra crura Anguli DAF, consequenter Angulus CAH < DAF, hincque Objectum idem e longinquo minus apparet, quam in vicinia (§. 209). Q. e. d.

## THEOREMA XXX.

212. *Magnitudines apparentes Objecti ADC & ABC sunt in ratione minore quam distantie DG & BG reciproce; in majoribus tamen distantiis sunt ad sensum ut distantia istæ reciproce.* Tab. III. Fig. 34.

## DEMONSTRATIO.

Ponamus magnitudinem apparentem fieri subduplam; erit  $o = 2x$  (§. 208). Est vero  $o = x + y$  (§. 239 *Geom.*). Ergo  $x = y$ , consequenter DG = DB (§. 253 *Geom.*). Quare cum BG sit distantia ab Oculo *per hypoth.* adeoque Angulus ad G rectus (§. 225, 78 *Geom.*); DC > DG (§. 220 *Geom.*); consequenter DB > DG (§. 89 *Arithm.*) & hinc BG > 2DG (§. 90 *Arithm.*). Quoniam igitur  $o : x = 2DG : DG$  *per demonstr.* BG ad DG rationem majorem habet quam  $o$  ad  $x$  (§. 203 *Arithm.*), seu quod perinde est,  $o$  ad  $x$  rationem minorem habet quam BG ad DG. Quod erat unum.

Quodsi distantia DG augeatur, donec Angulus  $o$  paucorum minorum secun-



cundorum fiat, Anguli  $m$  &  $n$  ad sensum non different (§. 241 *Geom.*), adeoque nec  $DC$  a  $DG$  (§. 253 *Geom.*) consequenter nec  $DB = DC$  per demonstr. a  $DG$  ad sensum differre potest (§. 87 *Aritbm.*). Est adeo  $BG = 2DG$  & hinc ut  $BG$  ad  $DG$  ita  $o$  ad  $x$ . Quod erat alterum.

THEOREMA XXXI.

Tab. 213. Cotangentes magnitudinum apparentium parentium dimidiarum  $o$  &  $x$  ejusdem Fig. 34. Objecti  $AC$ , sunt ut distantie  $DG$  &  $BG$ .

DEMONSTRATIO.

Quoniam Angulus  $n$  rectus est (§. 225 *Geom.*); si  $GC$  sumatur pro sinu toto, erunt  $GD$  &  $GB$  tangentes Angulorum  $GCD$  &  $GCB$  (§. 7 *Trigon.*), hoc est, cotangentes dimidiarum Angulorum  $o$  &  $x$  (§. *Trigon.*). Est itaque cotangens ipsius  $o$  ad cotangentem ipsius  $x$ , ut  $DG$  ad  $GB$ . Q. e. d.

PROBLEMA XIII.

Tab. 214. Data magnitudine apparente dimidia  $ABG$ , una cum distantia  $BG$ ; Fig. 34. dimidiam magnitudinem veram  $AG$  invenire.

RESOLUTIO.

Quoniam Angulus ad  $G$  rectus est (§. 225 *Geom.*), reperietur  $AG$ , inferendo (§. 40 *Trigon.*)

ut sinus totus

ad tangentem dimidia magnitudinis apparentis  $ABG$ ,

ita distantia  $BG$

ad dimidiam magnitudinem veram  $AG$ .

Eadem  $AG$  invenitur inferendo (§. 36 *Trigon.*).

Ut Cofinus magnitudinis apparentis dimidia  $ABG$

(hoc est, sinus Anguli  $BAG$ )

ad sinum ejusdem;

ita distantia  $BG$

ad magnitudinem veram dimidiam  $AG$ .

E. gr. Sit  $ABG = 15^\circ$ ,  $BG$  30 pedum; erit

Log. sin. tot.	100000000
Log. tang. $ABG$	94280525
Log. $BG$	14771212
Log. $AG$	0.9051737

cui in Canone quam proxime respondent  $8^\circ 4''$ .

Aliter.

Log. Cofin. $ABG$	99849438
Log. Sin. $ABG$	94129962
Log. $BG$	14771212
Logg. Summa	108901174

Log.  $AG$  0.9051736  
qui cum ante invento idem est.

COROLLARIUM.

215. Quodsi  $ABG$  ponatur dimidii scrupuli secundi &  $BG$  6 digitorum; cum tangens dimidii scrupuli secundi sit 24, reperitur  $AC = \frac{144}{10000000}$  adeoque  $CG = \frac{288}{10000000}$ , hoc est, fere  $\frac{3}{34713}$  (§. 227 *Aritbm.*), adeoque minor quam  $\frac{1}{30000}$  unius digiti. Unde assumere licet, Objecta, quae sub Angulo unius minuti secundi videntur, non amplius apparere, sed instar Punctorum ab Oculo exhiberi.

SCHOLION.

216. Si sinus totus sit 10000000, sinus 10 scrupulorum secundorum vi Canonis majoris PITISCI est 484. Unde sinus dimidii scrupuli 24 (§. 23 *Trig.*); consequenter cum tangens unius minuti in istiusmodi particulis a sinu non amplius differat, teste Canonis Sinuum &

*Tangentium communi, etiam Tangens dimidii scrupuli secundi est 24.*

#### PROBLEMA XIV.

Tab. 217. *Data dimidia magnitudine ve-*  
III. *ra AG, una cum distantia ab Oculo BG;*  
Fig. 34. *invenire magnitudinem apparentem di-*  
*midiam ABG.*

#### RESOLUTIO.

Cum in Triangulo ABG dentur, præter rectum G (§. 225 *Geom.*), latera AG & BG, invenitur cosinus magnitudinis apparentis ABG, hoc est, sinus Anguli BAG (§. 38 *Trig.*).

Exemplum est inversum præcedentis.

#### COROLLARIUM.

218. Quodsi ergo Objectum aliquod tanto intervallo removeatur ab Oculo, cui directe opponitur, donec ob imminutam continuo magnitudinem apparentem visui subducatur & distantia ab Oculo mensuretur; per Problema præsens definietur magnitudo apparens seu Angulus Visorius, quem illud subtendit, ubi instar Puncti apparet.

#### PROBLEMA XV.

Tab. 219. *Data dimidia magnitudine ve-*  
III. *ra AG; invenire distantiam BG, ad*  
Fig. 34. *quam sub dato Angulo ABG videtur.*

#### RESOLUTIO.

Quoniam in Triangulo ABG, præter rectum G (§. 225 *Geom.*), datur etiam Angulus ABG, una cum crure AG, invenitur basis BG (§. 36 *Trig.*).

E. gr. Sit AG 30 pedum, ABG 25°;

Log. sin. ABG	9.6259483
Log. sin. BAG	9.9572757
Log. AG	1.4771212

---

1.4343969

Log. BG 1.8084486, cui in Ta-

bulis quam proxime respondent 64' 3" 3<sup>'''</sup>.

Quodsi BG sumatur pro sinu toto, erit AG tangens Anguli ABG, adeoque reperitur etiam BG inferendo: ut Tangens Anguli ABG, ad sinum totum: ita AG, ad BG.

#### COROLLARIUM.

220. Quodsi Angulus ABG fiat dimidii scrupuli secundi, definietur distantia, ad quam Objectum integrum AC instar Puncti apparere, adeoque non amplius videri debet (§. 213).

#### SCHOLION.

221. Quodsi per Experimentiam (§. 217) definatur Angulus, sub quo desinit Visio distincta Objecti; per præsens Problema determinari potest distantia, in qua Visio Objecti distincta esse desinit, ita ut non amplius discerni possit. Quamvis autem distincta sensim sensimque esse desinat Visio, neque adeo in puncto fiat; in Praxi tamen seligendum est Punctum, ubi non amplius Objectum discerni possit, nec summa in hisce talibus accurate opus est.

#### THEOREMA XXXII.

222. *Qua sub eodem Angulo CAH Tab. videntur GI & CH, habent magnitudines distantias AE & AB proportionales.* Fig. 35. III.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam enim GI ipsi CH parallela per hypoth. erit  $o = x$  (§. 233 *Geom.*), adeoque Triangula GAI & CAH similia sunt (§. 267 *Geom.*). Quare cum AB si ad CH (§. 225 *Geom.*), adeoque etiam ad GI (§. 230 *Geom.*) perpendicularis; erunt AE & AB altitudines Triangulorum GAI & CAH (§. 227 *Geom.*), consequenter  $GI:CH = AE:AB$  (§. 396 *Geom.*). Q. e. d.

PROBLEMA XVI.

223. Invenire distantiam AB, ad quam ab Oculo removendum est Objectum magnitudinis data CH, ut videatur tanta magnitudinis, quanta apparet GI in distantia data AE.

RESOLUTIO.

Quoniam  $GI:CH=AE:AB$  (§. 122); datis GI, CH & AE, reperitur AB per Regulam trium (§. 302 *Arithm.*).

E. gr. queritur, ad quam distantiam ab Oculo removeri debeat Objectum 30 pedum, ut appareat æquale Objecto 6 pedum, quod videtur in distantia 20 pedum.

Quoniam  $GI=6$ ,  $CH=30$ ,  $AE=20$ : erit  $AB=20.30:6=100$ .

PROBLEMA XVII.

Tab. VII. Fig. 84. 224. Invenire altitudinem BD supra lineam Horizontalem BH per Oculum A positione datum ductam, in qua elevari debet Objectum date altitudinis DE, ut tantum appareat quantum Objectum aliud altitudinis similiter data BC in data distantia Oculi AB.

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

1. Quoniam in Triangulo ABC ad B rectangulo (§. 225 *Geom.*) datur distantia Oculi AB & altitudo Objecti BC, cui æqualis apparere debet altitudo Objecti elevandi DE; Angulus BAC, sub quo in A videtur Objectum BC, reperiri potest (§. 40 *Trigon.*): cui æqualis est DAE (§. 209).

2. Concipiatur jam Circulus transiens per puncta A, D & E, cujus centrum sit in G; erit Angulus DGE duplus Anguli DAE modo inventi

(§. 313 *Geom.*). Quare si ex centro G demittatur perpendicularis GF; erit  $DF=\frac{1}{2} DE$  &  $DGF=\frac{1}{2} DGE$  (§. 184 *Geom.*) = DAE. In Triangulo igitur rectangulo DFG ad F rectangulo, datis Angulis & latere DF, reperiuntur latera FG & DG (§. 36 *Trig.*).

3. Demittatur ex centro G ad BO perpendicularis GH: cum etiam sit FB ad BO perpendicularis *per hypoth.* erit GH parallela ipsi FB (§. 256 *Geom.*) adeoque perpendiculares GF & BH inter GH & FB interceptæ æquales sunt (§. 226 *Geom.*). Quare si ex FG paulo ante inventa subtrahatur distantia Oculi BA, relinquetur AH.

4. In Triangulo itaque AGH ad H rectangulo, datis AH &  $AG=DG$  (§. 40 *Geom.*), reperitur GH (§. 417 *Geom.*).

5. Quoniam denique ipsi GH æqualis est FB *per demonstr.* si inde subtrahatur dimidia altitudo Objecti elevandi FD; relinquetur altitudo quæsitæ BD. *Q. e. f. & d.*

E. gr. Sit distantia oculi AB 8' & quæratur altitudo, in qua elevari debeat Objectum altitudinis 9 pedum; ut appareat 5 pedum: erit BC 5 & DE 9', adeoque DF 45". Inferatur ergo;

Log. AB	0.9030900
BC	0.6989700
Sin. tot.	10000000

Tang. BAC 9.7958800, cui in Tabulis quam proxime respondent 32°.

Est igitur Angulus DGF 32°. Quare cum ad F sit rectus & DF 45"; inferatur porro:

Log. fin. DGF	97242097
Log. DF	16532125
Log. fin. tot.	100000000
Log. DG	1.9290028
Log. fin. tot.	100000000
Log. DG	1.9290028
Log. Cofin. DGF	99284205
Log. GF	±1.8574233
Est igitur $DG=AG=85''$ & $FG=BH=72''$ .	

Quoniam BH minor pròdit ipsa BA, id indicio est punctum A in præsentè casu cadere in O. Quamobrem ex  $BO=80''$  subtrahatur  $BH=72''$ ; relinquetur  $HO=AH$  (§. 291 *Geom.*) = 8. Quamobrem si  
 a Quadrato AG 7225  
 subtr. Quadr. AH 64

relinquetur Quadr. GH 7161  
 unde extracta Radix 845''' est GH. Ablata hinc DF 450''' relinquitur altitudo quæsitæ BD 395''', quæ in præsentè casu minor quam BC = 500'''.

Sit  $AB=12'$ ,  $BC=6'$ ,  $DE=18'$ , adeoque  $DF=9'$ ; erit

Log. AB	10791812
BC	0.7781513
Sin. tot.	100000000
Tang. BAC	96989701
BAC =	26° 33'
Log. fin. DGF	96502868
Log. fin. DF	0.9542425
Log. fin. tot.	100000000
Log. DG	1.3039557
Log. Cof. DGF	99516020
Log. GF	±1.2555577
DG = 26'	GF = 18'
AG <sup>2</sup> = 400	AB = 12
AH <sup>2</sup> = 36	AH = 6
	BF = 19
GH <sup>2</sup> = 364	DF = 9
GH = 19	BD = 10

*Aliter.*

Idem Problema etiam absque Trigonometria solvi potest. Etenim

1. Quoniam Angulus  $FGD=BAC$  per demonstr. &  $\triangle DFG$  &  $BAC$  ad F & B rectangula; erit  $CB:BA=DF:FG$  (§. 267 *Geom.*). Quamobrem cum dentur CB, BA & DF; reperietur FG (§. 302 *Arithm.*).
2. Hinc porro reperitur DG (§. 417 *Geom.* & §. 269 *Arithm.*) = AG (§. 40 *Geom.*).
3. Quodsi ergo ex  $FG=BH$  subtrahatur AB; relinquetur AH & inde porro reperietur GH (§. 417 *Geom.* & §. 269 *Arithm.*).
4. Denique ex GH subducatur DF; relinquetur altitudo quæsitæ BD.  
 E. gr. sit ut ante  $AB=12'$ ,  $BC=6'$ ,  $DE=18'$ ; erit  $DF=9'$ . Unde porro reperitur  $FG=18'$  & ob  $DG^2=FG+DF^2=324+81=405$ ,  $DG=20'$ , atque hinc tandem  $BD=10'$ , ut ante.

## PROBLEMA XVIII.

225. Data altitudine BD, in qua Tab. consistere debet Objectum DE; invenire VII. quanta ipsius esse debeat longitudo, ut Fig. 84. in distantia Oculi data AB videatur alteri longitudinis data BC æquale.

## RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

Sint omnia ut in Problemate præcedente, &

1. Ex datis in Triangulo ABC ad B rectangulo cruribus AB & BC investigetur, ut ibidem num. 1. Angulus BAC, cui æqualis est DGF, cuiusque complementum ad rectum est GDF, quemadmodum ibidem ostendimus.
2. Eodem modo ex datis in  $\triangle ABD$ ; præter rectum B, cruribus AB & BD, in.

investigetur latus AD & Angulus BDA, (§. 40, 38 *Trigon.*), qui cum Angulo GDF ex duobus rectis subductus relinquit Angulum GDA.

4. Datis itaque in  $\triangle$  DAG, ob crura DG & GA æqualia (§. 40 *Geom.*) æquicrura, (§. 89 *Geom.*) præter latus AD *vi num.* 2. omnibus Angulis (§. 248 *Geom.*) invenitur crus DG (§. 36 *Trigon.*).

5. Atque ita tandem datis, in  $\triangle$  DFG ad F rectangulo, Angulo obliquo DGF *vi num.* 1. & latere DG *vi num.* 4. reperitur DF (§. 36 *Trigon.*) cujus duplum est longitudo Objecti quæsita DE (§. 184 *Geom.*). *Q. e. i. & d.*

Sit e. gr. veluti in Exemplo posteriori AB=12', BC=6', BD=10; reperietur ut ibidem angulus DGF 26° 33'. Jam porro

Log. BD	1.0000000
BA	1.0791812
Sin. tot.	1.0000000
<hr/>	
Tang. BDA	10.0791812
Ergo BDA	50° 11'
FDG	63 27
<hr/>	
Summa	113 38
Anguli ad D	179 60
<hr/>	
GDA	66 22
<hr/>	
2GDA=D+A	132 44
D+A+G	179 60
<hr/>	
DGA	47 16
Log. sin. BDA	9.8854162
BA	1.0791812
fin. tot.	1.0000000
<hr/>	
Log. DA	1.1937650
Log. sin. DGA	9.8660036
DA	1.1937650
fin. DAG	9.9619569
<hr/>	
Log. Summa	1.11557219
Log. DG	1.2897183

Log. sin. tot.	1.00000000
Log. DG	1.2897183
Log. sin. DGF	9.6502868

$$DF = 10.9400051$$

Cui in Tabulis quam proxime respondent 9'.

### PROBLEMA XIX.

226. Data altitudine Objecti elevan. Tab. di DE & altitudine DB, in qua consti. VII. tui debet; invenire distantiam BA, in Fig. 84. qua Oculo cum Objecto data altitudinis BC ejusdem altitudinis apparet.

### RESOLUTIO.

Sit DE=a, BD=b, BC=c, BA=x; quoniam per ea, quæ in Problematum præcedentium resolutione demonstrata sunt,  $DF = \frac{1}{2}a$  & Anguli ad F atque B recti, Anguli vero BAC & DGF æquales; erit

$$BC : DF = BA : FG \quad (\text{§. 267 } Geom.).$$

$$c : \frac{1}{2}a = x : \frac{ax}{2c}$$

$$\& DG^2 = AG^2 = DF^2 + FG^2 \quad (\text{§. 417 } Geom.).$$

$$= \frac{1}{4}a^2 + \frac{a^2 x^2}{4c^2}$$

$$\text{Jam porro } AH = \frac{ax}{2c} - x$$

$$\& GH = b + \frac{1}{2}a, \text{ adeoque}$$

$$GA^2 = AH^2 + GH^2$$

$$= \frac{a^2 x^2}{4c^2} - \frac{ax^2}{c} + x^2 + b^2 + ab + \frac{1}{4}a^2$$

Habemus itaque subtrahitis a se invicem valoribus ipsius GA<sup>2</sup>,

$$x^2 - \frac{ax^2}{c} + b^2 + ab = 0$$

$$cx^2 - ax^2 + b^2c + abc = 0$$

$$abc + b^2c = ax^2 - cx^2$$

$$\frac{abc + b^2c}{a - c} = x^2$$

$$a - c$$

Regu-



*Regula 1.* Quærat ad differentiam magnitudinum datarum BC, & DE, magnitudinem minorem BC, & factum ex altitudine DB, in qua constitui debet Objectum DE, in compositam BE ex eadem altitudine DB & altitudine Objecti elevandi DE, numerus quartus proportionalis.

2. Ex hoc extrahatur Radix, quæ erit distantia quæsitæ BA.

E. gr. sit  $DE=18$ ,  $DB=11$ ,  $BC=6$ ; erit  $BE=29$ , & BE.  $DB=319$ . Unde reperitur  $AB^2=6.319:12=159$ . Quamobrem  $AB=12$ .

### THEOREMA XXXIII.

Tab. 227. Si Oculus O intra parallelas  
III. AB & CD ponatur, parallela versus pla-  
Fig. 36. gam ipsi oppositam convergere videntur.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam AB ipsi CD parallela per hypoth. erit  $FE=BD$  (§. 226 Geom.). Cum igitur FE & BD Oculo directe opponantur; intervallum BD minus apparere debet viciniore FE (§. 211). Eodem modo ostenditur, intervallum quodlibet ulterius minus apparere debere ipso BD & ita porro. Distantiæ itaque rectarum AB & CD continuo minui, consequenter versus plagam Oculo oppositam parallelæ AB & CD convergere videntur (§. 84 Geom.). *Q. e. d.*

#### COROLLARIUM.

228. Quodsi tanta fuerit longitudo parallelarum AB & CD, ut distantia earum a se invicem Oculo in O posito instar Puncti appareat (§. 215); parallelæ coire videbuntur in illo Puncto, ibique visus terminabitur.

### THEOREMA XXXIV.

Tab. 229. Subiensa AB in omnibus pun-  
III. ctis D, C, E, &c. arcus segmenti ACB  
Fig. 37.

æqualis apparet; Diameter vero GD in singulis Peripheria punctis.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam enim Anguli ADB, ACB, AEB &c. æquales sunt (§. 215 Geom.); subiensa AB in punctis D, C, E, &c. videtur sub eodem Angulo. Æqualis itaque in singulis istis punctis apparet (§. 209). *Quod erat unum.*

Quodsi ab extremitatibus Diametri D & G ad quodcunque Peripheriæ punctum E rectas DE & EG ducas; Angulus E semper erit rectus (§. 317 Geom.). Diameter adeo Circuli in singulis Peripheriæ punctis sub æquali Angulo videtur (§. 145 Geom.), consequenter æqualis apparet (§. 209). *Quod erat alterum.*

#### COROLLARIUM I.

230. Optima igitur Theatrorum figura est segmentum Circuli, in quo subiensa Actoribus, arcus Spectatoribus locum concedit.

#### SCHOLIUM.

231. Non jam urgeo, quod hæc figura etiam sit rectilinearum eodem ambitu comprehensarum capacissima.

#### COROLLARIUM II.

232. Quodsi ergo Oculus moveatur in Peripheria satis magna, per longinquum intervallum ad Objectum aliquod AB accedere, vel ab eo recedere poterit, ut tamen magnitudo ejus semper videatur eadem.

### THEOREMA XXXV.

233. Si Oculus fuerit immotus in A, Tab.  
recta autem BC ita moveatur, ut extre- III.  
mitates semper cadant in Peripheriam; Fig. 38.  
ejusdem constanter magnitudinis apparebit.



DEMONSTRATIO.

Ponamus enim BC transferri primum ex BC in CD, deinde ex CD in DE. Quoniam  $BC = CD = DE$  (§. 81 *Arithm.*), arcus cognomines æquales sunt (§. 289 *Geom.*). Cum igitur etiam Anguli BAC, CAD, DAE æquales sint (§. 315 *Geom.*); recta BC in omni situ ejusdem magnitudinis apparet (§. 209). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

234. Cum Polygonum Regulare Circulo inscriptibile sit (§. 348 *Geom.*); Oculo in uno Angulo posito latera æqualia apparent.

THEOREMA XXXVI.

Tab. III. Fig. 39. 235. *Quæ Oculis uno obtutu comprehendit, intra ambitum Anguli recti continentur.*

DEMONSTRATIO.

Sit Oculus in O, & intervallum quodcunque AB in infinitum excurrens: Radius ab uno extremo A in Oculum cadens AO sit ad AB perpendicularis. Sumatur intervallum quodcunque AD, ducaturque recta OD. Quoniam Angulus A rectus est (§. 78 *Geom.*); erit AOD recto minor (§. 241 *Geom.*). Intervallum igitur, quod Oculo spectandum exhiberi potest, intra limites Anguli recti coercetur. *Q. e. d.*

SCHOLION.

236. Facile Theorema præsens Experimento confirmatur. Angulo enim recto in Tabula Horizontali descripto & recta ex vertice ducta bifariam diviso, si in eadem duo styli perpendiculares erigantur & Oculus ad verticem Anguli applicetur, ita ut ab eo, qui eidem vicinior, tegatur remotior; nullum extra Anguli

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

recti crura posito Objectum in Oculum incur-rere observabis.

THEOREMA XXXVII.

237. Si Objecti DF Oculo A directæ Tab. III. Fig. 35. oppositi magnitudo dimidia DE fuerit distantia AE æqualis; Objectum totum visu comprehenditur, nec quicquam amplius ultra ejus limites conspici potest.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AE distantia Objecti visibilis ab Oculo per hypoth.; erit ea ad DF perpendicularis (§. 225 *Geom.*). Cum adeo Angulus E sit rectus (§. 78 *Geom.*) &  $AE = DE$  per hypoth.; erit DAE semirectus (§. 241 *Geom.*). Eodem modo ostenditur, esse FAE semirectum, consequenter DAF rectum. Objectum itaque totum uno obtutu comprehenditur, nec extra ejus limites quicquam amplius conspicitur (§. 235). *Q. e. d.*

THEOREMA XXXVIII.

238. Si distantia AE Objecti DF Oculo directæ oppositi fuerit minor dimidia Tab. III. Fig. 35. magnitudine DE; Objectum integrum uno obtutu non comprehenditur, sed ejus tantum aliqua pars videtur, & quidem minor, si AE minorem ad DE habuerit rationem.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AE perpendicularis ad DE (§. 225 *Geom.*); erit Angulus E rectus (§. 78 *Geom.*); consequenter ADE & EAD junctum sumti recto æquales (§. 241 *Geom.*). Quare cum  $AE < DE$ , per hypoth. erit Angulus ADE minor al-

tero EAD (§. 189 *Geom.*), consequenter DAE semirecto major. Eodem modo cum ostendatur, esse FAE semirecto majorem; si Oculus DAF Objectum integrum DF uno obtutu comprehendit, non intra ambitum Anguli recti continentur, quæ uno obtutu comprehenduntur: quod cum sit absurdum (§. 236), ut partem tantum Objecti videat Oculus in A opus est. *Quod erat unum.*

Spatia, quæ amplitudinem Visus definiunt, sunt ut distantia (§. 222). Quare si distantia AE ad DE minorem habuerit rationem, adeoque minuitur (§. 203 *Arithm.*); pars quoque visa minor fieri debet. *Quod erat alterum.*

#### COROLLARIUM.

239. Quo propius itaque ad Objectum accedis, eo minorem ejus partem uno obtutu comprehendis.

#### THEOREMA XXXIX.

Tab. 240. Si altitudo Oculi non fuerit di-  
IV. midia Objecti magnitudini aequalis, &  
Fig. 40. si perpendicularum DC ex Oculo in magnitudinem AB, ultra quam is uno obtutu nil amplius comprehendit, demissum ipsam inaequaliter secet; erit distantia inter segmenta AD & DB media proportionalis & contra.

#### DEMONSTRATIO.

Si AB spatium definit, quod uno obtutu Visus comprehendit; erit Angulus ACB rectus (§. 235). Quare si perpendicularum ex Oculo C in AB demittatur; erit DB: DC = DC: DA (§. 327 *Geom.*). Est vero DC distantia Objecti ab Oculo (§. 225 *Geom.*). Ergo hæc

distantia est media proportionalis inter segmenta AD & DB. *Quod erat unum.*

Quodsi fuerit distantia DC media proportionalis inter DB & DA; erit DB: DC = DC: DA. Quoniam vero DC est distantia *per hypoth.* ad AB perpendicularis est (§. 225 *Geom.*), adeoque Anguli ad D æquales sunt (§. 79 *Geom.*), consequenter etiam  $o = u$  (§. 183 *Geom.*). Est vero  $o + x = 90^\circ$  (§. 241 *Geom.*). Ergo etiam  $u + x = 90^\circ$  (§. 87 *Arithm.*). Ultra magnitudinem igitur AB, Visus nihil amplius comprehendit (§. 235). *Quod erat alterum.*

#### PROBLEMA XX.

241. Data distantia Objecti AB; quod amplitudinem Visus definit, ab Oculo C, una cum magnitudine illius Objecti AB; invenire segmenta AD & DB, in quæ a distantia DC secatur.

#### RESOLUTIO.

Quoniam DB: DC = DC: DA (§. 240); non alia re opus est, quam ut distantia Objecti DC inveniantur reciproca DB & DA (§. 262 *Anal. fin.*).

#### PROBLEMA XXI.

242. Data altitudine Objecti AB & altitudine Oculi DB; invenire distantiam DC, ad quam Oculus positus Objectum integrum, nec quicquam amplius, uno obtutu comprehendit. Tab. IV. Fig. 40.

#### RESOLUTIO.

Quoniam DA est differentia inter altitudinem Oculi & magnitudinem Objecti: inter hanc differentiam & altitudinem Oculi quærenda est media proportionalis, quæ erit distantia quæsitæ DC (§. 240).

THEOREMA XL.

243. *Spatia, quæ amplitudinem Visus in diversis distantiiis definiunt, sunt distantiiis proportionalia.*

DEMONSTRATIO.

Spatia, quæ amplitudinem Visus in diversis distantiiis definiunt, intra limites Anguli recti consistunt (§. 235); adeoque sub eodem Angulo videntur (§. 145 *Geom.*). Sunt igitur distantiiis proportionalia (§. 222). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

244. Quo longius itaque Visus exporitur, eo amplius spatium uno obtutu comprehendit: quo citius autem terminatur, eo minus spatium uni obtutui sufficit.

THEOREMA XLI.

Tab. IV. Fig. 41. 245. *Si Objecta diversa magnitudinis AB & DB ex eadem distantia BC videntur, & Radium extremorum alter fuerit ad AB perpendicularis; Tangentes magnitudinum apparentium sunt in ratione magnitudinum verarum AB & DB.*

DEMONSTRATIO.

Radius BC est ad AB perpendicularis, per hypoth. Si ergo BC sumatur pro sinu toto; erit BD Tangens Anguli BCD, AB vero Tangens Anguli BCA (§. 7 *Trigon.*). Sunt vero BCD & BCA magnitudines apparentes verarum BD & BA (§. 208). Quare magnitudinum apparentium Tangentes sunt ut veræ. *Q. e. d.*

PROBLEMA XXII.

Tab. IV. Fig. 42. 246. *Data distantia a Centro Sphæra BC, una cum ejus semidiametro AC; invenire quantitatem portionis ADE, quam Oculus unus obtutu suo comprehendit.*

RESOLUTIO.

Quoniam Radius extremus AB Sphæram necessario tangit in A, ceu ex demonstratione Theorematis 9. (§. 111) manifestum; erit Angulus A rectus (§. 309 *Geom.*), & hinc ABC complementum dimidii arcus AD, qui partem uno obtutu comprehendendam definit (§. 241 *Geom.*), consequenter (§. 38 *Trigon.*),

Ut distantia Oculi a centro CB, ad semidiametrum Sphærae AC; Ita sinus totus, ad cosinum dimidii arcus AD, qui partem Sphærae uno obtutu comprehendendam definit.

E. gr. Sit juxta RICCIOLUM semidiameter Solis AC 33 semidiametrorum Terræ, distantia ejus a Terra CB 7300 erit;

Log. CB	3.8633229
Log. AC	1.5185139
Log. sin. Tot.	10.0000000

Log. sin. ABC 7.6551910, cui in Tabulis quam proxime respondent 15'.

Est ergo arcus AD 89° 45', consequenter ADE 179° 30'.

THEOREMA XLII.

247. *Majorem Sphæra portionem Tab. IV. Fig. 42. Oculus unus contuetur e longinquo, quam e vicino; numquam tamen integrum Hemisphærium uno obtutu comprehendit.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam distantia CB ad semidiametrum Sphærae AC, ut sinus totus ad cosinum dimidii arcus AD, qui portionem Sphærae visibilem definit (§. 246); si distantia minuat, adeoque ratio ejus ad semidiametrum minor redditur

(§. 203 *Arithm.*), ratio quoque sinus totius ad cosinum arcus AD fit minor, consequenter cosinus ipse major evadit (§. 206 *Arithm.*). Cum adeo arcus AD complementum ad quadrantem crescat (§. 11. *Trigon.*); Arcus ipse AD decrescit: e vicinia itaque minore Sphæræ portionem Oculi contuetur, quam e longinquo. *Quod erat unum.*

Si Oculi Hemisphærium integrum uno obtutu comprehenderet; AD foret Circuli quadrans, adeoque Angulus ACB rectus (§. 143 *Geom.*), consequenter AB ipsi CB parallela (§. 256 *Geom.*), & hinc Angulus Visorius ABC nullus: Quod cum sit absurdum, Hemisphærium integrum videri nequit. *Quod erat alterum.*

## THEOREMA XLIII.

Tab. 248. *Longitudines tantum mediocres,*  
III. *non autem magnas Visus comprehendere*  
Fig. 39. *potest.*

## DEMONSTRATIO.

Sit  $AO = 1$ ,  $AD = 57$ . Quoniam sinus totus ad Tangentem Anguli Visorii, ut AO ad AD (§. 40. *Trigon.*); reperietur Angulus Visorius  $89^\circ$ . Quodsi vero AD ponatur 3437; reperietur Angulus Visorius AOD  $89^\circ 59'$  (§. cit. *Trig.*), adeoque pro 3380 distantis Oculi tantummodo relinquitur Angulus  $59'$ , & cum Angulus AOD a recto, qui totam amplitudinem Visus definit (§. 235), nonnisi unico minuto differat; pro omni reliqua longitudine, quæ 3437 distantias seu altitudines Oculi excedit, nonnisi unius minuti Angulus restat. Visus igitur tantum mediocres, non autem magnas longitudines comprehendit.

*Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

249. Cum Angulus Visorius, quo ad distantiam Oculi 6 pedum spectatur longitudo 342 pedum, sit  $89^\circ$ , adeoque omni intervallo reliquo usque ad 20622 pedes nonnisi 59 minuta cedant; longitudines 342 pedibus majores solo adspectu vix dimetiemur.

## COROLLARIUM II.

250. Hinc distantiarum & altitudinum magnarum differentia, quamvis admodum ingentes, nudo adspectu non dignoscuntur.

## THEOREMA XLIV.

251. *Æquales partes ejusdem inter-* Tab.  
*valli AB, BC, CD &c. inæquales* IV.  
*apparent.* Fig. 43.

## DEMONSTRATIO.

Ducatur Radio OB Arcus EF, sitque AO ad AD perpendicularis, adeoque communis altitudo  $\triangle AOB$ ,  $\triangle BOC$ ,  $\triangle COD$  (§. 227 *Geom.*). Sector EOB major  $\triangle AOB$ , adeoque ad  $\triangle OBC$  majorem rationem habet quam  $\triangle AOB$  (§. 203 *Arithm.*). Cum  $\triangle AOB$  &  $\triangle OBC$  communem altitudinem AO habeant; inter se sunt in ratione basium AB & BC (§. 389 *Geom.*). Sector igitur EOB ad  $\triangle OBC$  majorem rationem habet quam AB ad BC. Quare cum sector BOF  $< \triangle OBC$ ; sector EOB ad sectorem BOF multo magis rationem majorem habebit quam AB ad BC. Enimvero sectores EOB & BOF sunt inter se ut arcus EB & BF (§. 415, 389 *Geom.*). Arcus itaque EB ad arcum BF rationem majorem habet quam AB ad BC. Jam  $AB = BC$  per hypoth. Quare arcus EB major arcu BF (§. 158 *Arithm.*). Unde cum arcus AB & BF sint mensuræ Angulorum

lorum EOB & BOF (§. 57 *Geom.*), erit Angulus EOB major Angulo BOC (§. 141 *Geom.* & §. 20 *Arithm.*); consequenter etiam AB majus videtur quam BC (§. 209). Eodem modo ostenditur, BC apparere majus quam CD, & ita porro. *Q. e. d.*

THEOREMA XLV.

Tab. IV. Fig. 44. 252. Si ex Centro Circuli C excutetur ad planum ejusdem perpendicularis quantacunque, vel Linea obliqua utcumque Radio aqualis CF; Oculo in F collocato Diametri omnes DE & AB aequales apparebunt.

DEMONSTRATIO.

Si recta FC ad Diametros DE, AB &c. perpendicularis; Anguli ad C recti sunt (§. 78 *Geom.*) adeoque aequales (§. 145 *Geom.*). Quare cum Radii DC, CB, CE, CA aequales sint (§. 40 *Geom.*) & latus FC Triangulis DFC, BFC, EFC, AFC commune; Anguli cognomines aequales sunt (§. 179 *Geom.*). Radii igitur DC, CB, CE, CA (§. 209), consequenter etiam Diametri DE, AB &c. aequales apparent. *Quod erat unum.*

Si  $AC=CF=CB$ , ex Centro C super AB in plano AFB descriptus semicirculus (§. 135 *Geom.*), transibit per F (§. 40 *Geom.*). Angulus itaque AFB rectus est, (§. 317 *Geom.*). Eodem modo ostenditur, esse DFE rectum. Quare cum Diametri AB & DE sub aequalibus Angulis videantur (§. 145 *Geom.*); aequales apparebunt (§. 209). *Quod erat alterum.*

PROBLEMA XXIII.

253. Invenire punctum F, in quo Tab. IV. Oculo magnitudines AB & BC utcumque inaequales & in directum sita appareant aequales. Fig. 45.

RESOLUTIO.

1. Ex A & B, intervallo AB, facta intersectione in E, ex Centro E per A & B describatur Circulus.
2. Eodem modo determinetur Centrum D, & ex eo per B & C describatur Circulus alius, priorem secans in F.

Dico F esse Punctum quaesitum.

DEMONSTRATIO.

Cum AB & BC sint latera Hexagoni (§. 356 *Geom.*); Arcus cognomines eandem rationem ad suas Peripherias habent (§. 342 *Geom.*). Quare cum Angulorum AFB & BFC mensurae sint Arcus dimidii AB & BC (§. 314 *Geom.*); aequales sint necesse est (§. 141 *Geom.*), adeoque & magnitudines AB & BC Oculo in F aequales apparent (§. 209). *Q. e. d.*

PROBLEMA XXIV.

254. Invenire duo Puncta D & C Tab. IV. ejus conditionis, ut Punctum C sit vicinius utrique extremo magnitudinis AB, quam Punctum D, in viciniori tamen C magnitudo AB minor appareat, quam in remotiori D. Fig. 46.

RESOLUTIO.

1. Quacunque Circini apertura ex A & B fiat intersectio in E & ex E, tanquam Centro, Radio EA, describatur Circulus AIDB.
2. Simili modo determinetur Centrum F, & ex eo Radio FA, describatur Circulus AHCB.



3. Ducatur ad AB continuatam in G perpendicularis GD, quæ Peripheriam majorem in C secet, majori vero in D occurrat.

Dico Punctum D magis distare ab extremis A & B visibilis AB, quam alterum C; in Puncto tamen C minorem apparere magnitudinem AB, quam in D.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam DG perpendicularis ad AG per hypoth.  $BD > BC$  &  $AD > AC$  (§. 417 Geom.). Punctum igitur D magis distat ab A & B quam C (§. 192 Geom.). Quod erat unum.

Quoniam  $ACB = AHB$  &  $ADB = AIB$  (§. 315 Geom.), sed  $AIB > AHB$  (§. 300 Geom.); erit quoque  $ADB > ACB$  (§. 89 Arithm.). Magnitudo igitur AB major apparet in D quam in C (§. 209). Quod erat alterum.

#### THEOREMA XLVI.

Tab. 255. Si Oculus infra magnitudinis  
IV. humilioris FE verticem E fuerit collocatus, & per eum altiore AC spectet; majorem hujus partem videbit in distantia remotiori FH, quam in viciniore FG vel FI.

#### DEMONSTRATIO.

Si Oculus fuerit in H, recta ex H per verticem E in magnitudinem altiore AC ducta partem CB refecat, quæ ab eo spectatur (§. 47). Similiter recta ex G per E ducta GD refecat partem DC, quæ in G spectatur (§. cit.). Quoniam itaque recta GD alteram HB in E secat (§. 50 Geom.) & pars EG infra partem

alterius EH cadit; pars altera DE ipsius DG supra alteram BE ipsius BH cadet (§. cit. Geom.), consequenter  $DC < CB$  (§. 20 Arithm.). Q. e. d.

#### THEOREMA XLVII.

256. Si magnitudo humilior GF fuerit ad altiore DE in ratione distantia-  
rum BF & BE, vel si BF ad BE minorem rationem habuerit quam GF ad DE; Oculus in B collocatus altiore prorsus non videbit.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam GF & DE ad BC perpendiculares sunt (§. 227 Geom.) &  $BF:BE = GF:DE$  per hypoth. Radius BG per verticem humilioris G transiens transibit etiam per D (§. 267 Geom.). Cum adeo Objectum DE non radiet in B; ibi quoque videri nequit (§. 42); adeoque multo minus in propinquiori distantia, hoc est, si  $BF:BE < GF:DE$  (§. 261). Q. e. d.

#### PROBLEMA XXV.

257. Datis altitudinibus GF & DE Tab. II. una cum distantia earundem a se invicem FE; determinare Punctum B, ubi minor majorem conspectui eripere cessat.

#### RESOLUTIO.

Fiat: ut differentia magnitudinum GF & DE,  
ad magnitudinem minorem GF;  
Ita distantia magnitudinum a se invicem FE,  
ad distantiam quæsitam BF.

E. gr. Sit GF 100, DE 140, FE = 3 pedum; erit  $BF = 3.100:40 = 7\frac{1}{2}$ .



DEMONSTRATIO.

Est enim ut  $GF : DE = BF : BE$   
(§. 267 Geom.). Ergo  $DE - GF : GF = BE - BF : BF = FE : BF$  (§. 193 Arithm.). Q. e. d.

PROBLEMA XXVI.

Tab. 258. Datis altitudinibus AC & FE,  
IV. una cum distantia earundem FA, &  
Fig. 47. distantia Oculi ab humiliore FH; invenire partem altioris BC, quæ per verticem humilioris E, ab Oculo infra eum in H posito, videri potest.

RESOLUTIO.

Quia datur distantia Oculi ab Objecto humiliore FH, & distantia humilioris ab excelsoire AF, per hypoth. distantia quoque Oculi ab excelsoire AH datur. Igitur

1. Quærat ad FH, FE & AH quarta proportionalis, quæ erit pars magnitudinis altioris ab humiliore EF conspectui in H erepta AB (§. 262).
2. Quod si adeo ex integra AC per hypoth. data auferatur, relinquetur portio BC, quæ in H spectari potest.

E. gr. Sit  $AF = 30, FE = 100, AC = 140,$   
 $FH = 170$ ; reperietur  $AB = 100, 200 : 170 = 117 \frac{11}{17}$ , unde  $BC = 22 \frac{5}{17}$ .

PROBLEMA XXVII.

Tab. 259. Datis altitudinibus FE & AC,  
IV. una cum distantia FI, ubi primum con-  
Fig. 47. spectui eripitur altior AC; invenire distantiam earum a se invicem.

RESOLUTIO.

Quærat ad altitudinem minorem FE, differentiam altitudinum FE & AC, atque distantiam FI, quarta proportio-

nalis, quæ erit distantia altitudinum quæ sita AF.

E. gr. Sit  $FE = 80, AC = 170, FI = 50$ ; erit  $AF = 90. 50 : 80 = 56 \frac{1}{4}$ .

DEMONSTRATIO.

Est enim  $FE : AC = FI : AI$  (§. 262). Ergo  $FE : AC = FE : FI : AI - FI = FI : AF$  (§. 193 Arithm.). Q. e. d.

PROBLEMA XXVIII.

260. Data altitudine Objecti humilioris EF, una cum distantia excelsoiris ab eodem AF; determinare altitudinem excelsoiris AC, quæ tanta esse debet, ut in data distantia FH, per verticem humilioris E, pars data excelsoiris BC conspici possit. Tab. IV. Fig. 47.

RESOLUTIO.

Quoniam FH & AF dantur, per hypoth. AH quoque datur. Quare

1. Quærat ad FH, FE & HA quarta proportionalis, quæ erit pars altitudinis majoris a minore conspectui in H erepta AB.
2. Huic ergo si addatur pars conspicua BC; prodibit altitudo integra AC. Sit e. gr.  $FH = 300$  pedum,  $FE = 150, AF = 400, BC = 50$ ; erit  $AB = 150. 400 : 300 = 200$ , consequenter  $AC = 250$ .

PROBLEMA XXIX.

261. Determinare altitudinem DB, ad quam collocanda est magnitudo data AB, ut Oculo in E posito tanta appareat, quanta DC ibidem videatur. Tab. IV. Fig. 48.

RESOLUTIO.

1. Ducatur recta EC & in E ad eam excitetur perpendicularis EG, fiatque EF magnitudini datæ æqualis.
2. Fiat porro in F Angulus ipsi FEG æqualis, ut habeatur Punctum G.

3. Ex puncto G demittatur perpendicularis GL ad FE.
4. Producatur DF in I, donec fiat DI = GL &
5. Ex I erigatur perpendicularis IH, quæ ex E, intervallo EG, secetur in H.
6. Tandem ex H, Radio EH, describatur Circulus rectam AD in B & A secans. Dico AB esse magnitudinem in alto collocandam, & DB altitudinem, in qua collocari debet.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam GE ad CE perpendicularis, *per construct.* CE Circulum ex Centro G descriptum per F & E (§. 40 *Geom.*) tangit (§. 304 *Geom.*). Est ergo Angulus in segmento FME Angulo segmenti CEF æqualis (§. 323 *Geom.*). Quodsi jam fiat DI = KH = GL & Radio HE = GF describatur ex H Circulus, erit AB = FE (§. 298 *Geom.*) & hinc ob arcus cognomines æquales (§. 189 *Geom.*) Angulus FME = BEA (§. 315 *Geom.*). Est vero FME = DEC *per demonstrata*. Ergo etiam BEA = DEC (§. 87 *Arithm.*). Videntur adeo DC & AB in E sub æqualibus Angulis, consequenter æquales apparent (§. 209). *Q. e. d.*

## SCHOLION.

262. Quomodo idem Problema per calculum solvatur, in superioribus jam docuimus. (§. 224).

## PROBLEMA XXX.

Tab. 263. Oculo B positione dato; determinare magnitudinem DE, qua in altitudine data AD, appareat magnitudinis CA æqualis.

## RESOLUTIO.

1. Ducatur recta CB, ut habeatur Angulus CBA, sub quo videtur AC.
2. Ex B ad Punctum datum D ducatur recta DB.
3. Fiat arcus GH alteri FI æqualis; ducaturque per H recta BE. Dico, DE esse magnitudinem quæsitam.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam arcus FI alteri GH æqualis; *per construct.* Angulus ABC alteri DBE æqualis est (§. 141 *Geom.*). Cum adeo AC & DE sub æquali Angulo videantur, necessario æquales apparent (§. 209). *Q. e. d.*

## SCHOLION.

264. Idem Problema superius per calculum solvere docuimus (§. 225).

## THEOREMA XLVIII.

265. Si Oculus in tenebris constitutus flammam a splendore Aeris circumfusi non distinguit, & distantia minor, in qua illa ab hoc distinguitur, ad longitudinem flammæ majorem habuerit rationem, quam distantia major, ubi illa cum hoc confunditur, ad Diametrum aggregati ex splendore circumfuso & flammæ; flammæ major videbitur et longinquo, quam e vicinia.

## DEMONSTRATIO.

Est enim ut distantia Oculi ad magnitudinem Visibilis, ita Sinus totus ad Tangentem Anguli Visorii (§. 40 *Trigon.*). Quodsi ergo distantia Oculi inter flammam & splendorem circumfusum distinguere nescientis minorem habuerit rationem ad Diametrum aggregati ex flammæ & splendore circumfuso quam distantia mi-

minor, ubi Oculus illam ab hoc distingu-  
git, ad magnitudinem flammæ; Sinus  
quoque totus in priore casu minorem  
rationem habebit ad Tangentem Anguli  
Visorii, quam in posteriore. Tangens  
igitur Anguli Visorii in priore casu ma-  
ior est, quam in posteriore (§. 206  
*Arithm.*). Quamobrem cum aggrega-  
tum ex flamma & splendore circumfu-  
so sub majore angulo videatur, quam  
flamma sola; illud quoque majus appa-  
ret, quam hæc (§. 209). *Q. e. d.*

SCHOLIION.

266. Apparet adeo ratio, cur faces & can-  
dele accense Oculo in tenebris constituto e lon-  
gino majores appareant, quam in vicinia  
in Aere collustrato. Ponamus enim flammam  
facis accense esse unius digiti & in distantia  
sex pedum optime adhuc distingui ab Aeris  
splendore circumfuso. Recedat Oculus per di-  
stantiam quadruplam, ita ut a facie jam distet  
intervallo 24 pedum, sit vero aggregati ex flam-  
ma & splendore circumfuso Diameter solius  
flamme quintupla, nempe 5 digitorum. Erit ergo  
ratio distantie propioris ad flammam ut 60 ad 1,  
distantie remotioris ad aggregatum ex flamma  
& splendore circumfuso ut 240 ad 5, hoc est,  
ut 48 ad 1: quarum rationem posterior priore  
utique minor (§. 158 *Arithm.*). Quamvis  
vero dubium non sit, quin in majore distantia  
major quantitas splendoris circumfusi a flam-  
ma non distinguatur; quoniam tamen integra  
atritutatis Sphæra finita est, omnique magni-  
tudi assignari possit intervallum, ultra quod  
non amplius videtur (§. 218); evidens quoque  
est, quod detur aliquis terminus, in quo Lux  
igneæ noctu maxima apparere debet, & ultra  
quem Angulus Visorii continuo minuitur, di-  
stantia ulterius crescente. Hunc vero termi-  
num, datis Experimentiis necessariis ex Prin-  
cipiis superioribus in casibus singularibus haud  
difficiliter reperire licebit.

Wolffii Oper. Math. Tom. III.

DEFINITIO XXXIX.

267. Visibile AB dicitur Oculo in D *Tab.*  
*directe opponi*, si unus Radium AD *IV.*  
Centrum Pupillæ attingens fuerit ad id *Fig. 50.*  
perpendicularis. Contra vero AC *obli-*  
*que opponi* dicitur eidem Oculo in D,  
si nullus Radium, qui Centrum pu-  
pillæ attingunt, fuerit ad ipsum perpen-  
dicularis.

THEOREMA XLIX.

268. *Æqualia Objecta* AB & AC,  
quorum alterum AB Oculo D *directe*;  
alterum vero AC eidem oblique objici-  
tur, in eadem distantia *inequalia* appa-  
rent; videturque majus AB, quod *di-*  
*recte* opponitur.

DEMONSTRATIO.

Quia AC & AG sub eodem angulo  
videntur, æqualia apparent (§. 209).  
Est vero AG ipsius AB pars: videtur  
adeo AC parti ipsius AB æqualis, con-  
sequenter minor quam AB (§. 20  
*Arithm.*). *Q. e. d.*

SCHOLIION.

269. Haud difficulter apparet, Theore-  
ma præsens non modo valere de Objectis in  
eodem cum Oculo plano Horizontali sitis; sed  
etiam de aliis, quæ Horizontali insistant.

PROBLEMA XXXI.

270. Data distantia AD Puncti om- *Tab.*  
nium maxime vicini D, una cum Angu- *IV.*  
lo obliquitatis CAD, & magnitudine *Fig. 50.*  
visibilis AC; invenire magnitudinem  
directam AG, cui obliqua AC æqualis  
apparet.

RESOLUTIO.

1. Quoniam Angulus DAC datur una  
G cum

cum cruribus DA & AC, *per hypo.*  
inveniri potest Angulus Viforius  
ADC (§. 40 *Trigon.*).

2. Jam cum Angulus DAG rectus sit  
(§. 78 *Geom.*) & §. 273 *Optic.*); re-  
perietur porro AG (§. 36 *Trigon.*).  
E. gr. Sit AD 75 perticarum, AC vero 58;  
Angulus CAD  $108^{\circ} 24'$ ; erit  $AD + AC$   
 $= 133$ ,  $AD - AC = 17$ ,  $\frac{1}{2}(C + D) = 35^{\circ} 48'$ ,  
adeoque

$$\text{Log. AC} + \text{AD} \quad 21238516$$

$$\text{Log. AD} - \text{AC} \quad 12304489$$

$$\text{Log. Tang. } \frac{1}{2}(C + D) \quad 98580694$$

$$\text{Logg. Summa.} \quad 110885183$$

$$\text{Log. Tang. } \frac{1}{2}(C - D) \quad 89646667$$

$$\text{Ergo } \frac{1}{2}(C - D) = 5^{\circ} 16'$$

$$\frac{1}{2}(C + D) = 35^{\circ} 48'$$

$$\text{Ang. D} = 30^{\circ} 32'$$

$$\text{Log. Sin. tot.} \quad 1000000000$$

$$\text{Log. Tang. D.} \quad 97707261$$

$$\text{Log. AD} \quad 18750613$$

$$\text{Log. AG} \quad 1.6457874$$

$$\text{Est ergo AG 44 perticarum.}$$

## THEOREMA L.

271. Si longitudo AB fiat Basis Semi-  
circuli majoris ADB, & ejus segmen-  
ta qualiacunque AC & CB Bases Se-  
micirculorum minorum secantium cru-  
ra AD & DB in Semicirculo majore;  
Oculis in D, in E & in F positis to-  
ta AB, & segmenta AC & CB vi-  
dentur equalia.

Tab.  
VII.  
Fig. 85.

## DEMONSTRATIO.

Anguli enim D, E & F sunt an-  
guli in Semicirculo *per constr.* adeo-  
que recti (§. 317 *Geom.*); conse-  
quenter inter se æquales (§. 145  
*Geom.*). Videntur itaque tota AB &  
segmenta AC & CB ex D, E & F  
sub iisdem angulis, adeoque æqualia  
apparent (§. 209). *Q. e. d.*

## CAPUT VI.

## De Visione Figura.

## THEOREMA LI.

Tab. 272. *SI* Centrum Pupillæ in directum  
IV. jacet Linea rectæ AB: Linea  
Fig. 51. *instar Puncti* apparet.

## DEMONSTRATIO.

Si enim Centrum Pupillæ in dire-  
ctum jacet Lineæ rectæ AB, fieri omni-  
no nequit, ut a Punctis reliquis præter  
A Radii ad Oculum pertingant (§. 46).  
Quare cum nullum Punctum videatur,  
nisi quod in Oculum radiat (§. 42);

nullum Lineæ AB Punctum, præter A  
videri potest. Recta igitur AB Centro  
Pupillæ in directum jacens instar Puncti  
apparet. *Q. e. d.*

## THEOREMA LII.

273. Si Superficies Oculo directe op-  
ponatur, nec nisi unica Perimetri-Linea  
in eum radiare possit; instar Lineæ ap-  
paret.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam nonnisi unica Perimetri Li-  
nea in Oculum radiare potest. *per hypo.*  
Radii



Radii non aliter in Oculum ingrediuntur, ac si unica tantum Linea adefset. Cum adeo is non aliter afficiatur, quam ab unica Linea afficitur; instar Lineæ quoque Superficies apparere debet (§. 43). *Q. e. d.*

THEOREMA LIII.

274. Si Corpus Oculo directe opponatur, nec nisi unicum Superficies Planum in eum radiare possit; instar Superficies apparet.

DEMONSTRATIO.

Eadem prorsus est, quæ Theorematis præcedentis.

THEOREMA LIV.

Tab. IV. Fig. 52. 275. Arcus ACB ab Oculo O in eodem Plano existente e longinquo visus, instar Lineæ rectæ CE apparet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Arcus CB & recta CE sub eodem Angulo videntur, æquales apparere debent (§. 209). Quamdiu vero recta DF distincte percipitur, Punctum D à Puncto F distingui potest. Sed quando DF ex intervallo OD visum instar Puncti apparet, Puncta D & F non amplius distinguuntur, adeoque unum idemque esse videntur. Hoc cum eodem modo ostendatur de Puncto quocunque altero Arcus CB: idem e longinquo visus instar Lineæ CE apparere debet. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

276. Ex Demonstratione abunde pater, Theorema non tantum de Arcubus Circuli, sed de Arcubus Curvæ cuiuscunque valere.

THEOREMA LV.

277. Sphæra e longinquo visa Circulus apparet.

DEMONSTRATIO.

Portio Superficies Sphæra, quam Tab. IV. Fig. 42. Oculum in B videt, generatur, si Arcus DE circa Axem DC rotetur (§. 470 Geom.). Sed Arcus DE apparet ut recta DF (§. 275). Ergo portio Superficies Sphæra ab Arcu DE descriptæ apparet instar figuræ, quæ rotatione rectæ DF circa Punctum D generatur, hoc est, ut Circulus (§. 131 Geom.). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

278. Cum Arcus quilibet instar rectæ appareat (§. 275); alia quoque Corpora rotunda instar Circuli apparere debent.

THEOREMA LVI.

Tab. IV. Fig. 53. 279. Si tria Visibilia A, B & C in eadem Superficie, sed non in eadem recta collocentur, sique medium B remotius; figuram cavam Oculo exhibebunt: ubi vero fuerit medium B propinquius, convexam.

DEMONSTRATIO.

Cum enim per tria Puncta non in directum jacentia Circulus describi possit (§. 294 Geom.); tria illa Puncta non aliter in Oculum radiabunt, ac si in casu primo in Arcu Circuli concavitate Oculo D obvertente, in altero vero in Arcu Circuli convexitatem Oculo D obvertente posita essent. In illo itaque figuram concavam; in hoc convexam Oculo exhibebunt (§. 43). *Q. e. d.*

THEOREMA LVII.

280. Magnitudines angulose in majori distantia rotunda apparent.

DEMONSTRATIO.

Ex Corpore anguloso fit rotundum, Tab. V. si anguli A, B, C, D refecentur. Jam Fig. 54.



cum omnis magnitudo in certa quadam distantia evanescat, nec amplius videatur (§. 215); anguli quoque A, B, C, D in magna distantia evanescere debent. Magnitudines igitur angulosæ rotundæ appareant necesse est. *Q. e. d.*

### SCHOLIUM.

281. Evidens est, Theorema intelligendum esse non modo de figuris superficialibus; sed & de solidis. Incipit est, quod Turres quadratæ eminus conspectæ rotundæ appareant.

### COROLLARIUM.

282. Quoniam si Circulus Ellipsi vel figuræ cuius rotundæ oblongæ inscribitur, excessus hujus supra illum angulis figuræ angulosæ respondent; Ellipsis seu figura rotunda oblonga instar Circuli apparere debet.

### THEOREMA LVIII.

Tab.V. Fig.55. 283. Si Quadratum aut Rectangulum ABDC uno tantum latere AB Oculo directe obijciatur; in majore distantia Trapezium videbitur.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam enim latera AC & BD sunt parallela (§. 336 Geom.) & Oculus intra ea ponatur; Puncta C & D minus distare videntur, quam A & B (§. 227). Cum itaque rectæ AB & CD inæquales appareant; Quadratum vel Rectangulum Trapezii figuram exhibet (§. 103 Geom.). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

284. Quoniam lineæ parallelæ tandem coire videntur (§. 228); si latera rectanguli AC & BD fuerint longiora, & figura sufficiente intervallo ab Oculo removeatur; Triangulum videbitur (§. 87 Geom.).

### THEOREMA LIX.

285. Si Oculus G ad Centrum E fi-

gura regularis ABDC ita desigatur, ut Tab.V. recta EG sit ad Planum perpendicularis; Fig.56. veram Visibilis figuram videbitur.

### DEMONSTRATIO.

Est enim CE = EB = AE = ED (§. 40 Geom.), AC = CD = DB = AB (§. 106 Geom.), Anguli ad E sunt recti (§. 78 Geom.) & latus GE est omnibus Triangulis GAE, EGB, EGD, EGC communis. Ergo anguli cognominnes æquales sunt & AG = CG = DG = BG (§. 179 Geom.), consequenter etiam anguli AGC, CGD, DGB, BGA æquales sunt (§. 251 Geom.). Videntur adeo tum rectæ AB, BD, DC, CA, tum AE, BE, DE, CE sub æqualibus angulis. Quamobrem tum illæ, tum hæ æquales apparent (§. 209). *Q. e. d.*

### THEOREMA LX.

286. Si Oculus G perpendiculariter Tab.V. in Centrum Circuli E dirigatur, vel di- Fig.56. stantia oblique in ipsum directi GE fuerit Semidiametro AE æqualis; Circuli vera figura videbitur.

### DEMONSTRATIO.

In utroque enim casu omnes Diametri apparent æquales (§. 252). Vera igitur Circuli figura videtur (§. 40 Geom.). *Q. e. d.*

### THEOREMA LXI.

287. Si Oculus G oblique in Centrum Tab.V. figura regularis ABCD vel etiam in Cir- Fig.56. culum dirigatur; vera Visibilis figura non apparebit, Circulusque videbitur oblongus.

### DEMONSTRATIO.

Pro diversa enim lineæ GE ad Radios CE,



CE, AE, BE, DE obliquitate; tum Radii isti, tum etiam latera AB, BD, DC, CA inæqualia apparent (§. 268). Vera igitur neque figuræ regularis ABDC (§. 106 *Geom.*), neque Circuli (§. 38 *Geom.*) figura videtur. *Quod erat unum.*

Quoniam vero Diametri alii videntur aliis majores, *per demonstrata* Circuli figura utique altera parte apparebit longior, altera vero brevior. *Quod erat alterum.*

THEOREMA LXII.

288. *Visibilem e longinquo visorum figuræ veræ non apparent.*

DEMONSTRATIO.

Ut enim figura vera videatur, necesse est ut singulæ partes distincte appareant: partibus enim contiguis factis, quæ antea contiguæ non erant, figura mutatur. Sed cum omnis Visibilis pars in determinata quadam distantia evanescat, nec amplius videatur (§. 215); necesse est, ut contiguæ appareant, quæ non sunt. Figura igitur vera Visibilem e longinquo visorum non apparet. *Q. e. d.*

SCHOLION.

289. *Hinc facies feminarum e longinquo visæ apparent pulchræ, quæ in vicinia ob aliquas deformitates displicent.*

THEOREMA LXIII.

Tab.V. 290. *Si unicum Luminosum Punctum L Fig. 57. per foramen ACB radiet; figura Luminis abc Plano DE foramini parallelo excepti erit figura foramini similis.*

DEMONSTRATIO.

Sit foramen ABC triangulare: dico figuram Luminis *abc* similiter esse de-

bere triangularem & quidem Triangulum foramini simile. Quoniam Punctum Luminosum L radiat in singula Puncta Perimetri foraminis ABC (§. 60); Radii extimi Pyramidem triangularem efficiant, cujus Basis est figura triangularis foraminis (§. 472 *Geom.*). Quodsi ergo ultra Perimetrum per foramen continuentur; Pyramis quoque continuabitur. Quare si Plano DE foramini parallelo Lumen excipiat; erit *abc* triangulum foramini ABC simile (§. 473 *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

291. Quodsi Aa ad LA insensibilem habuerit rationem, erunt LA & La ad sensum æquales, consequenter etiam figura Luminis *abc* ad sensum æqualis erit figuræ foraminis ACB.

SCHOLION.

292. *Idem quoque exinde demonstrari posset, quod Radii a Puncto remotiori L in Planum exiguum incidentes sint paralleli ad sensum (§. 93): quo in casu nimirum ABC bca Prisma esse debere patet.*

COROLLARIUM II.

293. Quoniam innumera Solis Puncta per idem foramen in Cameram obscuram una radiant; Lumen integrum immisissum constat ex innumeris figuris foramini similibus & æqualibus.

THEOREMA LXIV.

294. *Si Luminosum SQ per exiguum Tab.V. foraminulum F in Cameram obscuram Fig. 58. radiet, & Lumen Plano GH foramini parallelo excipiat; erit ejus figura de figura Luminosi SQ similis & in majori distantia a foramine F major.*

## DEMONSTRATIO.

Sit figura Luminosi SQ Circulus. Quoniam singula Puncta Peripheriæ in foramen F radiant (§. 60); erit SFQ Conus (§. 467 *Geom.*). Quare si Radii SF & QF omnesque intermedii ultra foramen F continuentur; Lumen per Cameram obscuram propagatum dFe itidem Conus erit. Ergo si Plano foramini parallelo excipiat; figura Luminis de erit Circulus, tanto quidem major, quo majori intervallo a vertice Coni, hoc est, a foramine F distet (§. 468 *Geom.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

295. Per foramen igitur amplum immisum Lumen Solis vel Lunæ ex innumeris constat Conis æqualibus, quorum Vertices sunt in singulis foraminis Punctis.

## THEOREMA LXV.

Tab.V. 296. Si Lumen Solis per foramen  
Fig.59. angulosum transmittatur; in distantia exigua a foramine ejus figuram habebit, in majore autem sensim sensimque ad Circulum accedet.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Lumen Solis per foramen transmissum ex innumeris Conis constat, quorum vertices in singulis foraminis DEF Punctis constituti sunt (§. 295); si Coni isti prope suos vertices secentur, Plana sectionum a Punctis ad sensum non differant (§. 468 *Geom.*), adeoque perinde erit, ac si unicum tantum Solis Punctum C in Perimetrum foraminis DEF radiaret, consequenter Lumen figuram foraminis habebit (§. 290). *Quod erat unum.*

Si vero iidem Coni in distantis majoribus secentur, Plana sectionum erunt Circuli g tanto quidem majores, quo longioribus intervallis a foramine distant (§. 294). Plures igitur Circuli majores ex singulis Perimetri figuræ angulosæ edf Punctis descripti cum ad sensum ab uno Circulo non differant; Lumen Solis in majore distantia a foramine exceptum Plano foramini parallelo figuram Circuli ad sensum habebit. *Quod erat alterum.*

## SCHOLIUM I.

297. Theorema præsens Experientia abunde confirmat. Imo idem Experientia prius innotuit, quam Optici in rationes ejus inquirerent. Unde Optici veram causam initio non affecti in reddenda Phenomeni ratione non consensere (a).

## COROLLARIUM I.

298. Quodsi ergo pars foraminis tegatur, in minori distantia mutabitur figura Luminis transmissi, ob mutatam foraminis figuram; sed in majori retinebit figuram Circuli.

## COROLLARIUM II.

299. Quoniam tamen pauciores nunc Radii transmittuntur; Circulus erit minus lucidus (§. 84).

## COROLLARIUM III.

300. Cum vero Circuli illi continuo augeantur (§. 294); Lumina per duo foramina vicina transmissa primum ex parte, tandem prorsus in unum coalescunt, distantia nempe Centrorum, quæ semper eadem manet, respectu Radiorum seu Semidiametrorum evanescente.

## SCHOLIUM II.

301. Non injucundum est videre, etiam in Conclavi illuminato, Circulos à Radiis per duo

(a) Vid. KEPLERUS in Paralipomenis in Vici-  
lioneq. c. 2. p. 57. & seq.

duo diversa foramina triangularia transmissos se mutuo successive contingentes, ita ut crescente continuo communi segmento tandem penitus congruant. Illud quoque observatu dignum est, quod Lumen geminatum in communi segmento, simplici in segmentis collateralibus multo clarius existat.

COROLLARIUM IV.

302. Quodsi prope foramen aliqui Radii a Corpore opaco intercipientur, deficientibus quibuscumque Conis lucidis; deficient quoque quidam Circuli in Lumine a Plano excepti; consequenter etiam si Circuli reliqui ampliuntur, integrum tamen Circulum majorem complere nequeunt, sed pars quædam deficiet cujus scilicet radiatio intercepta.

SCHOLIUM III.

303. Hinc Solis Eclipsin patientis pars deficiens etiam in ejus Imagine Radis per foramen transmissis formata deest.

THEOREMA LXVI.

304. Si Lumen Solis per foramen rotundum in Cameram obscuram immittitur & a Diametro Circuli luminosi charta intus excepti utrinque auferatur Semidiameter foraminis; Circulus circa Diametrum residuum descriptus est Imago Solis per Centrum foraminis radiantis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Lumen Solis per foramen in Cameram obscuram immisissum ex innumeris constat Conis æqualibus, quorum vertices sunt in singulis foraminis Punctis (§. 295); si secetur Plano ad Radium per Centrum foraminis transeuntem perpendiculari, Circulus inde prodicens constabit ex innumeris Circulis, quorum Centra eandem a se invicem distantiam habent, quam habent Conorum vertices in foramine

(§. 468 Geom.), ob Axiom istorum Conorum parallelismum (§. 94). Extimi igitur Circuli Centrum a Centro medii, qui per Centrum foraminis radiat (§. 294) distat intervallo Semidiametri foraminis. Quamobrem cum semicirculus extimus excedat medium ea latitudine, quæ est distantia Centrorum æqualis; si a Diametro Circuli Luminosi charta excepti intra Cameram obscuram, Lumine Solis per foramen rotundum radiante, auferatur utrinque Semidiameter foraminis, circa residuum Diametrum descriptus Circulus est Imago Solis per Centrum foraminis radians (§. 294). Q. e. d.

COROLLARIUM I.

305. Quoniam Radii Solis extimi QF & Tab.V. SF per Centrum foraminis directe trans. Fig. 58. eunt in e & d, adeoque se mutuo secant in F; Anguli QFS & dFe æquales sunt (§. 156 Geom.). Est igitur angulus dFe æqualis magnitudini apparenti Solis (§. 208).

COROLLARIUM II.

306. Quoniam recta ex Centro foraminis in Centrum Circuli luminosi ducta est distantia Imaginis Solis de a foramine F (§. 225 Geom.); ex data distantia Imaginis Solis a foramine & semidiametro Imaginis de, inveniri potest semidiameter Solis apparens (§. 40 Trig.).

THEOREMA LXVII.

307. Si Oculus in tenebris constitutus flammam candele vel facis accense, cui directe opponitur, a splendore Aeris circumfusi non distinguit; figura flammæ rotunda apparet.

DEMONSTRATIO.

Cum enim in eadem a Luminoso distantia Lumen ejusdem sit intensi-

tatis (§. 97), quodlibet vero Luminosi Punctum Radios quaquaversum diffundat (§. 59); splendor in Aere Sphæræ figuram induet (§. 471 *Geom.*). Quodsi ergo Oculus in maiore di-

stantia & in tenebris constitutus differentiam inter flammam & splendorem non amplius distinguit; flamma rotunda apparere debet (§. 277).  
*Q. e. d.*

## CAPUT VII.

### *De Visione Loci.*

#### THEOREMA LXVIII.

308. *SI distantia duorum Visibilium sub angulo insensibili videtur; Corpora disjuncta contigua apparent.*

#### DEMONSTRATIO.

Si enim distantia sub angulo insensibili videtur; inter Imagines in Oculo distantia nulla est. Sunt adeo Imagines in Oculo contiguæ: consequenter Visibilia contigua apparent (§. 69).

#### COROLLARIUM I.

309. Quoniam ex pluribus contiguis continuum resultat; si plurium Visibilium distantia sub angulo insensibili apparent, in unum continuum coalescere videntur.

#### COROLLARIUM II.

310. Cum determinari possit distantia, in qua qualibet magnitudo evanescit (§. 218); haud difficulter quoque in casu quolibet invenitur, in qua distantia duo Corpora positione data contigua, & plura instar unius continui apparere debeant.

#### SCHOLION.

311. Eleganter hinc notio continui illustratur. Dicimus nimirum continuum, ubi inter nostras perceptiones ordinem nullam simpliciolem interponi posse animadvertimus.

#### PROBLEMA XXXII.

312. *Tesselatas Imagines construere,*

*qua in partes dissecta & per Planum striatum dispersa Oculo integra apparent.*

#### RESOLUTIO.

1. Fiant Prismata lignea tantæ longitudinis, quanta est Imaginis latitudo, quorum Basis EDC est Triangulum æquilaterum. Tab.V. Fig.60.
2. Imago dissecetur in fascias, quarum singulæ sint Plano EDGF æquales.
3. Fasciæ istæ agglutinentur Planis Prismatum dextris EDGF.
4. Sinistris vero DCHG agglutinentur aliæ alterius Imaginis.

Quodsi enim Prismata super Tabula Horizontali ita colles, ut Prismatum latera HC se mutuo tângant; Oculus in Plana dextra EDGF, directus videbit Imaginem unam; directus vero in sinistra CD GH alteram contuebitur: videbunturque partes disjunctæ contiguæ (§. 309).

#### SCHOLION.

313. Possunt etiam Prismata ita collocari, ut Plana EDGF sint in eodem plano, & Imagines in iis delineari: quo factò, in situm convenientem redigenda.

#### THEOREMA LXIX.

314. *Visibilia remota obscura apparent & minus distincta.*

DE-

## DEMONSTRATIO.

Cum enim quodlibet Visibilis Punctum per Radios divergentes radiet (§. 59); crescent distantia, Lumen decrescit (§. 87). Visibilia igitur obscuriora videntur, si fuerint remotiora.

*Quod erat unum.*

Quia qualibet magnitudo in data quadam distantia evanescit (§. 218), partes autem minores citius evanescunt majoribus (§. cit.); Visibilis remoti partes omnes non apparent. Quare cum Visibile tanto distinctius videatur, quanto plures ejus partes discernere licet (§. 40); Visibile remotum minus distinctum apparet. *Quod erat alterum.*

## COROLLARIUM.

315. Hinc ex Visione obscura & confusa Objectum magno intervallo diffare colligimus.

## SCHOLION I.

316. Et his Principiis utuntur Pictores, Objecta alia aliis remotiora in eodem Plano exhiberi.

## SCHOLION II.

317. Hinc quoque oriuntur fallaciæ Visus complures. Ita Conclavia parietibus dealbatis minora apparent, quia parietes videntur propiores. Agri etiam nive telli minores apparent, quam gramine vestiti. Similiter Montes nive conspersi, itemque nocturno tempore Flamma propiores; Corpora Opaca sub Crepusculum remotiora videntur.

## THEOREMA LXX.

Tab.V. Fig.61. 318. Si Oculus A fuerit Plano Horizontali BC sublimior; partes remotiores videntur sublimiores, donec in eadem cum Oculo altitudine constituta videatur ultima.

Wolffii Oper. Math. Tom. III.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam AB ad BC supponitur esse perpendicularis, si ex Oculo A ducatur AD ipsi BC parallela; erit quoque BAD rectus (§. 230 Geom.); consequenter omnem amplitudinem Visus definit linea DC ipsi AB æqualis (§. 235). Jam si lineæ parallela BC & AD longius protrahantur, sensim sensimque coire videbuntur & quam primum coire videntur, Visus terminatur (§. 228). Cum adeo partes rectæ BC continuo ad rectam AD accedant; utique sensim sensimque sublimiores fieri videntur, donec ultima C in D constituta appareat. Q. e. d.

## SCHOLION I.

319. Aliter hanc Propositionem demonstrat EUCLIDES (\*). Instar Axiomatis assumit, Sublimiora apparere, quæ per Radium sublimiorem videntur; nec sine ratione. Dum enim sublimia spectamus, Radii ex loco sublimiori in Oculum illabuntur. Unde si ex aliis rationibus contingat, ut Radii alii aliis sint sublimiores; eodem modo Oculum afficere debent, ac si e sublimiori loco emanassent. Unde Puncta quoque, ex quibus radiant, sublimiora apparere debent (§. 43). Jam cum manifestum sit Puncta E & C Radiis sublimioribus spectari anterioribus; inde concludit, Puncta E & C sublimiora apparere debere. Enimvero cum Demonstratio hujus & reliquarum Propositionum, ad quas demonstrandas Axiomate hoc utitur EUCLIDES, multo evidentius ex antecedentibus deducantur; Principiorum numerus sine necessitate non videtur multiplicandus, præsertim cum ex nostra Demonstratione una constet terminus, ad quem remotiora elevari possunt, dataque altitudine Oculi, partes, quæ sublimiores apparere debent, facile determinentur. Posset tamen Axioma

H

Eu-

(\*) In Optic. Prop. 10.



EUCLIDIS eodem modo demonstrari, quo nos Propositionem demonstravimus.

### SCHOLIION II.

320. Ceterum jam constat ratio, cur mare ad littora stantibus versus medium sensim semper attolli videatur.

### THEOREMA LXXI.

Tab.V. Fig.62. 321. Si Planum BC fuerit sublimius Oculo A; remotiora E & C depressiora apparent, donec Punctum ultimum C videatur per altitudinem DC profunditati Oculi BA equalem descendisse.

### DEMONSTRATIO.

Eadem prorsus est, quæ Theorematis præcedentis.

### SCHOLIION.

322. EUCLIDES ad Theorema hoc demonstrandum assinit instar Axiomatis; Depressiora apparere, quæ per Radium depressiorem videntur: de quo idem esto iudicium, quod supra (§. 319.) de simili Axiomate Euclideo tulimus.

### THEOREMA LXXII.

Tab.V. Fig.63. 323. Si magnitudines quocunque AB, CD, EF sub Oculo O ponantur; remotiores EF, CD sublimiores apparent.

### DEMONSTRATIO.

Ducatur enim per Puncta A, C, E recta GE; erunt A, C, E in eodem Plano. Quare cum Oculus O sit sublimior Plano GE, per hypob. remotiora C & E, sublimiora apparere debent (§. 318). Q. e. d.

### COROLLARIUM.

324. Quodsi magnitudo ultima tanto intervallo ab Oculo distet, ut altitudo Oculi HE sub Angulo insensibili videatur

(§. 218); magnitudo E videbitur ad Oculi sublimitatem affurgere (§. 318).

### THEOREMA LXXIII.

325. Si magnitudines quocunque æquales fuerint supra Oculum elevata; remotiores depressiores apparent.

### DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Theorematis præcedentis, modo figura invertatur.

### THEOREMA LXXIV.

326. Altitudinum majorum AB partes superiores BC videntur inclinata. Tab.V. Fig.64.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam Angulus A rectus est (§. 227 Geom.); si ex Oculo D agatur altitudini AB parallela, erit Angulus ADE itidem rectus (§. 230 Geom.), adeoque amplitudo Visus intra parallelarum AB & DE intervallum continetur (§. 235). Sed lineæ parallelæ AB & DE sensim sensimque coire videntur (§. 227). Ergo Puncta remotiora C & B verticis propiora apparent inferioribus; consequenter pars superior BC, inclinata videtur. Q. e. d.

### SCHOLIION.

327. Inde est quod Templorum altorum frontispicia, itemque Turres, in minori distantia videantur antrosum inclinari: dico, in distantia minori. Quo minor enim fuerit Spectatoris distantia a Turri AD, eo celerius parallelarum intervallum coire videtur, unde vi demonstrationis Phenomenon pendet.

### COROLLARIUM.

328. Quodsi ergo pars superior BC a perpendiculari AC reclinata fuerit; ab Oculo prope adstanti erecta videri poterit.



SCHOLION.

329. Inde est, quod Statua in locis editis collocata paululum reclinetur.

THEOREMA LXXV.

Tab.V. 330. Remotiora C & D ad dextram Fig.65. sita videntur vicinioribus L & B sinistriora; quæ vero ad sinistram sita sunt F & E, videntur vicinioribus M & G dexteriora.

DEMONSTRATIO.

Sit enim Oculus in A & recta AB ad DB perpendicularis. Concipiatur porro AH perpendicularis ad AB; erunt AH & BD parallelæ (§. 256 Geom.). Punctum ergo D propius videbitur Puncto H, quam C ipsi I, & C propius apparebit ipsi I, quam L ipsi K; vel B ipsi A (§. 227). Puncta igitur D & C sinistræ propiora videntur, quam L & B. Quod erat unum.

Eodem modo ostenditur, remotiora F & E ad sinistram sita apparere dexteriora vicinioribus, M & G. Quod erat alterum.

THEOREMA LXXVI.

Tab.V. 331. Fieri potest, ut Visibile D ad Fig.65. dextram vel sinistram situm, Oculo A in directum jacere videatur.

DEMONSTRATIO.

Parallelæ enim DB & AH alicubi coire videntur (§. 228). Quodsi igitur Oculus fuerit in illo Puncto A, ex quo coire videntur; Punctum D coincidere videbitur cum Puncto H, adeoque D apparebit in H, nempe in directum jacens Oculo A. Quod erat unum.

Eodem modo ostenditur, fieri posse

ut Visibile F versus sinistram situm Oculo A in directum jacere videatur.

THEOREMA LXXVII.

332. Si spatium inter Visibile C & Tab.V. Visibilia D atque E interjectum Spectato- Fig.66. ribus in A & B imperceptibile fuerit; idem Objectum C in diversis locis videbunt.

DEMONSTRATIO.

Quoniam distantia CD Spectatori in B imperceptibilis per hypoth. Objectum C apparebit contiguum alteri D (§. 308). Videt adeo C in D. Eodem modo ostenditur, Spectatorem in A videre Objectum C in E. Diversis itaque in locis idem Objectum C vident Spectatores in A & B. Q. e. d.

THEOREMA LXXVIII.

333. Si Objectum vicinius C ad Tab.V. alia remotiora refertur; diversis Specta- Fig.66. toribus A & B e regione diversorum Objectorum D & E apparebit.

DEMONSTRATIO.

Objectum C enim inter Oculum A & alia remotiora positum e regione ejus videtur, quod Punctis A & C in directum jacet. Quoniam vero rectæ AC & BC ex Oculis Spectatorum A & B in idem Objectum C ductæ segmentum commune habere nequeunt (§. 29 Geom.): aliud omnino Punctum remotius in directum jacet rectæ BC, aliud vero rectæ AC (§. 61 Geom.). Idem ergo Objectum C diversis Spectatoribus A & B e regione diversorum Objectorum remotiorum D & E appareat. Q. e. d.

## DEFINITIO XL.

Tab.V. 334. Loca D & E, ad quæ Specta-  
Fig.66. tores in A & B referunt Objectum C,  
dicuntur *Loca Optica*.

## THEOREMA LXXIX.

335. Si recta jungens Loca Optica  
D & E fuerit parallela rectæ transeunti  
per Oculos spectatorum AB, erit distan-  
tia Locorum Opticorum DE, ad distan-  
tiam Spectatorum A & B; ut distantia  
Loca Optici alterutrius a Visibili loco  
EC, ad distantiam Spectatoris alteru-  
trius ab eodem Visibili AC.

## DEMONSTRATIO.

Quia DE parallela ipsi AB per hypoth.  
erit Angulus  $D=B$  (§. 233 Geom.).  
Sunt vero etiam verticales ad C æqua-  
les (§. 156 Geom.). Quare  $EC:DE$   
 $=AC:AB$  (§. 267 Geom.), consequen-  
ter  $EC:AC=DE:AB$  (§. 173 Arithm.).  
Q. e. d.

## THEOREMA LXXX.

Tab.V. 336. Quodlibet Punctum Visibile A  
Fig.67. radiat in Pupillam per Conum, cujus Ver-  
tex in ipso Puncto radiante A, Basis  
vero Pupilla.

## DEMONSTRATIO.

A Puncto enim radiante A ad quod-  
libet Punctum Pupillæ, adeoque & ad  
quodlibet Perimetri Punctum D, C, E  
&c. emittitur Radius (§. 60). Radii igitur  
extimi superficiem Coni formant, cu-  
jus Vertex A, Basis Circulus DCE five  
Pupilla (§. 467 Geom.). Q. e. d.

## COROLLARIUM I.

337. Si Triangula DAE & DaE fuerint in  
eodem Plano, erit  $a > A$  (§. 300 Geom.);

adeoque Anguli aDE & aED minores An-  
gulis ADE & AED (§. 240 Geom.); conse-  
quenter Radii AE & AD majores Angu-  
los efficiunt cum Diametro Pupillæ, quam  
aD & aE. Remotiorum itaque Radii minus  
ad Diametrum inclinantur, quam Radii vi-  
ciniorum (§. 54 Geom.).

## COROLLARIUM II.

338. Quodsi ergo contingat, ut Radii  
minus divergentes fiant magis divergentes;  
qui a Puncto remotiori A emanant, per-  
inde ac a Puncto viciniore a in Pupillam  
radiabunt.

## COROLLARIUM III.

339. Contra si contingat, ut Radii ma-  
gis divergentes, antequam Oculum in-  
grediantur, fiant minus divergentes; qui  
a Puncto viciniore a emanant, perinde in  
Oculum radiabunt, ac si e remotiori A  
emanassent.

## DEFINITIO XLI.

340. Axis Opticus est Radius per  
Centrum Oculi transiens.

## DEFINITIO XLII.

341. Horopter est Linea recta AB, Tab.V.  
quæ per concursum C Axiom Optico- Fig.68.  
rum Oculorum H & I, rectæ HI Cen-  
tra Oculorum conjungenti parallela,  
ducitur.

## SCHOLIUM.

342. Vocatur Horopter, quia Experien-  
tia constat, hunc esse terminum Visæ dis-  
tinctæ.

## DEFINITIO XLIII.

343. Planum Horopteris est, quod  
per Horopterem AB transit & ad Pla-  
num per Axes Opticos transiens ICH  
perpendiculare existit.

THEOREMA LXXXI.

Tab.V. 344. Si Visibile in Horoptere AB  
Fig.68. collocatur; quodlibet Punctum videtur  
in concursu Radii a Puncto Imaginis  
respondente per Centrum Oculi reducti  
& Horopteris.

DEMONSTRATIO.

Dum Objectum in Horoptere collocatur, Experientia teste, Punctum unumquodque videmus ibi, ubi est, adeoque ubi Radii in Oculum incidentes reducti concurrunt, hoc est, in Vertice sui Coni (§. 335). Sed dum Visibile in Horoptere collocatur, Radius a quovis Puncto emanantium unus per Centrum uniuscujusque Oculi transit (§. 341). Quare cum omnes Radii ab eodem Objecti Puncto egressi in Retinam in uno Puncto uniantur (§. 75), Radius vero per Centrum transiens irrefractus transeat; Punctum Imaginis quodlibet ibi delineabitur, ubi Radius per Centrum transiens Retinam attingit. Hunc ergo si retroducas usque ad Horopterem, ibi eundem secabit in A, ubi erat Vertex Coni, per quem irradiatio in Oculum fiebat. Videbitur ergo Visibile Punctum in concursu Horopteris AB & Radii KA a Puncto Imaginis respondentis per Centrum Oculi H reducti. Q. e. d.

COROLLARIUM I.

345. Quoniam duo Radii KA & LA ab eodem Puncto Imaginis per Centra H & I oculorum amborum reducti Horopterem AB in eodem Puncto A secant, utpote qui ab eodem irrefractus per Centrum utriusque Oculi ad Retinam penetraverant; uterque Oculus Visibile in Horoptere positum in

eodem loco A videt; consequenter duobus Oculis unicum apparet.

COROLLARIUM II.

346. Quia Radius KA ab inferiore Imaginis Puncto per Centrum Oculi H reductus Horopterem in loco superiori A secat; qui vero a superiori Imaginis parte M per idem Centrum H reductus MB, eidem Horopteri AB in loco inferiori B occurrit, Punctum Imaginis inferius K videtur in loco superiori A; Punctum vero superius M in loco inferiori B. Quare cum Imago MGK in Retina sit inversa (§. 61); Objectum situ erecto apparet.

COROLLARIUM III.

347. Quodsi ergo Imago in Retina MGK fuerit erecta; eodem modo constat, Visibile videri debere situ inverso.

COROLLARIUM IV.

348. Si contingat, Radios a Puncto quocunque egressos ita disponi, ut Oculum sub his Angulis ingrediantur, ac si Coni Optici Vertex esset in A; Visibile quoque in A videri debet (§. 43).

COROLLARIUM V.

349. Quoniam aliam Oculi conformationem requirunt Objecta remota, aliam vicina (§. 64), adeoque Oculus uno obtutu diversis intervallis distantia distincte comprehendere nequit (§. 70); quæ extra Horopterem posita confuse videt, ad Horopterem referre debet. Videbitur itaque etiam Punctum extra Horopterem positum in concursu Horopteris & Radii a Puncto Imaginis respondente per Centrum Oculi ducti (§. 324).

THEOREMA LXXXII.

350. Si Visibile G extra Horopterem Tab.  
DE sit constitutum; geminatum appa- VI.  
rebit in D & E. Fig.69.

n. 1.

## DEMONSTRATIO.

Oculus enim A videt Objectum G per Radium AE in E; Oculus vero B idem Objectum videt in D, obtutu utriusque in C defixo (§. 349). Videtur igitur geminatum. *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

351. Quodsi Oculus dexter B tegatur, disparebit Objectum sinistrum D; si vero Oculus sinister A tegatur, Objectum E evanescet.

## SCHOLIUM.

352. Hæc experientia valde consona prebenduntur. Statuatur enim Objectum aliquod tenue, sed longum e regione nasi ad distantiam unius circiter pedis; obtutu ultra id directo in C, geminatum videbis, at confuse. Et quo longius obtutu dirigis, eo

majori intervallo distabunt Imagines, altera quidem dexteram versus in E, altera vero sinistram versus recedente. Si autem obtutu versus Objectum retrahis, Imagines sensim sensimque coeunt, donec obtutu in eodem fixo non nisi unicum appareat. (§. 344). Simile Phænomenon est, si Oculo uno infra alterum depresso aut supra alterum detorso Objectum apparet; item cum ebrii & furiosi omnia conspiciunt geminata.

## COROLLARIUM II.

353. Quoniam AB ipsi DE parallela (§. 343), erit  $o = x$  (§. 233 Geom.). Quare cum etiam verticales ad G sint æquales (§. 156 Geom.); erit ut BG distantia Objecti G ab Oculo B, ad GD distantiam ejusdem a loco Horopteris in quo videtur; ita distantia Oculorum AB, ad distantiam locorum D & E, in quibus videtur.

## CAPUT VIII.

## De Visione Motus.

## THEOREMA LXXXIII.

Tab. 354. *SI* duo Objecta B & E inæqualiter ab Oculo A distantia equali celeritate ferantur; remotius E tardius moveri videbitur.

## DEMONSTRATIO.

Quia B & E equali celeritate feruntur, per *hypoth.* eodem tempore æqualia spatia BD & EF percurret (§. 27 *Mechan.*). Sed quoniam EF e longinquiori intervallo videtur quam BD, per *hypoth.* apparebit EF minor quam BD (§. 211); consequenter remotius Objectum E eodem tempore minus spatium confecisse, adeoque tardius moveri putatur (§. 15 *Mechan.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

355. Si ergo B & E a terminis Oculo immoto A in directum sitis versus eandem plagam digrediantur; vicinum B præcedere, remotum E sequi videbitur.

## COROLLARIUM II.

356. Quodsi remotum E non nimis celerius moveatur, quam vicinum B, ut nempe sit  $EN > BD$ , sed  $< EM$ ; motus ipsius B videbitur adhuc celerior.

## THEOREMA LXXXIV.

357. *Si* duo Objecta B & E moveantur celeritatibus distantibus ab Oculo immoto AB & AE proportionalibus; eadem celeritate moveri videntur & contra.

Tab. VI.  
Fig. 70.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam celeritates sunt ut spatia

eodem tempore percurſa BC & EF (§. 33 *Mechan.*), illæ autem diſtantiis AB & AE proportionales *per hypoth.* hæc quoque iſdem proportionalia ſunt (§. 167 *Arithm.*), conſequenter ſub eodem Angulo videntur (§. 222) & hinc æqualia apparent (§. 209). Eadem igitur celeritate moveri putantur (§. 29 *Mechan.*). *Quod erat unum.*

Quodſi eadem celeritate moveri videntur, ſpatia decurſa BC & EF apparent æqualia (§. 29 *Mechan.*), adeoque ſub eodem Angulo videntur (§. 209). Quare ſi ſpatia BC & EF ad diſtantias perpendiculariter applicentur (§. 225 *Geom.*); cum ſit BC ad EF parallela (§. 256 *Geom.*), erit AB:AE=BC:EF (§. 268 *Geom.*), conſequenter celeritates etiam ſunt ut AB ad AE (§. 33 *Mechan.*). *Quod erat alterum.*

THEOREMA LXXXV.

Tab. 358. Si Objectum remotum E tardius  
VI. movetur quam vicinius B; motus vi-  
Fig. 70. cinioris B multo celerior apparet, quam  
eſt.

DEMONSTRATIO.

Sint ſpatia eodem tempore decurſa EG=BC & BD. Quodſi Objecta æqualiter ab Oculo immoto A diſtarent; ſpatium a tardiori decurſum BC tanquam pars ſpatii a celeriori deſcriptum ſub minori Angulo BAC videretur, quam BD. Sed cum ex diſtancia AE videtur, ſub Angulo adhuc minore EAG conſpiciatur, adeoque multo minor pars apparet ipſius BD (§. 209); Quare cum ſpatia eodem tempore decurſa ſint ut celeritates (§. 33 *Mechan.*); cele-

ritas ipſius E multo minorem habere videbitur rationem ad celeritatem ipſius B, quam revera habet (§. 203 *Arithm.*); adeoque celeritas vicinioris B major apparebit, quam eſt (§. 206 *Arithm.*).  
Q. e. d.

PROBLEMA XXXIII.

359. Datis diſtantiis Objectorum AB Tab.  
& AE ab Oculo immoto A, una cum VI.  
celeritatibus, quibus verſus eandem pla- Fig. 70.  
gam tendunt; invenire rationem celeritatum, quibus moveri videntur.

RESOLUTIO.

1. Quoniam celeritates ſunt ut ſpatia EG & BD eodem tempore percurſa (§. 33 *Mechan.*), datis celeritatibus datur etiam ratio ſpatiorum EG & BD:
2. Quarantur itaque magnitudines HI & HK quæ in diſtancia AH 10 vel pauciorum pedum appareant ſpatiis EG & BD æquales.

Cum enim Objecta hæc ſpatia HI & HK deſcribentia eadem celeritate moveri videantur, qua B & E feruntur (§. 357); erunt utique celeritates apparentes Objectorum B & E ut celeritates, quibus in diſtancia 10 pedum ſpatia inventa eodem tempore deſcribuntur.

E. gr. Sit AB:AE=1:9, EG:BD=1:3, AH=10: erit HI=EG. AH:AE=10/9 & HK=BD. AH:AB=30: Sunt adeo celeritates Objectorum E & B apparentes ut 10/9 ad 30, hoc eſt, ut 1: ad 27 (§. 178, 191 *Arithm.*).

THEOREMA LXXXVI.

360. Si duo Objecta B & E ab Oculo Tab.  
A inæqualiter diſtancia diverſa celeri- VI.  
tat. Fig. 70.



tate versus eandem plagam tendunt; celeritates apparentes sunt in ratione composita ex directa celeritatum verarum & reciproca distantiarum ab Oculo AB & AE.

#### DEMONSTRATIO.

Sit enim  $AB=a$ ,  $AE=b$ ,  $BD=c$ ,  $EG=d$ ,  $AH=e$ ; erit  $HI=de:b$  &  $HK=ce:a$ ; consequenter (§. 268 *Geom.*) celeritates apparentes sunt ut  $de:b$  ad  $ce:a$ , hoc est, ut  $ad$  ad  $bc$  (§. 178, 181 *Arithm.*), nempe in ratione composita ex directa celeritatum verarum EG & BD, atque reciproca distantiarum AB & AE (§. 159 *Arithm.*). Q. e. d.

#### THEOREMA LXXVII.

Tab. 361. Objectum E quacunque celeritate  
VI. motum quiescere videtur, si ratio spatii  
Fig. 70. intervallo unius minuti secundi descripti  
EG, ad distantiam ab Oculo EA, fuerit imperceptibilis.

#### DEMONSTRATIO.

Cum enim GE sit ad AE ut Tangens Anguli EAG, sub quo videtur Objectum E, ad Sinum totum (§. 7 *Trigon.*); si ratio ipsius EG ad EA fuerit imperceptibilis, Tangentis quoque ad Sinum totum ratio evanescet, adeoque EG sub Angulo insensibili, hoc est, plane non videtur. Quare Objectum E, quacunque celeritate motum, in eodem loco permanere adeoque quiescere putatur (§. 2 *Mechan.*). Q. e. d.

#### COROLLARIUM I.

362. Quoniam ratio spatii unius minuti secundi intervallo descripti ad distantiam Objecti imperceptibilis est, tum si Objectum

vicinum nimis tarde movetur (ut Index Horologii horas monstrans), tum si Objectum celeriter motum valde remotum fuerit (§. 218): celeriter mota videntur quiescere, si nimis longo intervallo ab Oculo distent, & motu vicinorum non percipitur, si nimis tardus fuerit.

#### COROLLARIUM II.

363. Cum motus Indicis in Horologio & motus Siderum circa Tellurem non percipiantur, intra minutum secundum autem Arcus 15 secundorum percurratur; evidens est spatium a mobili percursum esse imperceptibile, si sub Angulo 15 secundorum videtur, adeoque multo magis, si sub minori conspicitur.

#### THEOREMA LXXXVIII.

364. Objectum E quacunque celeritate Tab.  
motum quiescere videtur, si spatium per- VI.  
cursum intra minutum secundum EG Fig. 70.  
fuerit ad distantiam EA, ut 1 ad 1400.

#### DEMONSTRATIO.

Est enim Tangens Anguli EAG ad Sinum totum, ut spatium percursum EG ad distantiam EA (§. 7 *Trigon.*), adeoque in casu præsentis ut 1 ad 1400 (§. 167 *Arithm.*). Sed Tangens Anguli 15 secundorum est ad Sinum totum ut 727 ad 10000000, vi Canonis; hoc est, fere ut 1 ad 1375 (§. 181 *Arithm.*). Cum adeo motus sit imperceptibilis, si EG fuerit ad EA ut 1 ad 1375 (§. 363); multo minus perceptibilis erit, si fuerit ut 1 ad 1400 (§. 204 *Arithm.*). Q. e. d.

#### SCHOLIUM.

365. Immo non dubito imperceptibilem fore motum si EG fuerit ad EA ut 1 ad 1300.

THEOREMA LXXXIX.

Tab. 366. Si Oculus recta progrediatur ex  
VI. G in O &c. Objectum remotum in H  
Fig. 71. quiescens in oppositam partem moveri  
apparet.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Oculus in G hæret, ob-  
jectum H videt in F. Dum ex G venit  
in O, idem conspiciet in I; adeoque H  
ex F in I motum fuisse apparet. Simili-  
ter liquet, dum Oculus pervenit in E,  
Objectum videri in K; consequenter  
in plagam oppositam moveri apparet.  
*Q. e. d.*

COROLLARIUM.

367. Dum ergo Oculus regreditur ex E  
in G; Objectum quoque H ex K in F regre-  
di videtur.

THEOREMA XC.

Tab. 368. Si Oculus A & Objectum B mo-  
VI. veantur versus eandem plagam, & Ocu-  
Fig. 72. lus quidem A multo celerius quam Ob-  
jectum B; Objectum retrogredi videtur.

DEMONSTRATIO.

Dum enim Oculus in A & Objectum  
in B hæret; videbitur Objectum in C.  
Quodsi jam Objectum progrediatur in  
F interea, dum Oculus pervenit in E;  
Oculus a tergo respiciens videbit Obje-  
ctum F in G, adeoque ultra terminum  
C, in quo ex A constitutum apparebat.  
Videtur itaque Objectum ex C in G re-  
trogressum esse. *Q. e. d.*

THEOREMA XCI.

Tab. V. 369. Si Oculus A recta progreditur  
Fig. 65. inter Objecta B, L, C, D & G, M, E, F

Wolffii Oper. Math. Tom. III.

a lateribus posita, hæc ipsi sensim sensim-  
que recedere videntur.

DEMONSTRATIO.

Cum enim remota D & Cappareant  
e longinquo sinisteriora vicinioribus B  
& L; remota vero F & E dexteriora vi-  
cinioribus M & G (§. 330); si propius  
ad ea accedas, D & C magis versus dex-  
tram, F & E vero magis versus sinistram  
distabunt. Quoniam itaque distantia  
successive augetur; sensim sensimque C  
& D versus dextram, F & E vero ver-  
sus sinistram recedere videntur. *Q. e. d.*

THEOREMA XCII.

370. Si ad Objectum procul situm  
recta tendas; nunquam ad id pervenies.

DEMONSTRATIO.

Objectum enim valde remotum Ocu-  
lo in directum jacere videtur, etsi ad  
dextram vel sinistram latis longo inter-  
vallo distet (§. 331). Quodsi igitur ad  
id recta tendas; propius accedenti con-  
tinuo fiet vel sinisterius, vel dexterius,  
adeoque ad ipsum hac via nunquam per-  
venies. *Q. e. d.*

THEOREMA XCIII.

371. Si Oculus ad rem visam accedit,  
ea augeri videtur.

DEMONSTRATIO.

Dum enim Oculus ex B in D trans-  
fertur, Objectum AC videt sub majore  
Angulo (§. 300 Geom.), adeoque ma-  
jus apparet (§. 209). Quare cum Angu-  
lus sensim sensimque augetur, Oculo in  
Objectum defixo, ipsum quoque Obje-  
ctum AC augeri videatur necesse est.  
*Q. e. d.*

I

THEO

## THEOREMA XCIV.

372. Si Oculus a re visa recedit, ea minui videtur.

## DEMONSTRATIO.

Mutatis mutandis, coincidit cum præcedente.

## THEOREMA XCV.

373. Magnitudines aucta propius accessisse putantur.

## DEMONSTRATIO.

Cum enim idem Objectum in vicinia majus appareat, quam e longinquo (§. 211); si magnitudines augmentur, minus quam antea distare videntur, adeoque propius accessisse putantur. Q. e. d.

## THEOREMA XCVI.

Tab. VI. 374. Si duo Objecta A & B eadem celeritate moveantur, C vero quiescat; videntur A & B quiescere, C vero in plagam contrariam moveri.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam enim A & B eadem celeritate moventur, per hypoth. distantia earum a se invicem non mutatur; adeoque unum respectu alterius quiescere videtur. Dum vero interea Objectum C prætereunt & situm suum ejus respectu

mutant; C in contrariam plagam moveri videbitur. Q. e. d.

## SCHOLION.

375. Exemplum habes in nubibus celerissime motis, quarum cum partes situm non mutant, Luna in plagam oppositam ferri videtur.

## THEOREMA XCVII.

376. Si Oculus celerrime movetur, Objecta juxta latera posita & quiescentia in partem contrariam moveri videntur.

## DEMONSTRATIO.

Dum enim Oculus celerrime movetur, ejus ad Objecta juxta latera posita situs continuo mutatur, adeoque ejusdem Objecti Imago alias aliasque Retinæ partes successive occupare debet. Videbitur adeo Objectum istud moveri (§. 86). Q. e. d.

## SCHOLION I.

377. Ita si in curru sedens per silvam velociter proveharis, arbores in oppositum currere & navigantibus celeriter littora moveri videntur.

## SCHOLION II.

378. Multa sunt Phenomena alia, quæ eodem modo solvuntur. Motus enim percipitur ex motu Imaginis in Retina (§. 68): Imago movetur, si Oculi ad idem Objectum situs continuo & celeriter mutetur.

## CAPUT IX.

*De variis Accidentibus Visus & Visione duorum Oculorum.*

## DEFINITIO XLIV.

379. Oculis valere dicitur, qui clare & distincte videt tam remota, quam vicina, pro ratione Anguli Visorii.

## SCHOLION.

380. Fieri nimirum nequit, ut vicina & remota aque clare & distincte videantur: id quod & suo modo de sequentibus tenendum.

DEFINITIO XLV.

381. *Presbyta* est, qui vicina confusa, remota distincte videt.

SCHOLION.

382. *Hoc Senum ut plurimum vitium est: Unde ratio denominationis intelligitur.*

COROLLARIUM.

383. Cum Objecta talia videantur, quales sunt Imagines in Retina delineata (§. 70); Imagines remotorum in Presbyta oculo distinctae sunt, vicinorum confusae.

DEFINITIO XLVI.

384. *Myops* est, qui remota confusa, vicina distincte videt.

SCHOLION.

385. *Hoc eorum vitium est, qui Visu breviori utuntur & scripturam oculis prope admovent lecturi.*

COROLLARIUM.

386. In Myopibus itaque Imagines valde vicinorum distinctae; remotiorum confusae sunt (§. 70).

OBSERVATIO XIV.

387. *Si Radii per Lentem vitream utrinque convexam transmissi Imago in charta opposita delineatur; majorem a Lente distantiam habet, si hac fuerit majoris Sphaera segmentum; at minorem, si minoris extiterit.*

COROLLARIUM.

388. Cum Humoris Crystallini eadem sint vires in refringendis Radiis quae Vitrorum utrinque convexorum (§. 61); Imago quoque ejusdem Objecti distincta majori intervallo ab eo distabit, si tam majoris, quam si minoris fuerit Sphaera segmentum.

SCHOLION.

389. *Hac infra in Dioptrica demonstrantur.*

OBSERVATIO XV.

390. *Lux nimia Visui officit; per Ra-*

*dios tamen plures clarius videtur Objectum, quam per pauciores.*

SCHOLION.

391. Radii nimirum nimis fortiter in Retinam agentes eam laedunt: plures vero fortius in eam agunt, quam pauciores.

THEOREMA XCVIII.

392. *Si Objectum per Pupillam ampliatam in oculum radiat, per plures Radios videtur, quam si Radii per coarctatam ingrediuntur.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim quodlibet Objecti Punctum in Oculum per Conum radiet, cujus Vertex in ipso Puncto radiante, Basis vero Pupilla est (§. 326); Coni autem aequae alti sint ut Bases (§. 573 Geom.); per Pupillam ampliatam plures Radii in Oculum ab eodem Puncto Objecti immittuntur, quam per coarctatam. Quoniam itaque Radii ab uno Objecti Puncto egressi per refractionem in Humore Crystallino passam rursus in uno Retinae puncto uniuntur (§. 75); Objectum videtur per plures radios, si per pupillam ampliatam in oculum radiat, quam si per coarctatam radios immittit. (§. 76). Q. e. d.

COROLLARIUM.

393. In priore igitur casu, si Lux debilis vel temperata fuerit, clarius videtur quam in altero. Si vero Lux fuerit nimia; Visio est melior in casu posteriori (§. 390).

THEOREMA XCIX.

394. *Qui oculis valent, illorum pupilla sufficienter coarctari & ampliari potest.*

## DEMONSTRATIO.

Qui Oculis valent, Objecta clare vident (§. 397) adeoque per Radios plures, non tamen nimios (§. 390). Quare cum Pupilla ampliata Objectum clarius videatur in Luce temperata vel debiliore (§. 393); Pupilla sufficienter dilatari potest. Et quia in Luce majore melius videtur per coarctatam (§. cit.); in hoc casu sufficienter coarctari potest. Qui adeo Oculis valent, illorum Pupilla sufficienter coarctari & ampliari potest. *Q. e. d.*

## THEOREMA C.

395. *Quorum Pupilla nimis ampliata nec satis coarctari potest; ii in Luce debiliore melius vident, quam in clariore.*

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Objectum per Pupillam ampliata radians per plures Radios videtur, quam si Radii per coarctatam ingrediuntur (§. 392), Lux vero nimia Visui officit (§. 390); in Luce clariore non bene videbunt, quorum Pupilla satis coarctari nequit. Quoniam tamen Objectum clarius videtur, si Lux temperata vel debiliore radiet per Pupillam ampliata, quam per minus ampliata (§. 393); in Luce debiliore melius vident. *Q. e. d.*

## THEOREMA CI.

396. *Quorum Pupilla est nimis arcta, nec sufficienter ampliari potest; in Luce clariore melius vident, quam in debiliore.*

## DEMONSTRATIO.

Si Lux debilis sit vel temperata, Objectum melius videtur, quod radiat per Pupillam ampliata (§. 395). Quo-

rum igitur Pupilla sufficienter ampliari nequit; in Luce debili non bene vident. Quoniam tamen per Pupillam coarctatam melius videtur Objectum, si Lux fuerit clariore (§. 393); quorum Pupilla est valde arcta, in Luce clariore bene vident. *Q. e. d.*

## SCHOLIUM.

397. *Quemadmodum vero diversi dantur gradus claritatis & obscuritatis; ita quoque limites coarctationis & ampliationis Pupillæ varii esse possunt, qui nimii vel sufficientes dicantur.*

## THEOREMA CII.

398. *Si distantia Retinæ ab humore crystallino nimis exigua fuerit; homo erit Presbyta.*

## DEMONSTRATIO.

Si distantia Retinæ ab humore crystallino nimis exigua fuerit; in Retina distinctæ delineari nequeunt Imagines vicinorum (§. 64). Objecta igitur vicina distincte videri nequeunt (§. 70). Quoniam tamen Imagines remotorum distinctæ esse possunt (§. 64); remota distincte videri possunt (§. 70). Quamobrem ubi distantia Retinæ ab humore crystallino nimis exigua fuerit; homo erit Presbyta (§. 381). *Q. e. d.*

## THEOREMA CIII.

399. *Si humor crystallinus fuerit non satis convexus; Homo erit Presbyta.*

## DEMONSTRATIO.

Si enim humor crystallinus non satis convexus, hoc est, majoris Sphæræ segmentum; Imago majori intervallo ab eo distat, quam ubi fuerit magis convexus (§. 388). Quare cum vicino-

rum



rum Imagines ab humore crySTALLINO magis distant, quam remotorum (§. 64); si is non satis fuerit convexus, Imago magis distare debet, quam Retina, consequenter nulla in Retina Imago distincta delineatur; adeoque nec Objecta vicina distincte videntur (§. 70). Quoniam tamen Objectorum remotorum Imagines a crySTALLINO humore minori intervallo distant (§. 64); ut remotorum Imagines in Retina distincte delineentur fieri potest. Ea igitur distincte videbuntur (§. 70), consequenter homo Presbyta est (§. 381). *Q. e. d.*

#### SCHOLIION.

400. *Quinam cause in casu quolibet dato Presbyta vitium tribuendum; nondum certo definire licet.*

#### THEOREMA CIV.

401. *Si Retina ab humore crySTALLINO nimis remota fuerit; homo Myops erit.*

#### DEMONSTRATIO.

Si Retina ab humore crySTALLINO nimis remota fuerit, in ea distincte delineari nequeunt Objecta remota (§. 64). Remota igitur distincte non videntur (§. 70). Quoniam tamen id non obstat, quo minus vicinorum Imagines distincte esse possint (§. 64); vicina distincte videri possunt (§. 70). Homo igitur Myops est (§. 384). *Q. e. d.*

#### THEOREMA CV.

402. *Si humor crySTALLINUS fuerit nimis convexus; homo Myops erit.*

#### DEMONSTRATIO.

Si enim humor crySTALLINUS fuerit nimis convexus, Imago exiguo inter-

vallo ab eo distat (§. 388). Quare cum Objectorum remotorum Imagines distincte humori crySTALLINO etiam sint viciniore (§. 64); Imago delineabitur, antequam Radii ad Retinam pertingant, adeoque in Retina non erit Imago distincta; Objectum itaque remotum videtur confusum (§. 70). Quoniam tamen vicinorum Imagines ab humore crySTALLINO magis distant (§. 64); fieri potest ut ea in Retina sint distincte. Videbitur adeo Objectum vicinum distinctum (§. 70). Homo itaque Myops est (§. 384). *Q. e. d.*

#### SCHOLIION.

403. *Quoniam Spharicitas non minus crySTALLINI humoris, quam ejus a Retina distantia gradus varios admittit; utrumque etiam vitium gradus varios habet.*

#### THEOREMA CVI.

404. *Si humoris crySTALLINI convexitas facile mutari possit, eadem manente ejus a Retina distantia; homo Oculis valebit.*

#### DEMONSTRATIO.

Sit ea humoris crySTALLINI a Retina distantia, ut Objectorum vicinorum Imagines sint distincte; in ea distantia Imagines remotorum erunt confusae, cum in humore vitreo distincte apparere debeant (§. 64): Quod si jam humor crySTALLINUS fiat minus convexus seu paulisper complanetur; Imago distincta longius ab eo recedere debet (§. 388). Cum itaque in Retinam incidit; Objectum etiam remotum distincte videtur (§. 70).

Eodem modo ostenditur, mutata figura humoris crySTALLINI in magis convexam, vicina distincte videri de-

bere, cum antea distincte viderentur remota.

Quare si convexitas Humoris Crystallini facile mutari possit; & remota, & vicina distincte videntur, consequenter homo oculis valet (§. 379). *Q. e. d.*

#### THEOREMA CVII.

405. Si, eadem manente Humoris Crystallini figura, distantia inter eum & Retinam facile mutetur; homo oculis valebit.

#### DEMONSTRATIO.

Sit ea Humoris Crystallini a Retina distantia, ut remotorum Imagines in ea distincte delineentur. Remota itaque distincte videbuntur (§. 70). Jam cum Imago distincta vicinorum magis a Crystallino distet (§. 64); si distantia Crystallini a Retina facile mutari possit, vicinorum quoque Imago distincta in Retina delineabitur, adeoque vicina distincte videbuntur (§. 70).

Eodem modo ostenditur, Objectum remotum etiam distincte videri posse, si ab initio ea fuerit Crystallini a Retina distantia, ut Imagines vicinorum sint distinctæ.

Pater itaque si, eadem manente Humoris Crystallini figura, distantia inter eum & Retinam facile mutetur, & remota, & vicina distincte videri; adeoque hominem oculis valere (§. 379). *Q. e. d.*

#### THEOREMA CVIII.

406. Si & Humoris Crystallini figura, & ejus a Retina distantia facile mutetur; homo oculis valebit.

#### DEMONSTRATIO.

Patet ex Demonstrationibus Theorematum 106 & 107 (§. 404, 405).

#### SCHOLIUM.

407. Quæ de diversis oculorum accidentibus huc usque demonstravimus, in oculo artificiali (§. 78) clarissime ostenduntur.

#### THEOREMA CIX.

408. Myopes in Luce minore legere possunt quam Presbyta.

#### DEMONSTRATIO.

Cum enim quodlibet Objecti punctum radiet in oculum per radios divergentes (§. 49); idem Objectum per plures radios videbitur, si fuerit vicinior, quam ubi ab oculo magis remotetur (§. 87). Quare cum Myopes, ut legant, scripturam oculis propius admoveant (§. 385); literas per plures radios vident, quam Presbyta, adeoque etiam clarius (§. 390). Quæ igitur Presbytis non sufficit ad legendum Lux, Myopibus tamen sufficere potest. *Q. e. d.*

#### SCHOLIUM I.

409. Eadem est ratio, quod in Luce minore scripturam oculo propius admoveant, etiam qui oculis valent, & hinc si quis quotidie ad Lucem creperam aut candelam non probe emunctam scripturam minutam legit, facile fit Myops.

#### SCHOLIUM II.

410. Tam Myopes, quam Presbyta per exiguum foramen acicula in charta efformatum distincte videre solent, quæ charta remota confuse representantur. Ejus rei ratio non est obscura, si quis ea meditetur, quæ de causis confusæ Visionis paulo ante, & de speciebus per exiguum foramen in Cameram obscuram transmissis superius (§. 119) dicta sunt.

THEO-

THEOREMA CX.

Tab. 411. Si Corpus opacum HI intra  
VI. Axes Opticos AC & BC comprehenda-  
Fig. 69. tur; nullam Objecti KL partem teget  
n. 1. utrique oculo simul, partem tamen ali-  
quam DC teget dextro B, aliam CE  
sinistro A.

DEMONSTRATIO.

Cum enim HI non obstat, quo minus ex singulis Punctis KC ad Oculum A rectæ duci possint; KC ab Oculo A videri potest (§. 60). Ex eadem ratione liquet, partem CL videri ab Oculo B. Utrique igitur Oculo simul nihil Objecti KL tegitur. *Quod erat unum.*

Enimvero quia HI est Corpus opacum, per hypoth. Radios a CE versus A propagandos intercipit (§. 12). Ab Oculo igitur A non videtur CE. Eodem modo patet, non videri CD ab Oculo B. Pars igitur CE tegitur Oculo A, pars vero DC alteri B. *Quod erat alterum.*

THEOREMA CXI.

Tab. 412. Si Corpus opacum KL distan-  
VI. tia Axium Opticorum AC & BC fuerit  
Fig. 74. minor; pars media HI ab utroque Oculo  
A & B videtur una cum extremis DF  
& GE, interjacentes autem FH & IG  
videntur ab alterutro tantum.

DEMONSTRATIO.

Cum enim Opacum KL impediatur, quo minus ab FH ad B & ab IG ad A rectæ duci possint: FH ab Oculo B non videbitur, neque IG ab Oculo A (§. 60). Sed cum non obstat, quo minus a FH in Oculum A & ab IG in Oculum B Radii emanent (§. cit.); FH in A & IG

in B videbitur. Eodem modo constat, partem mediam HI cum extremis DF & GE videri in A & B simul. *Q. e. d.*

THEOREMA CXII.

413. Si Corpus opacum HI Axes Tab.  
Opticos AC & BC excedat; pars media VI.  
FG utrique Oculo A & B tegetur, pro- Fig. 75.  
xime adjacentes GL & KF tegentur tan-  
tum alterutri, DK & LE nulli.

DEMONSTRATIO.

Quoniam HI intercipit Radios ab FL versus A & a KG versus B propagandos (§. 12, 46); FG ab Oculo nullo, KF tantum ab unico A, GL ab altero B videri potest (§. 42); reliquæ vero partes DK & LE videntur ab utroque. *Q. e. d.*

THEOREMA CXIII.

414. Si Corpus opacum HI intra Tab.  
Axes Opticos AC & BC comprehendi- VI.  
tur; erit pars ab uno tantum Oculo B Fig. 69.  
visa DC; ad Oculorum distantiam AB; n. 1.  
ut distantia alterius extremi opaci H ab  
Horoptere HC, ad distantiam ejusdem  
ab Oculo vicino A.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim AB ipsi DC parallela (§. 341), erit  $0 = x$  (§. 233 Geom.). Quare cum etiam Verticales ad H æquales (§. 156 Geom.); erit  $DC : HC = AB : AH$  (§. 267 Geom.) consequenter  $DC : AB = HC : AH$  (§. 173 Arithm.). Eodem modo ostenditur, esse  $CE : AB = CI : IB$ . *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

415. Quodsi  $CI > HC$  (id quod contin-  
git, si HI ad distantiam Oculorum ver-  
tu.

fus dexteram convergit); CI ad rectam ipsa IB minorem rationem habet, quam CI ad IB (§. 205 *Aritbm.*), consequenter ipsa CI major ad eandem minorem ipsa IB majorem rationem habet quam CI ad IB (§. 207 *Aritbm.*). Quamobrem CE ad AB jam rationem majorem habet, quam ubi  $CI = CH$  (§. 414), consequenter pars CE ab Oculo A visa major, quam ante (§. 204 *Aritbm.*). Enimvero ubi  $CI = CH$ , etiam  $CE = DC$ . Quare ubi  $CI > HC$ , etiam  $CE > DC$  (§. 89 *Aritbm.*).

## THEOREMA CXIV.

Tab. 416. Si Corpus Opacum KL fuerit  
VI. minus intervallo Axium Opticorum AC  
Fig. 74. & BC; erit pars media HI, qua ab utroque Oculo A & B videtur, ad distantiam Oculorum AB, ut segmenta MI & AM Radii ex Oculo A per extremitatem ipsi vicinam K in Horopterem ducti.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam HI ipsi AB parallela (§. 341), erit  $HIM = MAB$  (§. 233 *Geom.*). Quare cum etiam verticales ad M æquales sint (§. 156 *Geom.*); erit  $HI : IM = AB : AM$  (§. 267 *Geom.*); consequenter  $HI : AB = IM : AM$  (§. 173 *Aritbm.*). Q. e. d.

## COROLLARIUM.

417. Quodsi KL Oculis fuerit propius, segmentum MI fiet majus, AM vero minus: descendente enim Corpore KL, ita ut secum rapiat rectam BH, Punctum quoque M descendere evidens est. Quoniam itaque MI ad rectam ipsa AM minorem, majorem habet rationem quam MI ab AM (§. 250 *Aritbm.*); recta quoque ipsa MI major ad eadem rectam ipsa AM minorem, multo magis majorem rationem habebit

quam MI ad AM (§. 203 *Aritbm.*), consequenter si KL Oculo vicinius, HI ad AB majorem rationem habet, quam si remotius (§. 416), adeoque pars media HI ab utroque Oculo visa major est (§. 204 *Aritbm.*).

## THEOREMA CXV.

418. Si Corpus opacum KL fuerit Tab. VI. distantia Oculorum AB parallelum & intervallo Axium Opticorum minus; erit excessus partis Oculo alterutri B recta FH supra latitudinem Opaci KL, ad eandem latitudinem KL; ut distantia vicinioris extremi ab Horoptere HL, ad distantiam ejus ab Oculo BL. Fig. 74.

## DEMONSTRATIO.

Quia KL ipsi AB parallela per hypothesin. AB vero ipsi FH (§. 341); erit quoque KL parallela ipsi FH (§. 232 *Geom.*), & hinc  $BH : BL = FH : KL$  (§. 268 *Geom.*), consequenter  $HL : BL = FH : KL$  (§. 193 *Aritbm.*). Q. e. d.

## COROLLARIUM.

419. Quodsi KL Oculo fuerit vicinius, BL fit minor, consequenter cum ratio ipsius BL ad BH decrescat (§. 203 *Aritbm.*), decrescet etiam ratio ipsius KL ad FH (§. 418). Quare cum KL fit constans, pars quoque recta FH major fit necesse est (§. 206 *Aritbm.*).

## THEOREMA CXVI.

420. Si latitudo Corporis Opaci HI Tab. VI. fuerit distantia Oculorum AB equalis; pars utrique Oculo recta FG eidem equalis erit. Fig. 75.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam  $HI = AB$  per hypothesin. ac præterea supponitur eidem AB parallela (etfi

(et si enim Corpus ipsum inclinetur ad distantiam Oculorum AB, concipere tamen licet in omni casu rectam HI, quæ ex uno ejus extremo H ducta terminatur in Radio BG per alterum extremum transeunte); erit quoque AH ipsi BI seu AF ipsi EG parallela (§. 257 *Geom.*). Quare cum FG sit parallela ipsi AB (§. 341); erit  $FG=AB$  (§. 257 *Geom.*).  
*Q. e. d.*

### THEOREMA CXVII.

Tab. IV. Fig. 76. 421. Si latitudo Corporis opaci GH distantia Oculorum AB fuerit minor, sed intervallo Axium Opticorum AC & BC major; minorem partem Objecti IK teget, ubi Oculis propius fuerit, majorem vero, si magis remouetur: pars tamen secta IK minor est latitudine Opaci GH, quamdiu distantia ejus ab Horoptere perceptibilis.

### DEMONSTRATIO.

Producatur GH in M, donec GM = AB. Quoniam GH supponitur ipsi AB parallela; erit quoque BM parallela ipsi GA (§. 257 *Geom.*). Est adeo summa angulorum  $\alpha$  &  $\gamma$  duobus rectis æqualis (§. 233 *Geom.*). Quare cum  $x > \gamma$  (§. 188 *Geom.*); erit summa duorum  $\alpha$  &  $x$  major duobus rectis (§. 90 *Aarithm.*), consequenter AG & BH versus Oculos divergunt (§. 261 *Geom.*), adeoque convergunt versus F (§. 263 *Geom.*). Quoniam itaque IK ipsi AB parallela (§. 341); erit  $IK : GH = FI : FG$  (§. 268 *Geom.*) consequenter ob  $FI < FG$  etiam  $IK < GH$ . *Quod erat unum.*

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

Quod si concipiamus Opacum GH removeri ab Oculis versus Horopterem DE; Lineæ AF & BF majori intervallo a se invicem recedent, consequenter major evadet Punctorum I & K distantia (§. 192 *Geom.*), hoc est, pars secta IK augetur. *Quod erat alterum.*

### THEOREMA CXVIII.

422. Si latitudo Opaci FG fuerit distantia Oculorum AB major; eo majorem partem IK teget, quo oculis A & B propius fuerit: pars vero secta semper major latitudine Opaci FG. Tab. IV. Fig. 77.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam FG parallela ipsi AB eademque major, per hypoth. si fiat  $GH = AB$ , erit AH ipsi GB parallela (§. 257 *Geom.*) adeoque summa angulorum  $\alpha$  &  $x$  duobus rectis æqualis (§. 233 *Geom.*). Quare cum  $\alpha > \gamma$  (§. 188 *Geom.*); erit summa angulorum  $x$  &  $\gamma$  duobus rectis minor (§. 90 *Aarithm.*); consequenter rectæ FA & GB versus L convergunt (§. 262 *Geom.*). Est itaque  $LF : LI = FG : IK$  (§. 268 *Geom.*), & hinc ob  $LI > LF$  etiam  $IK > FG$ . *Quod erat unum.*

Quod si concipiamus Opacum FG ad Oculos A & B propius accedere; lineæ IL & LK magis a se invicem discedunt, consequenter pars secta IK major evadit. *Quod erat alterum.*

### THEOREMA CXIX.

423. Si latitudo Opaci FG fuerit distantia Oculorum AB major; erit excessus partis sectæ IK supra latitudinem Opaci FG ad excessum hujus supra distantiam

K Tab. VI. Fig. 77.  
*tiam*



tiam Oculorum AB, ut distantia alterutrius extremi ab Horoptere FI ad distantiam ejusdem ab Oculo viciniore FA.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam MK & FG parallelæ ipsi AB (per hypoth. & § 341); ducta AM ipsi KB parallela, erit  $AB=HG=MK$  (§. 257 Geom.). Est igitur FH excessus ipsius FG supra AB & IM excessus ipsius IK supra eandem AB, adeoque  $IM-FH$  excessus ipsius IK supra FG. Quare cum sit  $AI:AF=IM:FI$  (§. 268 Geom.); erit etiam  $FA:FI=FI:IM-FH$  (§. 193 Arithm.), adeoque etiam  $IM-FH:FI=FI:FA$  (§. 169 Arithm.). Q. e. d.

## THEOREMA CXX.

Tab. VI. Fig. 76. 424. Si latitudo Opaci GH fuerit minor distantia Oculorum AB, sed major intervallo Axium Opticorum; erit excessus latitudinis Opaci GH supra partem rectam IK ad excessum distantie Oculorum AB supra latitudinem Opaci GH, ut distantia extremi alterutrius Opaci ab Horoptere HK ad distantiam ejusdem ab Oculo vicino BH.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam IO (§. 341) & GH per hypoth. ipsi AB parallela; ductis BL & ON ipsi AI parallelis, erit  $OL=HM=NB$  &  $IO=GH=AN$  (§. 257 Geom.), adeoque HM excessus distantie Oculorum AB supra latitudinem Opaci GH, & KO excessus hujus supra partem rectam IK. Quare cum sit BH:

BK=HM:KL (§. 268 Geom.); erit etiam BH:KH=HM:KO (§. 193 Arithm.), adeoque etiam KO:HM=KH:BH (§. 169 Arithm.). Q. e. d.

## THEOREMA CXXI.

425. Si Humor Crystallinus est minoris Sphæra segmentum; Objectum valde minutum distinctius videtur, quam si majoris fuerit.

## DEMONSTRATIO.

Qui enim habent Humorem Crystallinum valde convexum, sunt Myopes (§. 402); adeoque Objecta propius admovent Oculo (§. 384). Sed cum propiora majora appareant remotioribus (§. 211); fieri potest, ut, quod Presbyta ob parvitatem non bene distinguit, idem tamen distincte cernatur a Myope, hoc est, ab eo, qui Humorem Crystallinum habet valde convexum (§. 42). Q. e. d.

## SCHOLIUM.

426. Hinc Myopes legunt scripturam minutam; & Oculis animantium, quæ minore cibo utuntur & ab Objectis minutis facile læduntur, inest Humor Crystallinus valde convexus.

## THEOREMA CXXII.

427. Si Diameter Sphære CD distantie Oculorum AB aequalis fuerit, & recta ex Centro Sphære in medium distantie ducta EF sit perpendicularis ad AB; Oculi A & B circa Axem EF acti totum Hemisphærium lustrabunt. Tab. VI. Fig. 78.

DEMONSTRATIO.

Erigantur ex C & D super Diametro CD, perpendiculares CA & DB, itemque alia ex Centro EF: quæ omnes cum inter se parallelæ existant (§. 256 Geom.), si ex B demittatur perpendicularis BA ad CA, erit eadem ad FE perpendicularis (§. 230 Geom.) & tam  $AB = CD$ , quam  $FB = ED$  (§. 226 Geom.). Quotocunque igitur intervallo a Sphæra statuantur Oculi A & B; semper in parallelis CA & DB Centra eorum hærebunt, *vi hypoth.* Enimvero quoniam inter rectam BD & Circulum non alia recta duci potest (§. 304 Geom.), Punctum remotius quam D Oculus B videre nequit (§. 47). Eodem modo ostenditur, Oculum A non videre Punctum remotius quam C. Est vero DEG rectus, *per superiora*, adeoque GD, itemque CG quadrans (§. 143 Geom.). Quodsi ergo rectangulum DBFE, itemque alterum EFAC circa Axem EF rotari concipiamus, uterque quadrans Hemisphærium describet (§. 470 Geom.). Quamobrem Oculi circa Axem Sphæræ continuatum moti totum Hemisphærium lustrabunt. Q. e. d.

THEOREMA CXXIII.

Tab. VI. Fig. 79. 428. Si distantia Oculorum AB fuerit major Diametro Sphæræ & recta ex Centro Sphæræ ad medium distantia ducta EF ad AB perpendicularis; Oculi A & B circa Axem FE ducti partem Hemisphærio majorem successive spectabunt.

DEMONSTRATIO.

Quoniam  $FB > ED$  *per hypoth.* & DB

Circulum in D tangens ad ED perpendicularis (§. 308 Geom.); ED ad EF normalis esse nequit: foret enim alias DB parallela ipsi GF (§. 256 Geom.) & hinc porro  $DE = FB$  (§. 226 Geom.) *contra hypothesin.* Ducatur ergo DG ad FH perpendicularis (§. 216 Geom.); erit  $DG < DE$  (§. 220 Geom.), adeoque  $FB > DG$ . Distantiæ adeo rectæ BD a recta FG continuo decrescunt (§. 225 Geom.) & hinc BD cum FG versus H convergit (§. 83 Geom.). Quamobrem cum HDE sit rectus *per demonstrata*, &  $x$  minor recto (§. 219 Geom.); erit o major recto (§. 147 Geom.), atque DI quadrante major (§. 143 Geom.). Eodem modo ostenditur, esse CI quadrante majorem. Quodsi jam concipiamus Trapezium CABD circa Axem GF rotari; arcus DI partem Hemisphærio majorem emetietur (§. 470 Geom.). Oculi igitur B & A circa eundem Axem circumducti partem Hemisphærio majorem spectabunt. Q. e. d.

THEOREMA CXXIV.

429. Si distantia Oculorum AB fuerit minor Diametro Sphæræ & recta EF ex Centro Sphæræ E ad medium distantia F ducta sit ad AB perpendicularis; Oculi A & B circa Axem EF circumducti minorem Hemisphærio partem spectabunt. Tab. VI. Fig. 80.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Radius extremus BD Sphæram tangens in B ad DE perpendicularis (§. 308 Geom.) &  $FB < ED$  atque ad EF normalis *per hypoth.* ED ad EF normalis esse nequit: foret enim alias

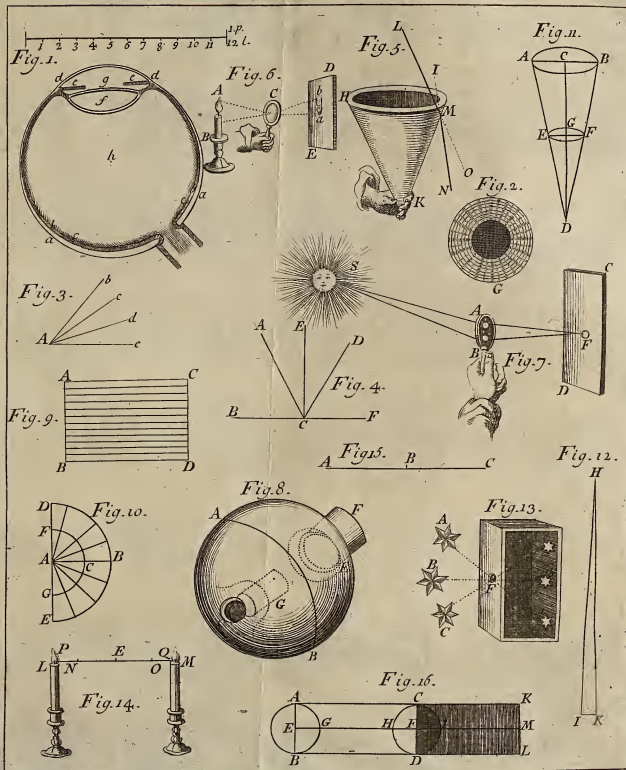
DB parallela ipsi EF (§. 256 Geom.) & hinc porro  $ED = FB$  (§. 226 Geom.) *contra hypothesin*. Ducatur ergo DL perpendicularis ad EF (§. 216 Geom.); erit DL ipsi FB parallela (§. 256 Geom.) adeoque  $LDB = FBH$  (§. 233 Geom.). Quare cum LDB sit recto minor, utpote pars recti EDB, *per demonstrata*; erit quoque FBH recto minor, & quia F est rectus, *per hypoib.* HFB & HBF junctim sumti duobus rectis minores. Lineæ

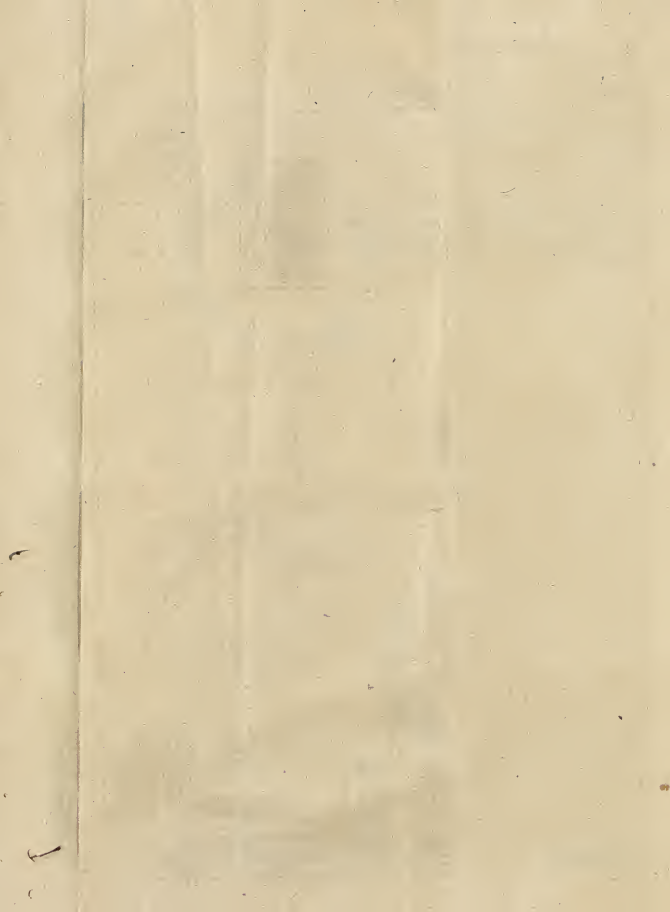
igitur DB & EF versus H convergunt (§. 262 Geom.) & ob DLE rectum, *per demonstrata*, HED recto minor (§. 219 Geom.), consequenter arcus GD quadrante minor (§. 143 Geom.). Eodem modo ostenditur, Arcum CG esse quadrante minorem. Quodsi ergo concipiamus, Trapezium CDAB circa Axem EF rotari; Oculi A & B minorem Hemisphærio partem spectabunt (§. 470 Geom.). Q. e. d.

## FINIS OPTICÆ.



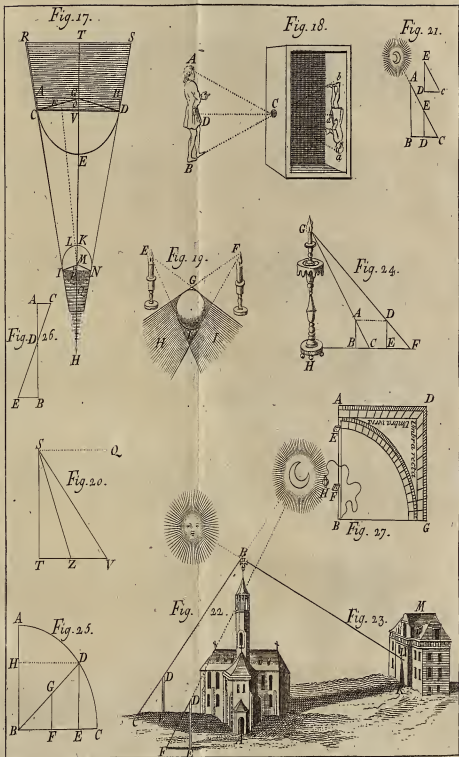
# FIG. OPTIC. TAB. I.

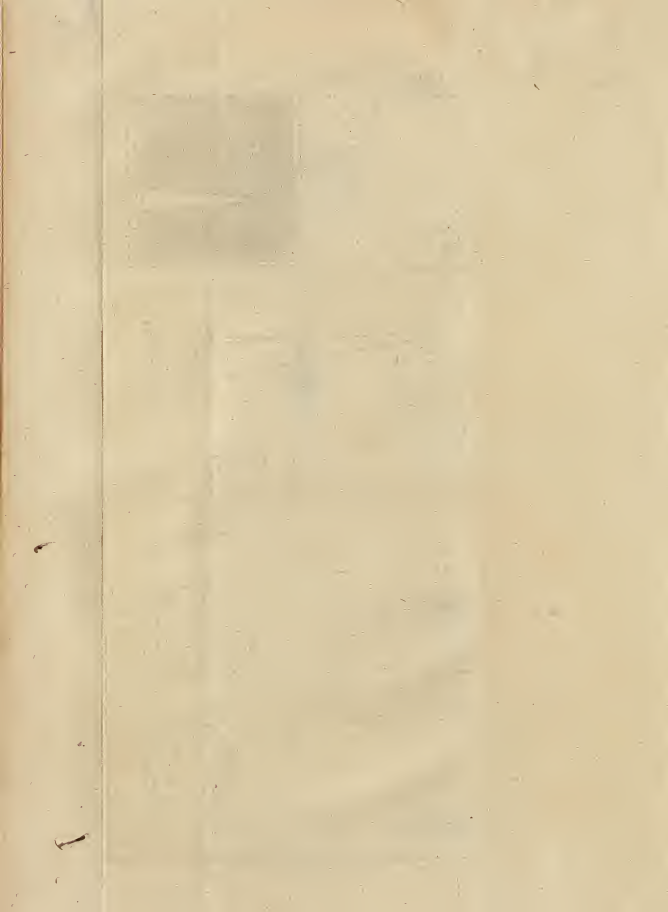




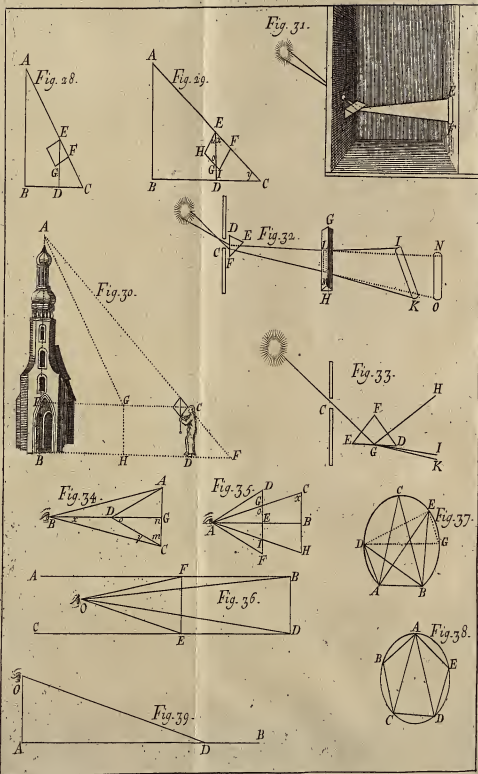


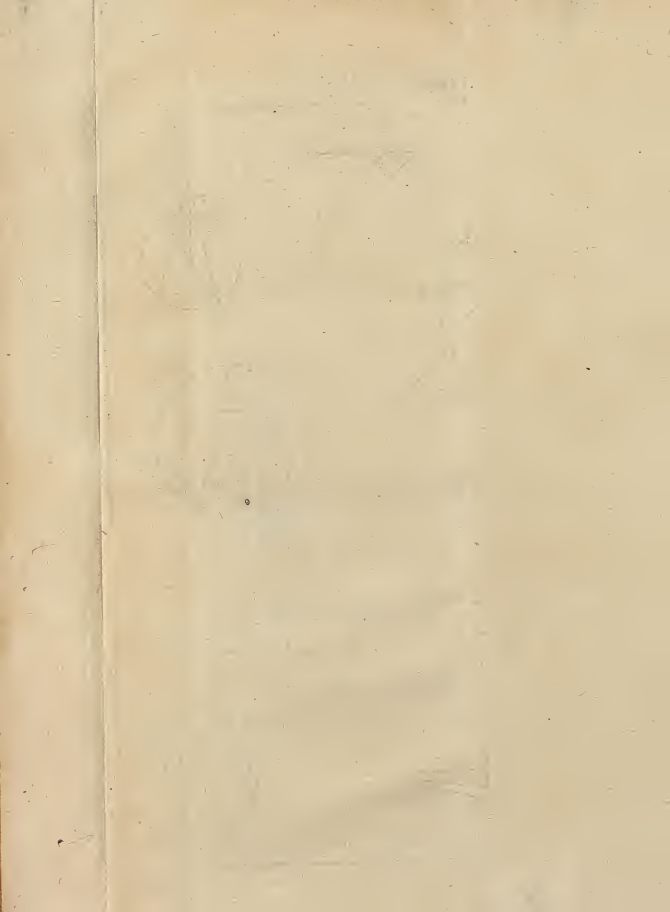
# FIG. OPTIC. TAB. II.



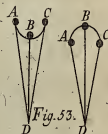
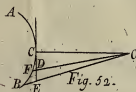
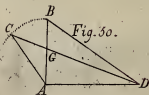
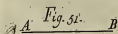
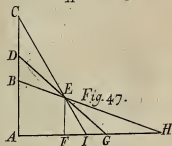
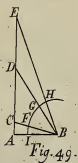
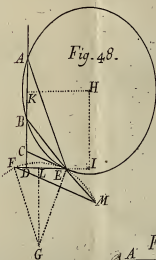
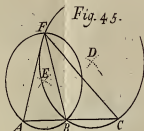
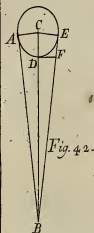
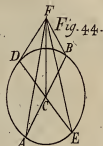
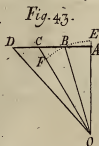
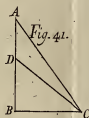
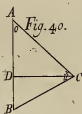


# FIG. OPTIC. TAB. III.





# FIG. OPTIC. TAB. IV.





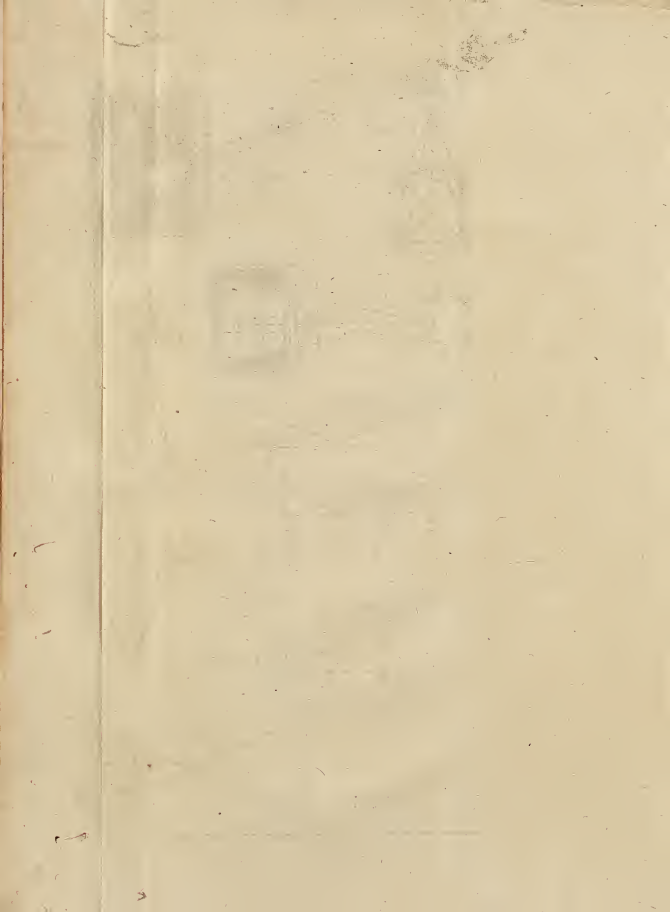
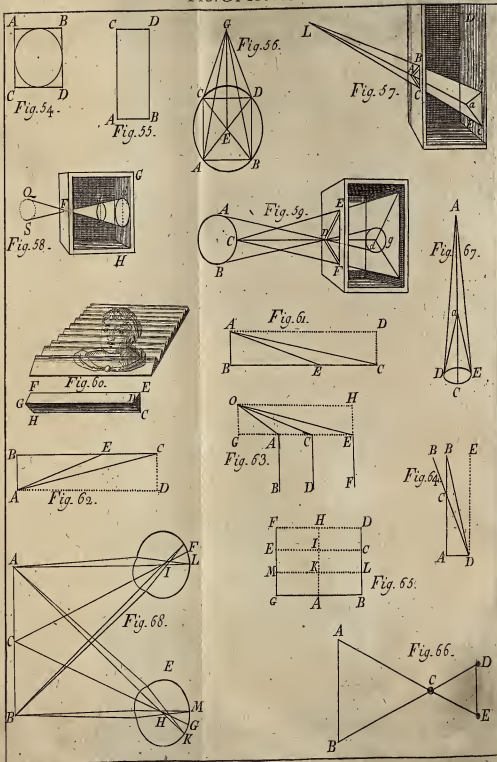


FIG. OPTIC. TAB. V.



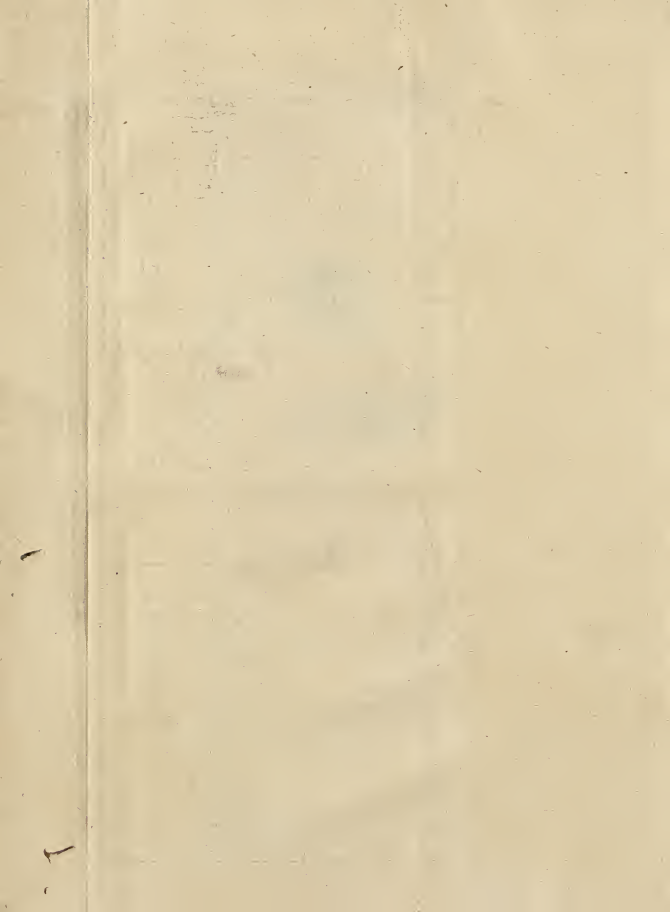
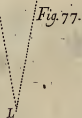
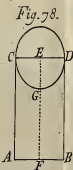
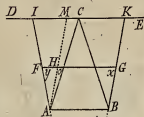
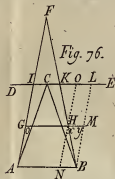
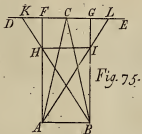
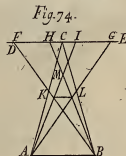
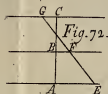
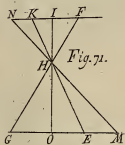
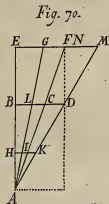
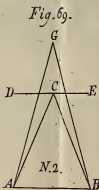
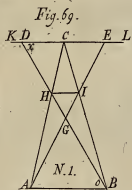


FIG. OPTIC. TAB. VI.



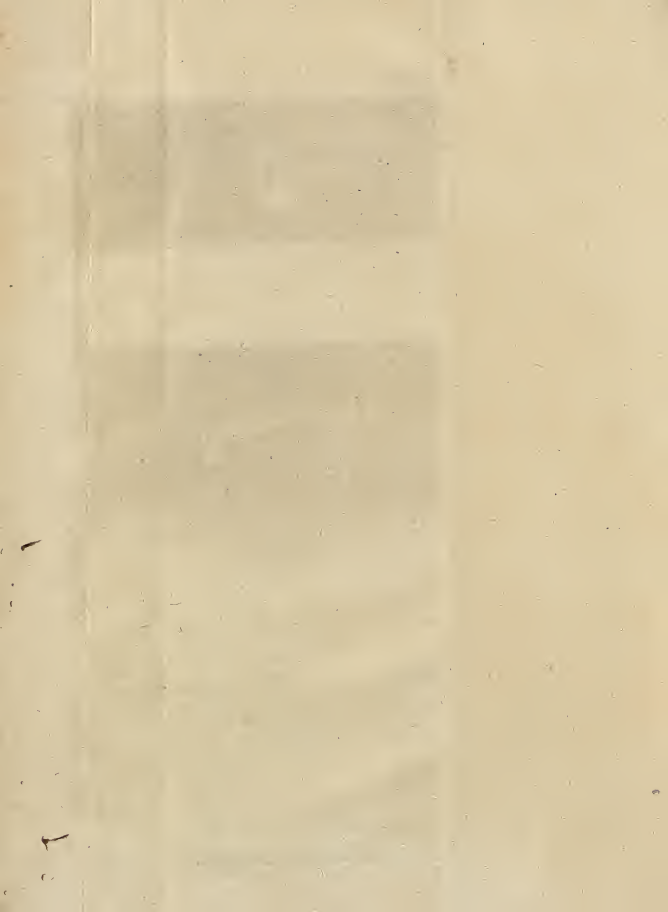
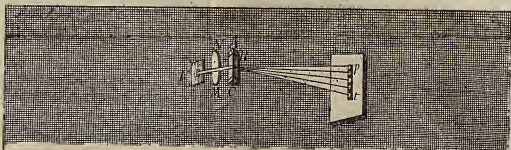
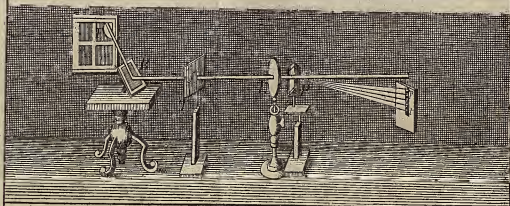




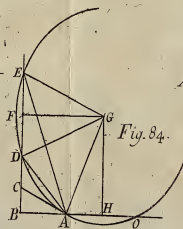
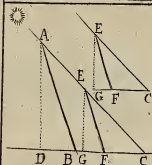
FIG. OPTIC. TAB. VII.



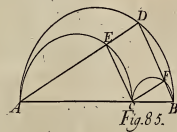
*Fig. 82.*



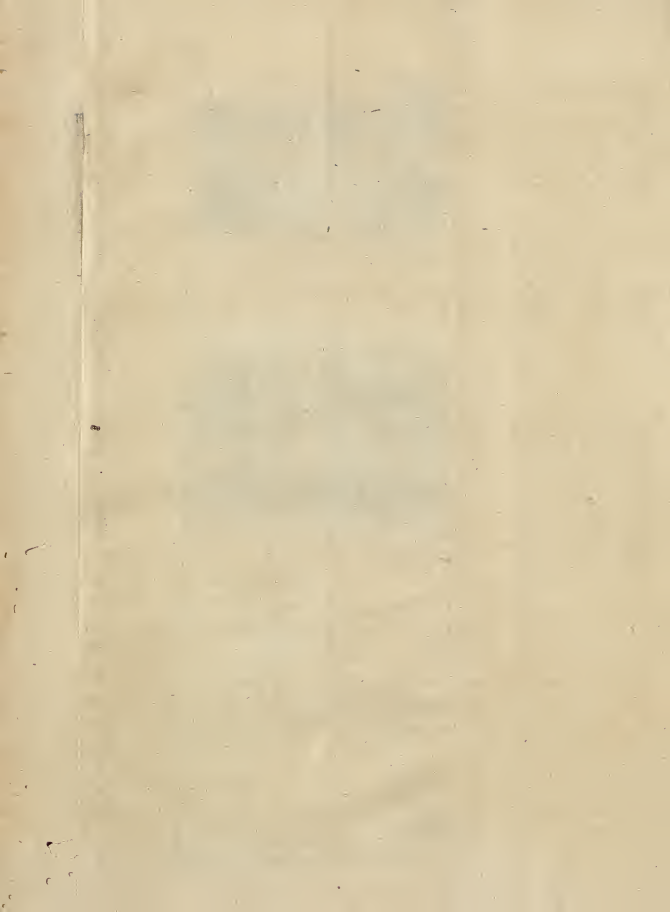
*Fig. 83.*



*Fig. 84.*



*Fig. 85.*



# ELEMENTA PERSPECTIVÆ.

## P R Æ F A T I O.



Uoniam inter Artes ab humano ingenio inventas eminet Pictoria, operam profecto non perdunt, qui in ea excolenda defudant. Non igitur miramur, Viros præclaris ingenii dotibus instructos in hac Arte perficienda multum industriæ posuisse, præsertim cum hoc labore fungi non posset, nisi in Geometria & Optica versatus. Nata hinc est Perspectiva, Artis Pictoriæ complementum, cujus ignarus ut omnes in Picturis errores evitet fieri nequit. Cum adeo sine ea nullum Pictoris opus sit consummatum; optandum foret, ut nemo Arti Pictoriæ se traderet, nisi idem Perspectivæ Leges cognitatasque perspectas sibi reddere decreverit. Enimvero non modo Pictoribus utilis est Perspectiva; verum etiam Architectis & iis, qui practicas Matheseos partes ad usum indigentia humanæ transferunt. In Machinarum præsertim ideis pulchre deli-

delineandis omne fert punctum. Juvat etiam Philosophos ejus cognitio : cum enim eorum sit, possibilem pervestigare rationes ; non sine insigni voluptate cognoscunt, cur & quomodo fieri possit, ut Radii a Tabula reflexi speciem Objecti, qualis in data distantia atque altitudine Oculi apparet, secum ad Oculum afferant. Non igitur mihi suffecit, Regulas Perspectivæ tradidisse ; sed earum quoque Demonstrationes addidi, ut tam iis satisfacerem, quibus Ars delineandi ac pingendi curæ cordique existit, quam illis, qui philosophantur. Exempli pauca tradidi, tum ne numerus Figurarum multiplicaretur, tum quia multis non est opus. Qui enim vim Regularum tenet, proprio Marte excogitabit plura. In Exemplis quæ proposui distantiam Oculi assumsi minorem, ne Figuræ fierent prolixiores. Facile autem eas in majores mutabit, qui Praxi studet. Cæterum Perspectivam Opticæ jungimus, quia tanquam rivulus ex hoc fronte derivatur, ita ut etiam a nonnullis (a) in ipsa Optica tradatur ; alii contra Opticam cum Catoptrica & Dioptrica Perspectivæ nomine insigniverint (b).

(a) Fecit id ANDREAS TACQUET, in *Operibus Mathematicis*.

(b) Pertinet huc JOANNIS Archiepiscopi CANTUARIENSIS, *Perspectiva Communis*.

# ELEMENTA PERSPECTIVÆ.

## CAPUT PRIMUM.

### *De Fundamentis Perspectivæ.*

#### DEFINITIO I.

1. **PERSPECTIVA** est Scientia delineandi in Tabula quodlibet Objectum, quale ad datam distantiam & in data altitudine Oculo apparet super Tabula transparente inter ipsum & Objectum ad Horizontem perpendiculariter erecta.

#### SCHOLION.

Tab. I. 2. Ponamus Tabulam vitream HI super  
Fig. 1. Plano Horizontali perpendiculariter erectam & Spectatorem S Oculum O dirigere in triangulum ABC. Quodsi concipiamus Radios OA, OB, OC &c. in transitu per Tabulam vestigia sui in a, b, c relinquere; super ea comparebit Triangulum abc, quod cum per eisdem Radios aO, bO, cO in Oculum radiet, per quos species Trianguli ABC ad eundem deferretur, veram Trianguli ABC apparentiam exhibere debet etiam Objecto ACB remoto, distantia tamen & altitudine Oculi servata (§. 43 Optic.). In Perspectiva igitur docetur, quomodo per certas Regulas Puncta a, b, c &c. Geometricè investigentur. Hinc vero intelligitur Praxis Mechanica Objectum datum accuratius delineandi, quam ob utilitatem ejus hic exponi fas est.

#### PROBLEMA I.

Tab. I. 3. Objectum quodcumque datum accurate delineare.  
Fig. 2.

#### RESOLUTIO.

1. Ex quatuor subscudibus paretur Qua-

dratum DE per fila iisdem parallela in areolas quadratas inter se æquales divisum.

2. Super Tabula FG eidem firmiter annexa erigatur perpendiculariter Dioptra H, ut sit Quadrato parallela.

3. Charta, in qua Objectum delineandum, dividatur in totidem areolas quadratas, in quot Quadratum DE divisum.

4. Per Dioptram H Oculo in Objectum directo, quod ultra Tabulam DE debito intervallo remotum, observetur, in quibus areolis Tabulæ DE singulæ partes appareant, & eisdem delineentur in Quadratulis, quæ super Charta iisdem respondent.

Ita Artis delineandi peritus satis accurate apparentiam Objecti exhibebit.

#### DEFINITIO II.

4. **Pyramis Optica** ABCO est Pyra-Tab. I. mis, cujus Basis est Objectum visibile Fig. 1. ABC, Vertex vero in Oculo O; formata per Radios a singulis Perimetri Punctis in Oculum O ductos. Hinc simul patet, quid sit Triangulum Opticum AOB. Fig. 6.

#### DEFINITIO III.

5. **Radii Optici** vocantur, quibus Tab. I. terminatur Pyramis Optica vel Triangulum. Fig. 1.



gulum Opticum veluti OA, OC, OB.

#### DEFINITIO IV.

6. *Tabula* est superficies plana & pel-  
lucida HI inter Oculum O & Objectum  
ABC ad Horizontem perpendiculariter  
erecta, nisi expresse contrarium monea-  
tur, Radios Opticos in *a*, *b*, *c* secans.

#### SCHOLION.

7. *Hinc nonnulli* Sectionem appellant. Vo-  
cantur etiam Planum Perspectivum, quia in  
eo exhibetur apparentia Objecti: item Vi-  
trum, quia istiusmodi Tabule pellucida sunt  
vitrea.

#### DEFINITIO V.

8. *Planum Geometricum* est Planum  
LM Horizonti parallelum, in quo con-  
cipimus situm Objectum perspective  
desineandum & cui Planum Perspecti-  
vum, nisi contrarium moneatur, ad  
Angulos rectos insitit.

#### DEFINITIO VI.

9. *Planum Horizontale* est Planum  
Horizonti parallelum & per oculos  
transiens, quod Planum Perspectivum  
HI super Geometrico LM normaliter  
erectum ad Angulos rectos secat.

#### DEFINITIO VII.

10. *Planum Verticale* est, quod ad  
Geometricum LM perpendicularare per  
Oculum O transit & Perspectivum HI  
ad Angulos rectos secat.

#### DEFINITIO VIII.

Tab. I. Fig. 3. 11. *Linea Terræ* vel *Fundamentalis*  
NI est intersectio Plani Geometrici LM  
& Perspectivi HI.

#### SCHOLION.

12. *Sunt etiam, qui* Basin Tabulæ appel-  
lant, quoniam *Linea Terræ* insitit.

#### DEFINITIO IX.

13. *Punctum Visus* seu *Oculi* est  
Punctum F in Tabula HI, in quod ca-  
dit recta OF ex Oculo O ad Tabulam  
HI perpendicularis. Vocatur etiam *Pun-  
ctum Principale*.

#### COROLLARIUM.

14. Est adeo in intersectione Plani Ho-  
rizontalis & Verticalis (§. 9, 10).

#### DEFINITIO X.

15. *Linea distantia* est recta OF,  
ab Oculo O ad Punctum principale F  
ducta.

#### COROLLARIUM.

16. Quoniam ad Tabulam perpendicu-  
laris (§. 13), non est nisi distantia Oculi  
a Tabula (§. 225 Geom.).

#### DEFINITIO XI.

17. *Linea Horizontalis* est recta PQ Tab. I.  
per Punctum principale F ducta & Ho- Fig. 3.  
rizonti parallela, seu intersectio Plani  
Horizontalis & Perspectivi (§. 9).

#### COROLLARIUM.

18. Est itaque Lineæ Terræ parallela  
(§. 8, 11).

#### DEFINITIO XII.

19. *Punctum distantia* est Punctum  
P vel Q in Linea Horizontali PQ, quod  
tanto intervallo distat a Puncto princi-  
pali F, quanto Oculus O ab eodem re-  
movetur.

#### SCHOLION.

20. Nempe si in Linea Horizontali PQ  
assumatur FP = FO; erit P Punctum distantia.

#### DEFINITIO XIII.

21. *Altitudo Oculi* OS est recta ex  
Oculo ad Planum Geometricum per-  
pendicularis.

## DEFINITIO XIV.

Tab. I. 22. *Apparentia, Representatio, Projectio* Puncti est Punctum  $a$ , per quod transit Radius Opticus OA a Puncto Objecti A per Tabulam HI ad Oculum O ductus, seu Punctum  $a$  in quo Tabula HI Radium Opticum OA secat. Unde etiam patet, quid sit *Projectio*, vel *Apparentia Lineæ, Plani atque Solidi*.

## DEFINITIO XV.

23. *Ichnographia Geometrica* est Descriptio Figuræ planæ in Plano Geometrico, cui tanquam Basi Corpus innititur, aut inniti fingitur.

## SCHOLION.

Tab. I. 24. *Insistat Plano Geometrico Prisma Triangulare ABCD*; hujus ergo Basi, nempe Triangulum ABC, si in Plano Geometrico describitur, *Ichnographia Geometrica* fieri dicitur. Ponamus idem Prisma AE in libero aere suspendi, ita ut Planum CBEF sit Plano Geometrico parallelum. Quodsi ex singulis Angulis A, C, B, D, E, F demittantur perpendiculares ad Planum Geometricum; figura HGIK fingitur esse Basi Prismatis in hoc situ, ejusque in Plano Geometrico descriptio vocatur *Ichnographia Geometrica Prismatis*.

## DEFINITIO XVI.

25. *Ichnographia Projecta* seu *Perspectiva* est *Apparentia Ichnographia Geometricæ* in Tabula seu Plano Perspectivo.

## DEFINITIO XVII.

26. *Scenographia* est *Representatio Corporis* in Plano Perspectivo.

## DEFINITIO XVIII.

27. *Linea Objectiva* est Linea quæcunque in Plano Geometrico ducta, cujus Representatio in Tabula desideratur. *Wolffii Oper. Math.* Tom. III.

ratur. Unde etiam intelligitur, quid sit *Planum Objectivum*, item *Punctum objectivum*.

## THEOREMA I.

28. *Apparentia Lineæ rectæ Objectivæ est Linea recta.*

## DEMONSTRATIO.

Cum a singulis Punctis Lineæ Objectivæ AB in Oculum O Radii illabantur; Tab. I. Fig. 6. Linea recta in Oculum radiat per Triangulum AOB (§. 87 *Geom.*). Sed *Apparentia* CD rectæ AB est intersectio communis Tabulæ & Trianguli Optici AOB (§. 22). Ergo CD est Linea recta (§. 482 *Geom.*). Q. e. d.

## SCHOLION.

29. Idem eodem modo patet, si Linea AC, Tab. I. cujus *Apparentia* ac, sit in Plano Geometrico; Fig. 1. videturque per Triangulum opticum AOC.

## COROLLARIUM I.

30. Data igitur *Apparentia*  $a$  &  $b$  duorum Punctorum extremorum A & B, datur *apparentia* totius Lineæ ab.

## COROLLARIUM II.

31. Similiter datis *Apparentiis*  $a$ ,  $b$  &  $c$  verticum Angulorum A, B, C Figuræ Objectivæ ABC; datur *Apparentia* abc Figuræ ipsius Objectivæ.

## THEOREMA II.

32. *Altitudo Puncti apparentis in Tabula est ad altitudinem Oculi, ut distantia Objectivi a Tabula ad aggregatum ex eadem distantia & distantia Oculi.*

## DEMONSTRATIO.

Quoniam altitudo Puncti apparentis Tab. I. G vel est ad Lineam Terræ ED altitudo Fig. 7. Oculi O ad Planum G perpendicularis (§. 27 *Geom.*).

ad AM, quam ad BM perpendicularis (§. 454 *Geom.*) & cum GH, tum IK ipsi OM parallela (§. 256 *Geom.*). Quare  $AH : AM = HG : MO$  &  $BK : BM = KI : MO$  (§. 268 *Geom.*). Quodsi itaque AM sit ad Lineam Terræ perpendicularis; erit AH distantia Puncti Objectivi A a Tabula CFDF, & MH distantia Oculi (§. 225 *Geom.*), adeoque propositum constat.

Si BM non fuerit perpendicularis ad Lineam Terræ DE; erunt tamen verticales ad K æquales (§. 156 *Geom.*) & demissis BL & MH perpendicularibus ad Lineam Terræ,  $BL : MH = BK : MK$  (§. 267 *Geom.*), adeoque  $BL : BL + MH = BK : BM$  (§. 190 *Arithm.*), consequenter  $KI : MO = BL : BL + MH$  (§. 167. *Arithm.*) *Q. e. d.*

## CAPUT II.

*De Ichnographia Perspectiva.*

## PROBLEMA II.

Tab. I. 33. *Puncti Objectivi H Apparentiam exhibere.*

## RESOLUTIO.

1. A Puncto dato H ducatur perpendicularis HI ad Lineam Terræ DE.
2. Ex Linea Terræ DE refecetur IK = IH.
3. Per Punctum principale F, ex data altitudine Oculi OS inveniendum (§. 13) ducatur Linea Horizontalis FP & fiat FP distantia Oculi SL æqualis.
4. Ex Puncto I ducatur ad Punctum principale F recta FI, & ex K ad Punctum distantia P recta PK.

Dico, intersectionem *b* esse apparentiam Puncti Objectivi H.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam FP ipsi DE parallela (§. 17); erit  $o = x$  (§. 233 *Geom.*). Quare cum etiam verticales ad *b* æquales (§. 156

*Geom.*); Triangula FbP & Kbi similia sunt (§. 267 *Geom.*); consequenter ducta NM ad utramque parallelarum FP & KE perpendiculari, cum *b*N & *b*M sint altitudines Triangulorum (§. 227 *Geom.*),  $FP : KI = N b : bM$  (§. 396 *Geom.*) & hinc  $FP + KI : KI = NM : bM$  (§. 190 *Arithm.*). Est vero  $KI = HI$  &  $FP = SL$ , itemque  $NM = OS$  per constructionem: ergo  $SL + IH : IH = OS : Mb$ , hoc est, ut aggregatum ex distantia Oculi a Tabula & distantia Puncti Objectivi ab eadem ad hanc Puncti Objectivi distantiam, ita altitudo Oculi ad altitudinem Puncti *b* in Tabula. Quare *b* est Representatio Puncti Objectivi H (§. 32). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

34. Cum datis Apparentiis verticum Angulorum figuræ rectilinae, detur Apparentia integræ figuræ rectilinae (§. 31), omnis figuræ rectilinae Projectio Ichnographica hoc modo haberi potest.

COROLLARIUM II.

35. Et quia qualibet Puncta Lineæ curvæ eodem modo in Planum Perspectivum projiciuntur; curvarum quoque Projectio eadem Methodo absolvitur.

COROLLARIUM III.

36. Ergo hæc Methodus quoque sufficit Planis mixtilineis in Tabulam projiciendis, consequenter universalis est.

SCHOLION.

37. Dantur equidem aliæ quoque Methodi passim ab Autoribus traditæ; sed cum nostrum non sit præter necessitatem multa congerere, sufficit eam exhibuisse & demonstrasse, quæ omnium usitatissima, etsi communiter absque Demonstrationibus proposita. Ut autem ejus vim percipiant Tyrones, aliquot Exemplis eandem illustrare libet.

PROBLEMA III.

Tab. II. Fig. 9. 38. Invenire Apparentiam Trianguli ABC, cujus Basis AB Linea Terræ DE parallela.

RESOLUTIO.

1. Cum Linea Terræ DE ducatur Horizontalis HR parallela, intervallo altitudini Oculi æquali (§. 13, 17).
2. Assumatur Punctum principale V Oculo vel directe, vel oblique oppositum, prout casus datus requisiverit.
3. Ex V in K transferatur distantia Oculi.
4. A Trianguli ACB singulis Angulis demittantur perpendiculares  $A_1$ ,  $C_2$ ,  $B_3$ .
5. Hæ perpendiculares transferantur in Lineam Terræ DE ex opposito Puncti distantia K.
6. Ex 1, 2, 3 ducantur rectæ ad Punctum principale  $V_1$ ,  $V_2$ , &  $V_3$ .

7. Ex Punctis A, B & C Lineæ fundamentalis DE ducantur ad Punctum distantia K rectæ aliæ AK, BK, CK.

Quoniam  $a$ ,  $b$  &  $c$  sunt apparentiæ Punctorum A, B & C (§. 33); ductis rectis  $ca$ ,  $ab$  &  $bc$ , erit  $acb$  Apparentia Trianguli ACB (§. 34).

SCHOLION.

39. Eodem modo in Planum projicitur Triangulum, si Vertex C Oculo obijciatur: neque enim alia re opus est, quam ut situs in Plano Geometrico immutetur & Vertex C Linea fundamentalis DE obvertatur, & perinde est, siue Basis Trianguli fuerit ad Lineam Terræ DE parallela, siue obliqua.

PROBLEMA IV.

40. Exhibere Apparentiam Quadrati Tab. II. oblique visi ABDC, cujus unum latus Fig. 10. AB est in Linea Terræ.

RESOLUTIO.

1. Quoniam Quadratum oblique videtur, Punctum principale V ita assumatur in Linea Horizontali HR, ut perpendicularis ad Lineam Terræ cadat extra latus Quadrati AB, saltem id bifariam non secet, sitque VK distantia Oculi.
  2. Perpendiculares AC & BD transferantur in Lineam Terræ DE ex A in C siue B & ex B in D.
  3. Ducantur rectæ KB, KD, itemque VA, VC.
- Erunt A & B Apparentiæ sui ipsius,  $c$  vero &  $d$  Apparentiæ Punctorum C & D (§. 33); consequenter AB $dc$  Apparentia Quadrati ABDC (§. 34).

SCHOLION.

41. Quodsi Quadratum ACDB a Linea Terræ

Terra DE distaret, quod tamen raro in Praxi supponitur, in Lineam Terræ transferenda essent etiam distantia Angulorum A & B; quod ex Problemate precedente abunde patet. Cum etiam oblique spectantium rarior sit usus in sequentibus, nisi contrarium moneatur, semper supponemus, figuram in Plano proji-ciendam directe Oculo objici.

## PROBLEMA V.

Tab. II. 42. Quadratum ABCD representare  
Fig. 11. in Tabula, cujus Diagonalis AC ad  
Lineam Terræ perpendicularis.

## RESOLUTIO.

1. Continuentur latera DC & CB, donec Lineæ Terræ in 1 & 2 occurrant.

2. Ex Puncto principali V transferatur in K & L distantia Oculi.

Ex K ducantur ad A & 1 rectæ KA & K1; ex L vero ad A & 2 rectæ LA & L2.

Dico, intersectiones istarum rectarum exhibere Apparentiam Quadrati ABCD ex Angulo visi.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Anguli ADC & ABC recti sunt, & AD = DC atque AB = BC (§. 98 Geom.) erunt DAC & BAC semirecti (§. 241 Geom.); & quia Diagonalis AC Lineæ Terræ DE ad Angulos rectos insistit, per hypoth. o & x sunt itidem semirecti, consequenter ob 1 DA & 2 BA rectos (§. 65 Geom.) etiam y & u semirecti (§. 240 Geom.) adcoque D1 = DA & B2 = BA (§. 253 Geom.) & hinc A1 = AC = A2 (§. 179 Geom.). Continuaris itaque lateribus DC & CB, donec Lineæ Terræ DE occurrant, perinde est, ac si perpendicularum

AC in 1 & 2 ex A transferretur. Porro si ex D & B perpendiculara DM & BN in Lineam Terræ DE demittantur; erunt m & n semirecti (§. 240 Geom.) & ideo DM = M1 & BN = N2 (§. 253 Geom.): ut adeo perpendicularares MD & NB in Lineam Terræ DE translatae terminentur in 1 & 2. Concipiamus jam ex Puncto principali V ductas rectas VA, VM & VN, & ex Puncto distantiae L rectas LA, L2: communis intersectio exhibebit Apparentiam Quadrati (§. 33). Concipiamus ex Puncto distantiae K ductas rectas K1 & KA, & ex Puncto principali, ut ante, VM, VA, VN: communis intersectio denuo exhibebit Apparentiam eandem ejusdem Quadrati (§. cit.). Ergo K1, KA & L2, LA rectas VM, VA, VN in iisdem Punctis intersectant, & ideo communes quoque intersectiones rectarum LA, L2 & KA, K1 Apparentiam Quadrati ABCD exhibere debent. Q. e. d.

## SCHOLIION.

43. Ex Demonstratione hujus Problematis intelligitur, quomodo ope Regula generalis in quibusdam casibus eruantur compendia particularia. Id enim habent omnes Regulae universales, quod in quibusdam casibus non evitent ambages. Qui secundum Regulam universalem operatur, in compendia particularia sponte veluti sua incidit.

## PROBLEMA VI.

44. Apparentiam Quadrati ABDC Tab. II. exhibere, cui aliud IMGH inscriptum Fig. 12. est, latere majoris AB in Linea Terræ existente, Diagonali vero posterioris ad Lineam Terræ perpendiculari.

## RESOLUTIO.

1. Ex Puncto principali V transfera-  
tur



tur utrinque in Lineam Horizontalem HR distantia Oculi VL & VK.

2. Ducantur VA & VB, itemque KA & LB; erit  $Ac dB$  Apparentia Quadrati ACDB (§. 40).
3. Producatur latus Quadrati inscripti IH, donec Linea Terræ in 1 occurrat, ducanturque rectæ KI & KM; erit  $ib M$  representatio Quadrati inscripti IHGM (§. 42).

SCHOLIION.

45. Ex resolutione hujus Problematis intelligitur, quomodo fiat projectio earum figurarum, quibus aliæ inscriptæ sunt.

PROBLEMA VII.

Tab. II. Fig. 13. 46. Pavimentum lapidibus quadratis directe positum stratum in Tabulam projicere.

RESOLUTIO.

1. Latus AB in Lineam Terræ DE translatus dividatur in tot partes æquales, quot sunt lapides Quadrati in una serie.
2. Ex singulis divisionum Punctis ducantur rectæ ad Punctum principale V, & ex A ad Punctum K distantia recta AK, itemque ex B ad Punctum distantia alterum L recta LB.
3. Per Puncta intersectionum Linearum respondentium agantur rectæ usque ad rectas AV & BV utrinque producendæ.

Erit  $AfgB$  Apparentia pavimenti AFGB.

DEMONSTRATIO.

Quoniam  $AB = BG$  & BG ad AB perpendicularis (§. 98, 78 *Geom.*); si BG ex B in Lineam fundamentalem DE trans-

fertur, cadet G in A. Ductis adeo rectis VB & KA; erit  $g$  representatio Puncti G (§. 33). Eodem modo apparet, esse  $f$  Apparentiam ipsius F, adeoque  $fg$  ipsius FG (§. 34). Quare cum de singulis non modo rectis integris, sed etiam earum partibus idem ostendatur; patet  $AfgB$  esse Projectionem pavimenti AFGB. Q. e. d.

PROBLEMA VIII.

47. Circuli apparentiam exhibere. Tab. II. Fig. 14.

RESOLUTIO.

- I. Si Circulus fuerit minor,
  1. Circumscribatur eidem Quadratum (§. 351 *Geom.*).
  2. Ductis Diagonalibus & Diametris  $ba$  &  $de$  ad Angulos rectos sese interfecantibus agantur rectæ  $fg$  &  $bc$  Diametro  $de$  parallelæ.
  3. Per  $b$  &  $f$ , itemque per  $c$  &  $g$  agantur rectæ Lineæ Terræ DE in Punctis 3 & 4 occurrentes.
  4. Ad Punctum principale V ducantur rectæ  $V_1, V_3, V_4, V_2$ , & ad Puncta distantia L & K rectæ  $L_2$  &  $K_1$ .
  5. Denique Puncta intersectionum  $a, b, d, f, h, g, e, c$  connectantur Arcubus  $ab, bd, df$  &c.

Erit  $abdfhgeca$  Apparentia Circuli.

- II. Si Circulus fuerit major,
  1. Super medio Lineæ Terræ AB describatur Semicirculus, & ex quotlibet Punctis Peripheriæ C, F, G, H, I &c. demittantur ad Lineam Terræ perpendiculares  $C_1, F_2, G_3, H_4, I_5$  &c.

L 3

2. Ex



2. Ex Punctis A, 1, 2, 3, 4, 5 &c. B ducantur rectæ ad Punctum principale V, item recta ex B ad Punctum distantiae L & alia ex A ad Punctum distantiae K.
3. Per communes intersectiones agantur rectæ ut in resolutione præcedente: ita nimirum habebuntur Punctorum A, C, F, G, H, I, B repræsentationes in *a, c, f, g, h, i, b* (§. 46); adeoque
4. Tandem ut ante Puncta ista Arcubus connectantur, ut habeatur Projectio Circuli, *a c f g h i b g f c a*.

## SCHOLION.

48. Hinc apparet non modo quomodo Curvilinea Figura quæcunque in Tabulam projici possit; sed & qua ratione pavementum lapideis quibuscunque stratum perspective delineari debeat. Cæterum hinc quoque elucet, quanti sit usus Quadratum in Perspectiva. Etenim in secundo quoque casu utimur revera Quadrato in certas arcolas diviso & Circulo circumscripto, licet id (ne superfluum quidpiam fieret) in Plano Geometrico non fuerit delineatum, quemadmodum etiam in eodem brevitas gratia Semicirculum loco Circuli delineavimus in altero casu.

## PROBLEMA IX.

- Tab. 49. Pentagonum regulare in Tabulam  
III. projicere, quod habet limbum latiorē  
Fig. 16. lateribus parallelis terminatum.

## RESOLUTIO.

1. Ex singulis Angulis Pentagoni exterioris A, B, C, D, E demittantur ad Lineam Terræ TS perpendiculares A<sub>0</sub>, B<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, D<sub>3</sub>, E<sub>4</sub>, & ut in superioribus transferantur in Lineam Terræ, ex 1, 2, 3, 4 in B, C, D, E.
2. Puncta 1, 2, 3, 4 connectantur cum Puncto principali V; Puncta vero B,

C, D, E cum Puncto distantiae K: ita communes intersectiones determinabunt Apparentiam Pentagoni exterioris (§. 33).

3. Quodsi jam ab Angulis interioribus G, H, K, L, I similiter perpendiculares G<sub>0</sub>, H<sub>5</sub>, K<sub>6</sub>, L<sub>7</sub>, I<sub>8</sub> demittantur & reliqua ut ante fiant; Pentagonum quoque interius repræsentabitur (§. cit.).

Repræsentatur adeo Pentagonum ABCDE cum suo limbo.

## SCHOLION I.

50. Hoc Problema ideo apposuimus, ne deesset exemplum, in quo figura projicienda limbo lato terminatur.

## SCHOLION II.

51. Ceterum in genere notandum, si Objecti magnitudo quoad singulas partes una cum altitudine & distantia Oculi in numeris detur; constructionem Figuræ Geometricæ juxta scalam Geometricam fieri, & ex eadem Punctum principale una cum Punctis distantiae determinari.

## SCHOLION III.

52. Neque semper opus est, ut Figura Objectiva sub Linea Terræ delineetur. Sane ad Quadratorum & Pavimentorum projectionem eadem commode cavemus. Si tamen necessaria fuerit, sed spatium desit, in quo delineari possit; seorsim delineatur cum Linea Terræ, & divisiones inventæ in Lineam Terræ transferuntur, quæ in Tabula ducta est.

## SCHOLION IV.

53. Si quis in Puncto principali & Puncto distantiae fila alliget atque ad Puncta divisionum Lineæ Terræ extendat; communis intersectio filorum citra confusionem, quæ ex multitudine Linearum ducendarum sæpius metuenda, dabit projectionem Puncti uniuscujusque. Sufficit quoque fila tantummodo applicari.

C A P U T III.

De Scenographia.

THEOREMA III.

Tab. 54. *Altitudo Objectiva ML est ad*  
III. *Perspectivam IK, ut aggrega-*  
Fig. 17. *tum ex distantia illius & distantia Oculi*  
*a Tabula MS ad distantiam Oculi NS.*

DEMONSTRATIO.

I. Si ML Oculo directe obijcitur, ita ut MS sit ad Lineam Terræ DE perpendicularis; erit MN distantia altitudinis Objectivæ ML, & NS distantia Oculi O a Tabula (§. 225 *Geom.*). Jam cum KN & OS sint ad MS perpendiculares, adeoque parallelæ inter se (§. 256 *Geom.*); erit MS: NS = MO: KO (§. 268 *Geom.*). Et quia LM etiam perpendicularis ad MS (§. 225, 484 *Geom.*), adeoque ipsi IK sive IN parallela (§. 256 *Geom.*); erit MO: KO = LM: KI (§. 268 *Geom.*), consequenter MS: NS = LM: KI (§. 167 *Arithm.*). Q. e. d.

II. Si altitudo PQ Oculo oblique obijcitur, ita ut QS Tabulam fecer ad Angulos obliquos in H: eodem modo ostenditur, esse QS: HS = PQ: VR. Demittatur jam perpendicularis QT ad Lineam Terræ DE; erit ea distantia altitudinis a Tabula (§. 225 *Geom.*) & ob angulos verticales ad H æquales (§. 156 *Geom.*) QT: QH = NS: HS (§. 267 *Geom.*). Cum adeo sit QT: NS = QH: HS (§. 173 *Arithm.*) & componendo QT + NS: NS = QS: HS (§. 190 *Arithm.*); erit etiam,

QT + NS: NS = PQ: VR (§. 167 *Arithm.*). Q. e. d.

PROBLEMA X.

55. *Super Puncto C in Tabula dato*  
*erigere altitudinem Perspectivam data*  
*altitudini objectivæ PQ convenientem.* Tab. III. Fig. 18.

RESOLUTIO.

1. In Linea Terræ erigatur perpendicularis PQ, quæ sit altitudini objectivæ datæ æqualis.
2. Ex P & Q ducantur ad Punctum quodvis in Linea Horizontali, veluti T, rectæ PT & QT.
3. Ex Puncto in Tabula dato C agatur recta CK Lineæ Terræ DE parallela, occurrens rectæ QT in K.
4. Erigatur in K super KC perpendicularis IK.

Dico IK esse altitudinem Scenographicam quæsitam.

DEMONSTRATIO.

Fiat SM æqualis compositæ ex distantia Oculi SN & distantia altitudinis objectivæ a Tabula NM, ducaturque recta QS, & præterea NG ipsi QM parallela; erit SM: SN = SQ: SG (§. 268 *Geom.*) & ob parallelas KG & TS per construct. SQ: SG = QT: KT (§. cit.), adeoque SM: SN = QT: KT (§. 167 *Arithm.*) Quare cum etiam sit ob parallelas PQ & IK per construct. QT: KT = PQ: IK (§. 268 *Geom.*); erit quoque SM: SN = PQ: IK (§. 167 *Arithm.*), consequenter IK Scenographia

phia altitudinis objectivæ PQ (§. 54).  
Q. e. d.

## PROBLEMA XI.

56. *Scenographiam Solidi cujuscunque exhibere.*

## RESOLUTIO.

1. Basis Solidi investigetur Ichnographia Perspectiva (§. 33).
2. In singulis Punctis erigantur altitudines Perspectivæ (§. 55).

Ita Scenographia Solidi erit absoluta, nisi quod Umbra conveniens per Regulas Capitis sequentis adhuc sit superaddenda.

## SCHOLIUM.

57. *Methodus hæc generalis est: ejus tamen applicatio in casu quolibet non æque manifesta. Consultum igitur est, ut aliquot Exemplis illustretur.*

## PROBLEMA XII.

Tab. III. Fig. 19. 58. *Cubi ex angulo visi Scenographiam exhibere.*

## RESOLUTIO.

1. Quoniam Cubi ex Angulo visi & Plano Geometrico insistentis Basis est Quadratum ex Angulo visum (§. 459 *Geom.*); delineetur in Tabula Perspectiva Quadratum ex Angulo visum (§. 42).
2. Latus Quadrati HI perpendiculariter erigatur in quocunque Puncto Lineæ Terræ DE, ducanturque ad Punctum quodlibet V Lineæ Horizontalis HR rectæ VI & VH.
3. Ex Angulis  $d$ ,  $b$  &  $c$  ducantur  $d2$   $c1$ , ad Lineam Terræ DE parallelæ.
4. Ex Punctis 1 & 2 erigantur  $L1$  &  $M2$  ad easdem perpendiculares.

5. Denique cum HI sit altitudo in  $a$ ,  $L1$  in  $c$  &  $b$ ,  $M2$  in  $d$  erigenda (§. 55); excitentur in  $a$  ad  $aE$  perpendicularis  $af$ , in  $b$  &  $c$  perpendiculares  $bg$  &  $ce$  ad  $bc$  I, & tandem  $dh$  ad  $d2$  normalis, fiatque  $af = HI$ ,  $bg = ec = L1$  &  $dh = M2$ . Quodsi Puncta  $g$ ,  $b$ ,  $e$ ,  $f$  rectis connectantur; Scenographia erit absoluta.

## PROBLEMA XIII.

59. *Prisma Quinquangulare cavum Tab. III. Fig. 20. scenographice delineare.*

## RESOLUTIO.

1. Quoniam Prismatis Quinquangularis cavi & Plano Geometrico insistentis Basis est Pentagonum limbo instructum (§. 456 *Geom.*); investigetur Apparentia hujus Pentagoni super Tabula (§. 49).
2. Erigatur ut in Problemate præcedente ex quocunque Puncto H Lineæ Terræ DE perpendicularis HI, quæ sit altitudini objectivæ æqualis & ducantur ad quodcunque Punctum V Lineæ Horizontalis HR rectæ HV & IV.
3. Ex singulis Angulis  $a, b, d, e, c$  Ichnographiæ Perspectivæ, tam interioribus, quam exterioribus, ducantur rectæ cum Linea Terræ parallelæ  $a1$ ,  $b2$ ,  $d3$  & ex Punctis 1, 2, 3 erigantur ad eas perpendiculares  $L1$ ,  $M2$ ,  $m2$ ,  $N3$ ,  $n3$ .
4. Quodsi hæc in Punctis Ichnographiæ respondentibus, ut in Problemate præcedente, excitentur; Scenographia erit perfecta.

PROBLEMA XIV.

60. *Cylindrum scenographice repræsentare.*

RESOLUTIO.

- Tab. II. 1. Quoniam Basis Cylindri, qua Plano Geometrico insitit, Circulus est (§. 466 *Geom.*); quaratur Circuli Apparentia (§. 47).
2. In Punctis  $a, b, d, f, h, g, e, c$  erigantur altitudines apparentes (§. 55): quod quia ex præcedentium Problematum resolutione manifestum, denuo hic non repetimus.
3. Quodsi Puncta sublimia earundem Lineis curvis decenter connectantur, sicuti in Basis  $abd fhg ec$  factum est; Scenographia Cylindri erit absoluta.

SCHOLION.

- Tab. III. 61. Illud per se patet, eas omittendas esse Lineas tum in Basis, tum in elevatione, quæ oculo non obiciuntur, licet ab initio ad inveniendas alias necessarias non sint negligendas. E. gr. in Scenographia Cubi ex angulo visi conspectui subducuntur in Basis rectæ  $bd$  &  $dc$ , in elevatione recta  $dh$ ; Lineæ igitur istæ omittuntur. Quoniam tamen Punctum sublime h inveniri nequit, nisi in Ichnographia repertum fuerit Punctum  $d$ , neque rectæ  $gh$  &  $he$  duci possunt, nisi altitudine  $dh$  decenter elevata; in ipsa operatione non minus Apparentia Puncti  $d$ , quam altitudinis  $hd$  determinanda.

PROBLEMA XV.

Tab. IV. 62. *Pyramidem delineare Basis insistentem.*

RESOLUTIO.

Sit  $e$ . gr. delineanda Pyramis Quadrangularis ex angulo visa.

1. Quoniam Pyramidis Quadrangularis *Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.*

Basis insistentis & ex angulo visa Basis est Quadratum ex angulo visum (§. 572 *Geom.*); repræsentetur Quadratum ex angulo visum (§. 42).

2. Ut habeatur Vertex Pyramidis, hoc est, Perpendicularum ex Vertice in Basin demissum (§. 227 *Geom.*), ducantur Diagonales se mutuo interfecantes in  $e$ . Porro
3. In quocunque Puncto B Lineæ Terræ DE erigatur altitudo Pyramidis BI, ductisque rectis BV & IV ad quodcunque Lineæ Horizontalis HR Punctum V.
4. Producatur Diagonalis  $db$ , donec Lineæ VB in  $b$  occurrat.
5. Ex  $b$  ducatur ipsi BI parallela  $bi$ , quæ ex Puncto  $e$  decenter elevata dabit Verticem Pyramidis  $k$ , consequenter Lineæ  $dk, ka$  &  $kb$  una determinantur.

DEMONSTRATIO.

Duo hic demonstranda sunt; nimirum 1. altitudinem Pyramidis rectæ  $ke$  cadere in Punctum  $e$ , in quo Diagonales  $ca$  &  $bd$  se mutuo interfecant, hoc est, rectam  $ke$  esse ad utramque Diagonalem, consequenter ab Basin  $dcb a$  perpendiculari (§. 484 *Geom.*); 2. Diagonalem  $db$  esse Lineæ Terræ DE parallelam (§. 55).

Quamvis prioris Demonstratio non tam ad Perspectivam quam ad Geometriam pertineat (illa enim supponit, quæ de Corporibus Geometricè consideratis vera sunt); quoniam tamen in nostris Geometriæ Elementis Demonstrationem non dedimus, eam hic dari æquum est. Cum itaque  $ab = cd$  per

M by-

*hypoth.* & ob parallelas  $dc$  &  $ab$  (§. 335 *Geom.*)  $dce = eab$  (§. 233 *Geom.*), præterea verticales ad  $e$  sint æquales (§. 156 *Geom.*); erit  $de = eb$  (§. 252 *Geom.*). Quoniam porro  $dk = bk$  per *hypoth.* &  $ek = ek$ ; anguli ad  $e$  æquales sunt (§. 204 *Germ.*), consequenter  $ke$  ipsi  $db$  ad angulos rectos insitit (§. 65 *Geom.*), adeoque ad  $db$  perpendicularis (§. 78 *Geom.*). Quod erat unum.

Porro quia Puncta  $d$  &  $b$  in Plano Geometrico a Linea Terræ æqualiter distant (§. 42); eorum distantia a Linea Terræ in Plano Perspectivo eandem rationem habent ad altitudinem Oculi (§. 32), adeoque æquales sunt (§. 177 *Geom.*). Est igitur  $db$  Lineæ Terræ DE parallela (§. 81 *Geom.*).

## SCHOLIUM.

63. Hinc apparet, ut in Scenographia determinari possint Puncta sublimia, in Ichnographia Geometrica notanda esse Puncta, in qua cadunt Perpendiculara ex angulis solidi in Planum Geometricum, cui insistere aut imminere supponitur, demissa.

## PROBLEMA XVI.

64. Coni Scenographiam perficere.

## RESOLUTIO.

Tab. II. I. Quoniam Basis Coni Circulus est Fig. 14. (§. 467 *Geom.*); quæatur Apparentia Circuli (§. 47).

2. Quæatur porro, ut in Problemate præcedente, altitudo in Centro, si Conus rectus fuerit, vel in Diametro continuata erigenda, si fuerit obliquus, & inventa decenter elevetur.

3. Puncta denique Curvæ cum sublimi altitudinis connectantur ut supra (§. 61).

## PROBLEMA XVII.

65. Pyramidem truncatam delineare.

## RESOLUTIO.

Sit e. gr. delineanda Pyramis truncata Quinquangularis.

1. Quodsi a singulis angulis in Basi superiori concipiantur demissa Perpendiculara in inferiorem; prodibit Pentagonum inscriptum Pentagono Basi, cuius latera eidem parallela: id quod revera coincidit cum Pentagono, quod limbo latiore instructum; adeoque per Probl. 9. delineari potest (§. 49).

2. Erecta altitudine Pyramidis truncatæ Tab. IIIH determinentur altitudines Scenographiæ in Punctis  $a, b, c, d, e$  elevandæ. Quodsi IV. Fig. 21.

3. Puncta sublimia  $f, g, h, i, k$  rectis connectantur, tandemque

4. Rectæ  $kl, fm, gn$  ducantur; Scenographia Pyramidis truncatæ erit perfecta.

## COROLLARIUM.

66. Quodsi in Plano Geometrico delineentur duo Circuli concentrici & reliqua deinde fiant ut in Problematis resolutione; Scenographia Coni truncati perficietur.

## SCHOLIUM.

67. Quodsi Pyramis truncata esset concava, Tab. sed Plana interiora sub eodem vel alio angulo IV. ad Basim magis inclinarentur, quam exteriora; Fig. 23. demissis perpendicularibus ex singulis angulis tam exterioribus, quam interioribus, Ichnographia Geometrica X constabit ex quatuor figuris inter se similibus, quarum latera sunt parallela. Facile autem parabitur Ichnographia Geometrica ex supposita Solidi sectione CFHA in qua demissis perpendicularibus CE & FG, habentur distantia parallelorum laterum AE, EG, GH.



PROBLEMA XVIII.

Tab. 68. Tetraedri super angulo solido ita  
IV. constituti, ut Basis sit Plano Geometrico  
Fig. 25. parallela, Scenographiam perficere.

RESOLUTIO.

1. Quoniam Basis Tetraedri Triangulum æquilaterum est (§. 475 Geom.); demissis perpendicularibus: Ich-nographia Geometrica constabit Triangulo æquilatelo ACB, cujus Pun-ctum medium E una notandum, ut inveniri possit in Scenographia Pun-ctum e, cui Tetraedri vertex insistere debet.
2. Quæritur Apparentia acb (§. 38) &
3. Determinentur altitudines db vel ag & cb (§. 55): quibus datis, reliqua facile perficiuntur.

SCHOLION.

69. Quodsi Octaedrum super uno angulo solido in Plano Geometrico constituatur; ex reliquis demissis perpendicularibus ad idem Planum, Quadratum prodibit ex angulo vi-sum: quod cum facile delineari possit (§. 42), nec difficilis erit Scenographia Octaedri in dato situ.

PROBLEMA XIX.

70. Prisma cavum delineare, quod super uno Planorum lateralium consistat.

RESOLUTIO.

Tab. 1. Sit ABDEC sectio Prismatis. Quodsi  
IV. HI ducatur ipsi AB, intervallo lati-tudinis Plani cui insitit, parallela  
Fig. 26. & ex singulis Angulis tam internis,  
n. 1. quam externis demittantur perpen-diculares: Parallelogrammum sic divisum erit Ich-nographia Geome-trica, quæ Lineæ Terræ ita subjecta,

ut sit ipsi parallela, facile in Tabu- a. 2.  
lam projicitur (§. 46).

2. Ut habeantur altitudines Angulorum tam externorum, quam internorum Scenographica; in H erigatur more consueto perpendicularis HI & in eam transferantur altitudines ve-ræ  $H_1, H_2, H_3, H_4, H_5$ .
3. Quodsi jam ex Puncto quocunque Lineæ Horizontalis V ducantur rectæ VH,  $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5$ , five VI & reliqua fiant more consue-to; reperientur altitudines Anguli interni  $1=aa$ , interni  $2=bb$ , ex-terni  $3=cc$ , interni  $4=dd$ , ex-terni denique  $5=ee$ : quæ si suis locis decenter eleventur; Scenogra-phia sine difficultate perficietur.

PROBLEMA XX.

71. Super Pavimento erigere Parietes, Tab. V.  
item Pilas atque Columnas. Fig. 27.

RESOLUTIO.

1. Representetur Pavimentum AFH<sub>3</sub> in Tabula, una cum Basibus Co-lumnarum atque Pilarum, si quæ adfuerint (§. 46).
  2. In Lineam Terræ transferatur crassi-ties muri BA, & 3. 1.
  3. Ex A & B, itemque ex 3 & 1 eri-gantur perpendiculares AD & BC, item 3. 6 & 1. 7.
  4. Puncta D & 6 connectantur cu n Principali V rectis DV & 6V.
  5. Ex F & H erigantur perpendiculares FE & HG.
- Ita Parietes omnes ADEF, EGFH & GG, 3. H erunt delineati (§. 55).  
M 2 6. Quod-



6. Quodsi Pilæ aut Columnæ erigendæ, non alia re opus est, quam ut ex earum Basibus vel Quadratis, vel Circularibus in Planum Perspectivæ (§. 46, 47) projectis excitentur perpendiculares indefinitæ & in Linea fundamentali, ad quam pertingit Radius FA per Basin transiens, erigatur altitudo vera AD, ducta enim ut ante DV, altitudines Scenographica determinabuntur.

## S C H O L I O N.

72. *Quæ de Pilarum & Columnarum elevatione dicuntur, multo clariora evadent, ubi per Regulas Architectonicas suo loco inferius tradendas paretur Ichnographia Pavimenti Geometrica & per generalem Regulam Perspectivæ in Planum Perspectivum projiciatur. Sed cum hæc non difficilia sint ei, qui Regulas Architectonicas cognitas atque perspectas habet ( eas enim in hisce delineationibus supponit Perspectivæ ad Ichnographiam Pavimenti Geometricam rite conficiendam ) & Methodum Perspectivæ generalem sibi familiarem reddidit; præter necessitatem Figurarum numerum non multiplicamus.*

## P R O B L E M A XXI.

Tab.V. 73. *Januam in Pariete scenographi- Fig. 27. ce representare.*

## R E S O L U T I O.

I. Sit Janua delineanda in Pariete DEFA.

1. In Lineam fundamentalem transferatur ejus ab angulo A distantia AN, una cum latitudinibus Postium NI & LM atque latitudine ipsius Januæ LI.
2. Ad Punctum distantia K ex singulis Punctis N, I, L, M ducantur rectæ KN, KI, KL, KM, quæ latitudinem Januæ li, atque Postium latitudines in & lm determinabunt.

3. Ex A in O transferatur altitudo Januæ AO & ex A in P altitudo Postium AP.

4. Jungantur O & P cum Puncto principali V rectis PV & OV.

5. Tandem ex *n, i, l & m* erigantur perpendiculares, quarum mediæ *io* a recta OV in *o*, extremæ autem a recta VP in *p* secantur.

Et hac ratione Janua cum suis Postibus erit delineata.

II. Si Janua delineanda sit in pariete EFHG, eodem fere modo singula peragenda. Nam

1. In Lineam Terræ transferatur AR distantia Januæ ab Angulo in Plano Geometrico & inde ulterius latitudo Januæ RT.
2. Ex R & T ducantur rectæ ad Punctum principale V, ut habeatur latitudo *rt* in Plano Perspectivo.
3. Ex *r & t* erigantur perpendiculares indefinitæ ad FH.
4. Ex A in O transferatur ut ante altitudo AO vera.
5. Denique ex O ducatur ad Punctum principale V recta OV interfecans EF in Z. & fiant *rx* atque *tz* ipsi FZ æquales.

Ita Janua *rrtt* erit delineata: nec difficulter adduntur Postes.

## S C H O L I O N.

74. *Nihil in his contineri, nisi applicationem Methodi generalis Perspectivæ, experietur qui, Ichnographia adificii Geometrica juxta Regulas Architecturæ parata, Scenographiam juxta illam exhibere tentaverit. Unde peculiaribus Demonstrationibus opus non est.*

## P R O B L E M A XXII.

75. *In Parietum Scenographia Fene- Tab.V. stras rite representare. Fig. 27.*

R E S O -

RESOLUTIO.

Qui Januas repræsentare noverit, Fenestras quoque facile addet; neque enim alia re præterea opus est, quam ut altitudo inferior seu ejus a Pavimento distantia accedat. Ne tamen quicquam prætermisisse videamur, integram delineationem hic apponimus.

1. Ex 1 in 2 transferatur crassities muri ad fenestram, ex 3 in 4 ejus ab Angulo 3 distantia, & ex 4 in 5 ejus latitudo.
2. Ex 4 & 5 ducantur ad Punctum distantia L rectæ L 5 & L 4, quæ latitudinem Fenestræ Perspectivam 10. 9 designabunt.
3. Ex 10 & 9 erigantur ad pavementum perpendicularares, hoc est, ducantur ipsi 6. 3 parallelæ indefinitæ.
4. Ex 3 in 11 transferatur distantia Fenestræ a pavimento 3. 11, & ex 11 in 12 ejus altitudo 11. 12.
5. Denique ex 11 & 12 ducantur ad Punctum principale rectæ V. 11 & V. 12, quæ perpendicularares 10. 13 & 9. 14 in 13 & 14; itemque in 15 & 16 intersecantes Apparentiam Fenestræ exhibebunt.

SCHOLION.

76. Hinc satis intelligunt attenti, quid factu opus sit, si res quæcunque super Pavimento utrumque elevata repræsentanda.

PROBLEMA XXIII.

77. Fores apertas scenographice repræsentare.

RESOLUTIO.

Tab. Quoniam Fores, dum aperiuntur, IV. Semicirculum describunt; Janua deli-  
Fig. 28. neata (§. 73.).

1. Repræsentetur in Tabula Semicirculus *ecd*, cujus Centrum *a* (§. 47).
2. In eo notetur Punctum *c* & inde erigatur perpendicularis indefinita *cf*.
3. Per *c* & *a* agatur recta *ca*, quæ continuata Horizontalem in *O* secat.
4. Denique ex Puncto *O* per *b* ducatur recta *bf*.

Sic factum est, quod petebatur.

SCHOLION I.

78. Ne Semicirculi descriptio tediousa sit, Ichnographiam pariter ac Pavimentum in areolas quadratas dividi consultum est. Quod si enim observes, per quanam quadratula transeat Semicirculus in Plano Geometrico, facile in Quadratis respondentibus Plani Perspectivi delineabitur. Immo si notetur, in quanam Quadrato & quonam hujus loco sit Punctum *c* in Plano Geometrico; idem Punctum sine Projectione Semicirculi invenietur in Perspectivo.

SCHOLION II.

79. Dum Fenestræ aperiuntur Semicirculus in libero aere deferibitur. Fingitur itaque super Fenestra Planum Horizontale, in quod projicitur Semicirculus, & ne imaginatio turbetur, Planum invertitur.

SCHOLION III.

80. Puncta illa, quale est *O*, in Linea Horizontali, quæ ad res irregulariter per Planum Perspectivum dispersas repræsentandas loco Puncti principalis adhibentur, dicuntur Puncta Accidentalita.

PROBLEMA XXIV.

81. Scenographiam Objecti cujuscunque mechanice perficere.

RESOLUTIO.

1. Tabula vitrea quadrata subscudibus Tab. I. inclusa oblinatur aqua, in qua non-  
Fig. 29. nihil gummi solutum.

M. 3,

2. Ubi

2. Ubi rursus arefacta fuerit, Objecto delineando ita objiciatur, ut per Dioptram EH integrum conspiciatur.
3. Quæcunque in Tabula vitrea comparent, atramento ibi delineentur, ubi comparent.
4. Denique delineatione absoluta Tabulæ apprimatur charta madefacta.

Ita enim futurum, ut, quæ super Vitro delineata sunt, chartæ imprimantur.

#### SCHOLIUM.

82. *Hæc Praxis non contemnenda adminicula affert iis, qui Arti Pictoriæ student: multa enim observant ad rem attenti, quæ alias non facile succurrerent.*

## CAPUT IV.

### De Apparentia Umbrae.

#### PROBLEMA XXV.

83. *D*ata Apparentia Corporis opaci & luminosi per radios divergentes radiantis, e.g. lampadis, candelæ aut facis accensæ; invenire Apparentiam Umbrae.

#### RESOLUTIO.

1. A Luminoso, quod instar Puncti consideratur, adeoque ex ejus medio demittatur perpendicularis ad Tabulam, hoc est, quaratur Apparentia Puncti, in quod cadit perpendicularis ex medio Luminis in Planum Geometricum ducta.
2. A singulis Angulis Corporis seu Punctis sublimibus demittantur itidem perpendiculares ad Planum: quod revera jam factum est, ubi Scenographia Corporis quaesita, vi Capitis præcedentis.
3. Puncta, in quæ incidunt hæ perpendiculares, connectantur Lineis rectis cum Puncto, in quod cadit Perpendicularum ex Luminoso demissum, in plagam Luminoso oppositam continuandis.

4. Denique per Puncta sublimia ex Centro Luminosi ducantur rectæ priores intersectantes.  
Dico in Punctis intersectionum finiri Umbra.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam AB & CD ad Planum perpendiculares, per *hypoth.* erunt etiam ad rectam DE perpendiculares (§. 484 *Geom.*). Quare cum  $CD > AB$ , per *hypoth.* recta CA cum DB convergit (§. 83 *Geom.*). Hinc quia Umbra in Plano ibi terminatur; ubi Radius extremus CE id attingit (§. 46, 125 *Optic.*); intersectio E rectarum CA & DB definiet longitudinem Umbrae, quam projicit recta AB. *Q. e. d.*

#### SCHOLIUM.

84. Ut Methodi universalis vis rectius percipiatur, non inconsultum esse ducimus, uno alteroque exemplo eandem illustrare.

#### PROBLEMA XXVI.

85. *D*ato Luminoso L; Prismatis ABCFED scenographice delineati Umbraam projicere.

RESOLUTIO.

Tab.V. 1. Cum AD, BE & CF sint ad Planum perpendicularares & LM itidem ad idem perpendicularis, *per hypoth.* (datur enim Lumen, si detur ejus altitudo LM); ducantur rectæ MG & MH per Puncta D & E.

2. Per Puncta sublimia A & B ducantur rectæ LG & LH priores in G & H interfecantes.

Quoniam in G terminatur Umbra rectæ AD, & in H Umbra rectæ BE (§.83), Umræ vero rectarum omnium reliquarum, quæ in dato Prismate concipere licet, intra hos terminos coercentur; erit GDEH Apparentia Umræ a Prismate projectæ.

SCHOLION I.

86. Eodem prorsus modo determinatur Umbra omnium Prismatum & Cylindrorum ad Planum Perspectivum rectorum.

SCHOLION II.

87. Umbra rectæ CF omittitur, quia cadit intra Basin solidi: id quod & in similibus casibus observandum.

PROBLEMA XXVII.

88. Pyramidis Triangularis Basi insistentis & scenographice representata Umræ projicere, dato lumine L.

RESOLUTIO.

Tab.V. 1. Per Apparentiam Puncti E, in quod Fig.32. cadit Perpendicularum ex Vertice D in Basin demissum, per Scenographiam dati, ducatur ad Punctum N, in quo terminatur perpendicularis LN ex Lumine demissa, recta NM.

2. Ex L per D ducatur alia recta LM; erit in M terminus Umræ, quam Vertex D projicit (§.83).

3. Quodsi ulterius a Puncto M ducantur rectæ BM & CM; quoniam omnes Radii latus DB stringentes in BM terminantur, & qui per latus DC appellantur, in recta CM desinunt: erit Triangulum BMC Apparentia Umræ a Pyramide DABC projectæ.

PROBLEMA XXVIII.

89. Determinare Umræ Tetraedri Tab.V. Vertici insistentis & scenographice delineati. Fig.33.

RESOLUTIO.

1. Cum per Scenographiam in Tabula dentur Puncta E, F, G, quibus Puncta sublimia A, B, C perpendiculariter imminet; ob Lumen datum vero Punctum I; per singula Puncta E, F & G ducantur ad I rectæ IK, IL & IM.

2. Porro ex H ducantur per A, B & C rectæ HK, HL & HM. Erit LKDM Umbra quæsitæ.

PROBLEMA XXIX.

90. Determinare Umræ Pyramidis Tab.V. ACDB scenographice representata, in Fig.32. aliud Opacum super Tabula erectum RSQP projectam.

RESOLUTIO.

1. Quæritur Umbra in pavementum projecta BMC (§.88).

2. Ex Puncto T, ubi recta EM Opacum RQ secatur, erigatur perpendicularis TO secans LM in O.

3. Denique ducantur ex c & b rectæ cO & bO.

Erit bOc pars Umræ in Opacum PRSQ projectæ.

## SCHOLIION.

91. *Hinc simul intelligitur, quid factu opus sit, si Opacum fuerit humilior Radio DM: erit enim pars Umbrae boc, e.gr. Trapezium bdec.*

## PROBLEMA XXX.

Tab. VI. 92. *Determinare Umbra Prismatici*  
Fig. 34. *ACBFED in aere penduli.*

## RESOLUTIO.

1. Demittantur ex angulis F, E & D perpendiculares ad pavementum DN, EH, FI.
  2. Ex Punctis N, H & I ad Punctum M, quod ob Lumen datum L datur, ducantur rectæ OM, IM & KM.
  3. Porro ex L per A & B ducantur rectæ OL & KL, itemque ex L per F & E rectæ PL & QL.
- Erit OKQP Apparentia Umbrae (§. 83).

## SCHOLIION.

93. *Quoniam Sol per Radios ad sensum parallelos radiat (§. 94 Optic.); quæ de Umbra Projectione hactenus dicta sunt, ad Solarem applicari nequeunt. Cum tamen Umbrarum Solarium usus sit frequentior, quam ceterarum, de earum quoque Projectione Regula nonnullæ sunt tradendæ, & ne prolixiores esse cogamur, ad casum superiorem reducenda.*

## PROBLEMA XXXI.

Tab. V. 94. *Data altitudine Solis supra Horizonem; determinare Umbra Cubi*  
Fig. 35. *ABCD scenographice delineati & Tabula insistentis, Solis radiis eidem Tabula parallelis incidentibus.*

## RESOLUTIO.

1. Quoniam Sol radiat per Radios parallelos (§. 94 Optic.), Radii autem Plano Tabulae paralleli existunt; per hypoth. per angulos solidi singulos agantur rectæ inter se & cum Tabula seu Linea Terræ parallelæ HL, EK & FI.
2. Per angulos superiores aut Puncta sublimia A, B, D agantur rectæ AK, BL, DI cum perpendicularibus AG, BH, DF constituentibus angulos complemento altitudinis Solis, seu ejus a Vertice distantis, æquales KAG, LBH, & IDF.

Cum enim anguli K, L & I sint altitudini Solis æquales (§. 241 Geom.); erunt L, K & I termini Umbrae a Cubo projectæ.

## SCHOLIION.

95. *Casus hic facillimus est: in quo supponitur, Solem esse in Plano Tabulae. Facillior tamen adhuc erit operatio, si supposueris Solem 45 gradibus supra Horizontem esse elevatum; tum enim Umbra longitudinem FI altitudinis DF æqualem esse constat (§. 148 Optic.).*

## THEOREMA IV.

96. *Si recta DC ex Oculo D in Tabulam ducta sit Linea objectivæ AB*  
Fig. 36. *parallela; hujus Apparentia FE in Tabula producta transibit per Punctum C.*

## DEMONSTRATIO.

Quoniam CD, utpote ipsi AB parallela, cum ea in eodem Plano est; omnes rectæ a Punctis singulis Rectæ objectivæ AB ad Punctum quodcun-

que



que rectæ CD ductæ erunt in eodem Plano ACDB. Lineæ igitur AB Apparentia FE est in interfectione Tabulæ & Plani ACDB (§. 22). Ergo EF in Tabulâ producta necessario rectæ DC occurrit in Puncto C, ubi Tabulam secat. *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

97. Quoniam CD est parallela omnibus Lineis Objectivis, quæ in Plano Geometrico ipsi AB parallelæ sunt (§. 495 Geom.); Apparentiæ parallelarum productæ omnes in eodem Puncto C concurrere debent.

## PROBLEMA XXXII.

Tab. 98. Sole ultra Tabulam constituto,  
VI. data ejus distantia a Plano Verticali &  
Fig. 37. altitudine super Plano Geometrico, in quo  
n. 1. Corpus constituitur; exhibere Apparentiam  
Umbra ejusdem Corporis Scenographice  
representati.

## RESOLUTIO.

1. Ex Puncto principali V erigatur VA ad Lineam Horizontalem NR perpendicularis & distantia Oculi VL æqualis.
2. Fiat in A angulus VAB distantia Solis a Plano Verticali æqualis.
3. In B erigatur perpendicularis indefinita BD, factaque  $BC = BA$  fiat angulus C altitudini Solis æqualis, ut habeatur Punctum D.
4. Quodsi jam quærat Apparentia Umræ, quam projicit Punctum sublime H; demissa perpendiculari HI, ad Planum Perspectivum, ducatur per I recta KIB & per H recta DHK.

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

Dico IK esse Apparentiam Umræ quæsitam, adeoque Umbram Corporis cujuscunque reperiri ut in Problematicis superioribus, si Puncto D utamur tanquam medio Puncto candelæ, & B tanquam Puncto, cui illud perpendiculariter imminet.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam AV ad NR perpendicularis & angulus VAB distantia Solis a Plano Verticali; VA vero distantia Oculi a Tabula æqualis, per construct. si Triangulum BAV concipiatur elevari, donec Plano Geometrico sit parallelum, erit VA in Plano Verticali (§. 10); adeoque Radius BA ex Oculo A versus Solis plagam tendens in eodem Plano, in quo hæret Centrum Solis. Quare cum Radius Solis IK, per Punctum I transiens & ab Opaco in Plano Geometrico interceptus, sit in eodem Plano (§. 125 Optic.), & Triangulum BAV parallelum Plano Geometrico, per hypoth. erit BA Radio isti Parallela, adeoque hujus Apparentia IK in Tabula in Puncto B cum Linea Horizontali NR occurrit (§. 96). Jam cum omnes Radii intercepti seu Umbram Puncti sublimis terminantes in Plano Geometrico sint inter se paralleli (§. 94 Optic.), adeoque etiam paralleli rectæ AB Triangulo AVB ante elevato (§. 495 Geom.); omnes illorum Radiorum Apparentiæ in Puncto B concurrere debent. Exhibet adeo Punctum B in Tabula Punctum, in quod cadit perpendicularis ex Centro Solis demissa. *Quod erat unum.*

N

Quodsi



- Quodsi Triangulum DCB concipiamus normaliter erectum super Triangolo BAV, quia  $BC=BA$  & angulus C altitudini Solis æqualis *per construct.* Radius CD ad Centrum Solis dirigitur & Triangulum ipsum DBC in eodem Plano est, in quo Centrum Solis hæret, *per demonstrata.* Quare cum Radius transiens per Punctum sublime H sit in eodem Plano & cum recta ipsi AB parallela angulum ipsi C, hoc est, altitudini Solis æqualem efficiat; erit etiam
1. DC parallela eidem Radio. Sit enim AB ipsi KI parallela &  $o=x$ . Ducta perpendiculari GK, erit  $\gamma=u$  (§. 78, 241 *Geom.*), adeoque AD ipsi HK parallela (§. 255 *Geom.*). Ergo Apparentia rectæ HK in Tabula continuata per Punctum D transit (§. 96). Quoniam vero Radii Solares per Puncta sublimia transeuntes & in Planum Geometricum incidentes sunt paralleli (§. 94 *Optic.*), adeoque & paralleli rectæ DC, Triangulo, prouti directum est, elevato, omnes illorum Radiorum Apparentiæ in Puncto D concurrere debent. Exhibet adeo Punctum D Centrum Solis in Tabula. *Quod erat alterum.*

## S C H O L I O N.

99. Ne Imaginatio in concipienda Demonstratione negotium facessat; Planum Geometricum & Perspectivum inter se probe distinguenda vi Imaginationis, quoties fieri debet.

## P R O B L E M A XXXIII.

Tab. VI. 100. Sole ante Tabulam constituto, data ejus distantia a Plano Verticali & Fig. 38. altitudine super Horizonte. seu Plano Geometrico, in quo Corpus constituitur; exhibere Apparentiam Umbra ejusdem Corporis scenographice representati.

## R E S O L U T I O.

1. Ex Puncto principali V erigatur VA ad Lineam Horizontalem HR perpendicularis & distantia Oculi æqualis.
2. Fiat in A angulus VAB distantia Solis a Plano Verticali æqualis, nempe versus dexteram intuentis, si Sol versus lævam consistat.
3. In B erigatur perpendicularis indefinita factaque  $BC=BA$  fiat angulus C altitudini Solis æqualis, ut habeatur Punctum D.

Erit B Punctum, in quo concurrunt rectæ per Puncta ductæ, in quæ cadunt Perpendiculara ex sublimibus demissa, & D Punctum, in quo concurrunt, quæ per sublimia ducuntur: adeoque, his datis, reliqua peraguntur ut in superioribus Problematibus.

## D E M O N S T R A T I O.

Quemadmodum constructio, ita etiam Demonstratio eadem est, quæ Problematis præcedentis, nisi quod Radius per Solem & Oculum ductus CD infra Lineam Horizontalem HR cum Tabula concurrere debet; quia ante eam, adeoque a tergo Spectatoris, positus supponitur. Quamobrem cum Centrum Solis in Tabula exhiberi non possit, ejus loco exhibetur Punctum D in Meridiano inferiori eidem oppositum & Punctum B exhibet locum, in quem cadit Perpendicularum ex Puncto Centro Solis opposito demissum. Unde & si Sol a tergo intuentis Tabulam constituatur, Triangula, quibus Puncta ista determinantur, describuntur versus dexteram; Sole versus sinistram constituto.

SCHOLION.

101. *Exempla non addimus, quia datis Punctis B & D, reliqua ex superioribus satis manifesta sunt. Id tamen moneri non inconsultum ducimus, quantitates rectarum VB & BD extra Tabulam investigari & inventas in eam transferri posse, ne multitudo Linearum operationem confundat.*

PROBLEMA XXXIV.

Tab. VI. 102. *Data Scenographia Fenestra atque Corporis; Umbra Apparentiam exhibere, quam projicit ad Lumen Fenestra.*

RESOLUTIO.

1. Ex medio Fenestræ E, itemque ex angulis A & B demittantur perpendicularæ EF, AC, BG; & EF continetur in D, ut habeatur altitudo Fenestræ ED.
2. Ex tribus Punctis C, F & G ducantur rectæ per singula Puncta inferiora, in quæ nempe cadunt Perpendiculara

ex Punctis sublimibus demissa, ut in superioribus.

3. Per Puncta sublimia ducantur rectæ ex E & D.

Ita nimirum per rectas ex E ductas determinabitur Umbra plena, hoc est, nullo Lumine per Fenestram directæ radiante perfusa, & per rectas ex D ductas Umbra diminuta, Lumine nempe aliquo diluta: prout ex superioribus satis intelligitur.

SCHOLION I.

103. *Si quæ Lines caderent intra ambitum aliarum, ea omittuntur.*

SCHOLION II.

104. *Possent quoque Umbra in Plano Geometrico delineari & instar Figurarum aliarum per Regulas Capite secundo traditas in Tabulam projici: Sed cum ea Methodus præter necessitatem prolixitate molesta accideret, peculiare ea de re Regulas exhibere debuimus.*

CAPUT V.

*De Anamorphosis, seu Projectionibus Monstrosis.*

DEFINITIO XIX.

105. *A* *Namorphosis, seu Projectio Monstrosa* est deformatio Imaginis in Plano aut Superficie alicujus Corporis, quæ ex certo intervallo visa formosa apparet.

PROBLEMA XXXV.

Tab. VI. 106. *Anamorphosin in Plano perficere.*

RESOLUTIO.

1. Construat Quadratum ABCD ar-

bitrariæ magnitudinis, & latere AB in partes quotcunque æquales diviso, in areolas quadratas minores resolvatur. Quadratum hoc *Craticulam Prototypi* appellant.

2. In hoc Quadrato delineetur Prototypon seu Imago deformanda; in his enim praxibus supponitur Ars delineandi communis.

3. Ducatur Linea ab in tot partes æquales divisa, in quod divisum est latius Prototypi AB, eidemque lateri æqualis.

4. In medio E erigatur perpendicularis EV eo longior, quo deformior apparere debet Imago.
5. Ad EV ducatur perpendicularis VS eo minor, quo deformior Imago apparere debet.
6. A singulis divisionum Punctis ducantur ad V Lineæ rectæ, & Puncta *a* atque *S* jungantur itidem recta *aS*.
7. Per Puncta *c, e, f, g* agantur rectæ ipsi *ab* parallelæ; erit *abcd* Craticula *Ectypi*.
8. Per singulas areolas Craticulæ *Ectypi* disperse, quæ in respondentibus areolis Craticulæ Prototypi delineata conspiciuntur.

Ita obtinebis Imaginem difformem, quæ Oculo, intervallo EV ab ea distante & per altitudinem VS supra eam elevato, formosa apparebit (§. 209 *Optic.*).

#### SCHOLION I.

107. Fucundius accidit spectaculum, si Imago deformata non merum chaos, sed aliam Imaginem ab ea diversam, quæ hoc artificio deformata fuit, exhibeat: id quod majorem Artificis peritiam requirit, nec Regulis commodè comprehendendi potest. Necesse est, ut quis multiplici Experientia edoctus didicerit, quam formam induant Objecta distincte percepta, ubi partes quadam minores in unum confusæ non amplius conspiciantur.

#### SCHOLION II.

108. Neque vero opus est, ut Quadratum deformatum sit Craticula æquale; sufficit in areolis homologis fieri projectionem.

#### SCHOLION III.

109. Mechanice Anamorphosin perficies, si Prototypon acu hinc inde perforatum candela aut lampadi accensa opponas, & Puncta, in quæ Radii per foramina delapsi inci-

dunt, in Plana vel Curva Superficie Imaginem deformatam exceptura notes. Errant autem, qui Radius Solaribus ad hoc artificium utuntur, quia hi sunt paralleli (§. 94 *Optic.*) adeoque nullibi concurrunt: quod tamen fieri necesse est in loco, ubi Oculus collocandus.

#### SCHOLION IV.

110. Lumine tamen Solari commodè utimur ad Imaginem formosam Prototypo dato similem in superficie quacunque delineandam. In Tabula scilicet, super qua Prototypon expansum aut erectum, duo insiguntur styli ejusdem altitudinis, si *Ectypon* Prototypo æquale esse debet, vel diversa, si unum altero majus desideratur: quo factò, Tabula Soli ita obicitur ut situ ejus lente mutato Umbra styli unius per singula lineamenta Prototypi oberret. Dum enim Umbra styli alterius per similes vias in superficie quacunque eidem opposita incedit; notatis vestigiis, *Ectypon* Prototypo simile delineabitur. Si Umbra displicet, apici styli affige orbiculum exiguo foramine pertusum, ut Radius lucidus Penicilli vices sustineat.

#### PROBLEMA XXXVI.

III. In Superficie Coni convexa Anamorphosin perficere.

Tab.  
VI.  
Fig. 41.

#### RESOLUTIO.

Ex Problemate præcedente satis apparet, non alia re opus esse, quam ut Craticula *Ectypi* paretur in Superficie Coni, quæ Oculo Vertici ejus in debita distantia admoto appareat Craticula Prototypi æqualis. Igitur

1. Basis Coni ACED per Diametros dividatur in Sectores quotcunque æquales, Peripheria nempe in partes quotcunque æquales divisa.
2. Radius unus dividatur quoque in aliquot partes æquales & ex Centro per singula divisionum Puncta

n. 11

du.

ducantur Circuli Concentrici. Ita Craticula Prototypi erit perfecta.

3. Dupla Diametro AB tanquam Radio describatur Quadrans EFG, ut Arcus EG sit integræ Peripheriæ æqualis (§. 412 *Geom.*), & Quadrans ipse complicatus superficiem Coni exhibeat, cujus Basis est Circulus ACBD.

4. Arcus EG dividatur in tot partes æquales, in quot Peripheria Craticulæ Prototypi divisa, & ex Centro F ad singula divisionum Puncta ducantur Radii.

5. Producat GF in I, donec FI=FG, quia Oculus tanto intervallo super Verticem Coni elevari debet, quanto intervallo Vertex a Centro Basis abest, dum Imago in superficie Coni deformata formosa spectari debet: ex Centro I Radio IF ducatur Quadrans FKH, ex I vero ad E recta IE, ut habeatur angulus, sub quo videtur latus Coni, Radium Basis exhibiturum Oculo super Vertice Coni rite elevato.

6. Arcus KF dividatur in tot partes æquales, in quot Radius Craticulæ Prototypi divisus, & per singula divisionum Puncta ducantur Radii ex Centro I ipsi EF in 1. 2. 3 &c. occurrentes.

7. Denique ex Centro F Radii F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, F<sub>3</sub> &c. describantur Arcus Concentrici. Ita habebis Craticulam Ectypi, cujus singulæ areolæ videbuntur inter se æquales (§. 209 *Optic.*).

8. Quodsi igitur ea, quæ in singulis

areolis Craticulæ Prototypi delineata sunt, in areolas Craticulæ Ectypi transferas; Imago deformabitur: Oculo autem super Vertice Coni ita elevato, ut Centrum ejus sit in Axe Coni, distet autem tanto intervallo a Vertice Coni, quanto intervallo hic a Centro Basis abest, formosa apparebit.

### COROLLARIUM I.

112. Quodsi in Craticula Prototypi subtenfas Quadrantum & in Craticula Ectypi subtenfas quartarum partium ducas, reliquis omnibus manentibus iisdem; habebis Craticulas ad Anamorphosin in Pyramide Quadrangulâ perficiendas. Hinc vero ulterius intelligitur, quomodo Imago deformari possit in Pyramide quacunque alia, cujus Basis est Polygonum quoddam regulare.

### COROLLARIUM II.

113. Si Quadrantem HFI invertas, ita Tab. ut Radius sit in E ad FE perpendicularis, VI. reliqua vero omnia fiant ut ante; Craticula prodibit Imaginis in superficie concava Coni deformandæ: spectatur enim, Oculo Basi opposito. *Fig. 4. n. 2.*

### SCHOLION.

114. Quia Oculus magis hallucinatur, si ex Objectis contiguis de distantia partium in Imagine deformata judicare nesciverit, Imagines istiusmodi deformata per exiguum foramen adspici debent, ut sole in intuentis Oculum incurrant.

### SCHOLION II.

115. Notandum vero, eodem artificio, quo Imaginem ope Luminis Solaris delineari posse

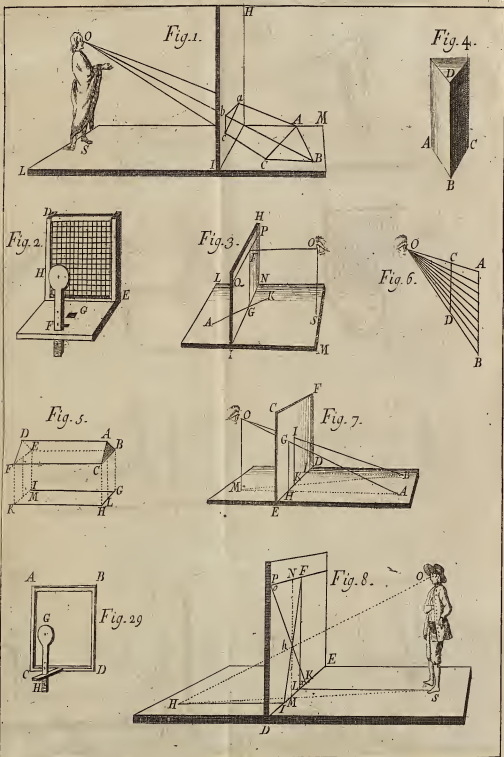
posse in Plano docuimus ( §. 110 ), nos quoque uti posse in deformandis Imaginibus in Superficie alicujus Coni vel Pyramidis. Etenim ad Tabulam, cui duo styli insiguntur, verticaliter erigitur Tabula alia, & in ejus parte una describitur Prototypum, cui opponitur stylus unus; in parte altera ad Planum Tabulæ ejusdem verticaliter affigitur Corpus, in

cujus Superficie Imago deformata dispergenda. Cetera deinde fiunt, ut paulo ante præcepimus. Schemata nec hic apponimus, nec superius dedimus, quia facile absque Schematibus intelliguntur, quæ hic præcipiuntur. Non igitur opus est, ut Figura præter necessitatem multiplicentur.

## FINIS PERSPECTIVÆ.



# FIG. PERSPECT. TAB. I.







# FIG. PERSPECT. TAB. II.

Fig. 9.

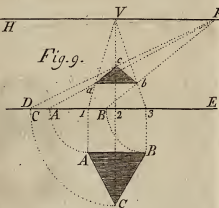


Fig. 10.

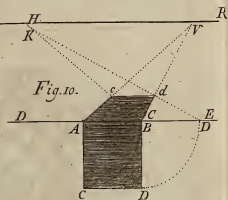


Fig. 11.

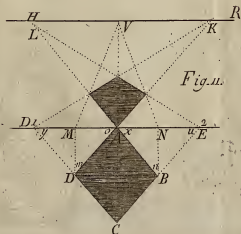


Fig. 12.

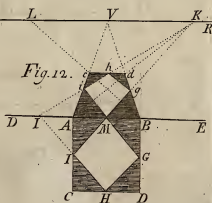


Fig. 13.

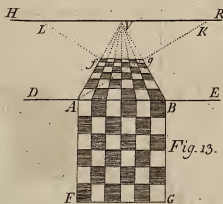
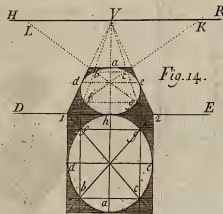


Fig. 14.



102 E. M.

Te in



# FIG. PERSPECT. TAB. III.

Fig. 15.

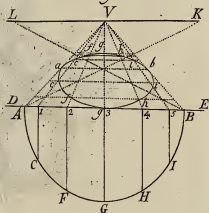


Fig. 16.

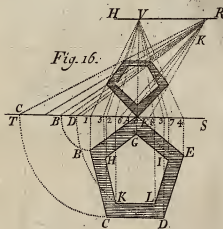


Fig. 17.

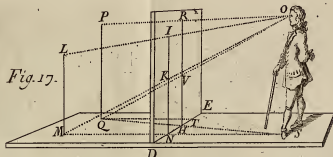


Fig. 18.

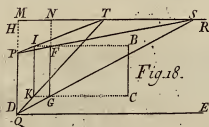


Fig. 19.

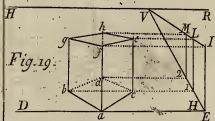


Fig. 20.

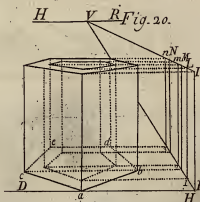
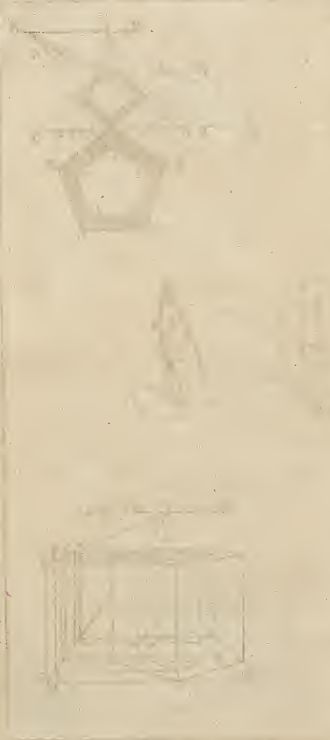


PLATE 1



# FIG. PERSPECT. TAB. IV.

Fig. 21.

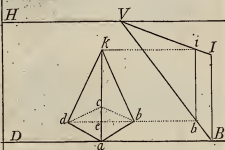


Fig. 22.

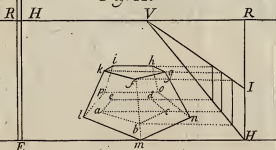


Fig. 23.



Fig. 24.



Fig. 25.

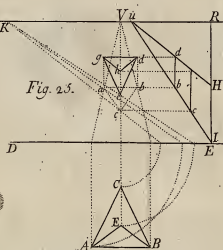


Fig. 26.  
N.1.

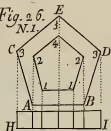


Fig. 30.



Fig. 28.

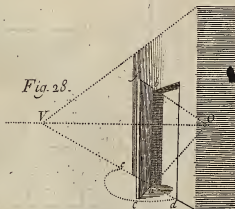
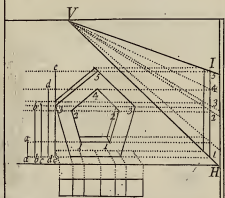


Fig. 26.  
N.2.







# FIG. PERSPECT. TAB. V.

Fig. 27.

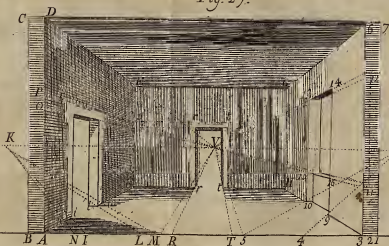


Fig. 31.

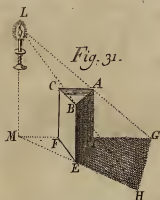


Fig. 32.

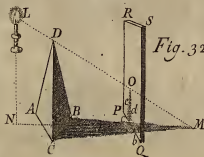


Fig. 33.

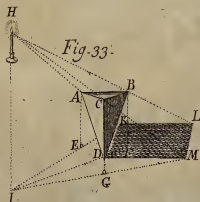
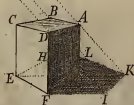


Fig. 35.





# FIG. PERSPECT. TAB. VI.

Fig. 38.

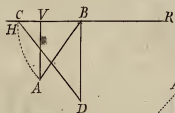


Fig. 34.

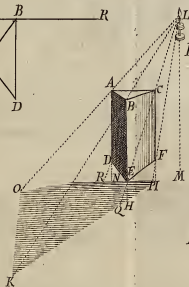


Fig. 36.

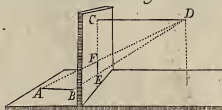


Fig. 37.

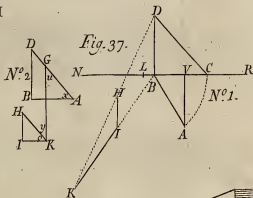


Fig. 40.  
N<sup>o</sup> 1



N<sup>o</sup> 2



N<sup>o</sup> 1.

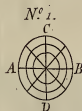
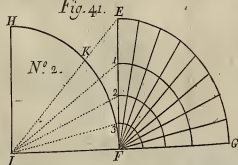


Fig. 39.



Fig. 41.





# ELEMENTA CATOPTRICÆ. PRÆFATIO.



Singularia prorsus sunt Speculorum Phænomena : quorum alia, quia quotidiana, vilescunt, alia vero, quia in vulgus minus nota, in admirationem rapiunt Spectatores. Neque sine ratione mirum videtur, multitudinem Objectorum per ingens spatium diffusam videre, ubi spatium nullum est; videre item Objecta in libero aere pendentia, ubi nihil prorsus adesse tactu experimur; immo videre Objecta nunc iusto majora, nunc minora, nunc formosa, nunc difformia. Qui Opticæ Principia cognita atque perspecta habent, Phænomenorum istorum rationes generales haud difficulter perspiciunt. Radii scilicet a Speculis reflexi speciem Objecti ad Oculum ferunt, quia per Reflexionem cum aliis non confunduntur † : tale autem Objectum spectandum exhibent, quale foret, si per eosdem Radios  
 in

† Optic. §. 76.



in Oculum radiaret, qui a Speculo reflexi in eum illabuntur \*. Id vero expreſſius docet Catoptrica, Reflexionem Luminis in omni Superficierum politarum genere ad examen revocans. Explicabimus itaque naturam Reflexionis in Speculis tam Planis, quam Convexis & Concavis. Ultra Superficies tamen Sphæricas, Cylindricas & Canonicas non multum progrediemur, quia Specula aliis figuris prædita hætenus parare fere nesciunt Artifices. Quemadmodum vero Praxin Theoriæ constanter conjunxi in Disciplinis anterioribus; ideo quoque consultum duxi, ut singulorum Speculorum fabricam una exponerem variosque eorum usus ostenderem. A multis præjudiciis animum liberat Catoptrica, Experimentis ad promovendam Scientiam naturalem conducentibus ansam præbet, maximas ad vitam jucunditates affert. Magis delectabit hoc studium si omnis generis Specula fuerint ad manus, ut quæ de eorum effectibus demonstrantur, Experimentis confirmari possint. Hæc vero Experimenta animo insinuabant rationem connubii inter Rationem atque Experientiam rite instituendi: id quod maximi usus est in omni Scientiarum genere & ad certitudinem Scientiarum firmitatemque assensus plurimum conducit.

\* Optic. §. 347.

# ELEMENTA CATOPTRICÆ.

## CAPUT PRIMUM.

### De Fundamentis Catoptrica.

#### DEFINITIO I.

1. *CATOPTRICA* seu *Specularia* est Scientia Visionis Reflexæ.

#### DEFINITIO II.

2. *Visio Reflexa* est, quam efficit Radius Reflexus a Speculo.

#### DEFINITIO III.

3. *Speculum* est omne Corpus politum & Lumini impervium.

#### SCHOLION.

4. Ita Aqua in puteis & fluminibus profundis in Speculorum numero habetur & Metallâ polita, quæ præsertim obscuriorem habent colorem, in Specula abeunt.

#### DEFINITIO IV.

5. *Speculum Planum* est, quod Planam habet superficiem.

#### DEFINITIO V.

6. *Speculum Convexum* est, quod Convexam habet superficiem. Per Speculum Convexum Autores ordinariè intelligunt Sphærice Convexum.

#### DEFINITIO VI.

7. *Speculum Concavum* est, quod Concavam habet superficiem. Per Speculum Concavum Autores ordinariè intelligunt Sphærice Concavum.

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

#### DEFINITIO VII.

8. *Speculum Sphæricum* est, quod superficiem habet Sphæricam. Estque vel *Convexum*, vel *Concavum*.

#### DEFINITIO VIII.

9. *Speculum Cylindricum* est, quod habet superficiem Cylindricam. Estque vel *Convexum*, vel *Concavum*.

#### DEFINITIO IX.

10. *Speculum Conicum* est, quod habet superficiem Conicam.

#### DEFINITIO X.

11. *Speculum Parabolicum* est, quod habet superficiem Conoidis Parabolici; *Hyperbolicum* vero, quod superficiem Conoidis Hyperbolici habet.

#### DEFINITIO XI.

12. *Speculum Ellipticum* est, quod habet superficiem Sphæroidis Elliptici.

#### DEFINITIO XII.

13. *Punctum incidentiæ* est Punctum Tab. I.  
Speculi B, in quod incidit Radius AB Fig. I.  
a Puncto radiante A emanans. Vocatur idem *Punctum Reflexionis* respectu Radii BC, qui inde reflectitur.

#### DEFINITIO XIII.

14. *Radius incidens* vel *Linea incidentiæ* est recta AB a Puncto radiante A

O. ad

Tab. I. ad Punctum incidentiæ B ducta, per Fig. 1. quam Lumen ad Speculum propagatur.

## DEFINITIO XIV.

15. *Radius reflexus* vel *Linea reflexionis* est recta BC, per quam Lumen a Puncto reflexionis reverberatur.

## DEFINITIO XV.

16. *Cathetus incidentiæ* est recta AF a Puncto radiante A ad Speculum DE perpendicularis.

## DEFINITIO XVI.

17. *Cathetus reflexionis* est recta CG a quocunque Radii reflexi BC Puncto C ad Speculum DE perpendicularis. Vocatur etiam *Cathetus Oculi*.

## DEFINITIO XVII.

18. *Cathetus obliquationis* est recta HB ad Speculum DE in Puncto incidentiæ vel reflexionis B perpendicularis.

## DEFINITIO XVIII.

19. *Angulus incidentiæ* ABD est Angulus minimus, quem efficit Radius incidens cum Speculo, vel, si Speculum Convexum aut Concavum, cum tangente in Puncto incidentiæ.

## SCHOLION.

20. Nimirum Radius incidens AB duos efficit cum Speculo angulos, alterum acutum ABD, alterum obtusum ABE; interdum utrumque rectum. Angulus minor ABD dicitur Angulus incidentiæ.

## DEFINITIO XIX.

21. *Angulus reflexionis* CBE est Angulus minimus, quem efficit Radius reflexus CB cum Speculo, vel, si id Convexum aut Concavum, cum tangente in Puncto reflexionis.

## DEFINITIO XX.

22. *Inclinatio incidentis Radii* est Tab. I. Angulus ABH, quem efficit Radius in- Fig. 1. cidens AB cum Catheto obliquationis HB.

## DEFINITIO XXI.

23. *Inclinatio Radii reflexi* est Angulus CBH, quem efficit Radius reflexus CB cum Catheto obliquationis HB.

## THEOREMA I.

24. Si Lumen a Speculo quocunque reflectitur, Angulus incidentiæ est æqualis Angulo reflexionis.

## DEMONSTRATIO.

Cum in omni motu reflexo Angulus incidentiæ sit æqualis Angulo reflexionis (§. 557 *Mechan.*), etiam in motu reflexo Luminis Angulus incidentiæ Angulo Reflexionis æqualis sit necesse est. Q. e. d.

## COROLLARIUM I.

25. Radius igitur Luminis HB perpendiculariter incidens in superficiem Speculi DE in seipsum reflectitur (§. 79 *Geom.*).

## SCHOLION I.

26. Veritatem Theorematis Experientia clarissime loquitur. Quodsi enim Speculo quocunque Radius Solaris per exiguum foramen in locum obscurum intromissus excipiat, non sine jucunditate videbis ipsum ita resilientem, ut Angulo incidentiæ Angulus reflexionis æqualis sit. Idem multis adhuc aliis modis experiri poteris. E. gr. Si super Speculo DE collocetur Semicirculus FIG, ita ut centrum ejus sit in B & superficies ad Speculum perpendicularis; sumtisque Arcibus æqualibus Fa & Gc in A collocetur Objectum, in C vero Oculus; Objectum per Radium reflexum a Puncto B videbitur. Quod si Punctum B tegatur, non amplius videri poterit.

SCHOLION II.

27. Poterat igitur hac Lex Reflexionis sine probatione Axiomatis instar assumi. Quæ admodum vulgo ab Opticis fieri solet.

COROLLARIUM II.

Tab. I. Fig. 1. 28. Ab uno Speculi Puncto non possunt reflecti plures Radii ad unum Punctum; forent enim omnes Anguli incidentiæ eidem Angulo reflexionis CBG (§. 24), adeoque etiam inter se æquales (§. 87 Aritbm.): quod est absurdum (§. 84 Aritbm.).

COROLLARIUM III.

29. Radius unus AB in duo vel plura Puncta reflecti nequit: forent enim omnes Anguli reflexionis eidem Angulo incidentiæ ABF æquales (§. 24). Quod esse absurdum, patet ut ante.

THEOREMA II.

30. A quolibet Puncto Speculi reflectuntur Radii a qualibet Objecti parte incidentes.

DEMONSTRATIO.

A quolibet Objecti Puncto in Speculi Punctum quodlibet Radius incidit (§. 60 Optic.). Quare cum Radii incidentes reflectantur (§. 51 Optic.); a quolibet Puncto Speculi reflectuntur Radii a qualibet Objecti parte incidentes. Q. e. d.

COROLLARIUM I.

31. Cum ab uno Puncto Speculi Radii a diversis Objecti radiantis Punctis incidentes in unum Punctum reflecti nequeant (§. 28); Radii, qui a diversis Objecti radiantis Punctis emanarunt, per reflexionem rursus separantur. Quilibet igitur Punctum, unde emanavit, videre facit (§. 76 Optic.).

SCHOLION.

32. En rationem, cur Radii a Speculo reflecti spectanda exhibeant Objecta. Unde simul intelligitur, Corpora aspera ita reflectere de-

bere Lumen, ut Radii a diversis Objectorum Punctis illapsi confundantur: id quod ob diversimode alternantes eminentias & cavitates (§. 935 Mechan.) accidere necesse est.

COROLLARIUM II.

33. In singulis Speculi Punctis duæ sunt Pyramides, altera incidens, altera reflecta, quarum communis Vertex est in Puncto incidentiæ & reflexionis, Basis incidentis in Objecto, Basis vero reflectæ continuo fit major.

THEOREMA III.

34. Si Oculus C & Punctum radians Tab. I. A loca permulent, Punctum in Oculum Fig. 1. eodem, quo ante, tramite radiabit.

DEMONSTRATIO.

Si enim Objectum ex A in C transfertur: in Punctum reflexionis pristinum B adhuc radiabit (§. 60 Optic.). Quare cum inter duo Puncta C & B nonnisi unica recta esse possit (§. 170 Geom.) & Radii per Lineas rectas represententur (§. 46 Optic.); qui ante erat reflexionis, nunc incidentiæ erit Radius CB (§. 14, 15). Quoniam itaque sub eodem Angulo reflectitur, quo incidit (§. 24); qui ante erat incidentiæ Radius, nunc erit Radius reflexionis (§. 19, 21). Objectum igitur in C translatum, in Oculum in A constitutum adhuc radiat per rectas CB & BA. Q. e. d.

COROLLARIUM.

35. Objectum igitur per Radium reflectum AB perinde videtur ab Oculo in A constituto, ac si ipse in C, Objectum in A poneretur.

SCHOLION.

36. Cum Theorematis veritas Experientia facillime confirmari possit, quidam id instar Principii cum EUCLIDE assumunt & inde

Tab. I. Legem Reflexionis hunc in modum demonstrant.

Fig. 1. Sit *Angulus incidentiæ Angulo reflexionis major*, erit  $ABF > CBE$ . Facta igitur translatione Oculi & Objecti, *Angulus CBE fiet Angulus incidentiæ*, adeoque  $CBE > ABF$  per hypoth. Idem adeo *Angulus ABF & major, & minor est altero CBE*. Quod cum sit absurdum, *ABF ipso CBE major esse nequit*. Idem absurdum sequitur, si ponamus *Angulum incidentiæ minorem esse Angulo reflexionis*. Quoniam itaque *Angulus incidentiæ nec major, nec minor esse potest Angulo reflexionis*, eidem utique *aqualis erit*.

### OBSERVATIO I.

37. Si ad Speculum quodcumque applicetur Planum aliquod ad Angulos rectos & Dioptra, cuius foramen in eo existit, Soli obvertatur; videbis Radium reflexum esse in eodem Plano. Similiter si in loco obscuro Radium Solarem per exiguum foramen transmissum Speculo immoto excipias & Planum ad Punctum incidentiæ ita applies, ut Radius incidentiæ non minus, quam reflexionis in Plano isto existat; re examinata deprehendes, Planum illud esse ad Speculum rectum. Concordat cum his Experimentis ea, quam supra (§. 26) alium in finem attulimus.

### COROLLARIUM I.

38. Apparet adeo, Planum reflexionis, in quo nempe Radius incidens & reflexus existit, esse ad superficiem Speculi perpendiculare & in Speculis Sphæricis transire per Centrum.

### COROLLARIUM II.

39. Cathetus adeo tam incidentiæ, quam reflexionis est in Plano reflexionis (§. 16, 17).

### SCHOLIUM.

40. Quod Planum reflexionis sit ad Speculum perpendiculare, exemplo EUCLIDIS atque ALHAZENI tanquam experientia satis clarum, sine Demonstratione assumere malimus, quam rationibus non satis evidentibus stabilire.

### OBSERVATIO II.

41. Si ad Speculum sive Planum, sive Sphæricum erigatur Stylus ad angulos rectos; Imagini sue in directum jacet, etiam cum extra Speculum Concavum in aëre apparet. Quod si Stylus Punctum aliquod Objecti extremitate sua attingat, ejusdem Puncti Imago videbitur in Imagine extremitatis styli.

### SCHOLIUM.

42. Hac Experientia permoti Veteres, Principii instar assenserunt, Imaginem Objecti in Speculo visi esse in Catheto incidentiæ. Quare cum certum sit, eandem esse in Radio reflexo (§. 326 Optic.); tandem intulerunt, eam apparere in concursu Radii reflexi & Catheti incidentiæ. Neque vero negandum est, id verum esse universaliter in Speculis Planis & Sphæricis Convexis, nec non ut plurimum in Speculis Sphæricis Concavis; pauci tamen dantur casus, in quibus Regula fallit; quemadmodum dudum monstravit KEPLERUS (a). Sed videntur Veteres ob casum illum rariorem, ubi exceptionem patitur, non deferere voluisse Principium, per quod reliqua Catoptrica Phenomena demonstrantur. Ne tamen aliquid assumpsisse videamur, quod veritati consentaneum non sit, de singulis Speculorum generibus sigillatim demonstrabimus, an & quibus conditionibus positis Principium verum sit.

### CAPUT

(a) In Parallipon. ad Vitellionem Prop. 18. p. 70.



## CAPUT II.

## De Speculis Planis.

## PROBLEMA I.

43. *Tabulam Vitream polire, unde Speculum Planum confici possit.*

## RESOLUTIO.

1. Tabula Vitrea gypso agglutinetur Tabulæ Lignæ, horizontaliter posita, quæ loco suo dimoveri nequit.
2. Tabulæ Lignæ minori agglutinetur Tabula Vitrea alia. Huic in parte postica affixa sit Cista, ut Tabula lapidibus aliisque ponderibus onerari possit.
3. Tabula Vitrea prior arena per cribrum trajecta, ne inæqualia nimis sint grana, & aqua conspergatur, quantum ad extritionem sufficere judicatur.
4. Tabula Vitrea posterior sive minor majori superimponatur & huc illucque agitur, donec una alteram complanaverit.
5. Cum aliqualis planities apparet, arena adhibeatur subtilior, & ubi hæc in pulvem conversa, Tabulæ solæ, aqua tantum affusa cum pulvere Smyridis contriti crassiori, se invicem fricent.
6. Quando ad polituram aptæ, ab omnibus impuritatibus aqua affusa purgentur, ne ullus arenæ aut Smyridis pulvisculus remaneat, polituram depravaturus.

7. Parallelepipedum Ligneum, cujus longitudo aliquoties latitudinem excedit, inferius materia pilari obducatur & eidem materia, qua ad poliendum uteris (e. gr. terra Tripolitana vel Stannum ustum) aqua contemperata inducatur.
8. Tandem parallelepipedum Tabulæ appressum huc illucque agitur, donec ea perfectam politiem nata fuerit.

## SCHOLION I.

44. Smyride si uti volueris, in pulverem contritus aquæ immittendus & cum palo ligneo agitandus. Postquam crassiores particule ad levigandum ineptæ fundum petierunt, aqua in aliud vas transfunditur, in quo subtiliores subsident: quo facto in tertium decantatur, ut adhuc subtiliorem pulverem nanciscaris. Immo in quartum ex tertio effundi debet, donec etiam omnium subtilissimi pulvisculi in fundo collecti conspiciantur. Ita nimirum diversæ subtilitatis Smyridem adipisci licet, quo ad levigandum successive utendum.

## SCHOLION II.

45. Specula minora super Tabula Plana ferrea primum exteruntur & deinde eodem modo, quo majora, levigantur.

## SCHOLION III.

46. Difficillimum vero est Tabulis Vitreis perfectam planitiem inducere: quod experientia edocti non dissuadent, qui Vitris Planis expoliendis operam dedere, ita ut HEBELIUS (a) majus artificium judicet superficiem

O 3

(a) In Prolegom. Selenogr. f. 14.



ficiem Vitri exatle Planam, quam Cavam reddere. Et hinc raro reperiuntur Specula perfecta planitie prædita, ut adeo exatle Imagines Objectorum non representent.

#### SCHOLION IV.

47. Ad poliendas Tabulas majores Artifices Specularii utuntur Machina politoria, cujus descriptionem Problemate sequente tradimus.

#### PROBLEMA II.

Tab. I. 48. Machinam politoriam construere.  
Fig. 2.

#### RESOLUTIO.

1. Cylindro AB rota radiata C instructo & verticaliter erigendo infigatur Axis curvatus ferreus DE.
2. Axi DE immittatur annulus ferreus F & huic quatuor Hastæ ferreæ FG applicentur, utrinque in uncum deficientes.
3. Construantur quatuor Quadrangula HKLI ex tribus Regulis Ligneis HL, LI & IK & Cylindro HK atque Regulis transversis KL & HI; sitque Quadrangulum circa axem Cylindri HK mobilis.
4. In medio Regulæ LI infigatur uncus M, cui inferatur uncus Hastæ FG, ita ut Cylindro AB circumactò Quadrangulum HKLI nunc protrudatur, nunc retrahatur.
5. Eidem Regulæ LI in Superficie exteriori affigantur duo annuli & iis inferantur unci Hastarum ferrearum NO, ad quas applicandum est Lignum politorium PQ.
6. Baculi RS extremum alterum R Instrumento politorio, alterum vero S trahi infigatur.

7. Denique ad Machinam agitandam utendum est Rotis dentata *ab*, stellata *cd*, radiata *de* & aquaria *fg*, vel aliis modis structura varianda pro diversa potentie applicatione, uti docuimus in Mechanicis, Cap. 14.

Quodsi enim Tabulam Vitream Lignæ TV gypso agglutinatam & ad polituram dispositam Ligno politorio subjicias; Machina Lignum politorium huc illucque trahendo Tabulam expoliet.

#### PROBLEMA III.

49. Ex Tabulis Vitreis lavigatis Specula Plana conficere.

#### RESOLUTIO.

1. Super Tabula Lignea expandatur charta bibula & pulvere cretaceo conspergatur: quo factò, bractea stannea super charta exactissime explicetur.
2. Affundatur Mercurius pede leporino aut gossypio per bracteam æqualiter distribuendus.
3. Bractæ penna purgatæ imponatur charta munda & huic Tabula Vitrea linteo mundo absterfa.
4. Manu sinistra Tabula Vitrea apprimatur & dextra charta lente extrahatur: quo factò Tabula charta crassiori tectâ pondere oneretur, ut superfusum Mercurii arceatur & Stanum Speculo certius adhæreat.
5. Ubi exsiccatum fuerit, pondus removeatur: eritque Speculum Plenum confectum.

#### SCHOLION.

50. Aliqui Mercurii unciam unam admiscunt uncia dimidia Marchasitæ ad ignem liquefactæ

facta & ne Mercurius in fumum abeat, in aquam frigidam infundunt, frigefactam per lineum triplicatum aut per corium, ex quibus caliga fieri solent, urgent. Sunt etiam qui quartam uncia partem Plumbi, itemque Stanni Marchasie addunt, celerius Specula ut exsiccentur.

THEOREMA IV.

Tab. I. 51. In Speculo Plano quodlibet Objecti  
Fig. 3. Punctum A videtur in concursu B Catheti  
incidentie AB & Radii reflexi CB.

DEMONSTRATIO.

Sint duo Radii reflexi CD & FE, quos supponamus in eundem Oculum illabi: vel, si distantia Oculorum tanta fuerit, quanta Radium in F & C, DC in Oculum sinistrum, FE in dextrum radiet. Quoniam angulus CBD = EDB (§. 156 Geom.) & CDH = ADG (§. 24); erit quoque ADH = CDG (§. 88 Arithm.) = EDB (§. 87 Arithm.). Porro HEF = DEB (§. 156 Geom.) & HEF = AEG (§. 24); ergo BED = AEG (§. 87 Arithm.). Quoniam igitur AEG & ADE duobus rectis minores (§. 240 Geom.), etiam BED & BDE duobus rectis minores, consequenter Radii reflexi FE & CD concurrunt in B (§. 262 Geom.), estque DB = DA (§. 251 Geom.). Quare cum etiam sit angulus BDG = CDH (§. 156 Geom.), & ADG = CDH (§. 24), adeoque BDG = ADG (§. 87 Arithm.). Erunt quoque anguli ad G æquales (§. 179 Geom.), adeoque AB ad HG perpendicularis (§. 79 Geom.), hoc est, AB est Cathetus incidentiæ (§. 16). Concurrunt itaque Radii reflexi FE & CD cum Catheto incidentiæ AB in eodem Puncto B. Ita ergo in

Oculum radiat Punctum A, ac si Coni Tab. I. Optici Vertex esset in B (§. 336 Optic.). Fig. 3. Quamobrem Punctum radians A videtur in B, hoc est, in concursu Catheti incidentiæ cum Radio reflexo (§. 348 Optic.). Q. e. d.

COROLLARIUM I.

52. Quoniam ex Demonstratione liquet, omnes Radios reflexos cum Catheto incidentiæ uniri in B; per quemcunque Radium reflexum Punctum radians A videatur, in eodem semper loco videtur. Quotquot igitur idem Objectum in eodem Speculo contuentur, in eodem quoque loco post Speculum illud vident, sicque unius Objecti unica tantum est Imago, neque duobus Oculis geminatum apparere potest.

COROLLARIUM II.

53. Quia vi ejusdem Demonstrationis BD = DA; distantia Imaginis B ab Oculo C componitur ex Radio incidente AD & reflexo CD.

COROLLARIUM III.

54. Immo quia per Demonstrationem manifestum est, omnes Radios reflexos cum Catheto incidentiæ uniri in B; Objectum A reflexe eodem modo radiat, quo radiaret directe, si in locum Imaginis transferretur.

COROLLARIUM IV.

55. Si igitur Lumen Solis a Speculo Plano reflectitur, eodem modo propagatur, quo per foramen transmissum, adeoque Luminis reflexi figura erit rotunda & crescente distantia a Speculo crescet, hoc est, Imaginem Solis majorem exhibet (§. 294 Optic.).

THEOREMA V.

56. Imago Puncti radiantis B tanto intervallo post Speculum Planum apparet, quanto ipsum Punctum radians A ante Speculum distat.

## DEMONSTRATIO.

Tab. I. Quoniam Imago B videtur in con-  
Fig. 3. cursu Catheti incidentiæ & Radii Reflexi  
CB; erunt anguli ad G recti (§. 16),  
adeoque æquales (§. 245 *Geom.*). Est  
vero etiam  $CDH = BDG$  (§. 156  
*Geom.*), &  $CDH = ADG$  (§. 24),  
adeoque anguli  $ADG$  &  $BDG$  æquales  
sunt (§. 88 *Arithm.*) &  $DG = DG$ . Ergo  
 $AG = GB$  (§. 251 *Geom.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

57. Si ergo Speculum HG fuerit hori-  
zontaliter collocatum; Punctum A tanto  
intervallo infra Speculum demersum vide-  
bitur, quanto supra ipsum elevatur. Ere-  
cta igitur situ inverso in eodem apparent,  
adeoque Homines capite deorsum, pedi-  
bus sursum videntur.

## COROLLARIUM II.

58. Quare si ad parietem, in quem per  
exiguum foramen projiciuntur Species Ob-  
jectorum inversæ (§. 119 *Optic.*), Specu-  
lum horizontaliter colles; videbis in  
eo Imagines situ erectas.

## COROLLARIUM III.

59. Quodsi Speculum HG ad laquear  
conclavis applicetur, ita ut Horizonti pa-  
rallelum existat; Objectum tanto interval-  
lo ultra laquear elevatum apparet, quanto  
infra id depressum, videnturque erecta de-  
nuo inversa, adeoque Homines capite  
deorsum, pedibus sursum.

## THEOREMA VI.

60. In Speculo Plano Imago est Ob-  
jecto similis & æqualis.

## DEMONSTRATIO.

Tab. I. Quodlibet enim Objecti Punctum  
Fig. 4. 1. 2. 3. 4. &c. videtur in Catheto inci-  
dentiæ (§. 51) secusque Speculum Ca-

theti incidentiæ partem inter Punctum  
radians & ejus Imaginem interceptam  
bifariam (§. 56). Quodsi ergo a singu-  
lis Punctis Objecti 1. 2. 3. 4. &c. demit-  
tantur ad Speculum BC perpendicula-  
res ultra id continuandæ; donec fiat  
 $1a = aI$ ,  $2b = bII$ ,  $3d = dIII$ ,  $4e$   
 $= eIV$  &c. quotlibet Imaginis Puncta  
I. II. III. IV. &c. determinantur. Quodsi  
ergo concipiamus perpendiculares  $1a$ ,  
 $2b$ ,  $3c$ ,  $4d$  &c. ita convolvi, ut se-  
cum rapiant sua Puncta objectiva 1. 2.  
3. 4. &c. eaque deferant in Plani partes  
oppositas; tum quidem 1 in I, 2 in II,  
3 in III, 4 in IV cadere intelligitur,  
adeoque Objectum Imagini suæ con-  
gruit (§. 3 *Geom.*), consequenter Imago  
Objecto & similis, & æqualis est (§. 161  
*Geom.*). *Q. e. d.*

## SCHOLIUM.

61. Hinc Speculorum Plano:um usus est  
in contemplanda facie.

## THEOREMA VII.

62. In Speculo Plano dextra appa-  
rent sinistra & sinistra contra videntur  
dextra.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam enim Punctum 1 videtur  
in Catheto incidentiæ suæ, nempe in I,  
& 4 in Catheto incidentiæ suæ, nempe  
in IV. (§. 51); dextra videntur e regio-  
ne dextrorum & sinistra e regione sini-  
strorum. Sed si alterius faciem extra  
Speculum contuearis, ejus dextra tuæ  
sinistræ & ejus sinistra dextræ tuæ re-  
spondet. Quare in Speculo dextra appa-  
rent sinistra & contra sinistra videntur  
dextra. *Q. e. d.*

PROBLEMA IV.

Tab. I. 63. *Datis Puncto radiante A & loco Fig. 5. Oculi C; invenire Punctum reflexionis D.*

RESOLUTIO.

Demissis ex C & A perpendicularibus CE & AG, hoc est, ductis Cathetis incidentiæ & reflexionis (§. 16, 17) fiat: ut summa Cathetorum incidentiæ & reflexionis AG & CE, ad Cathetum reflexionis CE; ita distantia Cathetorum EG, ad distantiam ED Catheti reflexionis a Puncto reflexionis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam anguli E & G recti sunt (§. 16, 17) &  $x = o$  (§. 24); erit  $AG:EC = GD:ED$  (§. 267 Geom.), consequenter  $AG + EC:EC = EG:ED$  (§. 190 Arithm.). Q. e. d.

PROBLEMA V.

Tab. I. 64. *Mediante Speculo Plano C altitudinem accessibilem e. gr. Arboris AB metiri.*

RESOLUTIO.

1. Speculo in C Horizontaliter collocato, tamdiu ab eo recede, donec apicem A in Speculo contuearis.
2. Metire altitudinem Oculi DE, distantiam tuam a Puncto reflexionis EC, & distantiam Arboris ab eadem CB.
3. Queratur ad EC, CB & ED quarta proportionalis AB.

Dico, hanc esse altitudinem Arboris quasitam.

DEMONSTRATIO.

Quoniam DE & AB ad EB perpendiculares (§. 227 Geom.); anguli B & E

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III,

recti sunt (§. 78 Geom.), adeoque æquales (§. 145 Geom.). Quare cum etiam sit angulus  $ACB = DCE$  (§. 24); erit  $EC:ED = CB:AB$  (§. 267 Geom.), consequenter  $EC:CB = ED:AB$  (§. 173 Arithm.). Q. e. d.

THEOREMA VIII.

65. *A diversis Speculi Plani AB Pun-Tab. I: ctis non reflectuntur in idem Punctum Fig. 7. D Radii ab eodem Puncto G illapsi.*

DEMONSTRATIO.

Est enim  $o = y$  (§. 24) &  $o > x$  (§. 239 Geom.), adeoque  $y > x$  (§. 89 Arithm.). Porro  $x = u$  (§. 24) &  $y < u$  (§. 239 Geom.). Ergo  $y < x$  (§. 89 Arithm.). Quod cum sit absurdum, a Speculo Plano AB in idem Punctum D Radii ab eodem Puncto G illapsi non reflectuntur. Q. e. d.

COROLLARIUM.

66. Radii igitur per reflexionem a Speculo Plano factam minime densiores fiunt, adeoque nec calorem Solis intendunt.

THEOREMA IX.

67. *Si Puncta extrema Objecti F & H Tab. I: a Punctis C & D in Oculum O refle- Fig. 8. ctantur; Puncta omnia intermedia a Linea CD reflectuntur.*

DEMONSTRATIO.

Reflectatur enim, si fieri potest, Punctum I a Puncto E in Oculum O. Quoniam IE Radium DH in K secat: Punctum K a Punctis E & D ad idem Punctum O reflectitur. Quod cum sit absurdum (§. 65), & idem absurdum sequatur, si Punctum I a G in O reflecti ponamus; totum Objectum FH a Linea CD reflectitur. Q. e. d.

## COROLLARIUM I.

Tab. I. 68. Quodsi ergo determinentur Puncta  
Fig. 8. C & D, unde extrema Objecta F & H re-  
flectuntur (§. 63); integra Linea CD ha-  
betur; unde Objectum integrum FH a Spe-  
culo in Oculum O reflectitur.

## COROLLARIUM II.

69. Punctum remotius F reflectitur a  
Puncto O Oculo viciniore, quam Punctum  
Speculo vicinius I: si enim I reflecteretur a  
Puncto viciniore G, non reflecteretur a  
Linea CD: quod tamen fieri necesse est  
(§. 67).

## THEOREMA X.

Tab. I. 70. Si Speculum Planum AE ad Ho-  
Fig. 9. rizontem EH inclinatur sub angulo 45  
graduum; Objectum Verticale CB Ho-  
rizontale apparet IK.

## DEMONSTRATIO.

Continuetur BC, donec Speculo in  
A occurrat. Quoniam H est rectus, &  
E 45° per hypoth. erit etiam A 45°  
(§. 241 Geom.). Quare si ex B ducatur  
perpendicularis BG ad Speculum AB;  
erit ABG itidem 45° (§. cit.) & AG=GB  
(§. 253 Geom.). Fiat GB=GK: erit  
in K Imago ipsius B (§. 56). Ducatur  
KA: quia KG=GA & G rectus per  
demonstr. erit K semirectus (§. 241  
Geom.), consequenter KA ipsi EH pa-  
rallela (§. 255 Geom.). Quare cum eo-  
dem modo ostendatur, Punctum C  
apparere in Puncto I ejusdem parallelæ;  
evidens est, Imaginem IK Horizonti  
EH parallelam esse. Q. e. d.

## THEOREMA XI.

71. Si Speculum Planum AE incline-  
tur ad Horizontem EH sub angulo 45  
graduum, Objectum Horizontale LB ap-  
parebit verticale in MK.

## DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione Theo-  
rematis præcedentis.

## COROLLARIUM.

72. Hinc Oculo infra Speculum consti-  
tuto in hoc situ Terra videtur perpendicu-  
lariter erecta; collocato vero supra Specu-  
lum deorsum perpendiculariter depressa  
apparet.

## SCHOLIUM.

73. Hinc Globus in Plano parumper incli-  
nato descendens mediante Speculo exhiberi po-  
test tanquam ascendens in Plano Verticali:  
quod artificium si tegatur, in admirationem  
rapiet Catoptrices ignaros.

## PROBLEMA VI.

74. Efficere, ut te in Speculo volan-  
tem contuearis.

## RESOLUTIO.

1. Quoniam Specula sub angulo semi-  
recto ad Horizontem inclinata Ima-  
gines Verticales ut Horizontales ex-  
hibent (§. 70); Speculum Planum  
majus, inclinandum est ad Hori-  
zontem sub angulo semirecto.
2. Quodsi ergo versus Speculum pro-  
grediarius; Horizonti parallelum  
moveri videbitur corpus, adeoque  
si brachia extensa eum in modum  
agitentur, quo aves alas agitare so-  
lent, per aerem volare tibi videberis.
3. Quoniam tamen pavementum, cui  
insistis, simul attollitur (§. 71) &  
in eo incessus pedum observatur;  
quasi in Plano Verticali sursum  
contingeret (§. 73); ut Oculus hal-  
lucinetur, in brachia & caput ro-  
tus dirigendus & a pedibus, quan-  
tum fieri potest, avertendus.

THEO:



THEOREMA XII.

Tab.I. 75. Si Objectum AB fuerit Speculo  
Fig.10. CD parallelum; etiam Imago GH ei-  
dem parallela est.

DEMONSTRATIO.

Quodlibet Punctum Imaginis GH tanto intervallo post Speculum distat, quanto Punctum unumquodque Objecti ante Speculum (§. 56). Sed quia Objectum AB Speculo CD parallelum per hypoth. singula ejus Puncta a Speculo æqualiter distant (§. 81 Geom.). Ergo etiam singula Imaginis GH Puncta ab eodem æqualiter distant, consequenter Imago GH Speculo CD parallela (§. cit. Geom.). Q. e. d.

THEOREMA XIII.

76. Si Objectum AB Speculo CD fuerit parallelum, & cum Oculo æqualiter ab eo distet: Linea reflectens CD est Objecti AB dimidia.

DEMONSTRATIO.

Sit Oculus O in ipso Objecto AB, hoc est, ponamus Spectatorem seipsum contemplari in Speculo. Quoniam Spectator AB Speculo CD parallelus, per hypoth. etiam Imago GH eidem parallela erit (§. 75). Demittatur ex O perpendicularis OL ad CD, quæ continuata in I erit etiam ad GH perpendicularis (§. 230 Geom.); estque adeo OL altitudo Trianguli OCD, OI vero altitudo Trianguli GOH (§. 227 Geom.). Quare cum ob parallelismum Imaginis GH & Speculi CD, sit  $o = x$  &  $y = u$  (§. 233 Geom.); Triangula COD & GOH similia sunt (§. 267 Geom.) & hinc  $CD : GH = OL : OI$  (§. 396

Geom.). Cum itaque sit  $OL = \frac{1}{2} OI$  Tab.I. (§. 56); etiam  $CD = \frac{1}{2} GH$ . Est vero Fig.10.  $GH = AB$  (§. 60). Ergo  $CD = \frac{1}{2} AB$  (§. 168 Arithm.). Q. e. d.

Eodem prorsus modo succedit Demonstratio, si Oculum O extra Objectum assumes, hoc est, si non teipsum, sed Objectum aliud in Speculo contempleris, quod tamen æqualiter cum Oculo ab eo distet.

COROLLARIUM I.

77. Ut igitur in Speculo te totum contueri possis; ejus altitudo altitudinis tuæ & latitudo latitudinis pariter tuæ dimidia esse debet.

COROLLARIUM II.

78. Data altitudine & latitudine Objecti per Speculum videndi, datur quoque altitudo & latitudo Speculi, in quo integrum apparet in eadem cum Oculo distantia: Sunt nempe dimensiones Speculi dimensionum Objecti dimidia (§. 76).

COROLLARIUM III.

79. Cum latitudo atque longitudo portionis Specularis reflectentis, sit subdupla latitudinis & longitudinis superficiæ, quæ reflectitur (§. 76) & ob parallelismum Speculi & superficiæ reflexæ portio reflectens Speculi huic similis existat; erit portio Speculi reflectens ad superficiem, quæ reflectitur, in ratione subquadrupla (§. 406 Geom.).

COROLLARIUM IV.

80. Quoniam portio reflectens constans est (§. 79); te semper totum videbis in Speculo Plano, siue accedas, siue recedas, si aliquo in loco te totum videre potes: quod idem valere de Objectis æqualiter cum Oculo a Speculo distans, satis patet.

THEOREMA XIV.

81. Si Objectum AB Speculo IF fuerit Tab.I. parallelum; longitudo Lineæ reflexæ AB Fig.11. est



Tab.I. est ad reflectentem CD, ut via reflexio-  
Fig.11. nis BD + DO ad Radium reflexum OD;  
vel ut composita ex distantia Oculi &  
Objecti a Speculo OI + BF, ad distan-  
tiam Oculi OI.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Objectum AB Speculo FI  
parallellum per hypoth. erit etiam Imago  
GE eidem parallela (§. 75), adeoque  
 $GE:CD=OE:OD$  (§. 268 Geom.),  
hoc est, quia  $GE=AB$  (§. 60) &  $DE$   
 $=DB$  (§. 51),  $AB:CD=OD+DB:$   
 $OD$ . Quod erat unum.

Est vero etiam  $OE:OD=OK:OI$   
(§. 267 Geom.), adeoque  $GE:CD$   
 $=OK:OI$  (§. 167 Arithm.). Quare  
cum  $IK=FE$  (§. 226 Geom.)  $=BF$  (§.  
56) &  $GE=AB$  (§. 60); erit  $AB:CD$   
 $=OI+BF:OI$ . Quod erat alterum.

## THEOREMA XV.

82. Radii AC & DB qui a Specu-  
lo Plano CD ad idem Punctum O refle-  
ctuntur; cum Catheto reflexionis OK tan-  
to intervallo IK post Speculum concur-  
runt, quanto Punctum O ante id distat.

## DEMONSTRATIO.

Eadem prorsus est, quæ Theorema-  
tis 5 (§. 56).

## THEOREMA XVI.

83. Si Objectum AB, quod est cum  
Oculo O in eodem Plano, & Speculo pa-  
rallellum, ab eo totum videtur in Speculo  
CD; Oculus in O immotus eo minorem  
ejus partem videbit, quo id propius ad  
Speculum CD accedit; semper tamen di-  
midia longitudinis itemque quarta super-  
ficiæ majorem; idem vero juxta Obje-

ctum AB adhuc alia in Speculo conspiciet, Tab.I.  
si id longius ab eo recedat. Fig.11.

## DEMONSTRATIO.

Ducatur PQ ipsi AB parallela; erunt  
PG & QD Radii extremi, qui a Specu-  
lo CD in Oculum O reflectuntur,  
adeoque Oculus O præter PQ in Specu-  
lo nihil videbit secundum longitudi-  
nem. Sed quia AC & BD cum Catheto  
reflexionis OK in K concurrunt (§. 82);  
erit  $PQ:AB=KP:KA$  (§. 268 Geom.).  
Quare cum  $KP < KA$  per hypoth. erit  
etiam  $PQ < AB$ . Quod erat unum.

Porro ex eadem ratione  $PQ:CD$   
 $=KP:KC$ . Est vero  $KP > KC$  (§. 84  
Arithm.). Ergo  $PQ > CD$ . Quare  
cum  $CD=\frac{1}{2}AB$  (§. 84); erit quoque  
 $PQ > \frac{1}{2}AB$  (§. 87 Arithm.) & hinc su-  
perficiæ partis, quæ, Objecto ex AB in  
PQ translato, videtur, major quarta  
parte superficiæ totius (§. 79). Quod  
erat alterum.

Simili modo ostenditur, quod præ-  
ter Objectum adhuc alia in Speculo vi-  
deantur, si ex AB in MN transferatur.  
Quod erat tertium.

## PROBLEMA VII.

84. Datis Oculo O, longitudine Spe-  
culi CD & longitudine Objecti AB; de-  
terminare locum, ubi statuendum est  
Objectum, ut totum in Speculo videri  
queat, nec quicquam aliud præter ipsum  
secundum longitudinem.

## RESOLUTIO.

Dato Oculo O, datur etiam Radius  
reflexus OC. Itaque

1. Fiat: ut CD longitudo Speculi, ad AB  
longitudinem Objecti; ita OC Radius  
reflexus;

Tab. I. reflexus, ad viam reflexionis OC  
Fig. 11. + AC (§. 81).

2. Subtrahatur inde Radius reflexus OC;  
residuum erit Radius incidens AC.

3. Ducta igitur OC fiat Angulus ACD  
= OCI (§. 24) & AC Radio inci-  
denti æqualis.

4. Denique Objectum AB statuatur in  
A Speculo CD parallelum.

Sic factum est, quod petebatur.

THEOREMA XVII.

Tab. II. 85. Si Speculi AB inclinatio ad Ho-  
Fig. 12. rizontem dato Angulo ACA mutetur,  
Radius vero incidens DC maneat in suo  
incidentiæ Puncto C; Radius reflexus  
Ce duplo Angulo eCE variatur.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ACD = ECB (§. 24) &  
ACA = BCb (§. 156 Geom.) & ECB  
= ECB + BCb (§. 86 Arithm.); erit  
ECb = DCA + aCa (§. 87 Arithm.)  
= DCa + 2ACa (§§. cit.), consequen-  
ter ECb — 2ACa = DCa = bCe  
(§. 24). Est igitur ECb = bCe +  
2ACa (§. 88 Arithm.). Quare cum sit  
ECb — bCe = ECe & ECb — bCe  
= 2ACa (§. 91 Arithm.); erit etiam  
ECe = 2ACa (§. 87 Arithm.). Q. e. d.

COROLLARIUM.

86. Radius igitur reflexus movetur du-  
plo celerius Speculo.

SCHOLION.

87. Hec experiri datur in Radio per fo-  
ramen exiguum in Cameram obscuram intro-  
missio.

THEOREMA XVIII.

88. In Speculo Plano Vitreo, (præ-  
sertim si Objectum fuerit Lucidum,

aut Lumen peregrinum a Speculo arceat-  
ur) post Imaginem claram videtur ad-  
huc alia aliquanto obscurior.

DEMONSTRATIO.

Reflexio enim non modo fit a superfi-  
cie superiori Speculi; verum etiam ab in-  
teriori, quæ Stanno terminata. Est igitur  
Cathetus incidentiæ ad interiorem  
Speculi superficiem tanta parte longior,  
quanta est crassities Speculi. Quam-  
obrem cum Imago Objecti videatur tan-  
to intervallo post Speculum, quanto  
ante ipsum abest (§. 56) & quidem in  
Catheto incidentiæ (§. 51); vi reflexio-  
nis primæ minori intervallo post Specu-  
lum videtur, quam vi secundæ: utraque  
tamen Imago in eadem Linea, adeoque  
altera pone primam videbitur. Q. e. d.

SCHOLION.

89. Hoc incommodo carent Specula Plana  
ex Metallo parata, quorum tamen rarior est  
usus, quia Vitrea & clariora, & durabiliora  
sunt Metallicis. Hinc mirifice sese commen-  
dabant Specula Chalybea Swarzenbergæ in  
Sudetibus Misnæ parata (a).

COROLLARIUM.

90. Quoniam Cathetus incidentiæ, in  
casu superiori, differt a Catheto inciden-  
tiæ, in priori, tanta parte, quanta est cras-  
sities Vitri, distantia autem Objecti & Im-  
ginis est ejus duplo æqualis (§. 56); di-  
stantia Imaginis obscurioris a clariore est  
dupla crassities Vitri.

THEOREMA XIX.

91. Si Speculi Plani fragmenta ita  
collocentur, ut omnia sint in eodem Pla-  
no; unum Objectum nonnisi semel vi-  
detur.

P 3

DE-

## DEMONSTRATIO.

Quoniam enim omnia fragmenta sunt in eodem Plano, *per hypo.* una tantum est Cathetus incidentiæ (§. 489 *Geom.*). Quare cum Objectum videatur in Catheto incidentiæ (§. 51) Objectum unum nonnisi semel videtur. *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

92. Cum perinde sit, utrum fragmenta unius Speculi, vel plura Specula integra in eodem Plano collocentur; in his quoque Objectum nonnisi semel videri potest.

## PROBLEMA VIII.

93. Plura Specula ita statuere, ut in singulis Imaginem tui videas.

## RESOLUTIO.

Tab. II.  
Fig. 13.

1. Ex Centro O describatur Arcus Circuli ABCDE.
2. Specula AB, BC, CD, DE ita statuuntur, ut latitudines ipsorum fiant Arcuum subtensæ, seu ut Anguli B, C, D, sub quibus junguntur, sint in Peripheria; longitudines autem ad Horizontem perpendiculares.

Dico, si Oculus sit in O, quod Imaginem tui in singulis Speculis sis visurus.

## DEMONSTRATIO.

Cum enim ex O ad singula Plana AB &c. perpendiculares duci possint (§. 291 *Geom.*), Radius vero perpendicularis in seipsum reflectatur (§. 25); Oculus in Speculis singulis seipsum videbit, & quia Corpus tuum Speculis parallelum, si Speculi longitudo non minor fuerit subduplâ longitudinis tuæ, te totum contueberis (§. 77); in reliquo casu partem Corporis dimidia maiorem (§. 83). *Q. e. d.*

## SCHOLION.

94. Hoc artificio multiplicatur fonticulus in Crypta saliens.

## THEOREMA XX.

95. Si Objectum in Linea DE ad Speculum AC perpendiculari movetur; ipso recedente ante Speculum, Imago etiam recedit post Speculum; eodem autem accedente, Imago etiam accedit. Tab. I.  
Fig. 14.

## DEMONSTRATIO.

Si enim Objectum in recta DE ad Speculum AC perpendiculari recedit; ejus a Speculo distantia continuo crescit (§. 225 *Geom.*), adeoque etiam Imaginis distantia post Speculum continuo fit major (§. 56), consequenter Imago etiam recedit. *Quod erat unum.*

Si vero Objectum in Linea DE ad Speculum AC perpendiculari accedit; ejus a Speculo distantia continuo decrescit (§. 225 *Geom.*), adeoque etiam Imaginis distantia post Speculum continuo fit minor (§. 56), consequenter Imago etiam accedit. *Quod erat alterum.*

## COROLLARIUM.

96. Accedente igitur ad Speculum Objecto, Imago post Speculum obviam ire videtur: recedente autem Objecto, Imago in contrariam plagam tendit.

## THEOREMA XXI.

97. Si Objectum in Linea DE cum Speculo Plano AB parallela movetur; Imago in Speculo cum ipso eadem celeritate versus eandem plagam progreditur.

## DEMONSTRATIO.

Si enim recta DE ad Speculum AB parallela; Objecti a Speculo distantia semper eadem manet (§. 81 *Geom.*), adeoque etiam

Tab. I. etiam Imago eodem constanter inter-  
Fig. 14. vallo a Speculo distat (§. 56). Quare  
cum Objecto in directum jaceat (§. 51);  
una cum Objecto progredi videtur.  
*Q. e. d.*

COROLLARIUM.

98. Objectum igitur Imago tanquam in-  
dividua comes comitatur sive ad dextram,  
sive ad sinistram, prout Speculum vel ad  
dextram, vel sinistram constitutum est.

PROBLEMA IX.

99. Duo Specula Plana ita statuere,  
ut Objectum in oppositas plagas eodem  
instanti moveri videatur.

RESOLUTIO.

1. Jungantur duo Specula AB & AC  
ad angulos rectos.
2. Ducatur ad alterutrum AC perpen-  
dicularis DE, quæ erit alteri Specu-  
lo AB parallela (§. 256 Geom.).

Quodsi itaque Objectum moveatur per  
rectam DE, Imago in Speculo AB una  
cum ipso progredietur (§. 97); altera  
vero in Speculo AC in oppositam pla-  
gam tendet (§. 96). Eodem adeo tem-  
pore Objectum in oppositas plagas mo-  
veri videtur. *Q. e. d.*

PROBLEMA X.

Tab. II. 100. Speculis Planis quocunque BC,  
Fig. 15. CD, DE quomodocunque dispositis, &  
Puncto radiante A, itemque Oculo P po-  
sitione datis; invenire omnia Puncta  
reflexionis N, M & O, & locum Imagi-  
nis, quam videt Oculus in ultimo.

RESOLUTIO.

1. Ex A ducatur ad CB Cathetus in-  
cidentiæ AF & producat in G,  
donec AF=FG.

2. Ex G in DC productam demittatur Tab. II.  
perpendicularis GH continuanda in Fig. 15.  
I, donec IH=HG.

3. Ex I demittatur in ED productam  
perpendicularis IK, continuanda  
in L, donec KL=KI.

4. Denique ex L ducatur ad P recta  
LP, ex Puncto intersectionis O ad I  
recta OI, ex Puncto intersectionis  
M ad G recta MG, & denique ex  
Puncto intersectionis N recta AN.

Dico, Radium incidentem ex A in N  
reflecti ad M & inde ulterius ad O, tan-  
demque ex O in Oculum P; Objectum-  
que videri in L.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AF=FG, angulique ad F  
recti per construct. erit  $o=x$  (§. 179  
Geom.), adeoque cum sit  $x=y$  (§.  
156 Geom.),  $o=y$  (§. 87 Arithm.).  
Radium igitur AN ex N reflectitur in M  
(§. 24). Eodem modo ob HG=HI  
& angulos ad H rectos, ostenditur Ra-  
dium NM ex M reflecti in O, & ob KI  
=KL & angulos ad K rectos, Radium  
MO ex O in P reflecti. Via igitur re-  
flexionis est ANMOP, & Puncta re-  
flexionum sunt N, M & O. *Quod erat  
unum.*

Porro quia AF=FG & anguli ad F  
recti per construct. in G est Imago ip-  
sius A per Radium reflexum MN vi-  
denda (§. 51). Objectum igitur A in  
Speculum DC non aliter radiat, ac si  
in Puncto G constitueretur, adeoque  
GH est Cathetus incidentiæ (§. 16) &  
ob GH=HI Imago Imaginis G hoc  
est, Objecti A videtur in I (§. 51). Ob-  
jectum ergo A in Speculum DE eod-  
dem

Tab. II. dem modo radiat, ac si in I constitue-  
Fig. 15. retur & hinc IK est Cathetus inciden-  
tiæ (§. 16), & ob  $IK = KL$  Imago Imagi-  
nis I, hoc est Objecti A, videtur per  
Radiū reflexum PO in L (§. 51). *Quod*  
*erat alterum.*

## COROLLARIUM.

101. Quoniam ob  $KL = KI$ , &  $IH = HG$ ,  
 $AF = FG$ , angulosque ad K, H & F rectos,  
per construct.  $LO = OI$ ,  $MI = MG$ ,  $NG$   
 $= NA$  (§. 170 Geom.); erit etiam  $LO$   
 $= OM + MG = OM + MN + NA$ , conse-  
quenter distantia Imaginis ab Oculo PL  
viæ reflexionis  $AN + NM + MO + OP$ ,  
prorsus ut in unico Speculo, (§. 53) æqualis.

## THEOREMA XXII.

Tab. II. 102. Si duo Specula Plana AB & AC  
Fig. 16. ad angulum rectum A constituentur;  
idem Radius GD nonnisi bis reflecti  
potest.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam  $x = 0$  (§. 24), adeoque  
acutus (§. 20), A vero rectus, per hypoth.  
Radius reflexus DE cum Speculo AC  
concurrit (§. 262 Geom.). Quoniam  
vero  $y$  est acutus (§. 241 Geom.);  
erit etiam  $u$  acutus (§. 24), conse-  
quenter  $y + n$  obtusus (§. 147 Geom.).  
Quare cum  $m$  sit rectus per hypoth. adeo-  
que  $m$  &  $y + n$  simul sumti duobus  
rectis majores; Radius reflexus EF a  
Speculo AB divergit (§. 261 Geom.),  
consequenter cum eo concurrere ne-  
quit (§. 84 Geom.). Radius itaque GD  
a Speculis BA & AC nonnisi bis reflecti  
potest. Q. e. d.

## THEOREMA XXIII.

103. Si duo Specula Plana ad angu-  
lum obtusum constituentur; idem Radius  
nonnisi bis reflecti potest.

## DEMONSTRATIO.

Eadem prorsus est, quæ Theorema-  
tis præcedentis.

## THEOREMA XXIV.

104. Si duo Specula Plana AB &  
BC jungantur ad angulum rectum &  
Oculus O fuerit constitutus extra rectam  
BL, quæ per Punctum radians D in an-  
gulum rectum B ducitur; Imaginem ipsius  
D triplicem videbit: quodsi autem extiterit  
in recta BL, Imagines cernet tantum duas.

Tab. II.  
Fig. 17.

## DEMONSTRATIO.

Illud satis manifestum est, in quoli-  
bet Speculo per simplicem reflexionem  
videri Imaginem unam adeoque in duo-  
bus Speculis AB & BC simul duas.  
Quod vero in primo casu etiam tertia  
videri debeat, sic demonstratur.

I. Ducta Catheto incidentiæ DG;  
fiat  $FG = DG$  & in F erigatur perpen-  
dicularis FI occurrens Speculo BC con-  
tinuato in H. Fiat porro  $HI = HF$  &  
jungatur Punctum I Oculo O recta OI;  
erit I Imago tertia ab Oculo O per du-  
plicem reflexionem DEKO videnda (§.  
100). Quod enim IO Speculum BC  
fecit, hoc modo patet: ducatur recta  
ID secans Speculum AB in P; quoniam  
BG & IF ad FG perpendiculares per  
construct. erunt inter se parallelæ (§. 256  
Geom.) & hinc  $DG : DF = PG : FI$  (§.  
268 Geom.), consequenter ob  $DF$   
 $= 2DG$  per construct. FI est ipsius PG  
dupla. Quare cum etiam sit IF ipsius FH  
seu BG dupla, per construct. Puncta P &  
B coincidunt. Cum adeo ID transeat  
per Punctum B; recta OI ultra eum  
ducta Speculum BC secare debet in K.  
Quod erat unum.

II. Quodsi



II. Quodsi vero Oculus fuerit in L; reflexio duplex impossibilis est, cum Radius reflexus a Speculo BC ex Puncto I ductus, per ea quæ numero primo demonstrata sunt, secare debeat BC ultra Punctum B. Tertia igitur Imago videri nequit. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XXV.

Tab. II. Fig. 18. 105. Si duo vel plura Specula Plana AB & AC jungantur sub Angulo quocunque, ita ut respectu Oculi secundum convexitatem disponantur; una tantum Objecti H videbitur Imago.

DEMONSTRATIO.

Ponamus enim Oculum esse in O. Ducatur Cathetus incidentiæ HG, fiatque  $HD = DG$ ; erit in G Imago, quam per Radius reflexum FO Oculus O videt (§. 96). Quoniam vero Radii non reflectuntur versus eam plagam, unde incidunt (§. 24): a Speculo altero AB nullus Radius in Oculum O reflecti potest, & hinc in eo Objectum videri nequit. Unica igitur tantum Imago videtur. *Q. e. d.*

THEOREMA XXVI.

Tab. II. Fig. 19. 106. Si duo Specula Plana XY & XZ jungantur sub Angulo X; Oculus O intra Angulum constitutus, Objecti A intra eundem collocati Imaginem toties videt, quot Catheti, §. 100 loca Imaginum determinantes & extra Angulum YXZ terminata duci possunt.

DEMONSTRATIO.

Ducantur enim Catheti AC ex A ad XZ, CE ex C ad XY, EG ex E ad XZ, GI ex G ad XY & IL ex I ad XZ,

*Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.*

ita ut sit  $AB = BC$ ,  $CD = DE$ ,  $EF = FG$ ,  $GH = HI$ ,  $IK = KL$ . Quoniam Catheti AC, CE, EG & GI extra Angulum terminantur; dico ab Oculo O videri quatuor Imagines Objecti A in C, E, G & I.

Quoniam  $AB = BC$ ,  $BT = BT$  & Anguli ad B recti per construct. erit  $CTB = BTA$  (§. 179 Geom.). Quare cum etiam verticales  $CTB$  &  $VTO$  æquales sint (§. 156 Geom.); erit  $BTA = VTO$  (§. 87 Arithm.); adeoque Radius AT reflectitur ex T in O (§. 24), sicque Oculus O videt Imaginem Objecti A in C.

Porro ob  $AB = BC$  & Angulos ad B rectos, erit etiam VR reflexus ipsius VA & ob  $CD = DE$ , Angulosque ad D rectos, OR reflexus incidentis VR (§. 51); consequenter Oculus O per Radius OR videt Imaginem Objecti A in E.

Nec absimili modo ostenditur, eundem Oculum O per Radius reflexum OS videre Imaginem Objecti A in G, & per Radius reflexum OQ in I.

Et quoniam demissa Catheto ex A in a factaque  $ab = Aa$  eodem, quo ante modo, plures Catheti ad utrumque Speculum duci possunt, quas confusionis evitandæ gratia omittimus; eadem ratione ostendi posse apparet, quod Oculus etiam videat Imagines per illas determinatas.

Tot itaque Oculus O intra Angulum constitutus Imagines videt, quot Catheti Imaginum loca determinantes & extra Angulum terminatæ alternatim in Specula, vi §. 100 duci possunt. *Q. e. d.*



## COROLLARIUM I.

107. Quoniam loca Imaginis prorsus determinantur ut in Problemate 10 ( §. 100 ); distantia quoque Imaginis ab Oculo Viæ reflexionis æqualis est ( §. 101 ).

## COROLLARIUM II.

108. Quælibet Imago per tot reflexiones videtur, quota est in ordine, seu per quot Cathetos determinatur. Ità Imago C videtur per unam reflexionem in T; Imago E per duplicem in V & R; Imago quarta I per quatuor in M, N, P & Q.

## COROLLARIUM III.

109. Quoniam Objecti A dextra radiant in Speculum XY, sinistra in alterum XZ, Imagines ex radiatione in Speculum XY ortæ Objecti partem dextram repræsentant; quæ vero ex radiatione in Speculum XZ resultant, sinistram Objecti partem spectandam exhibent. Unde si quis seipsum contuetur, faciem & tergum una videbit.

## COROLLARIUM IV.

110. Quoniam plures Catheti, quæ extra angulum terminantur, duci possunt, si angulus fuerit acutior; sub acutiori angulo plures videntur Imagines ejusdem Objecti.

## SCHOLION I.

III. Quoniam ex Demonstratione Theorematis præsentis abunde intelligitur, quomodo in dato quolibet casu non modo numerus Imaginum, verum etiam earum loca & Puncta insuper atque Viæ reflexionum determinari possint; supervacaneum fore arbitror, si ad varios casus speciales descenderem. Consultum autem videtur, ut Problemata circa casus speciales constructurus, in peculiari Schema determinet Imagines cum Punctis reflexionum & Viæ totius reflexionis, quæ ab irradiatione dextra oriuntur; in alio vero eas, quæ a sinistra resultant, ne Linearum multitudo facile pariat confusionem. Ut experi-

menta sub quocunque angulo facile capere possis; duo Specula ita compingi debent, ut instar libri ad arbitrium aperiri atque claudi possint. Specialia prolixè persequitur ZACHARIAS TRABER (a) inter alia ostendens, ad tertiam Circuli partem Objecti Imaginem videri posse vel semel, vel bis, aut etiam ter, vel nunquam; ad quartam ad summum ter; ad quintam quinquies, ordinariè quater aut rarius; ad sextam ad summum quinquies; ad duodecimam undecies.

## COROLLARIUM V.

112. Quodsi Specula verticaliter erecta ita contrahas aut ab iis tantisper recedas, vel ad angulum accedas, donec Imagines prope angulum reflexæ coalescant, nec, si ita visum fuerit, amplius integræ compareant; Imagines monstrosas prodire debere facile apparet.

## SCHOLION II.

113. Ità Specula ad angulum recto paulo majorem inclinata faciem intuenti monoculam sistunt; tres contra in eadem facie videbis Oculos, Nasos & Ora duo, si angulus fuerit paulo minor. Sub minori angulo Corpus tuum videbis biceps; sub angulo, qui recto paulo major ad distantiam 4 pedum Capite truncatum, in majori distantia Manus sine Corpore.

## COROLLARIUM VI.

114. Quodsi ergo ulterius Specula ita ad se invicem inclinata, ut Imagines prope angulum coalescant, sic colloces, ut unum sit Horizonti parallelum, alterum ad eam inclinatum; quoniam in Horizontali Imagines apparent everse ( §. 57 ) & in inclinato Horizontalium Verticales, Verticalium Horizontales ( §. 70, 71 ); plurimas adhuc alias Anamorphoses fieri posse manifestum est. Immo monstrosæ quoque appareant necesse est Imagines, si Speculorum unum ad Horizontem, alterum vero ad alterum inclinetur.

## SCHO-

(a) In Nervo Optico, Lib. II. Cap. 4. & 5. f. 50. & seqq.

SCHOLION III.

115. Ita si Speculum unum ad Horizontem sub angulo obtusiore, e. gr. 144. gradum inclinetur, superius vero fuerit ad Horizontem parallelum; videbis te capite ad pedes alterius stantis jacentem.

SCHOLION IV.

116. Hinc vero abunde patet, quomodo in Cryptis Hortensibus Specula sint collocanda, ut ingredientis Imaginem multis modis monstram exhibeant.

COROLLARIUM VII.

117. Quia Specula vitrea Objecti lucidi Imaginem bis reflectunt (§. 88), immo si crassiora fuerint, pluries; ingens videbitur Objecti multiplicatio, si intra angulum, quem duo Specula plana interceptiunt, candela accensa collocetur.

PROBLEMA XI.

Tab. II. Fig. 20. 118. Machinam Catoptricam construere, qua non modo ejusdem Objecti Imago varie multiplicari, verum etiam deformari potest.

RESOLUTIO.

1. Duo Circuli AC & ND ita jungantur mediante Axe EK, per Centra utriusque transeunte, & fulcro quodam alio, ut sint invicem paralleli atque figuram Cylindri referant, cujus altitudo EK sit altitudini, Semidiameter KG vero latitudini Speculorum duorum æqualium æqualis.
2. Specula EFGK & EHIK ad Axem EK ita aptentur, ut instar libri aperiri ac claudi possint.
3. In Basi inferiori Cylindri ND descriptus sit Circulus in 360 gradus divisus, ut Specula ad angulum datum aperiri possint.

4. Lateribus Speculorum anterioribus FG & HI afferruminentur Laminæ Orichalceæ tenuiores, si Bases ABC & ND Orichalceæ fuerint, in formam superficierum Semicylindricarum efformatæ, aut ex Charta spissiore vel alia materia simile quid fiat, ut Machina nonnisi antea pateat, ubi Specula constituuntur.

5. Denique in M & L defigantur clavi, aut annuli affigantur, ut Specula FG & HI commode a se invicem diduci possint.

Ope hujus Machinæ pro diversa Speculorum apertura Objectum varie multiplicari ac deformari posse, ex superioribus manifestum est (§. 106, 112, 114).

PROBLEMA XII.

119. Cistulam Catoptricam construere, quam alia Objecta replere videntur, si per aliud foramen inspexeris. Tab. II, Fig. 21.

RESOLUTIO.

1. Paretur ex ligno vel alia materia Cistula Polygona, figuram Prismatis multilateri habens, ABCDEF, & interius spatium per Plana Diagonalia EB, FC & DA in Centro G se mutuo secantia dividatur in tot loculamenta triangularia, quot Cistula habet latera. n. 19, n. 2.
2. Plana Diagonalia vestiantur Speculis Planis: in Planis vero lateralibus fiant foramina rotunda per quæ in Cistulæ loculamenta introspicere datur. Munienda autem sunt foramina Vitris Planis, intus quidem detritis, sed non lævigatis, ne in loculamentis posita distincte distinguere possint.

3. In singulis loculamentis collocentur Objecta diversa, quorum Imagines a Speculis sunt exhibendæ.
4. Operiatur denique Cistula membrana tenui pellucida, ut Lumini in eam aditus pateat.

Quoniam Imagines Objectorum intra angulos Speculorum positorum multiplicentur & aliæ aliis remotiores apparent (§. 106): quæ unum loculamentum occupant, majus spatium replere videntur, quam integra Cistula comprehendit. Quodsi igitur per unum foramen introspicias; nonnisi Objecta in uno loculamento posita in Speculis conspicias, sed quasi integram Cistulam replentia. Per aliud vero foramen introspiciens Objecta in alio loculamento posita & ab illis diversa, *per constructionem*, denuo quasi per Cistulam integram diffusa videbis. Et ita porro.

### SCHOLION I.

120. \* Charta pergamena, qua teguntur istiusmodi Machina Catoptrica, pellucida redditur, si aliquoties in lixivio valde claro semperque mutato & ultima tandem vice in aqua fontana eluatur, clavisque Tabula lignea aut Regulis ligneis affixa Aeri exponatur, ut rursus exsicceetur. Quodsi colorem inducere volueris, R. P. ZAHN (a) pro viridi commendat aruginem, addito pauxillo viridis saturi, aceto contritum; pro rubeo decoctum ligni Brasiliæ; pro caruleo succum myrtillorum; pro flavo decoctum ex bacis Rhamni mense Augusto collectis. Observat etiam, Membranam super Machinis expansam vernice aliquoties illini debere, ut splendida evadat. Utuntur etiam Charta oleo illita.

(a) In Oculo artificiali fundam. 3. syntagm. 5. c. 4. technasin. 3. annot. 3. f. m. 723.

### SCHOLION II.

121. Quodsi in Cistula Imagines monstræ apparere debent; facile id efficiet per Corollaria 5. 6. 7. Theorem. 26. (§. 112 & seqq.).

### THEOREMA XXVII.

122. Si duo Specula BC & DE fuerint parallela & Objectum in A, Oculus in O; duæ videbuntur series Imaginum in infinitum excurrentes. Tab. III. Fig. 22.

### DEMONSTRATIO.

Ducatur KH ad speculum ED perpendicularis; erit eadem ad CB perpendicularis (§. 230 Geom.). Fiat DF = AD, & ex F in H indeque porro in infinitum transferatur duplum intervalum distantie Speculorum BD, itemque ex A in G, & inde porro in infinitum. Similiter fiat BI = BA & ex B in K transferatur ut ante dupla distantia Speculorum BD & inde porro in infinitum, itemque ex A in L & inde porro in infinitum. Dico in Speculo ED Imaginem Objecti A visum iri in F per reflexionem simplicem, in G per duplicem, in H per triplicem & ita porro: similiterque in altero Speculo eandem apparituram in I per reflexionem simplicem, in L per duplicem, in K per triplicem, & quidem Imagines, quarum distantia determinatur ex loco Objecti A, exhibituras partem a Speculo aversam, quæ vero ex Punctis, cui Specula insunt, D & B determinantur, referre debere partem Objecti Speculo oppositam, nempe in F & H videbuntur anteriora, in G posteriora; contra in I K & posteriora, in L anteriora.

Quo-

Quoniam  $AD = DF$  & anguli ad  $D$  recti *per construct.* erunt quoque  $o$  &  $x$  æquales (§. 179 *Geom.*), consequenter ob  $x = y$  (§. 156 *Geom.*)  $o = y$  (§. 87 *Ariith.*). Est igitur  $MO$  reflexus incidentis  $AM$  (§. 24), adeoque Oculus per simplicem reflexionem videt Objectum  $A$  in  $F$  (§. 51) & quidem eam partem, quæ Speculo  $ED$  obvertitur, quia Radius  $AM$  inde illabitur.

Ducatur ex  $G$  ad  $O$  recta  $OG$  & ex  $I$  ad  $P$  recta  $IP$ , junganturque Puncta  $N$  &  $A$  recta  $NA$ . Quia  $BA = BI$  & anguli ad  $B$  recti *per constructionem*; patet ut ante,  $NP$  esse reflexum incidentis  $NA$ . Et quia  $AG = 2BA + 2AD$  *per construct.* adeoque  $DG = 2BA + AD$ , &  $DI = AB + BI + AD = 2AB + AD$ , consequenter  $ID = DG$  (§. 87 *Ariithm.*); eodem modo liquet esse  $OP$  reflexum incidentis  $PN$ . Videtur adeo Objectum  $A$  per duplicem reflexionem  $N$  &  $P$  in  $O$  (§. 51) & quidem pars Speculo  $CB$  opposita, quia Radius  $AN$  inde illabitur.

Ducatur ex  $H$  ad  $O$  recta  $HO$  & ex  $L$  ad  $S$  recta  $LS$ , itemque ex  $R$  ad  $F$  recta  $RF$ , junganturque Puncta  $A$  &  $Q$  recta  $QA$ . Quia  $AD = FD$  & anguli ad  $D$  recti *per construct.* patet ut supra,  $QR$  esse reflexum incidentis  $AQ$ . Et quia  $LA = 2BD = 2BA + 2AD$ , adeoque  $BL = BA + 2AD$ , &  $BF = BA + AD + DF = BA + 2AD$ , consequenter  $BL = BF$ ; erit quoque  $RS$  reflexus incidentis  $QR$ . Similiter quia  $DL = BL + BD = 2BD + AD$  &  $DH = HF + FD = 2BD + AD$  *per construct.* adeoque  $DL = DH$ ; erit quo-

que  $SO$  reflexus incidentis  $SR$ . Videt itaque Oculus  $O$  Objectum  $A$  per triplicem reflexionem  $Q, R, S$  in  $H$  (§. 100) & quidem partem, quam Speculo  $ED$  obvertit, quia Radius  $AQ$  inde in Speculum incidit.

Eodem prorsus modo ostenditur, quod in infinitis aliis Punctis, quæ eodem modo determinantur, in utroque Speculo Objectum  $A$  videri debeat.  
*Q. e. d.*

### SCHOLIUM I.

123. Equidem cum per repetitas reflexiones Lumen continuè minuatur atque altitudo Speculi ad distantiam Imaginum tandem evanescat; numerus Imaginum infinitus non est: sufficit tamen, quod sit admodum ingens, ipsa Experientia teste.

### COROLLARIUM I.

124. Quoniam Lumen per repetitas reflexiones minuitur, Imagines vero remotiores videntur per plures reflexiones, quam viciniore (§. 123); Imagines quoque remotiores sunt obscuriores vicinioribus.

### COROLLARIUM II.

125. Quodsi Cistula construatur quadrata sub forma Parallelepipedi & Planis lateribus agglutinentur Specula plana, reliqua fiant ut superius in Cistula Polygona (§. 119); per foramen insipienti Objectum intus constitutum per amplissimum spatium multiplicatum apparebit.

### SCHOLIUM II.

126. Jucundum imprimis spectaculum præbent Objecta, quæ multiplicata unum continuum exhibent, e. gr. Manimenta, Hortos, Campos aut Silvas amplissimas; item res pretiosas, veluti Poculum deauratum, Gemmas, Automata.

### SCHOLIUM III.

127. Potest quoque ex quinque Speculis Planis sub forma Cubi construi Machina Catoptrica, quæ

quæ Objectum mire multiplicat, & qui Theorias hactenus demonstratas animo comprehendit, haud difficulter variarum Machinarum Catoptricarum constructiones excogitabit. Immo quia nunc etiam in Germania nostra Specula 10 pedes alta & 5 pedes lata confici possunt, integrum aliquod Conclave Speculis vestire licet: quod ob mirificas reflexiones opus erit vere augustum.

### COROLLARIUM III.

128. Quia Imago F exhibet Objecti A partem Speculo ED oppositam, Imago vero G alteram ab eodem averfam; si tergum Speculo BC obvertas alterumque Speculum ED, quod manu tenes, ita a latere illi obvertas, ut sit eidem parallelum; faciem & tergum in Speculo ED una videbis.

### SCHOLION.

129. Quoniam Objectorum quoad utramque superficiem, anteriorem & posteriorem, reflexio etiam contingit, si Speculum unum ad alterum fuerit inclinatum; faciem & tergum simul in eodem Speculo visurus uti potest Speculis, quorum alterum ad Horizontem inclinatur sub Angulo acuto, alterum vero ad id rectum. Sed cum huius rei Demonstratio eodem prorsus modo fiat, quo huc usque alia similia demonstrata dedimus; eidem non immorabor.

### THEOREMA XXVIII.

Tab. II. Fig. 23. 130. Si plura Specula BC, CD, DE & EA super Peripheria alicujus Polygoni regularis erigantur, & ex medio F lateris AB incidat radius FG in medium G lateris BC; idem ab omnibus Punctis medijs H, I, K laterum reliquorum CD, DE, EA reflexus redibit in F, Viæque reflexionis FGHKF est Polygonum regulare alteri ABCDEA simile.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam  $BG = GC$  per hypoth. &  $o = x$  (§. 24), atque  $B = C$  (§. 104

Geom.); erit  $\triangle HCG$  simile & æquale  $\triangle GBF$  (§. 251 Geom.). Sed  $FBG$  est triangulum æquicrurum per hypoth. Ergo etiam  $HCG$  est triangulum æquicrurum, consequenter  $GC = HC$  (§. 89 Geom.) &  $y = x$  (§. 184 Geom.). Radius ergo  $FG$  ex  $G$  reflectitur in  $H$  punctum medium ipsius  $DC$ . Eodem prorsus modo ostenditur,  $GH$  ex  $H$  in  $I$  reflecti debere & ita porro. Quod erat unum.

Porro quia  $\triangle HCG$  &  $GBF$  æqualia & similia, per demonstr. adeoque sibi mutuo congruunt (§. 162 Geom.); erit  $FG = GH$  (§. 177 Geom.) & eodem modo constat esse etiam  $GH = HI = IK = KF$ . Viæ igitur reflexionis est Figura, cujus latera singula sunt inter se æqualia & numero totidem, quot Figura  $ABCDEA$  habet latera. Quoniam vero  $u + x + y = 180^\circ$  (§. 240 Geom.) &  $m + x + o = 180^\circ$  (§. 148 Geom.), sed  $o = y$  per demonstr. etiam  $u = m$  (§. 91 Arithm.). Quare cum eodem modo ostendatur, Angulos reliquos Viæ reflexionis esse Angulis  $D, E, A$  æquales; Viæ reflexionis  $FGHIKF$  est Polygonum alteri  $ABCDEA$  simile (§. 175 Geom.). Quod erat alterum.

### COROLLARIUM I.

131. Quodsi Objectum in quocunque Puncto Viæ reflexionis collocetur; videbitur ab Oculo  $F$  in Speculo  $AE$ .

### COROLLARIUM II.

132. Patet igitur, quomodo effici possit, ut muro aut quocunque Objecto alio inter Oculum & Objectum in Speculo spectandum interposito, idem videatur per reflexionem.



COROLLARIUM III.

133. Si Oculus fuerit in F, videbit se ipsum per tot reflexiones, quot sunt latera Polygoni, demto uno, in Speculo AE.

PROBLEMA XIII.

134. *Efficere, ut Objectum positione datum videas in Speculo ab Oculo distare intervallo, quod sit multipulum desideratum distantia ab Oculo extra Speculum.*

RESOLUTIO.

Sit e. gr. Objectum G distans ab Oculo F intervallo duorum pedum: queritur quot Speculis opus sit & quomodo collocanda sint, ut Oculus F videat ejus Imaginem 8 pedum intervallo distantem.

1. Exponens rationis distantia Objecti ab Oculo ad distantiam Imaginis 4. augeatur unitate.
2. Construat super distantia Objecti ab Oculo FG Polygonum regulare tot angulorum, quot numerus modo inventus habet unitates, nempe in nostro casu Pentagonum FGHK.
3. Circa hoc Pentagonum describatur aliud ABCDE.
4. Collocentur Specula in H, I & K. Dico, Objectum G visum iri ab Oculo F in Speculo AE distans intervallo 8. pedum.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Radius GH ex H in I, ex I in K, ex K tandem in F reflectitur (§. 130); Objectum G per Radium FK ab Oculo F videbitur in Speculo AE (§. 131). Et quia Via reflexionis GH + HI + IK + KF æquatur distantia

Imaginis ab Oculo (§. 101); erit ea ad distantiam Objecti ab Oculo FG, ut numerus angulorum Polygoni regularis FGHK unitate multiplicatus ad unitatem; adeoque in dicta ratione. Q. e. d.

COROLLARIUM I.

135. Quodsi ergo desideres, ut Speculum Planum intuens Imaginem tuam post id distare videas intervallo desiderato; intervallum istud dividendum est in partes quotcunque æquales, e. gr. in quinque & super uno FG construendum Polygonum regulare tot laterum, quot intervallo assignavisti partes, nempe in nostro casu Pentagonum. Reliqua fiant ut in resolutione Problematis.

COROLLARIUM II.

136. Construi potest Cistula Catoptrica, in quam introspiciens videat Objectum ad desideratam distantiam remorum.

PROBLEMA XIV.

137. *Cistulam Catoptricam construere, in quam introspicienti Objecta intus collocata appareant mire multiplicata & per vasta spatia diffusa.*

RESOLUTIO.

1. Construat Cistula Polygona, prout Tab. II. sus ut Problemate 12 (§. 119), Fig. 21. nisi quod interior Cavitas in nulla locuplamenta dividenda.
2. Plana lateralia CBHI, BHLA, ALMF, &c. vestiantur Speculis Planis & ad foramina abradatur Stannum cum Argento vivo ut introspicere liceat.
3. In fundo MI collocentur Objecta quæcunque, e. gr. Avicula caveæ inclusa, quæ huc illucque volitans suaviter moduletur.



Dico per foramen *hi* introsipienti Objectum quodcunque in fundo collocatum multiplicatum & inæqualibus ab Oculo intervallis remotum visum iri.

#### DEMONSTRATIO.

Quodsi per Problema 10 (§. 100) ex dato Oculi & Objecti situ in figura Polygona, qualis est Basis Cistulæ, loca Imaginum Viamque reflexionis pro unaqualibet determines; omnia statim manifesta erunt: ut supervacaneum foret, Demonstrationem superius jam sæpius repetitam denuo repetere.

#### SCHOLION I.

138. Quodsi Conclave aliquod Principis figura multangulari construat & parietes Speculis majoribus vestiantur, super quibus Vitra plana pellucida aptentur, ut Lux intrare possit; eadem via, antequam construat, Phenomena ejus addiscere ac prædicere licet.

#### SCHOLION II.

139. Quia Specula parallela omnium maxime multiplicant Objecta (§. 130); huic scopo tale Polygonum omnium maxime convenit, quod Planis terminatur parallelis, quale est Prisma sexangulare. Quamobrem ut sint parallela, ad libellam & normam parietibus sunt affigenda (§. 492 Geom.). Quoniam vera Specula plana Objectum referunt tale, quale est (§. 60); Speculorum quoque superficies exactam habere debet planitiem. Si enim a planitie recedit, figuram ejus deformat: id quod etsi in unica reflexione parum nocet, iteratis tamen reflexionibus vitium formæ conspicuum efficit. Speculum quoque affixum esse debet janua clausa ut nullibi terminetur visus intra Conclave stantis. Testum tamen Speculis vestiendum non est (§. 95): præstat Tab. II. fornicem cavum picturis exornari. Fenestrarum loco sint apertura oblonga, vitris planis munita, qualis est in Cistula Catoptrica hi. Noctu si illuminetur Conclave Candelabro in medio suspensio & pluribus Candelis instructo, magnifica prodeunt spectacula. Fig. 21.

### CAPUT III.

#### De Speculis Convexis Sphæricis.

#### PROBLEMA XV.

140. *Specula Vitrea Convexa consicere.*

#### RESOLUTIO.

1. Stanni pars una & Marchasitæ itidem pars una liquentur & massæ liquefactæ addantur Mercurii partes duæ.
2. Quamprimum Mercurius (quod statim accidit) in fumum abire parat; materia totâ in aquam fontanam præcipitetur, & ubi frigidata fuerit, aqua decantetur.

3. Tum massa per linteum triplicatum aut duplicatum urgeatur, &
4. Quod hac ratione a reliqua fecerintur in Sphæræ vitreæ cavitatem infundatur.
5. Sphæra denique circa Axem suum lente vertatur, donec integra Superficies obducta fuerit. Reliquum effusum in futuros usus servatur.

#### COROLLARIUM I.

141. Quodsi Sphæræ fuerint coloratæ; Specula colorata habebis.

Co-

COROLLARIUM II.

142. Eodem artificio Specula Conica & Cylindrica, itemque Prismatica Pyramidalia formari posse, manifestum est,

SCHOLIION.

143. Quomodo ex Metallo Specula istiusmodi fiant, docemus in Capite 4. De Speculis concavis.

THEOREMA XXX.

Tab. III. Fig. 24. 144. In omni Speculo sive Plano, sive Curvo quomodocunque, Cathetus obliquationis FC efficit inclinationem Radii incidentis & reflexi DCF & FCE aequalem.

DEMONSTRATIO.

Sit Speculum AB Planum. Quoniam FC ad AB perpendicularis (§. 18); erit  $o + y = u + x$  (§. 145 Geom.). Sed  $o = x$  (§. 24). Ergo  $y = u$  (§. 91 Arith.). Quod erat unum.

Sit Speculum HCI Curvum, sive Convexum, sive Concavum. Quoniam Punctum contactus C est in recta AB; Reflexio eodem modo fieri debet tum in Convexa, tum in Concava superficie, ac si in Plana AB contingeret. Sed si a Speculo Plano AB reflectitur,  $y$  &  $u$  sunt aequales per demonstr. Ergo aequales etiam sunt, si Reflexio sit in Speculo Convexo, aut Concavo. Quoniam vero recta FC ad Tangentem perpendicularis etiam ad Curvam normalis censetur; FC est Cathetus obliquationis Speculi Curvi tum Convexi, tum Concavi (§. 18). In utroque igitur efficit inclinationem incidentis & reflexi  $y$  &  $u$  aequalem. Quod erat alterum.

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

COROLLARIUM.

Tab. III. Fig. 24.

145. Quoniam perpendicularis ad Peripheriam Circuli per Centrum transit (§. 308 Geom.); in Speculo Sphærico sive Cavo, sive Convexo Radius reflexus CE incidenti DC assignari potest, si ducta ex Centro L per Punctum incidentiæ C recta LCF angulus FCE aequalis fiat ipsi FCD (§. 208 Geom.).

THEOREMA XXXI.

146. In omni Speculo Sphærico Catheti incidentia DR, obliquationis FC & reflexionis ES per Centrum L transeunt.

DEMONSTRATIO.

Perpendicularis enim ad Peripheriam Circuli per Centrum L transit (§. 308 Geom.). Sed Catheti incidentiæ, obliquationis & reflexionis sunt ad eam perpendiculares (§. 16, 17, 18). Transeunt itaque per Centrum L. Q. e. d.

COROLLARIUM.

147. Catheti adeo incidentiæ DR, obliquationis FC & reflexionis ES in Centro L concurrunt.

THEOREMA XXXII.

148. In Speculo Sphærico Convexo HCI Radius reflexus EM concurrat cum Catheto incidentia DL, & Radius incidens DN cum Catheto reflexionis EL inter Tangentem AB & Centrum L.

DEMONSTRATIO.

Catheti incidentiæ, obliquationis & reflexionis sunt in Plano reflexionis (§. 39), adeoque in Plano, quod in Puncto incidentiæ C Speculum tangit (§. 38). Tangens AC cum Catheto obliquationis FC rectum efficit (§. 308 Geom. & §. 146 Catoptr.), reflexus vero EC seu

R

CM

Tab. III. Fig. 14. CM acutum  $\mu$ , adeoque inter Tangentem AC & Cathetum obliqvationis CL cadit. Quare cum Cathetus obliqvationis CL & Cathetus incidentiæ DL in Centro L concurrant (§. 147); Radius reflexus EM inter Tangentem & Centrum Cathetum incidentiæ DL secare debet. Eodem modo ostenditur, Radium incidentem DN inter Tangentem & Centrum cum Catheto reflexionis concurrere debere. *Q. e. d.*

## THEOREMA XXXIII.

149. In Speculis Sphæricis Angulus reflexionis mixtilineus ECS aequalis est Angulo incidentiæ mixtilineo DCR.

## DEMONSTRATIO.

Ducatur recta AB arcum HCI tangens in C: erit  $ACD = ECB$  (§. 24). Concipiamus arcus RC & CS infinite parvos eosque æquales: erunt triangula PCR & QCS rectilinea æqualiumque arcuum Tangentes PC & QC, itemque secantes PL & QL æquales (§. 12, 26 Trig.); consequenter ob  $RL = SL$  (§. 40 Geom.)  $PR = QS$  (§. 91 Arithm.). Ergo angulus  $PCR = QCS$  (§. 204 Geom.); consequenter  $DCR = ECS$  (§. 88 Arithm.). In Speculis adeo Sphæricis Convexis Angulus reflexionis mixtilineus &c. *Quod erat unum.*

Porro quoniam  $ACM = BCN$  (§. 24) &  $PCR = QCS$  per demonstrata: erit etiam  $SCN = RCM$  (§. 91 Arithm.). In Speculis itaque Sphæricis Concavis Angulus reflexionis mixtilineus &c. *Quod erat alterum.*

## THEOREMA XXXIV.

150. A diversis Speculi Convexi Sphæ-

rici AB Punctis F & E non reflectuntur in idem Punctum D Radii ab eodem Puncto G illapsi. Tab. III. Fig. 25.

## DEMONSTRATIO.

Ducatur recta FEH per Puncta F & E; erit  $DEH > DFH$  (§. 88 Geom.); adeoque multo magis  $DEB > DFE$ . Quare cum sit  $GEF = DEB$  (§. 149); erit quoque  $GEF > DFE$  (§. 89 Arithm.). Non absimili modo ostenditur, esse  $DFF > GEF$ : quod cum sit absurdum, a Speculi Sphærici Convexi AB Punctis diversis F & E in idem Punctum D Radii ab eodem Puncto G illapsi reflecti nequeunt. *Q. e. d.*

## THEOREMA XXXV.

151. Si Oculi G & H fuerint in diversis Planis; Objecti Imago videtur in concursu Catheti incidentiæ AF & Radii reflexi GC vel HC. Tab. III. Fig. 26.

## DEMONSTRATIO.

Imago Objecti videtur, ubi Radii reflexi ad utrumque Oculum GC & HC concurrunt (§. 344, 345 Optic.). Quoniam vero Radii HE & GD a diversis Planis reflectuntur per hypoth. Punctum concursus esse debet in communi sectione Planorum. Cum itaque communis sectio sit Cathetus incidentiæ (§. 147); Punctum concursus est in Catheto incidentiæ, adeoque Imago videtur in concursu Catheti incidentiæ & Radii reflexi. *Q. e. d.*

## SCHOLIUM.

152. Quoniam ordinarie Puncta D & E, a quibus in utrumque Oculum vel ejusdem Oculi diversas Pupille partes Radii DG & EH reflectuntur, in diversis Planis existunt; ideo tuto assumere licet, locum Imaginis Speculi

*Speculis Sphæricis Convexis esse in Catheto incidentiæ, ad demonstranda Phænomena eorundem. Hoc adeo Principio utentes constanter supponemus Oculos esse in diversis Planis reflexionis. Ubi vero esse debeat locus Imaginis, si extraordinarie Oculi in eodem Plano existant, deinceps disquiremus.*

THEOREMA XXXVI.

153. In Speculis Sphæricis Convexis una tantum videtur unius Puncti Imago.

DEMONSTRATIO.

Tab. III. Imago videtur in concursu Radii reflexi GC & Catheti incidentiæ AC (§. 151). Radiorum vero ab uno Puncto A in Speculum Sphæricum Convexum incidentium nonnisi unus AD ad idem Punctum G reflecti potest (§. 150). Ergo Imago nonnisi una videtur. Q. e. d.

THEOREMA XXXVII.

154. In Speculo Sphærico Convexo Imago Puncti radiantis apparet inter Centrum & Tangentem.

DEMONSTRATIO.

Apparet enim in concursu Radii reflexi & Catheti incidentiæ (§. 151). Sed Radius reflexus cum Catheto incidentiæ inter Centrum & Tangentem concurret (§. 184). Ergo inter Centrum & Tangentem Imago apparet. Q. e. d.

COROLLARIUM.

155. Catheti ergo AB quantumvis magnæ Imago est portio Radii BC.

PROBLEMA XV.

Tab. III. 156. Data distantia Puncti reflexionis a Catheto, seu Arcu CR, una cum Angulo incidentiæ o & Speculi Sphærici Convexi semidiametro CL; invenire distantiam Imaginis a Centro LM, item-

que a superficie Speculi MR & a Tangente MP.

RESOLUTIO.

Ob datum Arcum RC angulus MLC datur (§. 57 *Geom.*). Et quia Angulus incidentiæ o datur, inclinatio quoque incidentis γ tanquam ejus complementum ad rectum, adeoque inclinatio reflexionis u (§. 144), & hinc verticalis u (§. 156 *Geom.*) datur. Quare cum etiam detur Radius CL per hypoth. invenietur LM (§. 36 *Trigon.*).

Sit e. gr. CL = 6 digitorum, RC = 30°, o = 55°; erit u = 35°, CML = 115°, adeoque

Log. Sin. CML	99572757
Log. CL	07781513
Log. Sin. MCL	97585913

105367426

Log. ML 05794669,  
cui in Tabulis respondet 3'' 8'''

Quodsi ML a Radio LR subtrahatur, distantia imaginis a Peripheria MR relinquitur.

E. gr. quia in nostro exemplo LR = 6'' & LM = 3'' 8'''; erit MR = 2'' 2'''.

Si denique MP desideretur, ex datis in Triangulo PLC ad C rectangulo angulo L & latere CL invenitur PL (§. 36 *Trigon.*), & inde subtrahitur ML paulo ante inventa.

E. gr. in nostro exemplo erit

Log. Sin. P.	99375306
Log. CL	07781513
Log. Sin. tot.	100000000

Log. PL 0.8406207,  
cui in Tabulis quam proxime respondet 6'' 9'''. Inde si subducas ML = 3'' 8'''; probabit MP = 3'' 1'''.

## THEOREMA XXXVIII.

Tab. 157. *In Speculo Spharico Convexo est*  
 III. *Cathetus incidentiæ DL ad distantiam*  
 Fig. 24. *Objecti a Tangente ad Punctum reflexio-*  
*nis C ducta DP, ut distantia Imaginis a*  
*Centro LM ad distantiam Imaginis a*  
*Tangente MP.*

## DEMONSTRATIO.

Quoniam  $o = x$  (§. 24) &  $x = m$  (§. 156 *Geom.*); erit etiam  $o = m$  (§. 87 *Arithm.*), consequenter  $DP : PM = DC : CM$  (§. 269 *Geom.*). Ducatur  $DF$  ipsi  $CM$  parallela. Erit  $u = p$  (§. 233 *Geom.*) adeoque ob  $u = y$  (§. 144),  $p = y$  (§. 87 *Arithm.*), consequenter  $DF = DC$  (§. 253 *Geom.*). Quamobrem cum sit  $DF [DC] : MC = DL : ML$  (§. 268 *Geom.*); erit  $DL : ML = DP : PM$  (§. 167 *Arithm.*), tandemque  $DL : DP = ML : PM$  (§. 173 *Arithm.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

158. Quoniam  $DL > DP$  (§. 84 *Arithm.*), etiam  $ML > PM$ , adeoque multo magis  $ML > RM$ . Est igitur distantia Imaginis a Centro major, distantia vero a Tangente minor dimidia semidiametri, vel quarta Diametri parte.

## COROLLARIUM II.

159. Imago igitur Tangenti  $AB$  quam Centro  $L$  viciniore.

## COROLLARIUM III.

160. Quia  $DL : ML = DP : PM$  (§. 157) &  $DL > ML$  (§. 84 *Arithm.*), etiam  $DP > PM$ . Major ergo est Objecti, quam Imaginis a Tangente distantia.

## COROLLARIUM IV.

161. Unde cum multo magis sit  $DR > RM$ ; Objectum  $D$  a Speculo magis distat quam Imago  $M$ .

## THEOREMA XXXIX.

162. *In Speculo Spharico Convexo* Tab. III.  
*distantia Imaginis PM a Tangente AB*  
*minor est distantia ejusdem a Puncto* Fig. 24.  
*reflexionis C.*

## DEMONSTRATIO.

Est enim  $m = x$  (§. 156 *Geom.*) &  $o = x$  (§. 24), adeoque  $m = o$  (§. 87 *Arithm.*). Sed  $r > o$  (§. 188 *Geom.*): ergo  $r = m$  (§. 89 *Arithm.*), consequenter  $MC > PM$  seu  $PM < MC$  (§. 189 *Geom.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

163. Multo magis itaque  $RM$  distantia Imaginis a Puncto, in quo Cathetus incidentiæ Speculum secat, minor est  $MC$  distantia ejusdem a Puncto reflexionis.

## THEOREMA XL.

164. *Imago M in Speculo Convexo Spharico a Centro L magis distat, quam a Puncto reflexionis C.*

## DEMONSTRATIO.

Quia  $ACL$  rectus (§. 308 *Geom.*) adeoque  $DCL$  obtusus (§. 66 *Geom.*); erit  $DL > DC$  (§. 223 *Geom.*). Quare cum supra demonstratum (§. 157), ducta  $DF$  ipsi  $MC$  parallela esse  $DF = DC$ , sitque  $LM : MC = LD : DF$  (§. 268 *Geom.*); ob  $LD$ , per demonstrata  $> DF = DC$  (§. 89 *Arithm.*),  $LM > MC$ . *Q. e. d.*

## THEOREMA XLI.

165. *Si Arcus BD inter Punctum* Tab. III.  
*incidentiæ D & Cathetum AB, seu An-*  
*gulus C ad Centrum Speculi Spharici* Fig. 27.  
*Convexi a Catheto incidentiæ AC & Catheto obliquationis FC interceptus fuerit*  
*duplus Anguli incidentiæ; Imago B erit*  
*in superficie Speculi.*



DEMONSTRATIO.

Tab. Quoniam  $y = x$  (§. 156 Geom.) &  
III.  $u$  duplo Angulo incidentiæ, hoc est,  
Fig. 27. Angulis incidentiæ & reflexionis jun-  
ctim sumtis (§. 24) æqualis per hypoth.  
duplus vero Angulus  $y$  cum duplo re-  
flexionis Angulo fit duobus rectis æqualis  
(§. 147 Geom.) erit  $z = x$  (§. 239  
Geom.). Cum adeo sit  $BC = CD$   
(§. 253 Geom.); Punctum B in superficie  
Speculi existit (§. 471 Geom.). Q. e. d.

THEOREMA XLII.

Tab. 166. Si Arcus BD inter Punctum  
III. incidentiæ D & Cathetum AB intercep-  
tus, seu Angulus C ad Centrum Speculi  
Fig. 28. Sphærici Convexi a Catheto incidentiæ  
AC & Catheto obliquationis FC inter-  
ceptus, fuerit major duplo Anguli inci-  
dentiæ; Imago G erit extra Speculum.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Angulus incidentiæ æqua-  
lis Angulo reflexionis (§. 24), adeoque  
duplus Angulus  $y$  cum duplo Angulo  
incidentiæ duobus rectis æqualis (§. 147  
Geom.); erunt Anguli C,  $x$  &  $z$  simul  
sumti duplo Angulo  $y$  five  $x$  (§. 156  
Geom.) una cum duplo Anguli inci-  
dentiæ æquales (§. 240 Geom.). Est vero  
Angulus C major duplo Angulo inci-  
dentiæ per hypoth. Ergo  $x + z$  minor  
 $2x$ , consequenter  $z$  minor quam  $x$  (§.  
92 Arithm.) seu  $x > z$ . Est igitur GC  
> DC (§. 188 Geom.). Cadit ergo  
Punctum G extra Sphæram (§. 471  
Geom.). Q. e. d.

THEOREMA XLIII.

167. Si Arcus RC inter Punctum  
incidentiæ C & Cathetum incidentiæ DR

interceptus, seu Angulus L ad Centrum Tab.  
Speculi Sphærici Convexi a Catheto inci- III.  
dentiæ DL & Catheto obliquationis FL Fig. 24.  
interceptus, fuerit minor duplo Anguli  
incidentiæ; Imago M intra Speculum ap-  
paret.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Angulo  $o$ ,  $x$ ,  $y$ , &  $u$  simul  
(§. 147 Geom.) &  $u$ ,  $i$  &  $n$  simul itidem  
duobus rectis æquales sunt (§. 240  
Geom.); erit  $o + x + y + u = u + i + n$   
(§. 87 Geom.). Sunt vero Anguli verti-  
cales  $u$  æquales (§. 156 Geom.) &  $x$   
 $= o$  (§. 24). Ergo  $2o + y = i + n$  (§. 91  
Geom.). Jam vero  $n < 2o$  per hypoth. Ergo  
 $i > y > u$  (§. 144); consequenter  $CL > ML$   
(§. 188 Geom.). Cadit ergo Punctum M  
intra Sphæram (§. 471 Geom.). Q. e. d.

SCHOLIUM.

168. En itaque Regulas, juxta quas di-  
stinguere semper licet, utrum Imago intra  
Speculum, an in superficie ejus aut prorsus  
extra id comparere debeat, quæ in Catoptri-  
ca hactenus desiderata fuerunt. Ceterum cum  
Radius reflexus admodum obliquus sit, si Im-  
ago extra Speculum apparere debet, ita ut R. P.  
DECHALES (a) fateatur, se vix unquam Obje-  
cti Imaginem extra Speculum spectare potuisse,  
adeoque vix quicquam certi statui posse con-  
cludat; ego jam in Elementis Catoptrica Ger-  
manicis tale proposui Experimentum, quo  
Obiecti Imaginem extra Sphæram esse claris-  
sime agnoscitur. Filum argenteum nitore suo  
se commendans & instar normæ inflexum AB Tab.  
Cita Speculo obiecti, ut crus AB esset ad ejus III.  
superficiem valde obliquum. Oculis ex oppo- Fig. 29.  
sito constitutus contactum Imaginis & fili BA  
clarissime conspexit, ut filum BA Speculum  
R 3 non

(a) Catoptr. Lib. II. Prop. 18. f. 602. Tom. 3.  
Mundi Mathematici.



non attingeret. Cumque Imago & filum unum continuum constituent, moto filo movetur filum & Imago instar unius rectæ.

## THEOREMA XLIV.

Tab. 169. In Speculo Spherico Convexo  
III. Punctum remotius A reflectitur a Puncto  
Fig. 30. F Oculo O viciniore, quam vicinius  
quodlibet B in eadem Catheto incidentiæ AC existens.

## DEMONSTRATIO.

Ponamus enim, si fieri potest, Punctum vicinius B reflecti in Oculum O a Puncto remotiori Speculi H quam Punctum remotius Catheti A. Quoniam AH fecat BE in I, Punctum I & per Radium OH ex H & per Radium OE ex E ad Oculum O reflectetur. Quod cum sit absurdum (§. 150), Punctum Catheti remotius A a Puncto Speculi remotiore H in Oculum O reflecti nequit. Q. e. d.

## COROLLARIUM.

170. Quodsi adeo Punctum Objecti A a Puncto Speculi F & Punctum Objecti B a Puncto Speculi E reflectitur; omnia Puncta intermedia inter A & B a Punctis Speculi intermediis inter F & E reflectentur: eritque adeo FE tota Linea reflectens rectam AB.

## THEOREMA XLV.

Tab. 171. Punctum vicinius B, quod cum  
III. remotiori H in eadem Catheto non existit, a viciniore Puncto Speculi D reflectitur in Oculum O, quam remotius H.  
Fig. 31.

## DEMONSTRATIO.

Ponamus si fieri potest, Punctum remotius H reflecti a Puncto viciniore K quam vicinius B. Quoniam HK fecat incidentem BD in I; Punctum I &

a Puncto Speculi D per Radium DO, & a Puncto K per Radium KO ad idem Punctum O reflectetur. Quod cum sit absurdum (§. 150); Punctum remotius H a Puncto viciniore K reflecti nequit. Q. e. d.

## COROLLARIUM I.

172. Quodsi ergo Punctum Objecti A a Puncto Speculi C & Punctum Objecti B a Puncto Speculi D in idem Punctum O reflectuntur; omnia Puncta intermedia inter A & B a Punctis intermediis C & D reflectuntur.

## COROLLARIUM II.

173. Objecti igitur BA Imago FG intra Cathetos BE & AE continetur.

## THEOREMA XLVI.

174. In Speculo Spherico Convexo  
Tab. Punctum vicinius Catheti B majori intervallo a Centro C distare videtur quam  
III. remotius A.  
Fig. 30.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Punctum remotius A a Puncto F Catheto Oculi OC viciniore, vicinius autem B a remotiore E reflectitur (§. 169); Radius reflexus OF Centro C vicinior est quam OE, adeoque Cathetum incidentiæ AC in minori a Centro C distantia secat quam OE. Quare cum quodlibet Catheti Punctum A vel B videatur in concursu Radii reflexi Oa vel Ob cum Catheto incidentiæ AC (§. 151): Punctum A in minori distantia a Centro C videtur quam Punctum B. Q. e. d.

## THEOREMA XLVII.

175. In Speculo Spherico Convexo  
Tab. Imago minor est Objecto.  
III.

DE- Fig. 31.

DEMONSTRATIO.

Tab. III. Fig. 32. Resectatur Punctum A per Radium EO & Punctum B per Radium DO in Oculum O a Speculo Sphærico Convexo. Ducatur per Puncta reflexionis E & D recta FI; quæ repræsentet Speculum Planum. Dico a Punctis E & D Speculi Plani non posse reflecti eadem Puncta Objecti A & B in Oculum. Tangat KN Speculum in Puncto reflexionis E. Quoniam  $AEK = OEN$  (§. 24);  $AEF < OEN$  (§. 89 *Arihm.*), adeoque multo magis  $< OED$ ; consequenter OE non est reflexus incidentis AE in Speculum Planum FI (§. cit.). Porro  $AEF > AMF$  &  $OMD > OEM$  (§. 188 *Geom.*), atque  $AEF = OEM$  (§. 24): ergo  $OEM > AMF$  (§. 89 *Arihm.*), & hinc multo magis  $OMD > AMF$ ; consequenter OM non est reflexus incidentis A in Speculum Planum. Punctum itaque G, unde A in O a Speculo Plano FI reflectitur, cadit extra rectam ED. Quare cum eodem modo ostendatur, Punctum quoque H, unde B in O reflectitur, extra eandem rectam ED cadere; Objectum AB in Speculo Sphærico sub minore angulo EOD videtur quam in Plano, in quo sub angulo GOH conspicitur: unde minus in Sphærico, quam in Plano apparere debet (§. 209 *Optic.*); sed in Speculo Plano Imago Objecto æqualis (§. 60). Ergo in Convexo eodem minor. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

176. Speculorum adeo Convexorum nus est in Arte Pictoria, si Imago Objecto minor delineanda.

SCHOLIUM.

177. Falluntur itaque nonnulli Veterum, asserentes, in Speculo Sphærico diebus canicularibus sub Aquis demerso videri Sirium. Solis enim, non Sirii Imago est, qua apparet: nec tantum diebus canicularibus, sed omni tempore reliquo idem Phænomenon spectatur.

THEOREMA XLVIII.

178. Imago Objecti remotioris minor est quam viciniore in Speculo Convexo Sphærico. Tab. III. Fig. 33.

DEMONSTRATIO.

Sit Objectum  $AB = ab$ , & in C Centrum Speculi: erunt AC & BC Punctorum A & B,  $aC$  &  $bC$  Punctorum  $a$  &  $b$  Catheti incidentiæ (§. 16) & angulus  $ACB < aCb$ . Quare cum Imago intra Cathetos AC & CB contineatur (§. 173) & præterea remotiora a Speculo Centro C propiora spectentur (§. 174); Imago remotioris AB minus spatium occupat, quam viciniore  $ab$ : illa igitur hac minor videtur. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

179. Accedentis itaque ad Speculum Convexum Imago fit major, recedentis vero minor.

THEOREMA XLIX.

180. In Speculis Convexis minoribus Imago minor est quam in Speculis majoribus. Tab. III. Fig. 34.

DEMONSTRATIO.

Sit C commune Centrum Speculorum EF, GH. Quoniam Imago in utroque Speculo intra Cathetos AC & BC continetur (§. 173), & inter Centrum atque Tangentem apparet (§. 154) in Speculo minori EF Centro C erit propior quam in Speculo GH, adeoque in illo

illo minor, in hoc major. *Q. e. d.*

### THEOREMA L.

Tab. 181. *In Speculo Sphærico Convexo*  
III. *sinistra apparent dextra & dextra si-*  
Fig. 31. *nistra.*

### DEMONSTRATIO.

Punctum enim B videtur in Catheto BE & Punctum A in Catheto AE (§. 151). Dextra igitur dextris, sinistra sinistris respondent. Sed in Visione directâ adspectabilis dextra tuæ sinistræ & sinistra dextræ respondent, adeoque in Speculo sinistra apparent dextra, dextra vero videntur sinistra. *Q. e. d.*

### THEOREMA LI.

Tab. 182. *Magnitudines ad Speculum*  
III. *Sphæricum perpendicularares videntur*  
Fig. 30. *eversa.*

### DEMONSTRATIO.

Punctum enim a Speculo remotius A videtur Centro propius in *a* & Punctum Speculo vicinius B a Centro remotius apparet in *b* (§. 147). Extrema igitur B & *b* sibi mutuo opponuntur, adeoque Imago ab magnitudinis ad Speculum perpendicularis AB eversa apparet. *Q. e. d.*

### THEOREMA LII.

183. *Linea recta ad Speculum Convexum Sphæricum perpendicularis Imago est Linea recta; Linea vero ad Speculum oblique vel eidem parallela Imago est Convexa.*

### DEMONSTRATIO.

Si Linea AB ad Speculum perpendicularis; in Catheto incidentiæ BC erit (§. 16). Sed quodlibet ejus Punctum in Catheto videtur (§. 151). Ergo Ima-

go ejus ab est Linea recta. *Quod erat unum.*

Si Linea AB ad Speculum GH vel Tab. III. parallela, vel obliqua; demissa ex C perpendiculari CD, erit  $CB > CD$  (§. 220 *Geom.*) adeoque cum sit  $CH = CI$  (§. 40 *Geom.*)  $BH > DI$  (§. 92 *Arithm.*). Punctum igitur B Centro C propius videtur quam D (§. 174), consequenter Linea AB convexa apparebit. *Quod erat alterum.*

### THEOREMA LIII.

184. *In Speculo Sphærico Convexo ab eodem Oculo nonnisi una unius Objecti Imago videri potest.*

### DEMONSTRATIO.

Videat Oculus O, si fieri potest, Tab. III. duas Imagines, alteram quidem per Radium reflexum OA, alteram per reflexum OB. Ergo idem Punctum Objecti a diversis Speculi Punctis B & A reflectetur ad idem Punctum O: Quod cum sit absurdum (§. 150), Imagines ejusdem Objecti plures in Speculo Convexo Sphærico idem Oculus videre nequit. *Q. e. d.*

### THEOREMA LIV.

185. *Si plures Radii reflexi DB, EC &c. fuerint in eodem Plano; remotior a EC Catheto incidentiæ cum eadem in Tab. IV. Fig. 36. majore distantia a Centro L concurrat, vicinior DB in minore.*

### DEMONSTRATIO.

Concurrat uterque in eodem Puncto G, si fieri potest. Ducantur ad Puncta reflexionis B & C Tangentes BK & CI: erit  $AK > AI$ . Quoniam  $AL : GL = AK : KG$  (§. 157 *Catoptr.* & §. 173 *Arithm.*) si Radius CE itidem in G cum

Tab. cum Catheto AL concurrat; erit etiam  
IV. AL : GL = AI : IG (§. cit.). Est vero  
Fig. 36. AK > AI: ergo & KG > IG, seu pars  
major toto. *Quod absurdum.*

Concurrat Radius EC, si fieri pos-  
set, infra G in N cum Catheto AL.  
Quoniam AL:GL = AK:KG & AL:LN  
= AI:IN (§. 157), sitque GL > NL per  
hypoth. erit AL:GL < AL:LN (§. 205  
Arithm.), & hinc AK:KG < AI:IN  
(§. 89 Arithm.). Sed cum sit AK > AI,  
erit AK:KG > AI:KG (§. 203 Arithm.).  
& ob KG < IN erit AI:KG > AI:IN  
(§. 205 Arithm.), consequenter multo  
magis AK:KG > AI:IN. Habet igitur  
AK ad KG & minorem & majorem  
rationem quam AI ad IN. *Quod  
denuo absurdum.*

Quoniam itaque Radius EC nec in  
G, nec infra G cum Catheto AL con-  
currit; supra G cum eadem concurrere  
debet, hoc est, in majore a Centro di-  
stantia quam vicinior DB. *Q. e. d.*

# COROLLARIUM.

186. Qui ergo Punctum A in Speculo  
Convexo Sphærico per Radium remotio-  
rem EC videt, ei Imago in majore a Cen-  
tro distantia FL apparet, quam qui idem  
per Radium vicinior DB cernit (§. 151).

# SCHOLION.

187. Hinc quo magis Oculus a Catheto  
incidentiæ versus dextram aut sinistram rece-  
dit, Puncto A immoto, eo magis a Centro  
L recedit & ad Superficiem accedit, immo  
tandem eandem egreditur Imago: quod facile  
experiri datur.

# THEOREMA LV.

188. Si duo Oculi D & E fuerint in Tab.  
eodem Plano, Imago ante Cathetum in- IV.  
cidentiæ AL in H apparet. Fig. 36.

# DEMONSTRATIO.

Ibi enim videtur, ubi Radii EC & DB  
a Speculo in Oculum reflexi concurrunt  
(§. 346, 347 Optic.). Sed quia EC  
Cathetum AL in majore a Centro di-  
stantia FL secatur, DB vero in minore  
GL (§. 185), erit Radius DG in Catheto  
infra Radium EF, cum extra Specu-  
lum supra eundem existeret, adeoque  
DG & EL ante Cathetum se necessa-  
rio secant in H. (§. 50 Geom.) Imago  
igitur in H ante Cathetum apparet.  
*Q. e. d.*

# SCHOLION.

189. Atque hic est casus ille ravior, de quo  
non valent, quæ superius demonstrata sunt ex  
loco Imaginis in Catheto supposito.

# PROBLEMA XVII.

190. Specula Convexa ita collocare,  
ut per multiplicem Reflexionem videatur  
ad spectabile.

# RESOLUTIO.

1. Speculis Planis quomodocunque dis-  
positis inveniantur Puncta reflexio-  
nis in singulis (§. 100).
2. Specula Convexa ita collocentur ut  
Plana tangent in Punctis reflexio-  
num & Plana removeantur.

Quoniam enim tum perinde a Con-  
vexis reflectuntur, ac si a Planis refle-  
cterentur per multiplicem Reflexionem  
in Speculis Convexis factam ad specta-  
bile videbitur.

## THEOREMA LVI.

Tab. 191. *Radii a Speculo Sphærico Con-*  
 IV. *vexo reflexi magis divergunt, quam si*  
 Fig. 37. *a Plano reflecterentur.*

## DEMONSTRATIO.

Incidat ex A Radius in B & reflectatur in C. Ducatur Tangens HB per B, quæ repræsentat Speculum Planum, in quo AB eodem modo reflectitur ac in Sphærico. Incidat porro in Sphæricum Radius AF, qui secabit Tangentem in D, adeoque a Plano Speculo reflecteretur in E via DE (§. 24). Per Punctum F ducatur PL ipsi HB parallela & MN tangens Speculum Sphæricum in Puncto incidentiæ F; sitque OF Radius reflexus super Plano PL; erit angulus  $ADB = EDH$  (§. 24)  $= AFL$  (§. 233 *Geom.*)  $= OFP$  (§. 24)  $= OQH$  (§. 233 *Geom.*). Quodsi ergo Radius AF reflecteretur a Plano PL, reflexus OF foret ipsi ED parallelus (§. 255 *Geom.*), adeoque jam magis distaret a reflexo priore CB quam reflexus ED. Quoniam vero Angulus incidentiæ AFN super Tangente MN est minor quam super Plano PL, nempe  $AFN < AFL$  (§. 84 *Arithm.*); sub minori quoque Angulo reflectetur (§. 24), adeoque propior erit reflexus a Tangente KF Tangenti MF, quam reflexus a parallela OF parallela PF. Quare cum MF cadat infra PF (§. 50 *Geom.*); Radius quoque KF infra OF cadere debet; consequenter quia OF a CB jam magis distat quam ED, multo magis KF a CB majore intervallo distabit quam ED; adeoque Radii FK & CB

magis divergunt, quam si a Speculo Plano reflecterentur (§. 84 *Geom.*).  
*Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

192. Lumen igitur a Speculo Sphærico Convexo reflexum debilitatur (§. 87 *Optic.*), adeoque reflexi effectus minores sunt, quam directi (§. 530 *Mechan.*).

## COROLLARIUM II.

193. Quoniam angulus  $CAD > CBD$  Tab. IV. Fig. 38.  
 (§. 188 *Geom.*); Radii magis divergentes AC & AD e propinquiori Puncto A radiant, quam minus divergentes BC & BD. Cum igitur Radii a Speculo Convexo Sphærico reflexi fiant magis divergentes (§. 191); Punctum reflexum veluti ex loco viciniore radiat, & hinc Myopes in Speculo Convexo distinctius vident remota, quam directe (§. 384 & §. 43 *Optic.*).

## THEOREMA LVII.

194. *Radii reflexi a Sphæra minore magis divergunt, quam si a majore reflecterentur.*

## DEMONSTRATIO.

Sit Radius AH ad utrumque Speculum perpendicularis, hoc est, transeat per Centra C & D (§. 38 *Anal. infin.*), & in Punctum E, quod est in utroque Speculo, incidat Radius AE. Ducantur ex C & D Radii DG & CF. Quoniam inclinatio incidentis  $GEA = GDA + EAD$  &  $FEA = FCA + EAD$  (§. 239 *Geom.*); sed  $FCA > GDA$  (§. 188 *Geom.*): erit quoque  $FEA > GEA$  (§. 90 *Arithm.*); consequenter Radius AE a Speculo Sphærico minore reflexus cadet ultra reflexum a majore (§. 144), & sic a Radio AB magis diverget, quam si a majore reflecteretur.  
*Q. e. d.*

Co-



COROLLARIUM.

195. Lumen igitur a Sphæra minore reflexum magis debilitatur, quam si a maiore reflectitur (§. 87 *Optic.*), adeoque in priori casu effectus ejus minores sunt, quam in posteriore (§. 530 *Mechan.*).

THEOREMA LVIII.

196. *A quocunque Puncto G portio- nis Sphærae conspicua EGF in Oculum A reflecti potest Radius; sed a nullo Puncto portionis inconspicua EDF.*

DEMONSTRATIO.

Sit Oculus A, & recta AD transeat per Centrum, rectæ vero AB & AC tangent Circulum maximum Sphærae EDFG in E & F; erit EGF portio Sphærae conspicua (§. 246 *Opt.*). Sumatur quodcunque Punctum G & ex eo in Oculum ducatur recta AG, sitque Circulus DFGE Planum reflectens. Ducatur in Puncto G Tangens HI & ex Centro L recta LM, erit MGI Angulus rectus (§. 309 *Geom.*), adeoque MGA recto minor, consequenter acutus (§. 66 *Geom.*). Quamobrem cum MGH sit itidem rectus (§. 65, 145 *Geom.*); poterit KGM ipsi AGM æqualis fieri, atque adeo Radius KG per Radium GA reflecti potest in Oculum A (§. 144). *Quod erat unum.*

Jam inter Tangentes AF & AE atque Circulum recta duci non potest (§. 304 *Geom.*), adeoque recta quæcunque ad Punctum contractus ducta FN erit supra eandem. Quamobrem si cum Tangente CF recto minorem facit CFN ipsique æqualis sit OFA & FN sumatur pro Radio incidente; erit etiam reflexus FO super Tangente (§. 24); consequenter a Puncto contractus F nullus in Oculum A Radius reflecti potest. Multo minus igitur reflectetur a portione Sphærae inconspicua EDF. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM I.

197. Quoniam inter Tangentem & Peripheriam Circuli recta nulla duci potest (§. 304 *Geom.*), visibilia vero per Lineas rectas radiant (§. 46 *Optic.*); Objectum intra Conum truncatum BCFE constitutum non potest radiare nisi in partem Sphærae inconspicuam EDF, consequenter nullus in Oculum A Radius reflecti (§. 196), adeoque nec Objectum istud videri potest (§. 42 *Optic.*).

COROLLARIUM II.

198. Quamobrem si ex Centro L ducatur Cathetus infinita LP; pars ipsius LQ non videbitur (§. 197), partis vero QP Imago partim extra (§. 166), partim intra Speculum apparebit (§. 167).



## CAPUT IV.

*De Speculis Sphæricis Concavis.*

## PROBLEMA XVIII.

199. *Modulum pro Speculis Sphæricis Concavis fundendis parare.*

## RESOLUTIO.

1. Lutum exsiccatum & in pulverem contritum percibretur, ut arena & sordes separentur.
2. Pulvis per Cribrum trajectus cum aqua commisceatur, & in pulvem reductus per Secerniculum secernatur.
3. Cum hæc massa sterco equinum & pili vitulini concisi porro commisceantur, tamdiu subigenda, donec satis tenax deprehendatur. Addi etiam potest pulvis carbonum vel laterum contritorum percibretur.
4. Ex Lapide arenaceo ruditer paretur duplex Modulus, alter quidem convexus, alter concavus, & mediante arena madefacta tamdiu cavum super convexo atteratur, donec concavus congruat convexo: ita enim perfectam adipisceris figuram Sphæricam. Consultum vero est, ut arena per Cribrum trajiciatur, ne grana majora cavitates hinc inde caudentur in superficiebus Modulorum.

Tab.  
IV.  
Fig. 40.

5. Massa ante præparata ope Ligni volutorii AB super Tabula extendatur, donec eam nanciscatur crassitiem, quam Speculum habere debet, & extensa pulvereque lateritio conspersa, ne adhæreat, Modulo

convexo superinducatur, ut Speculi figuram induat.

6. Huic exsiccatæ & pinguedine illitæ denuo inducatur operculum ex eadem massa: quo ipso exsiccatum
7. Utrumque Sphæræ cavæ segmentum, quod ex luto confecisti, removeatur & rejecto interiore, quod speculi spatium replet, Modulus lapideus pigmento aliquo ex creta & lacte præparato illinetur; operculum vero denuo imponatur.
8. Tandem commissuræ eodem luto, ex quo operculum formatum est, obducantur, Modulus integer filis ferreis constringatur, & foramina duo efformentur, per quorum unum materia Speculi fusa infundi, per alterum vero aer ex Moduli cavitare expelli possit, ne Speculum bulbulis vitietur.

## SCHOLIUM.

200. *Moduli tanta cum cura parari debent, ut Speculorum figura sit vere Sphærica.*

## PROBLEMA XIX.

201. *Speculum Metallicum efficere.*

## RESOLUTIO.

1. Liqueantur Cupri recentis partes octo, Stanni Anglicani una, Marchasitæ quinque.
2. Ferro calido materiæ liquatæ non nihil eximatur: quod si frigidatum  
niniis

nimis rubet, plus Stanni addatur, si nimis albecat, aliquid Cupri adjiciatur, donec massa Specularis conveniente gaudeat colore.

3. Tum Massa modulo per Problema præcedens præparato infundatur, quæ Speculi figuram assumet.

### SCHOLION I.

202. Alii 10 partibus Cupri admiscunt quatuor Stanni Anglicani & aliquid Antimonii & Salis Ammoniaci, massamque tandem bacillo agitant, quamdiu fumus exhalat, ab ore & naribus arcendus, quia venenosus. Alii aliis mixturis utuntur, quales complures describunt SCHOTTUS (a) & ZAHNIUS (b).

### SCHOLION II.

203. Specula hæc Metallica vocari solent Chalybea, quia probe polita Chalybis politi colorem emulantur. Posse vero etiam ex Chalybe parari, ex superioribus constat (§. 89).

### PROBLEMA XX.

204. Specula Metallica polire.

### RESOLUTIO.

1. Speculum fufum capulo ligneo pice agglutinetur &
2. Super Modulo lapideo (§. 199) mediante aqua atque arena, & ubi extritum fuerit, sine arena atteratur, donec fuerit ad lævigandum aptum.
3. Lapideus Modulus exsiccatu aut alter æqualis charta vestiatur, pulvere Tripolitano & calce Stanni illinienda.
4. Super hac Speculum tamdiu teratur, donec splendore exquisito undique refulgeat.

(a) Magiæ Catoptr. Part. 1. Lib. VI. Pragm. 4. p. 266. & seqq.

(b) In Oculo Artific. Fundam. 3. Synt. 3. Cap. 10. §. 2. Prax. 4. f. m. 631. & seqq.

### COROLLARIUM.

205. Non absimili modo Specula Vitrea poliuntur, nisi quod Superficies convexa in Modulo concavo expolienda.

### SCHOLION.

206. Si Specula fuerint majora, super Tabula firmata primum Lapide arenoso, deinde Pumice, inde Arena subtili mediante vitro, quod Capulo ligneo agglutinatum, teruntur, tandem calce Stanni & pulvere Tripolitano corio madido insperso fricantur.

### PROBLEMA XXI.

207. Speculum Vitreum Concavum terminare.

### RESOLUTIO.

1. Paretur Modulus Concavus ex gypso, cujus Superficie Concavæ Convexa Speculi congruit.
2. Reliqua fiant ut in Probl. 3. (§. 49).

### THEOREMA LIX.

208. Si inclinatio Radii KI in Speculum Sphæricum Cavum EI incidentis & Axi AB paralleli fuerit 60 graduum; Radius reflexus IB cum Axe AB in ipso Speculi Polo B concurrat. Tab. IV. Fig. 41.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam  $m = 60^\circ$  per hypoth. erit etiam  $n = 60^\circ$  (§. 144), & quia KI axi AB parallela per hypoth. etiam  $i = 60^\circ$  (§. 233 Geom.); consequenter  $u = 60^\circ$  (§. 240 Geom.) atque hinc CB radio CI æqualis (§. 254 Geom.). Punctum igitur B, in quo Radius reflexus IB cum Axe concurrat, est in ipsa superficie Speculi (§. 356 Geom.). Q. e. d.

### THEOREMA LX.

209. Si Radii HE in Speculum Concavum Sphæricum EI incidentis & Axi

Tab. AB paralleli inclinatio fuerit 60 gradi-  
IV. bus minor; reflexus EF cum Axe AB  
Fig. 41. concurrit ad distantiam BF quarta Dia-  
metri parte minorem.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam  $o = x$  (§. 144) & ob parallelismum rectarum HE & AB,  $o = y$  (§. 233 Geom.); erit etiam  $x = y$  (§. 87 Arithm.) & hinc  $FE = FC$  (§. 253 Geom.). Est vero  $CF + EF > EC$  (§. 190 Geom.) &  $CE = CB$  (§. 40 Geom.): ergo  $CF + FE > CB$  (§. 89 Arithm.), consequenter  $CF > FB$  (§. 92 Arithm.), hoc est, FB minor est dimidia Radii CB aut quarta Diametri parte. Q. e. d.

## THEOREMA LXI.

210. Distantia FC Puncti F, ubi Radius HE in Speculum Sphæricum Cavum EI incidens & Axi AB parallelus cum eodem concurrit, a Centro C est ad dimidium Radium CD, in ratione Sinus totius ad Cosinum inclinationis.

## DEMONSTRATIO.

Ex Demonstratione Theorematis præcedentis patet, esse  $FE = FC$ . Quare si ex F demittatur perpendicularis FD; erit  $DC = \frac{1}{2} CE$  (§. 184 Geom.). Quod si vero CF sumatur pro Sinu toto, erit CD Sinus Anguli DFC (§. 2 Trigon.) seu Cosinus Anguli DCF (§. 11 Trigon.), hoc est, inclinationis DEH (§. 233 Geom.). Est itaque CF ad CD, ut Sinus totus ad Cosinum inclinationis. Q. e. d.

## PROBLEMA XXII.

211. Determinare rationem, quam habet portio Axis, cum quo Radii paralleli a toto Speculo Sphærico Concavo reflexi concurrunt ad Radium.

## RESOLUTIO.

1. Cosinus inclinationis Radii extimi Tab. subtrahatur a Sinu toto; relinquetur IV. OF differentia inter dimidium Ra- Fig. 41. dium & Puncti F, ubi Radius extimus cum Axe unitur, a Centro C distantiam (§. 210).  
2. Quod si ergo per OF duplum Cosinus istius, hoc est, EC (§. cit.) dividas; quotus exprimit, quanta Radii pars sit OF.

Quare cum portio Axis, cum qua Radii paralleli sub inclinatione 60 gradibus minore concurrunt, sit eidem propemodum æqualis (§. 209); ratio ejus ad Radium, est ut unitas ad quotum inventum.

E. g. Sit inclinatio trium graduum: erit

$$\begin{array}{r}
 CF = 10000000 \\
 CD = 9986295 \\
 \hline
 OF = 13705 \\
 CE = 19972590 \quad (1457) \\
 \hline
 13705 \\
 62675 \\
 \hline
 78559 \\
 68525 \\
 \hline
 100340 \\
 95935 \\
 \hline
 4405
 \end{array}$$

Nempe OF est  $\frac{1}{1457}$  Radii. In Speculo itaque Sphærico Concavo, cujus latitudo 6 gradus subtendit, Radii paralleli post reflexionem uniuntur cum portione Axis, quæ parte millefima quadringentesima quinquagesima septima minor existit. Eodem modo reperitur, si inclinatio fuerit 6, 9, 12, 15, 18 graduum; esse OF  $\frac{1}{363}$ ,  $\frac{1}{180}$ ,  $\frac{1}{89}$ ,  $\frac{1}{78}$ ,  $\frac{1}{70}$ , Radii, hoc est, portionem Axis, cum quo Radii paralleli a Speculo Sphærico Cavo reflexi concurrunt, esse minorem  $\frac{1}{363}$ ,  $\frac{1}{180}$ ,  $\frac{1}{89}$ ,  $\frac{1}{78}$ ,  $\frac{1}{70}$ , si latitudo

latitudo Speculi subtendat Arcum 12, 18, 24, 30, 36. graduum.

### COROLLARIUM I.

212. Quoniam itaque Radii per totam Speculi superficiem dispersi in angustum admodum spatium post reflexionem coarctantur; Lumen Radium parallelorum per reflexionem a Speculo Sphærico Concavo valde intenditur (§. 89 *Optic.*), nempe in ratione duplicata latitudinis Speculi & Diametri Circuli, in quo Radii omnes uniti continentur (§. 409 *Geom.*).

### COROLLARIUM II.

213. Cum Radii Solares sint paralleli (§. 93 *Optic.*); eorum vires per reflexionem a Speculo Concavo Sphærico valde intenduntur (§. 209), adeoque non mirum, quod lignum aliaque inflammabilia accendant & liquabilia liquefaciant.

### SCHOLION I.

214. Specula Concava Spherica inde Cautica seu Ustoria appellari solent: locus autem in quo incendium excitatur, Focus dicitur. Apparet autem errasse EUCLIDEM & cum eo Veteres in universum, dum Focus in Centro esse credere.

### COROLLARIUM III.

215. Quoniam Focus ibi est, ubi Radii arcuissime uniuntur; si majoris fuerit Sphæræ segmentum, latitudo Arcum 18 gradibus haud majorem subtendere debet; si vero fuerit Sphæræ minoris segmentum, ad summum arcum 30 graduum.

### SCHOLION II.

216. KIRCHERUS sane (a) Specula caustica omnium optima deprehendit, quorum latitudo Arcum 18 gradibus haud majorem subtendit, Experientia adeo Demonstratio conveniente.

### COROLLARIUM IV.

217. Quia superficies Speculi, quod

(a) In Arte magna Lucis & Umbrae, Lib. X. Part. 3. Cap. 1. Pragm. 2.

majoris Sphæræ segmentum est, plures Radios excipit, quam quod minoris existit, si utriusque latitudo Arcum 18 graduum subtendat, vel etiam aliquanto majorem, vel minorem, sed æqualem tamen; effectus quoque Speculorum majores sunt, quam minorum.

### COROLLARIUM V.

218. Quia Focus intra quartam & quintam Diametri partem continetur (§. 209, 211); Specula, quæ sunt majoris Sphæræ segmenta, ad majorem distantiam urunt, quam quæ sunt segmenta minoris.

### COROLLARIUM VI.

219. Quoniam denique usito a Radium unione (§. 212, 213), unio Radium a figura concava Spherica pendet (§. 209); mirum sane non est, quod etiam Specula lignea deaurata & quæ ex gypso parantur atque auro obducuntur, immo etiam ex charta confecta & stramine obducta urant.

### SCHOLION III.

220. Apud Veteres celebrantur Specula ARCHIMEDIS atque PROCLI: quorum ille naves Romanorum, duce MARCELLO Syracusas obsidentium, ZONARA (b), TZETZE (c) & GALENO (d) aliisque antiquioribus, quos TZETZES citat, Autoribus; hic vero, referente denuo ZONARA (e), Classsem VITALIANI Byzantium obsidentis Speculo Caustico incendit. Enimvero cum distantia Foci in Speculo Sphærico Concavo quartam Diametri partem non excedat, ARCHIMEDUM autem ad distantiam 30 passuum (re ab ATHANASTO KIRCHERO Syracusas transiente examinata) vim suam ustoriam extendere debuerit (f), & latitudo Foci perquam exigua existat; Specu-

lo

(b) Annal. Tom. II. p. 83.

(c) Variarum Historiarum Chiliad. 2. Hist. 35. pag. 22.

(d) De Temperamentis Lib. III. Cap. 2.

(e) Annal. Tom. III. pag. 46.

(f) Vid. SCHOTTUS in Magia universi Part. 1. Lib. VII. Syntagm. 5. §. 3. pag. 417.

lo Causitico præstari nequit, quod ARCHIMEDES atque PROCLUS fecisse perhibentur. Quoniam vero nec difficultate carent, quæ de reflexione Radium Solarium a pluribus Speculis Planis in eundem locum factis suspicatur KIRCHERUS, aut alii de Speculis Parabolicis prodiderunt; ideo plurimis inter commenta referenda videntur, quæ Veteres incerta fama delusi de Speculis ARCHIMEDIS atque PROCLI commemorant.

## SCHOLIION IV.

221. Inter Specula recentiora eminent SEPTALIANUM, VILLETANUM & TSHIRNHUSIANUM. Nimirum MANFREDUS SEPTALA, Canonicus Mediolanensis, teste SCHOTTO (a), Speculo Parabolico ad 15 ac 16 fere passuum distantiam asseres combussit. VILETTI, Artificis Lugdunensis Galli, Speculum unum a TAVERNIERIO emtum & Regi Persarum oblatum est; secundum suis sumtibus sibi comparavit Rex Daniæ; tertium denique munificentia Regis Galliarum dignum fuit iudicatum. Eorum effectus prædicantur sequentes (b): Lignum viride in momento ignem concepit; minuta ferri ex lebetæ resoluta liquefacta destillavit 40 minutorum secundorum spatium; nummus 15 solidorum Gallicorum perforatus est 24 secundis; calculus orichalcus perforatus est  $\frac{6}{10}$  secundis; frustum laterculi quadrati ex camera vitrificatum est in guttam vitri 45 secundis; Chalybs perforata est  $\frac{9}{10}$  unius secundi; Lapis mineralis, qui sclopetis ad excitandum ignem affigitur, vitrificatus est minuto uno; frustum cimenti vitrificatum est 52 secundis. Latitudo Speculi istiusmodi effectibus nobilitati erat 30 digitorum, latitudo Foci semiaureum Ludovici adequabat, tres circiter pedes a Centro distantis. Denique de TSHIRNHUSIANO, quod omnibus palmam præripit, sequentia annotantur in Actis Eruditorum, quæ Lipsiæ

(a) In Magia Universi. Part. 1. Lib. VII. §. 6. pag. 418.

(b) In Transl. Anglic. n. 6. pag. 95. & in Diario Litteraturo Parisino Ann. 1679. Mens. Decemb. p. 322.

publicantur (c): „ 1. Admotum Foco „ Speculi lignum momento flammam concipit, quam ne ventus quidem valentior facile extinguat. 2. Aqua intra vasculum figulinum ei applicatum extemplo effervescit, ut ova injecta statim fiant edulia: retento ibidem parumper vasculo, aqua omnis evaporat. 3. Massa Stanni Plumbive, tres pollices crassa, simul ac Foco admovetur, guttatim liquefcere, pauloque ibi detenta continuo fluere incipit, donec spatio 2 aut 3 minutorum plane perterebretur. 4. Lamina Ferrea aut Chalybea Foco admota, in averfa a Speculo superficie, qua parte Focum contingit, illico candescere concipitur, pauloque post in foramina dehiscit: quorum tria intra sex minuta horaria laminæ inusta. Nec minus 5. Cuprum, Argentum &c. Foco admota colliquefcunt, e. gr. unciali Saxonico idem, quod laminæ supra memoratæ contigit. 6. Quæ liquefactioni obnoxia non sunt, ut lapides, lateres &c. brevi instar ferri igniti candescunt. 7. Ardosia e vestigio candescit & intra pauca minuta in vitrum nigrum non inelegans transmutatur: cuius si pars aliqua candescens forcipula prehensa detrahatur, in fila vitrea simul diducitur. 8. Tegulæ, intensissimum ignis æstum alias perpessæ, exigui temporis lapsu in vitrum flavum deliquefcunt: quemadmodum & 9. testæ ex ollis non solum probe percoctis, sed multo etiam ignis admoti usu duratis, in vitrum nigroflavum. 10. Pumex montium, ut vocant in officinis, ignivorum ustus Solari hoc igne in vitrum candidum & pellucidum funditur. 11. Crucibuli solidissimi pars foco exposita intra 8 minuta in vitrum conflata est. 12. Ossa in vitrum aliquod opacum & gleba ex terra excisa in flavum aut subinde nigrum mutata. „ Latitudo Speculi erat trium fere ulnarum Lipsiensium, &

ex

(c) Ann. 1687. Mens. Januar. pag. 52.



ex Lamina Cyprea constabat vix duplo crassiori dorso Cultri communis. Focus duabus ulnis a Speculo distabat. Ad Speculorum TSCHIRNHUSIANORUM imitationem Artifex quidam insignis GÄRTNERUS Dresdæ Specula Causistica majora ex ligno confecit, quæ non minores produxerunt effectus non sine multorum admiratione.

SCHOLION V.

222. ZACHARIAS TRABERUS (a) docet, quomodo ex Auro strepero Specula Causistica confici queant. Scilicet a Tornatore fieri debet Speculum ligneum Concavum & picæ cerata aqualissime tingi, Aurum denique in quadrata duorum digitorum vel trium scissum per frusta agglutinandum, adhibitis si opus fuerit carbonibus. Imo (b) Specula majora fieri posse notat ex Cavorum Speculorum aut Viri quadratis frustis 30, aut 40 vel pluribus, in Scutella tornata Ligneâ decenter connectendis, eorumque effectum non multo minorem esse, quam si superficies continua esset.

SCHOLION VI.

223. Speculum ex Charta duriori & stramine eidem agglutinato Ann. 1699. Vienna confecit NEUMANNUS quidam Ingeniarius, quo omnia metalla in fluorem reduxit, ZAHNIO referente (c).

THEOREMA LXII.

Tab. IV. Fig. 41. 224. Si Lumen constitutum sit in Foco F Speculi Sphærici Concavi EI; Radii post reflexionem sunt paralleli.

DEMONSTRATIO.

Radii enim paralleli per reflexionem in Foco uniuntur (§. 209). Sed si Lumen sit in Foco F, qui ante erat Ra-

(a) In Nervo Optic. Lib. II. C. 12. Prop. 5. Cor. 1. f. 127.

(b) Loc. cit. Cor. 1. f. 128.

(c) In Oculo Artific. Fundam. 3. Syntagm. 3. Cap. 10. f. m. 634.

dius reflexus EF nunc erit incidens, & qui ante incidens erat, nunc fiet reflexus EH. Erit itaque reflexus EH Axi AB, hoc est, omnes reflexi erunt inter se paralleli (§. 232 Geom.). Q. e. d.

COROLLARIUM I.

225. Lumen igitur intensum ad insignem distantiam projicitur candela accensa in Foco Speculi Concavi constituta (§. 86 Optic.), non tamen ad infinitam (§. 92).

COROLLARIUM II.

226. Quodsi ergo Radii paralleli alio Speculo concavo denuo excipiantur; in Foco post reflexionem iterum concurrent atque urent.

SCHOLION.

227. Experimento id comprobatum Vienna teste ZAHNIO (d), ope duorum Speculorum Concavorum ex Lamina Orichalcea confectorum. Majus erat 6, minus 3 pedum, distantia eorundem 20 vel 24 pedum. In Foco majoris constituti erant carbonēs candentes, in Foco minoris ignitabulum cum filo sulphureo candela circa apicem circumligatum. Radii carbonum reflexi candelam accendebant.

THEOREMA LXIII.

228. Si Lucidum intra Focum F & Speculum CH constituitur in D; Radii post reflexionem ab Axe BA divergunt. Tab. IV. Fig. 42.

DEMONSTRATIO.

Si Lucidum esset in F, Radius reflexus CE foret Axi BA parallelus (§. 224), adeoque eandem ab Axe constanter distantiam servaret (§. 81 Geom.). Quoniam vero DCG > FCG; erit etiam KCG > ECG (§. 144), adeoque CK ultra CE cadit, consequenter Axi

T paral-

Wolfii Oper. Math. Tom. III.

(d) Loc. cit. Syntagm. 5. C. 6. Artif. p. 753.



Tab. parallela esse nequit (§. 260 *Geom.*);  
 IV. cumque ultra parallelam cadentis distantia ab Axe continuo augeri debeat (§. 81 *Geom.*), ab Axe AB divergit (§. 84 *Geom.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

229. Lumen itaque per reflexionem debilitatur (§. 87 *Optic.*).

## THEOREMA LXIV.

230. Si *Lucidum* inter *Focum* F & *Centrum* G constituitur in I; *Radii* post reflexionem cum *Axe* concurrunt ultra *Centrum*.

## DEMONSTRATIO.

Si *Lucidum* esset in *Foco* F, *Radius* reflexus HL foret cum *Axe* BA parallelus (§. 224), adeoque ab eo eandem constanter distantiam servaret (§. 81 *Geom.*). Quoniam vero  $IHG < FHG$ ; erit etiam  $GHA < DHL$  (§. 144), adeoque reflexus HA a parallela versus *Axem* recedit; consequenter cum eidem parallelus esse nequeat (§. 260 *Geom.*) sed potius a parallela HL recedentis distantia ab *Axe* continuo imminui debeat (§. 81 *Geom.*), cum *Axe* BA convergit, tandemque concurrere debet (§. 89 *Geom.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

231. Quodsi *Lucidum* ponatur in A, qui ante erat *Radius* reflexus AH, nunc fiet incidens; adeoque qui ante erat incidens IH nunc fiet reflexus (§. 144). Si ergo *Lucidum* ultra *Centrum* G constituitur; *Radii* post reflexionem cum *Axe* inter *Focum* F & *Centrum* G concurrunt.

## COROLLARIUM II.

232. Hinc si *Candela* ponatur in I, ejus *Imago* apparet in A; si vero *Candela* accensa constituitur in A, *Imago* ejus apparet in I; in *Punctis* vero inter I & A sectio *Luminis* est *Circulus*, tanto quidem major, quo *Puncto* concursus vicinior.

## THEOREMA LXV.

233. Si *Corpus Luminosum* in *Centro Speculi Spherici Concavi* ponatur; *Radii* omnes reflectuntur in seipsos.

## DEMONSTRATIO.

Incidunt enim in *Speculum* perpendiculares (§. 38 *Analys. infin.*), adeoque in seipsos reflectuntur (§. 25). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

234. Hinc si *Oculus* in *Centro Speculi* ponitur, seipsum confuse videt per totum *Speculum*.

## THEOREMA LXVI.

235. In *Speculo Spherico Concavo* *Oculus* seipsum non videt nisi per *Diametrum*.

## DEMONSTRATIO.

*Oculus* seipsum videre nequit nisi per *Radius*, qui in seipsum reflectitur. Quamobrem cum *Radii* perpendiculares tantum in seipsos reflectantur (§. 25), ad *Speculum* autem perpendiculares sint *Diametri* (§. 38 *Anal. inf.*); *Oculus* seipsum non videt nisi per *Diametrum*. *Q. e. d.*

## THEOREMA LXVII.

236. Si duo *Oculi* aut *diversa* ejusdem *Pupilla* partes fuerint in *diversis* *Planis* reflexionis; *Objecti Imago* videtur plerumque in concursu *Calbetti* incidere.

*denſia & Radii reflexi : aliquando tamen extra Cathetum apparet, ſi nempe Oculuſ Speculo valde vicinuſ & Obje-ctum ultra Centrum ab eodem removetur.*

DEMONSTRATIO.

Imago Objeſti videtur, ubi Radii reflexi ad utrumque Oculum vel diverſas Pupillæ ejuſdem Oculi partes concurrunt (§. 344 *Optic.*). Quoniam vero iidem a diverſis Planis refleſcuntur *per hypoſ.* Punctum concurſus eſſe debet in communi ſeſſione Planorum. Cum itaque communis ſeſſio ſit Cathetuſ incidentiæ (§. 146), ſi Radii reflexi concurrunt, Punctum concurſus eſt in Catheto incidentiæ, conſequenter Imago videtur in concurſu Catheti incidentiæ & Radii reflexi. *Quod erat unum.*

Tab. IV. Si Objeſtum FE ultra Centrum C a Speculo removetur, Catheti incidentiæ FG & ED ab extremis Punctis F & E ductæ ſe mutuo in Centro C interſecant (§. 146), adeoque poſt interſeſſionem Cathetuſ Puncti ſuperioris F deorſum, Cathetuſ vero inferioris E ſuſſum tendit; conſequenter ſi Objeſti Imago poſt Speculum apparet, atque in concurſu Catheti incidentiæ & Radii reflexi videtur, inverſa apparere debet. Enimvero ſi Oculuſ prope Speculum fuerit conſtitutuſ, Experientia teſte, Imago poſt ipſum ſitu erecto conſpici-  
Fig. 43. tur; videtur ergo in hoc caſu extra Cathetum. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

237. Si Objeſtum in Foco fuerit collocatuſ, Radii poſt reflexionem ſunt paralleli tum inter ſe, tum Axi (§. 224).

Cum adeo nec inter ſe, nec cum Axe ſeu Catheto incidentiæ concurrant; in Speculo Objeſtum hoc in caſu videri nequit.

SCHOLION.

238. Non difficultate caret doctrina de loco Imaginiſ in Speculiſ Sphæriciſ non minus Convexiſ, quam Concaviſ. Quoniam enim diverſa Plana reflexionis in Plano eodem commode delineari nequeunt; neque facile demonſtrari poteſt, ubinam Radii ab eodem Puncto in Speculum illapſi & ad diverſas Pupillæ partes reflexi concurrant. Unde quod plerique Phenomeniſ ſatiſfacit, aſſumitur, Imaginem nempe eſſe in concurſu Catheti incidentiæ Radii reflexi.

THEOREMA LXVIII.

239. Si Radius ex Puncto Catheti *Tab. IV.* *h* incidens in Speculum Convexum *hF* & *Fig. 44.* reflexuſ *IF* intra Speculum continuentur; erit *FH* incidens ex Puncto Catheti *H* in Conca-  
vum & *FO* reflexuſ ejuſdem.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim *hFE* = *IFM* (§. 24). Sed *hFE* = *MFO* & *IFM* = *EFH* (§. 156 *Geom.*). Ergo *MFO* = *EFH* (§. 87 *Arithm.*). Quodſi itaque *HF* ſumatur pro incidente ex Puncto *H*; erit *FO* reflexuſ (§. 24). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

240. Quoniam Punctum Catheti *H* eſt Imago Puncti *h* in Speculo Convexo (§. 151); Punctum vero *b* Imago Puncti *H* in Conca-  
(§. 236 & 239): ſi Imago Objeſti *a* Speculo Convexo reflexi videretur per reflexionem in Conca-  
vitate factam, inſtar Objeſti ipſiſ cerneretur.

COROLLARIUM II.

241. Cum Catheti infinitæ Imago in Speculo Convexo ſit quarta Diametri par-

te minor (§. 155, 158); Catheti quarta parte Diametri minor portio in Speculo Concavo quantumvis magna apparere potest.

### COROLLARIUM III.

242. Punctum igitur intervallo minore quarta Diametri parte a Speculo Concavo remotum intervallo quantumvis magno post Speculum apparere debet.

### SCHOLIUM I.

243. Videntur equidem hæc Experientia contraria: quoniam sensuum judicio Imago in Speculo Plano longius distat, quam in Concavo; in Plano autem tanto intervallo post Speculum apparet, quanto Objectum ab eodem removetur (§. 56). Enimvero majorem esse in Concavo, quam in Plano distantiam, clarissime apparet in Speculis Vitreis, quorum exterior Superficies Plana, interior vero Concava. Parantur scilicet ex Vitris Plano-convexis in Convexitate terminatis. Quodsi intra Focum & Speculum candelam statuas accensam, videbis in Speculo duplicem Imaginem, alteram clariorem & majorem, quæ a Superficie Concava reflectitur, alteram vero obscuriorem & minorem, quæ a Superficie Plana reflectitur. Illa vero majori intervallo post Speculum quam hæc distat. Unde jucundum exhiberi potest Spectaculum Ligni in Speculo ardentis, quod tamen extra Speculum non ardet. Nimirum si inter Candelam accensam & Speculum collocetur Ligni frustum longius, quam latius, ut sit in Catheto flammæ; Ligni tantum Imago unica cernitur, utpote Objecti obscurioris, quæ a Speculo Concavo reflectitur, adeoque per flammam priorem transit, quasi ex eo erumpere videtur; ut adeo Lignum in Speculo continuo ardeat, nec tamen comburatur. Quod vero Imago exiguo admodum intervallo post Speculum distare videtur, ratio hæc est quia major est Objecto nec plura Objecta eidem contigua una exhibentur. Cum adeo ex Objectis interpositis de distantia judicium fieri ne-

queat & magna atque distincta videntur vicina (§. 210, 314 Optic.); non mirum, quod exigua admodum Imaginis a Speculo distantia credatur. Illico tamen magna apparebit, si stylum quandam longiorem, quarta tamen Diametri parte minorem, inter Objectum & Speculum statuas, qui sit in Catheto aliqua.

### COROLLARIUM IV.

244. Quoniam Imago Objecti quantumvis latæ in Speculo convexo inter duas Cathetos incidentiæ Punctorum extremorum continetur (§. 236); si Objectum inter duas Cathetos in distantia minore Diametri parte quarta statnatur, latitudo Imaginis quantumvis magna apparere potest (§. 241).

### COROLLARIUM V.

245. Cum itaque Objecti inter duas Cathetos in distantia minore Diametri parte quarta collocati Imago & latitudinem, & altitudinem justa majorem, immo quantumvis magnam habere possit (§. 241, 244); Objecta inter Focum & Speculum collocata monstrosæ magnitudinis in Speculis Concavis apparere debent.

### SCHOLIUM II.

246. Nimirum, quanto minor est Imago Objecti in Speculo Convexo, tanto major esse debet in Concavo (§. 240).

### COROLLARIUM VI.

247. In Speculo Convexo Imago Objecti remotioris Centro propior est quam viciniore (§. 147). Ergo in Concavo Imago Objecti a Speculo remotioris majori intervallo distat quam viciniore, modo distantia Objecti a Centro sit quarta Diametri parte minor.

### COROLLARIUM VII.

248. In Speculo Convexo Imago Objecti remotioris minor est quam viciniore (§. 178): ergo in Concavo Imago Objecti inter Focum & Speculum constituti major est, si Foco quam Speculo propius.

## COROLLARIUM VIII.

249. Recedentis igitur a Speculo Concavo Imago continuo fit major, modo ultra Focum non recedatur, in quo confusa evadit (§. 237): accedentis vero Imago fit minor.

## COROLLARIUM IX.

250. In Speculo Convexo, quod est minoris Sphæræ segmentum, Imago est minor quam in alio, quod majoris Sphæræ segmentum existit (§. 180). Ergo in Concavo, quod est minoris Sphæræ segmentum, Imago major est quam in alio, quod majoris Sphæræ segmentum existit: unde Specula Concava Sphæræ minimæ segmenta Microscopii vicem præstant.

## SCHOLION III.

251. En magnum Propositionum numerum instar Corollariorum facillime deductorum: ad quas demonstrandas multo alias apparatus utuntur Scriptores Catoptrica.

## THEOREMA LXIX.

Tab. IV. Fig. 45. 252. Si Objectum AB inter Focum & Speculum fuerit constitutum, Imago ab post Speculum apparet situ erecto; sinistra apparent dextra & dextra sinistra.

## DEMONSTRATIO.

Sit AB longitudo Objecti. Quoniam Punctum A videtur in Catheto Ca & Punctum B in Catheto Cb (§. 236); Punctum superius videtur in loco superiori a, inferius in inferiori b, hoc est, Objectum situ erecto post Speculum apparet. *Quod erat unum.*

Quodsi AB concipiat latitudo Objecti: eodem modo patet, dextra dextris sinistra sinistris respondere. Sed in Visione directa dextra Objecti tuæ sinistra & illius sinistra tuæ dextræ respondent, adeoque in Speculo Concavo

Objecti inter Focum & Speculum positi sinistra apparent dextra, dextra vero videntur sinistra. *Quod erat alterum.*

## THEOREMA LXX.

253. Si Objectum AB inter Focum & Centrum constituitur; Imago ejus EF situ inverso apparet ultra Centrum in libero aere, Oculo ultra Centrum remoto. Tab. IV. Fig. 43.

## DEMONSTRATIO.

Radii enim, per quos Punctum A reflectitur, in Catheto GF ultra Centrum C in F, & qui Punctum B reflectunt, in Catheto DE ultra Centrum C in E concurrunt (§. 227). Punctum igitur B veluti ex E & Punctum A veluti ex F in Oculum ultra EF constitutum radiat: consequenter Punctum B in E & Punctum A in F, adeoque Imago Objecti ultra Centrum situ inverso videtur (§. 347 Optic.). *Q. e. d.*

## THEOREMA LXXI.

254. Puncti M inter Centrum G & Focum F Speculi Concavi positi & Foco propioris quam Centro Imago videtur a Speculo remotior, quam Puncti I Centro G propioris, quam Foco F. Tab. IV. Fig. 46.

## DEMONSTRATIO.

Radii MH & IH reflexi a Puncto H cum Catheto concurrunt ultra Centrum (§. 227). Sed quoniam MHG > IHG & MHG = GHA, itemque IGH = GHN (§. 144); erit GHN > GHN (§. 79 Arithm.); consequenter Radius HA, qui Punctum M Foco F propius reflectit, cum Catheto in majore a Centro distantia GA concurrat, quam qui Punctum

Tab. Centro G propius I reflectit. Videtur  
IV. adeo Punctum M in maiore a Centro  
Fig. 46. distantia, nempe in A, Punctum vero I  
in minore, scilicet in N (§. 348 Optic.).  
Q. e. d.

## THEOREMA LXXII.

Tab. 255. Si Objectum EF ultra Centrum  
IV. C fuerit constitutum, Oculo itidem ultra  
Fig. 43. Centrum collocato Imago apparebit in li-  
bero aere inter Centrum & Focum situ  
inverso.

## DEMONSTRATIO.

Radii enim a Puncto E in Speculum  
illapsi post reflexionem cum Catheto  
CD concurrunt inter Centrum C & Fo-  
cum; similiter qui a Puncto F illabuntur,  
post reflexionem cum Catheto FG inter  
Centrum C & Focum concurrunt (§.  
228). Punctum igitur E veluti ex B &  
Punctum F veluti ex A in Oculum ultra  
Centrum constitutum radiat, conse-  
quenter Objecti EF Imago videbitur in-  
ter Focum & Centrum in AB, situ qui-  
dem inverso (§. 348 Optic.). Q. e. d.

## COROLLARIUM I.

256. Imagines ergo Objectorum inversæ  
ultra Centrum C sitorum a Speculo Con-  
cavo reflectantur erectæ & inter Centrum  
atque Focum Charta, in Camera præser-  
tim obscura, excipi possunt.

## COROLLARIUM II.

257. Si Objectum EF magis distet a  
Centro, quam Focus, Imago Objecto mi-  
nor est. Quia enim tum  $AC < EC$ ; erit  
etiam ob verticales ad C æquales (§. 156  
Geom.)  $AB < EF$  (§. 267 Geom.).

## SCHOLIUM.

258. Iuunda admodum Specula Concava,

quæ maioris præsertim Sphæra segmenta sunt;  
ut Objecta magna integra reflectere possint,  
præbent spectacula. Certe si gladium adver-  
sus Speculum vibres; alius ex eodem prodibit  
ad Oculum usque protensus: cumque etiam ca-  
pitis Imago in libero aere conspiciatur, vero  
gladio illum percutere licebit, Phantastico  
tuum percutiente. Si manum versus Speculum  
porrigas, ex eo prodibit alia inversa tue  
jungenda. Ut autem maiori admirationi sint  
ignaris Imagines in aere pendule, Objecta  
post alia abscondi debent, ne ipsamet videan-  
tur. Quoniam etiam Objectum idem extra  
Centrum collocatum a diversis Speculi parti-  
bus in Oculos reflectitur, ut quilibet videat  
Imaginem peculiarem; in minoribus Speculis  
Imagines coalescentes monstruosas Objecti figu-  
ras exhibent. Ita e. gr. facies intuentis unam  
habet frontem, nasos duos, oculos tres, ora  
duo; immo interdum inter nasum geminum  
oculos duos communibus palpebris gaudentes.  
Quodsi Vitrum, ex quo Speculum paratur,  
sit coloris subcineritii; facies intuentis eodem  
colore tincta magis deformabitur.

## PROBLEMA XXIII.

259. Cistulam Catoptricam construere, Tab. V.  
in quam introspiciens videat Objecta Fig. 47.  
Cista maiora, e. gr. Caput humanum aut  
Ædificium quoddam.

## RESOLUTIO.

1. Construatur Cistula ABCDEFG  
pro magnitudine Speculi Concavi,  
quo usus es, formam parallele-  
pipedi habens, ne desit sufficiens  
spatium Radiis reflectendis & tega-  
tur ut supra (§. 119) Charta perga-  
mena pellucida, aut Vitro læviga-  
to quidem, sed non polito.
2. Ad Planum ABG firmetur Speculum  
Concavum, quod maioris Sphærae  
segmentum esse præstat.



3. In Plano opposito DEFC applicetur Pictura Hominis aut Ædificii, aut Objecti cujuscunque alterius, & super ea fiat apertura oblonga HI Vitro Plano polito munienda.

Quodsi enim introspicias, Pictura a Speculo reflexa sub vera Objecti magnitudine comparebit.

SCHOLION.

260. Quoniam primum per rimam introspiciens & Cista magnitudinis sibi adhuc conscius in Cista videt Objectum ejus molem excedens, veluti Caput quoddam humanum, a trunco tamen non separatum; in stuporem abripitur & pro diversitate Objecti in terrorem conjicitur.

THEOREMA LXXIII.

261. Linea recta ad Speculum Concavum Sphericum perpendicularis Imago est Linea recta; Linea vero ad Speculum

obliqua vel eidem parallela Imago est Concava.

DEMONSTRATIO.

Si linea ad Speculum perpendicularis, in Catheto incidentiæ existit (§. 16). Quare cum quodlibet ejus Punctum in ista Catheto videatur (§. 236); Imago ejus Linea recta fit necesse est. Quod erat unum.

Sit AB Speculo parallela vel ad idem Tab. IV. obliqua, ducaturque ex Centro C recta Fig. 45. CF ad AB perpendicularis; erit CA > CD (§. 220 Geom.) adeoque ob CF = CE (§. 40 Geom.) FD > AE (§. 92 Arithm.). Punctum igitur D a Speculo remotius majori intervallo post Speculum videtur, quam vicinius A (§. 247). Quare cum d magis distet a D, quam a ab A & b a B; Imago ad b videbitur Concava (§. 279 Optic.). Q. e. d.

CAPUT V.

De Speculis Cylindricis, & Conicis, Pyramidalibus, aliisque pluribus.

PROBLEMA XXIV.

262. Specula Cylindrica & Conica, itemque Pyramidalia & alia figura cujuscunque conficere.

RESOLUTIO.

Quomodo Specula Cylindrica & Conica Convexa, itemque Pyramidalia, ex Vitro fiant, docuimus supra (§. 142).

Metallica eodem artificio parantur, quo supra Specula Spharica Concava

fieri docuimus, nisi quod Moduli ex luto §. 199. descripto parandi, requirant alios ligneos figuram Speculorum habentes.

Quodsi Modulus pro Elliptico, Parabolico & Hyperbolico Speculo effici debet:

1. In Tabula Ænea aut Ligneae accuratissime describatur Ellipsis AB (§. 435 Analys.). Parabola (§. 401 Analys.) aut Hyperbola CD (§. 471 Analys.).

&



Tab. IV. & figura accurate excindatur, margo vero ejus lævigetur.

Fig. 48. 2. Affigatur ipsi Axis EF cum manubrio EO & binis fulcris Ellipticæ figuræ Axis imponatur.

3. Substernatur lutum, quod superius (§. 199) pro formandis Modulis parere docuimus.

4. Axis EF cum Plano AB circumducatur, donec luto figura Elliptica, quantum fieri potest, exactissime fuerit impressa.

Fig. 49. 5. Axis figuræ Parabolicæ aut Hyperbolicæ CD apice E ita infigatur, ut semper maneat erectus, prope manubrium vero ad fulcrum ali-quod firmetur, & ut ante circumducatur, donec luto circumposito figuram sui accuratissime impresferit.

6. Moduli pars sic formata exsicceatur & vel pinguedine illinatur, vel pulvere lateritio conspergatur, atque ex simili luto cavitati impresso Moduli pars convexa paretur; quam *Modulum Masculinum*, sicuti illam *Fœmininum* appellare solent.

7. Modulus masculinus exsiccatus secundum convexitatem ita jungatur concavitati fœminini, ut inter utrumque tantum spatii relinquatur, quantum Speculum occupare debet. Reliqua fiant ut supra (§. 199).

Specula Pyramidalia, Cylindrica atque Conica, tam Convexa, quam Conca-va, fiunt quoque ex folio selenitæ eodem modo terminato, quo Specula Plana terminari docuimus (§. 49), & vel convexitati vel concavitati Cylindri aut

Coni, vel superficiiei Pyramidis lignæ superinducuntur: quod flexilitas materiæ patitur.

### SCHOLIÖN.

263. *Specula Elliptica, Parabolica & Hyperbolica omnium difficillime parantur, quia poliendi figura facile depravatur, si vel maxime Modulus perfectam figuram Ellipticam, Parabolicam vel Hyperbolicam, habuerit.*

### DEFINITIO XXII.

264. *Speculo Cylindrico vel Conico se-* Tab. V.  
*cundum longitudinem obijci dicitur, quod* Fig. 50.  
*est in Plano EFHG Speculum per Axem CD, secante. Et Planum secat Speculum per Axem, si Axis Speculi CD fuerit in Plano secante EFHG.*

### DEFINITIO XXIII.

265. *Speculo Cylindrico vel Conico se-* Tab. V.  
*cundum latitudinem obijci dicitur, quod* Fig. 51.  
*est in Plano HLKI Basi MN, parallelo, vel in eodem Plano, cui Speculum insistit, ipsummet Diametro Speculi parallelum.*

### OBSERVATIO III.

266. *Si Stylus aliquis Speculo Cylindrico secundum longitudinem obijcitur; Imago intra Speculum apparet in recta Axi parallela, superficiiei quam Centro propior, ejusdem fere cum Obiecto longitudinis, ubi Oculum Stylo non fuerit altior. Quodsi Oculum elevares, longitudo Imaginis extendetur; si deprimas, eadem in se quasi contrahitur.*

### COROLLARIUM I.

267. *Linea igitur Objeſtiva AB, quæ* Tab. V.  
*Speculo secundum longitudinem obijcitur,* Fig. 50.  
*intra Speculum habet Imaginem rectam a b Axi CD parallelam, Obiecto prope-*  
*modum æqualem.*

COROL.

COROLLARIUM II.

268. Dimensiones itaque Objectorum, longitudini Speculi Cylindrici respondentibus parum mutantur.

OBSERVATIO IV.

269. Si Stylus in Plano, cui Speculum Cylindricum insistit, vel in Plano Basi Speculi parallelo vel Diametro Basi, vel Chordæ in directum collocetur; Imago, ut ante, intra Speculum apparet erecta in recta Axi parallela, superficiei quam Centro propior. Quodsi Oculus elevatur, eadem celeritate, qua Oculus movetur, Imago extenditur multo magis, quam si Stylus fuerit in Plano Speculum per Axem secante; sin iste deprimitur, hæc quasi in seipsam contrahitur.

COROLLARIUM I.

Tab.V. 270. Linea igitur Objectivæ in Plano, Fig.50. cui Speculum insistit, vel quod Basi ejus parallelum, Diametro vel chordæ in directum jacentis MN Imago in Axi Speculi CD parallela apparet, Punctumque remotius N videtur in Speculo altius in n.

COROLLARIUM II.

271. Linea itaque Objectiva in Plano, cui Speculum insistit vel quod Basi ejus parallelum, in directum jacentis Diametro vel Chordæ, instar Lineæ apparet, quæ secundum longitudinem Speculo objicitur (§. 267).

OBSERVATIO V.

272. Si Stylus Speculo Cylindrico secundum latitudinem objicitur; Imago ejus apparet curva, eoque minor, quo a Speculo remotior.

COROLLARIUM I.

Tab.V. 273. Linea igitur Objectiva, quæ Speculo secundum latitudinem objicitur, AB Fig.51. Wolsii Oper. Math. Tom. III.

vel CD Imaginem curvam habet, eoque minorem, quo a Speculo remotior.

COROLLARIUM II.

274. Quæ adeo Speculo Cylindrico secundum latitudinem objiciuntur; eorum figura mutantur & dimensiones eo magis minuuntur, quo longius a Speculo distant.

SCHOLIUM.

275. Hæc quidem de Imaginibus Objectorum in Speculis Cylindricis ab Experientia petere libuit, quia de loco earundem in hoc Speculorum genere adhuc desiderantur Demonstrationes satis firmæ ac inconcussæ. Quæ enim ALHAZEN atque VITELLIO eam in rem afferunt, non satisfaciunt. Neque adeo facile est supplere hunc defectum, quia Planum reflexionis pro diverso Speculi & Puncti radiantis situ specie variat: id quod in Theoremate sequente demonstramus.

LEMMA.

276. Si Cylindrus oblique secetur, Tab.V. Fig.52. hoc est, ita ut Diameter sectionis FD continuata cum Diametro Bascos Cylindri BA itidem continuata in G concurrat; Planum sectionis DHFR erit Ellipsis.

DEMONSTRATIO.

Ducantur enim ad Diametrum Circuli normales ML & IC, sitque in C Centrum Circuli. Ex I & M, itemque L & C, Q & O erigantur normales IH & MN, itemque CE, LK, OP & QR. Ducantur denique PH & RN: erit ob  $MN=QR$  &  $IH=OP$  ex natura sectionis, RN ipsi QM & PH ipsi OI parallela (§. 226 Geom.), consequenter ob EC & HI, itemque KL & MN parallelas (§. 256 Geom.),  $EH=CI$  &  $KN=LM$  (§. 257 Geom.). Quare cum sit (§. 268 Geom.)

V

GD

$GD : DE = GA : AC$ ,  
 &  $GD : DK = GA : AL$   
 &  $GK : KF = GL : LB$   
 adeoque etiam ob  
 $GD : GK = GA : GL$  :  
 erit etiam (§. 197 *Arithm.*)  
 $GD : KF = GA : LB$   
 atque hinc porro (§. 196 *Arithm.*)  
 $DE : DK = AC : AL$   
 $DE : KF = AC : LB$   
 consequenter  
 $DE^2 : DK. KF = AC^2 : AL. LB$   
 (§. 213 *Arithm.*),  
 hoc est, ob  $AC = CI$  (§. 40 *Geom.*)  
 $= EH$  per demonstrata &  $AL. LB = LM^2$   
 (§. 377 *Anal. finit.*)  $= KN^2$  per de-  
 monstr.  $DE^2 : DK. KF = EH^2 : KN^2$ ,  
 adeoque  $DE^2 : EH^2 = DK. KF : KN^2$ ,  
 (§. 173 *Arithm.*). Quoniam itaque  
 (§. 268 *Geom.*).  
 $GD : DE = GA : AC$   
 $GE : EF = GC : CB$   
 $GD : GE = GA : GC$   
 adeoque (§. 197 *Arithm.*)  
 $GD : EF = GA : CB$   
 & hinc porro (§. 196 *Arithm.*)  
 $DE : EF = AC : CB$   
 ac præterea  $AC = CB$  (§. 40 *Geom.*)  
 erit  $DE = EF$ ; adeoque  $DHF$  Ellipsis  
 (§. 430 *Anal. finit.*) *Q. e. d.*

## THEOREMA LXXIV.

277. Si Planum reflexionis per Axem  
 Speculum Cylindricum secat; reflexio eo-  
 dem modo contingit ac in Speculo Plano:  
 si fuerit Basi parallelum; reflexio fit ut  
 in Speculo Sphærico: si denique Specu-  
 lum oblique secet, seu si fuerit ad Basin  
 ejus obliquum; reflexio fit ut in Speculo  
 Elliptico.

## DEMONSTRATIO.

Si Planum reflexionis per Axem secet  
 Speculum Cylindricum, communis in-  
 tersectio Plani & Speculi est Linea recta  
 (§. 465 *Geom.*). Radii igitur a Linea  
 recta reflectuntur. Quoniam itaque  
 communis intersectio Speculi Plani, &  
 Plani reflexionis itidem Linea recta,  
 adeoque etiam in hoc Radii a Linea  
 recta reflectuntur; reflexio hoc in casu  
 in Speculo Cylindrico perinde fieri de-  
 bet, ac si in Plano contingeret. *Quod*  
*erat unum.*

Si Planum reflexionis secet Specu-  
 lum Cylindricum per sectionem Basi pa-  
 rallelam; communis intersectio Plani &  
 Speculi est Arcus Circuli (§. 466 *Geom.*).  
 Quoniam itaque communis intersectio  
 Speculi Sphærici & Plani reflexionis iti-  
 dem arcus Circuli; reflexio in casu præ-  
 senti in Speculo Cylindrico perinde fieri  
 debet, ac si in Sphærico contingeret.  
*Quod erat alterum.*

Denique si Planum reflexionis Spe-  
 culum oblique secet, Planum sectionis  
 erit Ellipsis (§. 276). Cum adeo  
 communis intersectio Speculi & Plani  
 reflexionis sit Arcus Ellipticus; reflexio  
 non aliter contingit, ac si in Speculo  
 Elliptico fieret. *Quod erat tertium.*

## COROLLARIUM.

278. Quoniam Planum reflexionis non  
 transit per Axem Speculi, nisi cum Oculis  
 & Linea Objectiva fuerint in eodem Plano;  
 nec Basi parallelum existit, nisi cum Pun-  
 ctum radians & Oculi in eadem constituun-  
 tur altitudine; reflexio in Speculo Cylin-  
 drico plerumque fit, ac si in Elliptico con-  
 tingeret.

SCHOLIION.

279. Apparet adeo, a Theoria Speculi Elliptici multum luminis expectare Cylindricum.

THEOREMA LXXV.

280. Specula Cylindrica deformant Imagines Objectorum.

DEMONSTRATIO.

Objectorum enim dimensionem, quæ longitudini eorum respondet, parum mutant nec juxta eas figuræ vim inferunt (§. 268): quæ vero latitudini respondent, eam eo magis minuunt, quo longius a Speculo distant Objecta, simulque juxta eam figuras immutant (§. 274). Sublata igitur partium secundum longitudinem & latitudinem proportionem & figura mutata, Imagines deformes evadunt. Q. e. d.

SCHOLIION I.

281. Deformationes, vi §. 268 & 274, in dato quolibet casu haud difficulter prædicuntur. Ponamus e. gr. faciem hominis ita obijci Speculo Cylindrico, ut longitudo sit Axi, latitudo Diametro parallela: apparebit admodum longa, sed vix digitum lata. Contra si eandem eidem ita obijcias, ut latitudo sit Axi, longitudo Diametro parallela; ejus figura erit Ovalis latitudine altitudinem plurimum excedente. Nasum habebis exiguum, Os admodum latum, Oculos fere clausos.

SCHOLIION II.

282. Quemadmodum vero Specula Cylindrica Imagines formosas deformant; ita e contrario deformatas reformant. Ut autem intelligatur, quomodo Imagines deformari possint, ut in Speculo Cylindrico formosæ appareant; sequens præmittenda est Theoria.

DEFINITIO XXIV.

ab.V. 283. Si ex Oculo O in Planum, cui Fig. 53. Speculum insitit, perpendicularis demittatur OE; Punctum E dicitur Punctum

etum suboculare. Recta ex Puncto sub-Tab.V. oculari E ad Punctum D, cui Linea Fig. 53. reflectens CD insitit ducta ED, vocatur subocularis.

THEOREMA LXXVI.

284. Linea Objectiva cum Axi parallela PB, tum Diametro vel Chorde in directum jacens AB habet singula Puncta reflexionis in recta CD Axi parallela.

DEMONSTRATIO.

Utriusque Lineæ Imago ab est Axi parallela (§. 267, 271), & singulæ rectæ in superficie Cylindri Peripheriæ Basis perpendiculariter insistentes sunt eidem Axi parallelæ (§. 465, 336 Geom.). Ergo Imago ab est rectæ cuilibet in superficie Speculi parallelæ (§. 495 Geom.). Quoniam vero Imago ab instar Objecti radiat in O per Radios reflexos Oa, Ob &c. (§. 348 Optic.), Radii vero reflexi omnes a recta ab ad idem Punctum O ductæ in eodem sunt Plano; Triangulum aOb Speculum secundum longitudinem secabit, adeoque singula Puncta reflexionis erunt in recta CD Axi parallela. Q. e. d.

THEOREMA LXXVII.

285. Si Linea Objectiva AD consideretur ut Radius incidens; erit subocularis DE reflexus.

DEMONSTRATIO.

Quoniam in Plano AD sunt Radii incidentes, in Plano vero COED reflexi (§. 293); utrumque Planum ad Planum obliqutationis eandem habet inclinationem (§. 144). Quod si ergo Planum obli-

Tab.V. quationis fecerit planum suboculare in Fig.53.  $DG$  : erit  $EDG = GDA$  (§. 509 *Geom.*). Est itaque  $ED$  reflexus incidentis  $AD$  (§. 24). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

286. Data igitur Linea Objectiva  $AB$  in Plano, cui Speculum Cylindricum insitit, invenitur subocularis  $ED$ , si ducta ex Centro Speculi per Punctum incidentiæ  $D$  recta  $DG$ , tanquam Catheto obliqnationis (§. 146), fiat  $EDG = GDA$  & contra.

## THEOREMA LXXVIII.

Tab.V. Fig.54. 287. Si Radius  $AB$  incidat in Speculum Cylindricum & inde reflectatur per  $BC$ ; erit Angulus  $ABE$  Angulo  $DBC$  aequalis.

## DEMONSTRATIO.

Fiat  $AB = BC$  & Puncta  $A$  atque  $C$  connectantur recta  $AC$ . Ducatur per Punctum reflexionis  $B$  Tangens  $FG$  & ex  $A$  atque  $C$  demittantur perpendiculares  $AG$  &  $CF$ . Fiat denique  $DB = BE$ , ducanturque rectæ  $EA$ ,  $EG$ ,  $DF$  &  $DC$ .

Quoniam  $ABG = CBF$  (§. 24),  $AGB = CFB$  (§. 145 *Geom.*) &  $AB = CB$  per constr. erit  $BG = FB$  &  $AG = FC$  (§. 252 *Geom.*). Porro  $FB = BG$ , per demonstr.  $DBF = GBE$  (§. 156 *Geom.*) &  $DB = BE$  per constr. Ergo  $FD = GE$  (§. 279 *Geom.*). Quia Planum reflexionis  $FCAG$  ad Planum tangens Speculum in Puncto reflexionis  $DFEG$  rectum est (§. 38) &  $AG$  atque  $CF$  perpendiculares ad illud Planum in Punctis  $G$  &  $F$ , per construct. erit quoque  $AG$  perpendicularis ad  $EG$ , &  $CF$  perpendicularis ad  $FD$  (§. 484 *Geom.*), adeoque  $AGE = CFD$  (§. 145 *Geom.*). Est vero etiam

$FD = GE$  &  $CF = AG$ , per demonstr. Ergo  $CD = AE$  (§. 179 *Geom.*). Cum itaque etiam sit  $AB = BC$  &  $DB = BE$  per construct. erit Angulus  $EBA = CBD$  (§. 204 *Geom.*). *Q. e. d.*

## SCHOLIUM.

288. Facilior foret Demonstratio in Schematismo reali, si nempe Cylindro Ligneo debita ratione affigerentur fila ferrea, Lineas representantia, ut singularum Linearum singularumque Angulorum vera quantitas in suo Plano appareret: quod & in similibus casibus tenendum. Difficiliter enim Imaginatio per Intellectum rectificatur, si sensus huic contraria exhibet.

## THEOREMA LXXIX.

289. In Speculo Cylindrico est altitudo Oculi  $CE$  ad altitudinem Puncti reflexionis  $GB$ , ut composita ex suboculari  $EG$  & Linea Objectiva in Plano Horizontali  $GA$  ad eandem Objectivam  $GA$ . Tab.V. Fig.55.

## DEMONSTRATIO.

Quia  $CE$  &  $BG$  ad  $EH$  perpendiculares per hypoth. erit  $CE : BG = EH : GH$  (§. 267 *Geom.*). Et quia  $BG$  etiam perpendicularis ad  $GA$  (§. 484 *Geom.*), adeoque  $BGA = BGH$  (§. 145 *Geom.*) præterea  $CBD = HBG$  (§. 156 *Geom.*) &  $CBD = GBA$  (§. 287), adeoque  $HBG = GBA$  (§. 87 *Aarithm.*): erit  $GA = GH$  (§. 251 *Geom.*) & hinc  $EH = EG + GA$  (§. 88 *Aarithm.*), consequenter  $CE : BG = EG + GA : GA$ . *Q. e. d.*

## PROBLEMA XXV.

290. Figuram in Plano Horizontali delineare, quæ in Speculo Cylindrico ibidem collocato appareat instar quadrati in plures areolas quadratas minores divisi.



RESOLUTIO.

- Tab. V. Fig. 56. n. 1.
1. Circa Diametrum Speculi Cylindrici describatur Circulus Basi Cylindri æqualis HBC ( §. 171 *Geom.* ).
  2. Assumpto Puncto suboculari O ducantur Tangentes OC & OB ( §. 291 *Analys. finit.* ), quia ultra eas nullus Radius a Speculo reflexus in Oculum cadere potest. Possunt etiam duci rectæ OC & OB ita, ut Circulum secent, quia, quæ per Tangentes videntur, non satis distincta apparent.
  3. Puncta contactus vel intersectionum C & B connectantur recta CB, quæ assumenda pro latere quadrati in Speculo apparentis, quia Imago in Speculo Cylindrico inter Centrum & superficiem comparat ( §. 269 ).
  4. Dividatur CB in quocunque partes æquales & ex singulis divisionum Punctis 1. 2. 3. &c. ducantur ad Punctum suboculare O rectæ O<sub>1</sub>, O<sub>2</sub>, O<sub>3</sub> &c.
  5. Radii OH, OI &c. reflectantur in F, G &c. ( §. 286 ): fiant nempe HF, IG &c. reflexi ipsorum O<sub>1</sub>, O<sub>3</sub> &c.
  6. Super recta indefinita MQ erigatur perpendicularis MP, quæ sit altitudini Oculi æqualis.
  7. Ex M in Q transferatur subocularis OH, & in Q erigatur perpendicularis QR, quæ sit lateri quadrati in Speculo apparentis æqualis & in tot partes æquales divisa, in quot latus istud dividere libuit.
  8. Per singula divisionum Puncta 1. 2. 3 &c. ducantur rectæ P I, P II, P III &c.

- Tab. VI. Fig. 56. n. 1.
9. Ex I. in I, II, III &c. transferantur rectæ I. I, I. II, I. III &c. ipsis QI, Q II Q III &c. æquales:
  10. Eodem modo dividantur rectæ H F &c. & per Puncta divisionum ejusdem ordinis ducantur Curvæ; vel quia summa accuratione in talibus non est opus, per tria Puncta ducantur Arcus circulares, ut in figura factum esse comparet.
- Dico, figuram SFGT in Speculo Cylindrico CHB erecto instar quadrati in areolas quadratas æquales divisi apparituram.

DEMONSTRATIO.

Recta IG apparet in Speculo verticaliter erecta ( §. 269 ) & quia OI & GI ad Speculum æqualiter inclinantur *per construct.* erit OI subocularis ( §. 283 ) & hinc recta GI reflectetur in Oculum O a superficie Speculi ( §. 285 ). Quoniam vero est composita ex suboculari OI & recta GI ad rectam GI, ut altitudo Oculi ad latus quadrati in Speculo apparentis, *per construct.* erit IG Linea Objectiva, quæ in Speculo apparet lateri quadrati quam proxime æqualis ( §. 289 ). Et eodem modo constat, apparere I. I, I. II, I. III &c. uni, duabus, tribus &c. partibus ejusdem lateris æquales. Idem cum de reliquis lineis in Plano ductis HF, &c. demonstretur; figura in Plano delineata in Speculo Cylindrico instar quadrati in areolas quadratas æquales divisi apparere debet.

Q. e. d.

COROLLARIUM.

291. Quodsi ergo quadratum construatur, cujus latus sit ipsi QR æquale, idem-  
que



que in areolas æquales, ut ante, dividatur, & in ejus area Imago quæcunque pingatur, tandem quæ in singulis areolis ejusdem comparent in areolas respondentes quadrati deformati transferantur; Imago deformatæ per reflexionem reformabitur, videbiturque in Speculo formosa.

## SCHOLION I.

292. *Quadratum in areolas æquales divisum, in quo Imago delineatur, appellari solet Craticula Prototypi; figura vero deformatæ, quæ in Speculo instar quadrati in areolas æquales divisi apparet, Craticula Ectypi. Quodsi igitur semel Craticula Ectypi delineata fuerit, sine ulla molestia toties multiplicari potest, quoties libuerit, si singula Puncta intersectionum I, II, III &c. acu perforentur & pulvis carbonum subtilis linteo inclusus in chartam aliam subjectam transmittatur.*

## SCHOLION II.

293. *Quodsi quis in Arte delineandi non fuerit satis exercitatus; ei pereommoda erit Machina Anamorphotica ab ingenioso Mechanico Lipsiensi JACOBO LEUPOLDO inventa & in Actis Eruditorum A. 1712. descripta. Etsi enim rigorem Geometricum non sustineat ( id quod Geometria ignari exinde colligere possunt, quia quadratum per Machinam istam deformatum in Speculo non apparet in areolas æquales divisum ); ad praxin tamen, ubi summa accuratatione opus non est, abunde sufficit, prout unusquisque experire facile potest.*

## THEOREMA LXXX.

294. *Si Radii paralleli ita incidunt in superficiem Speculi Cylindrici Concavi, ut Axem ejus ad angulos rectos secent, & inclinatio eorum ad Speculum fuerit 60 gradibus minor; post reflexionem uniantur in Linea recta Axi parallela, quæ minori intervallo, quam quarta Diametri parte distat.*

## DEMONSTRATIO.

Quodsi Speculum Cylindricum secetur per Planam ad Axem rectam seu Basim parallelam; intersectiones in superficie Speculi erunt Peripheriæ Circulorum æqualium (§. 466 Geom.). Quare cum Radii incidunt paralleli *per hypoth.* qui ex singulis Peripheriis reflectuntur, in Puncto aliquo concurrunt, quod minore intervallo, quam quarta Diametri parte a Speculo distat (§. 209) & ob Circulorum æqualitatem singula Puncta concursus a Centris suorum Circulorum æqualiter distant (§. 210). Quare cum Centra omnia sint in Axe (§. 465 Geom.); omnia Puncta concursus ab Axe eodem intervallo distant. Concurrunt itaque in recta Axi parallela (§. 81 Geom.).  
*Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

295. Quoniam Radii Solares sunt ad sensum paralleli (§. 93 Optic.); si Speculum Cylindricum Cavum Soli directe objicitur, per reflexionem formabitur Linea lucida Axi parallela, intervallo minore, quam quarta Diametri parte a Speculo distans.

## COROLLARIUM II.

296. Quia igitur in uno Puncto (Physico scilicet, non Mathematico) tantum ununtur Radii ab uno Arcu reflexi; Speculum Cylindricum Cavum non est ustorium (§. 214).

## THEOREMA LXXXI.

297. Radii AB & AD, qui ex eodem Puncto Axis A in eandem Peripheriam HI Speculi Cylindrici Concavi incidunt, post reflexionem in uno Puncto F uniantur, quod tanto intervallo distat a Centro Circuli C, in cujus Peripheria reflexio contingit, quanto Punctum radians A inde remotetur. Tab. V. Fig. 57.

DEMONSTRATIO.

Tab.V. Fig.57. Ex Centro C concipiantur ducti Radii CB & CD ad Puncta reflexionis B & D. Quoniam Planum Circuli, cujus Centrum est in C, Axem ad angulos rectos secat, erunt BCA & BCF anguli recti (§. 484 *Geom.*). Et quia BC ad Arcum HI perpendicularis (§. 38 *Analys. infinit.*); erit  $ABC = CBF$  (§. 144), consequenter  $AC = CF$  (§. 251 *Geom.*). Radius igitur BF in Puncto B reflexus Axem secat in Puncto F, quod tanto intervallo a Centro C distat, quanto Punctum radians A inde removetur. Quare cum eodem modo ostendatur, incidentem AD vel quemcunque alium ita reflecti, ut Axem secet in distantia CF ipsi AC æquali; evidens est omnes Radios, qui a Peripheria HI reflectuntur, se mutuo interfecare in Puncto F. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

298. Per Radios igitur reflexos OD, PB &c. Punctum A videri debet in F (§. 348 *Optic.*).

COROLLARIUM II.

299. Quoniam Speculum Cylindricum secundum longitudinem est Planum (§. 277). Punctum G a puncto sublimiori L in Oculo O reflectitur (§. 69). Quare cum omnes Radii a Peripheria ST reflexi Axem in R secant (§. 297), Punctum G videbitur in R, consequenter recta AG in FR (§. 346 *Optic.*) adeoque Visibile situ inverso videtur.

SCHOLIUM.

300. Hinc intelligitur, quomodo KIRCHERUS & SCHOTTUS (a) ope Speculi Cylindrici Concavi efficere potuerint, ut flamma candelæ

supra Speculi orificium in libero aere pendula, admirantibus artificii Catoptrici ignaris, innoxie tangeretur. Idem KIRCHERUS, referente SCHOTTO (b) Speculo Cylindrico Concavo ex mistura confecto Ascensionem Domini ita ad vitium exhibuit, ut omnes figura in medio aeris pendere viderentur. Ut vero artificium tegi possit, Speculum semicylindricum includitur Thecæ Cylindricæ & imagines in fundo ita collocantur, ut sita sint Inversa respectu intuentis, nec prorsus horizontaliter prostrata, sed versus Oculum elevata. Horum vero omnium Demonstratio limites nostros excedere videtur.

PROBLEMA XXVI.

301. Delineare figuram deformem, qua Oculo supra Axem Speculi Conici elevato apparet formosa.

RESOLUTIO.

1. Quoniam, teste Experientia, Oculo supra Axem Speculi Conici elevato omnis circumjecta planities superficiem totius Speculi implere videtur & per foramen admodum exiguum transpicienti instar Circuli Basi æqualis propemodum apparet; ideo Imago deformanda delineatur in Circulo Speculi Conici Basi æquali & tam Peripheria per Diametros *a d*, *be*, *cf* &c. quam Radii *Ob*, *Oc*, *Og*, *Od* &c. per Circulos Concentricos in partes quotcunque æquales *OI*, 1. 2, 2. 3. &c. dividuntur. Tab. VI. Fig. 58.
2. Ut habeantur Puncta I. II. III. &c. in planitie circumjecta, quæ per Radios reflexos intra Speculum in 1, 2, 3 &c. videntur; construaturs Triangulum rectangulum *AOE*, n. 1.  
cujus n. 3.

(a) Vid. SCHOTTUS in *Magia Universali* Part. 1. Lib. VI. Cap. 4. Prop. 1. Cor. P. 351.

(b) Loc. cit.

- Tab. VI. Fig. 58. n. 3.
- cujus Basis OE sit Radio Speculi, altitudo AO altitudini seu Axi ejusdem æqualis, & in AO producta sumatur AB altitudini Oculi æqualis.
3. Ad singula divisionum Puncta 1, 2, 3 &c. ex Puncto B, in quo supponitur Oculus, ducantur rectæ B1, B2, B3 &c.
4. Quoniam hi sunt Radii reflexi, per quos Puncta 1, 2, 3 &c. videntur, AE vero est intersectio Plani reflexionis & Speculi; fiant Anguli I. AE, II. DE &c. æquales Angulis BAG, BDG &c. erunt AI, DII &c. Radii incidentes (§. 24), consequenter, I, II &c. Puncta radiantia, quæ per reflexionem in 1, 2 &c. videntur.
- n. 2. 5. Producantur itaque Radii Oa, Ob, Oc &c. in Craticula Prototypi, & in continuatos transferantur divisiones OI, OII, OIII &c. tandemque ex Centro O ducantur Circuli Concentrici: ita prodibit Craticula Ectypi.
6. Quodsi itaque per singulas ejus areolas dispergantur, quæ in respondentibus areolis Craticulæ Prototypi depicta cernuntur; figura prodibit difformis, quæ Oculo supra verticem Speculi Conici decenter elevato, formosa appareat. *Q. e. d.*

## SCHOLION I.

302. Supra laudatus LEUPOLDUS Machinam quoque invenit Anamorphicam, in Actis Eruditorum (a) descriptam, per quam Imagines deformes delineari possunt, a Speculo Conico ita reformandas, ut satis formosæ in eo appareant.

(a) An. 1712. p. 367.

## SCHOLION II.

303. Possunt quoque fieri Imagines deformes iis similes, quæ a Speculis Cylindricis reformantur, Oculo ante Speculum Conicum constituto formosæ apparituræ: sed quia priores magis deformantur, ideo posterioribus præferuntur.

## PROBLEMA XXVII.

304. Imaginem deformem delineare, quæ Oculo super Axe Speculi Pyramidalis elevato formosa appareat.

## RESOLUTIO.

Sit e. gr. Imago deformis delineanda, quæ a Speculo Pyramidali quadrangulari reformetur.

1. Quia Experientia teste, Speculum Tab. VI. Fig. 59.  
Pyramidale super Basi ABCD elevatum non reflectit nisi Triangula BEC, CFD, DGA, AHB in Plano circumjecto descripta in Oculo super Axe elevatum, ex intermediis spatiis HBE, ECF &c. nullus Radius ad eundem pertingit; illa vero Triangula totam Speculi superficiem occupant & per foramen exiguum transpicienti ad idem Planum Basi æquale ABCD depressa apparent; ideo Imago deformanda delineatur in nostro casu in quadrato ABCD Basi Speculi æquali & ex Centro E tum per diagonales, tum per rectas latera AB, BC &c. bifecantes Perimeter in partes æquales dividitur, porro etiam recta EL & EB in partes quocunque æquales dividitur, ut ductis per puncta divisionum Lineis, quæ lateribus Bases sint æquidistantes, Prototypon Craticulæ includatur.

2. Jam

Tab. VI. Fig. 59. 2. Jam cum sectio Speculi per Axem & rectam EL in Basi ductam sit Triangulum rectangulum, & quodlibet Punctum divisionis Craticulae Prototypi sit in Radio reflexo; eodem prorsus modo, quo in Problemate praecedente (§. 301) inveniuntur Puncta in Axe LE Trianguli reflectendi BEC, I, II, III &c. quibus datis, ipsum construi potest.

3. Reliqua deinde itidem eodem modo peragantur, quo in Problemate citato.

### SCHOLION.

305. Anamorphoses, quae ope Speculorum Pyramidalium perficiuntur, magis placent reliquis, quia Imaginis deformata partes sunt disjunctae & inter eas alia quaecunque depingi possunt, unum continuum extra Speculum cum ipsis formantia, in Speculo autem non videntur: quo ipso obtinetur, ut illa extra Speculum difficilius dignoscantur.

### THEOREMA LXXXI.

Tab. V. Fig. 60. 306. Omnes Radii LM, Im &c. cum Axe AX paralleli in Speculum Parabolicum incidentes in Foco Parabola generitricis F concurrunt.

### DEMONSTRATIO.

Tangat enim TG Parabolam in M; erit  $TF = FM$  (§. 411 *Analys. finit.*). Ergo angulus  $MTF = TMF$  (§. 184 *Geom.*). Quoniam vero ML ipsi AX parallela per *hypoth.* erit etiam  $LMG = MTF$  (§. 233 *Geom.*), consequenter  $TMF = GML$  (§. 87 *Arithm.*). Est igitur MF Radius reflexus incidentis LM (§. 24). Quare cum eodem modo *Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.*

Tab. V. Fig. 60. ostendatur, esse *Fm* cujuscunque alterius *ml* reflexum; Radii omnes Axi paralleli in eodem Puncto F, Foco nempe Parabolae, uniuntur. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

307. Quia Radii paralleli omnes in uno Puncto uniuntur, Specula Parabolica inter ustorio sunt omnium praestantissima (§. 213, 214 *Optic.*).

### SCHOLION I.

308. Paranda sunt Specula Parabolica instar Tubae per revolutionem Arcus HI circa Axem AX genitricis, ut Focus F sit extra Speculum.

### SCHOLION II.

309. Patet jam ratio, cur Punctum F distans a vertice Parabolae A quarta Parametri parte AF dicatur Focus, quia nempe ibi per Radios reflexos excitatur ignis.

### THEOREMA LXXXII.

310. Radius FM ex uno Foco F in Tab. V. Fig. 61. Speculum Ellipticum incidentis in Focum alterum G reflectitur.

### DEMONSTRATIO.

Recta FM ex Foco F ducta continetur in I, donec  $IM = MG$ . Angulus IMG per rectam CD dividitur bifariam (§. 209 *Geom.*), & ad Punctum quodcunque H ducantur rectae HI, HF, HG. Quoniam  $o = x$  &  $MI = MG$  per construct. erit  $IH = HG$  (§. 179 *Geom.*). Sed  $IH + HF > IF$  (§. 189 *Geom.*). Ergo  $HF + HG > IF$ , consequenter ob  $MI = MG$  per construct. &  $FM + MG = AB$  (§. 334 *Analys. finit.*) adeoque  $FM + MI (= IF) = AB$ ,  $HF + HG > AB$  (§. 87 *Arithm.*). Punctum igitur H & quodcunque aliud extra M in recta

X

CD

Tab. V. CD assumtum extra Ellipfin cadit (§. 61. *Fig. 61. cit. Analyf.*), & hinc CD Ellipfin in M tangit (§. 47 *Geom.*). Quare cum verticales ad M nempe CMF & IMH sint æquales (§. 156 *Geom.*) &  $o = x$  per *constr.* adeoque CMF = GMD (§. 87

*Arithm.*); si FM fuerit Radius incidens; erit MG reflexus (§. 24). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

311. Si igitur Candela accensa ponatur in Foco Speculi Elliptici uno F; Radii ejus post reflexionem coeunt in altero G.

## CAPUT VI.

*De Catoptrica Analytica, seu modo investigandi Theoremata Catoptrica per Analyfin.*

## PROBLEMA XXVIII.

Tab. VII. 312. *D* At a distantia AB Puncti radiantis A a superficie Speculi Sphærici Concavi DBE, invenire Punctum F, in quo Radius reflexus DF cum Axe AB concurrat.

## RESOLUTIO.

Sit in C Centrum Speculi & CB Radius =  $a$ , distantia Puncti radiantis AB =  $b$ , BF =  $x$ ; erit FC =  $b - x$ . Quoniam supponimus Oculum, qui videt Imaginem Punctis radiantis A in Speculo, esse in Axe constitutum, ut Radius reflexus DF in eundem incidere possit, Radius incidens AD Axi AB valde vicinus esse debet, ut adeo Arcus DB, Anguli DCB mensura (§. 57 *Geom.*), consequenter & ipse Angulus DCB admodum exiguus sit (§. 58, 59 *Geom.*). Erunt igitur multo magis Anguli  $o$  &  $n$  (§. 239 *Geom.*), itemque Angulus  $\gamma$  (§. 144) valde exigui. Eadem de causa DC & CB, itemque DF & FB tanquam quantitate contemptibili differentes pro

æqualibus assumi possunt. Quoniam ita Tab. VII. *Fig. 63.*  
que  $m : \gamma = FD : CF$  &  $n : o = DC : AC$  (§. 19 *Trigon.*); erit  $n + o : o = DC + AC : AC$  (§. 190 *Arithm.*), seu ob  $n + o = m$ ,  $o = \gamma$ , &  $DC = CB$ ,  $m : \gamma = AB : AC$  (§. 168 *Arithm.*), consequenter (§. 167 *Arithm.*).

$$AB : AC = FB : CF$$

$$b : b - a = x : a - x$$

adeoque  $2b - a : b = a : x$  (§. 190 *Arithm.*).

$$\text{Et hinc } \frac{ab}{2b - a} = x$$

$$\text{seu } FB = \frac{AB \cdot BC}{2AB - BC} = \frac{AB \cdot BC}{AB + AC}$$

$$\text{ob } AB - BC = AC.$$

*Theorema.* Si Radius AD in superficiem Speculi Concavi incidens ab Axe AB divergit; erit distantia Puncti concursus F a superficie Speculi BF ad semidiametrum BC, ut distantia Puncti radiantis a superficie Speculi AB ad compositam ex eadem distantia & distantia Puncti radiantis a Centro AC.



Tab. VII. sive Foci a Centro CF desideretur, Fig. 63. cum sit

$$\begin{aligned} CF &= BC - FB \\ \text{erit } CF &= a - \frac{ab}{2b-a} \\ &= \frac{2ab - a^2 - ab}{2b-a} = \frac{ab - a^2}{2b-a} \\ &= \frac{AC \cdot BC}{2AB - BC} = \frac{AC \cdot CB}{AB + AC} \end{aligned}$$

*Theorema.* Si Radius AD in superficiem Speculi Concavi incidens ab Axe divergit; erit ut composita ex distantia Puncti radiantis a superficie Speculi & ejus distantia a Centro, ad distantiam a Centro Speculi; ita semidiameter Speculi, ad distantiam Foci a Centro.

### COROLLARIUM I.

313. Si distantia Puncti radiantis AB sit infinita, erit BC respectu AB infinite parva, adeoque AB & AC haberi possunt pro æqualibus (§. 4 *Analys. infin.*). Quamobrem  $FB = \frac{AB \cdot BC}{2AB}$  (§. 312)  $= \frac{1}{2} BC$ , hoc est, distantia Foci a Speculo FB est dimidio Radio, seu quartæ Diametri parti æqualis: quod consonum iis, quæ supra demonstravimus (§. 209, 211).

### COROLLARIUM II.

314. Quodsi ut ante distantia Puncti radiantis AB sit infinita, erit CF ob rationem eandem  $= \frac{AC \cdot BC}{2AC} = \frac{1}{2} BC$ , hoc est, distantia Foci a Centro est quartæ Diametri parti æqualis: id quod convenit cum Corollario præcedente (§. 313).

### COROLLARIUM III.

315. Quodsi  $AB > BC$ , hoc est, si Punctum radians A ultra Centrum C a Speculo Sphærico Concavo distet; cum sit  $2AB - AB = AB$ , erit  $2AB - BC > AB$  (§. 92 *Arithm.*). Enimvero  $FB = \frac{AB \cdot BC}{2AB - BC}$

(§. 112) &  $\frac{AB \cdot BC}{AB} = BC$ . Quamobrem si AB, BC dividatur per quantitatem ipsa AB majorem, veluti hic per  $2AB - BC$ ; erit  $FB < BC$  (§. 202 *Arithm.*), hoc est, distantia Foci F a superficie Speculi est Radio BC minor, seu Punctum concursus cum Axe intra Centrum a Speculo distat.

### COROLLARIUM IV.

316. Similiter si  $AB > BC$ , seu distantia Puncti radiantis a Speculo Sphærico Concavo major Radio; erit  $AB > AC$  &  $AB + AC > 2AC$  (§. 90 *Arithm.*). Quamobrem cum sit  $CF = \frac{AC \cdot BC}{AB + AC}$  (§. 312) &  $\frac{AC \cdot BC}{2AC} = \frac{1}{2} BC$ ; erit  $CF < \frac{1}{2} BC$  (§. 202 *Arithm.*), hoc est, distantia Puncti concursus a Centro est  $< \frac{1}{2} BC$ , seu quarta Diametri parte.

### COROLLARIUM V.

317. Quamobrem cum Focus Radium parallelorum (qui proprie Focus dicitur) distet a Centro intervallo  $\frac{1}{2} BC$ ; Radius vero divergens AD cum Axe post reflexionem concurrat intervallo minore quam  $\frac{1}{2} BC$ ; Punctum concursus F erit inter Centrum & Focum Radium parallelorum.

### COROLLARIUM VI.

318. Quodsi fuerit  $AB = BC$ , hoc est, si Punctum radians fuerit in Centro Speculi



Tab. VII. culi Sphærici Concavi, erit  $BF = \frac{BC \cdot BC}{2BC - BC}$

Fig. 63. (§. 312)  $= \frac{BC \cdot BC}{BC} = BC$ , hoc est, Punctum concursus erit in ipso Centro C. Idem etiam patet hoc modo.  $CF = \frac{AC \cdot BC}{BA + AC}$  (§. 312). Sed quando  $AB = BC$ , erit  $AC = AB - BC = 0$ , adeoque  $CF = 0$ , hoc est, distantia Puncti concursus a Centro nulla est, consequenter Punctum concursus in ipso Centro est, seu Radius reflexus cum Axe in Puncto radiante concurrat.

## COROLLARIUM VII.

319. Quodsi fuerit  $AB = \frac{1}{2} BC$ , hoc est, si Punctum radians fuerit in Foco Radium parallelorum (§. 313); erit  $BF = \frac{\frac{1}{2} BC \cdot BC}{BC - BC}$  (§. 312)  $= \frac{\frac{1}{2} BC \cdot BC}{0}$ .

Quamobrem cum BF in hoc casu sit quantitas infinita, Punctum concursus cum Axe a Speculo infinito intervallo distat. Quoniam itaque Radius ex Foco in Speculum incidens post reflexionem cum Axe non concurrat, nisi intervallo infinito, hoc est, nunquam; Radius ex Foco in Speculum incidens erit post reflexionem Axi parallelus, quemadmodum supra demonstratum (§. 224).

## COROLLARIUM VIII.

320. Similiter si fuerit  $AB = \frac{1}{2} BC$ , erit  $CF = BC \cdot (AB - BC) : (2AB - BC)$  (§. 313)  $= \frac{BC \cdot -\frac{1}{2} BC}{BC - BC} = -\frac{\frac{1}{2} BC^2}{0} = \infty$ .

Est igitur distantia Puncti concursus a Centro infinita, hoc est, Radius ex Foco in Speculum Concavum incidens post reflexionem ultra Centrum concurrat, intervallo infinito, hoc est, nunquam: id quod cum Corollario præcedente convenit.

## COROLLARIUM IX.

321. Quodsi fuerit  $AB < CB$ , sed Tab. VII.  $> \frac{1}{2} CB$ , hoc est, si Punctum radians inter Focum & Centrum consistat, erit Fig. 63.  $2 AB > CB$ . Ponamus excessum rectæ 2 AB supra CB esse rectam quandam GH: erit

$$2AB = CB + GH$$

$$2AB \cdot \frac{1}{2} CB = CB \cdot \frac{1}{2} CB + GH \cdot \frac{1}{2} CB$$

$$\& 2 AB - CB = GH$$

$$\frac{AB \cdot CB}{2AB - CB} = \frac{CB \cdot \frac{1}{2} CB}{GH} + \frac{1}{2} CB$$

(§. 94 Arithm.)

$$\frac{AB \cdot CB}{2AB - CB} > \frac{1}{2} CB \text{ (§. 84 Arithm.)}$$

$$\text{Enimvero } FB = \frac{AB \cdot CB}{2AB - CB} \text{ (§. 313)}$$

Ergo  $FB > \frac{1}{2} CB$  (§. 89 Arithm.), hoc est, si Punctum radians inter Centrum atque Focum constituatur, Radius divergens ab Axe post reflexionem cum eodem concurrat in distantia quarta Diametri parte majore a superficie Speculi.

## COROLLARIUM X.

322. Iisdem positis, quæ in Corollario præcedente, erit

$$2AB = CB + GH$$

$$AB = \frac{1}{2} CB + \frac{1}{2} GH$$

$$AB - CB = \frac{1}{2} GH - \frac{1}{2} CB$$

$$(AB - CB) CB = \frac{1}{2} GH \cdot CB - \frac{1}{2} CB^2$$

$$\frac{(AB - CB) CB}{2AB - CB} = \frac{1}{2} CB - \frac{\frac{1}{2} CB^2}{GH}$$

$$(\text{§. 94 Arithm.}) < \frac{1}{2} CB \text{ (§. 84 Arithm.)}$$

$$\text{Sed } FC = \frac{(AB - CB) BC}{2AB - CB}$$

$$\text{Ergo } FC < \frac{1}{2} CB \text{ (§. 89 Arithm.)}$$

hoc

Tab. VII. hoc est, si Punctum radians inter Centrum atque Focum constituitur, Radius divergens ab Axe post reflexionem cum eodem concurret in distantia a Centro quarta Diametri parte minore.

### COROLLARIUM XI.

323. Quoniam si ex Puncto radiante inter Centrum & Focum constituto Radius in Speculum Sphæricum Concavum non procul ab Axe incidit, ab eodem reflexus cum Axe concurret in distantia majore quarta Diametri parte a superficie Speculi (§. 321) & minore quarta Diametri parte a Centro (§. 322); Focus autem a Centro non minus, quam a superficie dimidia Radii seu quarta Diametri parte distat (§. 313); Punctum concursus in hoc casu inter Focum atque Centrum est.

### COROLLARIUM XII.

Tab. VII. Fig. 64. 324. Si denique  $AB < \frac{1}{2} CB$ , hoc est, si Punctum radians fuerit inter Focum & superficiem Speculi; erit etiam  $2 AB < CB$  (§. 180 *Aritbm.*) & hinc  $2 AB - BC$  quantitas negativa (§. 17 *Analys. finit.*), consequenter  $FB = \frac{AB \cdot BC}{2AB - BC}$  est quantitas negativa (§. 32 *Analys. fin.*); id quod indicio est Punctum concursus esse post Speculum. Ut enim sit positiva, fieri debet  $\frac{AB \cdot BC}{BC - 2AB}$ .

### COROLLARIUM XIII.

325. Quoniam Radius AD ex Puncto A inter Focum & superficiem Speculi posito in superficiem Speculi incidens ita reflectitur in DG, ut retro continuatus concurrat cum Axe post Speculum in F; ex Puncto F post reflexionem ab Axe divergit (§. 84 *Geom.*).

### COROLLARIUM XIV.

326. Cum Punctum radians A supponatur in Axe Speculi, qui utpote per Centrum C transiens (§. 470 *Geom.*) ad superficiem Speculi perpendicularis (§. 38

*Analys. infinit.*); erit Axis Speculi Catheretus incidentiæ (§. 16). Quamobrem cum VII. in Speculo Sphærico Concavo plerumque Fig. 64. locus Imaginis sit in concursu Radii reflexi cum Catheto incidentiæ (§. 236); per eam, quæ de Puncto concursus dicta sunt, locus Imaginis in diversis casibus determinatur, suntque distantie illius Puncti a superficie Speculi distantie Imaginum a Speculo.

### COROLLARIUM XV.

327. Sit distantia Punctorum radiantium a superficie Speculi in ratione  $1 : m$ . Erunt ergo distantie Imaginum a Speculo ut  $\frac{AB \cdot BC}{2AB - BC}$  ad  $\frac{mAB \cdot BC}{2mAB - BC}$  (§. 311, 326), consequenter ut  $\frac{1}{2AB - BC}$  ad  $\frac{m}{2mAB - BC}$

(§. 181 *Aritbm.*), seu ut  $2mAB - BC$  ad  $2mAB - mBC$  (§. 178 *Aritbm.*). Quod si sit  $m > 1$ ; erit  $2mAB - BC > 2mAB - mBC$ , si vero  $m < 1$ ; erit  $2mAB - BC < 2mAB - mBC$ .

### COROLLARIUM XVI.

328. Quod si ergo  $AB > BC$ , hoc est, si Punctum radians fuerit ultra Centrum a Speculo remotum; Objecto a Speculo recedente, Imago ad idem accedit (§. 327).

### COROLLARIUM XVII.

329. Quod si Punctum radians fuerit ultra Centrum a Speculo remotum, Objecto ad Speculum accedente, Imago ab eodem recedit.

### COROLLARIUM XVIII.

330. Sit jam  $2AB < BC$ , adeoque  $AB < \frac{1}{2} BC$ , hoc est, sit Punctum radians inter Focum & superficiem Speculi; erunt distantie Imaginum ut  $\frac{AB \cdot BC}{BC - 2AB}$  ad  $\frac{mAB \cdot BC}{BC - 2mAB}$  (§. 324, 326), consequenter ut  $BC - 2mAB$  ad  $mBC - 2mAB$ . Quod si ergo  $m > 1$ ; erit  $mBC > BC$ , adeoque  $BC - 2mAB < mBC - 2mAB$ . Si vero  $m > 1$ ; erit  $BC > mBC$ , X 3 BC

Tab. BC — 2mAB > mBC — 2mAB (§. 97 Arithm.)  
 VII.  
 Fig. 64. COROLLARIUM XIX.

331. Quodsi ergo Objectum inter Focum & superficiem Speculi constitutum ad Focum accedit, seu a Speculo recedit, Imago quoque ab eodem recedit.

## COROLLARIUM XX.

332. Si vero idem a Foco recedit, seu ad Speculum accedit; Imago quoque ad idem accedit.

## COROLLARIUM XXI.

333. Quoniam itaque Imago Objecti intra Focum & superficiem Speculi constituti post Speculum apparet (§. 324); Imago majore intervallo post Speculum comparet, si Objectum Speculo propius, quam si ab eodem remotius.

## COROLLARIUM XXII.

334. Quodsi  $BC = \infty$ , hoc est, si Radius ponatur infinitus; Speculum Concavum degenerat in Planum. Enimvero tum AB respectu ipsius BC infinite parva, adeoque nihilo æqualis (§. 4. *Analys. infin.*). Quamobrem etiam 2AB nihilo æquale, adeoque

$$FB = \frac{AB \cdot BC}{BC - 2AB} \quad (§. 312)$$

$$= \frac{AB \cdot BC}{BC} = AB, \text{ hoc est, Imago tanto}$$

intervallo videtur post Speculum Planum, quanto ante ipsum abest: quemadmodum superius demonstratum est (§. 56).

## SCHOLION.

335. Ex Corollaris hisce apparet, quanta facilitate ex Formula Analytica deducantur palmaria de Speculis Concavis Theoremata. Poteramus ex eadem quoque deducere, quæ ad Specula Convexa pertinent; sed majoris evidentie causa Problema sequens subnectimus.

## PROBLEMA XXIX.

336. Data distantia AB Puncti radiantis A a superficie Speculi Sphærici

Convexi DBE, invenire Punctum F, Tab. VII.  
 in quo Radius reflexus GF cum Axe AB concurret. Fig. 65.

## RESOLUTIO.

Sit in C Centrum Speculi & Radius  $CB = a$ , distantia Puncti radiantis a superficie Speculi  $AB = b$ , distantia Puncti concursus Radii reflexi cum Catheto incidentiæ ab eadem superficie Speculi  $BF = x$ ; erit distantia ejusdem a Centro  $FC = a - x$ . Jam  $u = o$  (§. 144) &  $u = t$  atque  $o = y$  (§. 150 *Geom.*), adeoque  $t = y$  (§. 87 *Arithm.*), consequenter ob  $t = n + m$  (§. 239 *Geom.*)  $y = n + m$  (§. 87 *Arithm.*). Cum, ut in Problemate præcedente, Radius incidens AD ipsi AB admodum vicinus ponatur, erit ut ibidem  $AD = AB$ ,  $FD = FB$  & Anguli  $n, m, y$  valde exigui, consequenter  $y : m = FC : BF$  &  $m : n = AB : BC$  (§. 19 *Trigon.*). Quare cum sit  $m + n : m = AB + BC : AB$  (§. 190 *Arithm.*) & ob  $m + n = y$ , per demonstrata,  $y : m = AB + BC : AB$  (§. 168 *Arithm.*); erit etiam (§. 168 *Arithm.*).

$$AC : AB = FC : BF$$

$$\text{adeoque } a + b : b = a - x : x$$

$$\frac{ab - bx = ax + bx}{ab = 2bx + ax}$$

$$\frac{ab}{2b + a} = x FB$$

$$\text{hoc est } \frac{AB \cdot BC}{2AB + BC} = \frac{AB \cdot BC}{AC + BA} = FB$$

$$\text{seu } FB : BC = AB : AC + BA$$

Theorema. Si Radius AD incidens in superficiem Speculi Convexi ab Axe AC non

non nimis divergit; erit distantia Puncti concursus Radii reflexi cum Axe a superficie Speculi ad Radium convexitatis, ut distantia AB Puncti radiantis a superficie Speculi AB ad compositam AC+BA ex distantia ejusdem Puncti a Centro & distantia a superficie.

Quodsi distantia Puncti concursus Radii reflexi cum Catheto incidentiæ F a Centro Speculi FC quærat, erit ob

$$CF = BC - BF$$

$$CF = a - \frac{ab}{2b+a} = \frac{2ab+a^2-ab}{2b+a} = \frac{ab+a^2}{2b+a}$$

$$= \frac{(AB+BC)BC}{2AB+BC} = \frac{AC \cdot BC}{AC+AB}$$

adeoque  $AC+AB : AC = BC : CF$

*Theorema.* Si Radius AD incidens in superficiem Speculi Sphærici Convexi non multum ab Axe ejus AC divergit, erit distantia Puncti concursus F Radii reflexi GF a Centro Speculi FC ad Radium convexitatis BC, ut distantia Puncti radiantis a Centro Speculi AC ad compositam ex eadem distantia AC & distantia ejusdem a superficie Speculi AB.

### COROLLARIUM I.

337. Quoniam  $AC + BA > AB$ ; erit  $\frac{AB}{AC+BA} < 1$  (§. 221 *Arithm.*); adeoque  $\frac{AB \cdot BC}{AC+BA} < BC$  (§. 180 *Arithm.*). Distantia igitur Puncti concursus Radii reflexi cum Catheto incidentiæ in Speculo Sphærico Convexo ab ejus superficie semper minor est Radio.

### COROLLARIUM II.

338. Quare cum Imago Puncti radiantis A videatur in isto Puncto concursus

(§. 151); in Speculo Sphærico Convexo semper videtur inter Centrum & superficiem Speculi.

### COROLLARIUM III.

339. Sit  $AB = \infty$ , erit BC respectu AB infinite parva, adeoque  $2AB + BC = 2AB$  (§. 4 *Anal. infin.*), consequenter  $\frac{AB \cdot BC}{2AB + BC} = \frac{AB \cdot BC}{2AB} = \frac{1}{2} BC = FB$ . Distantia igitur Puncti concursus Radii reflexi cum Catheto incidentiæ nunquam majore intervallo a superficie Speculi distat, quam dimidio Convexitatis Radio.

### COROLLARIUM IV.

340. Quoniam distantia Puncti radiantis habetur pro infinita, si Radius ab Axe divergens eidem ad sensum sit parallelus; Radius a Puncto remoto in superficiem Speculi Sphærici Convexi incidens cum Catheto incidentiæ concurrat intervallo quartæ Diametri partis.

### COROLLARIUM V.

341. In Speculo Sphærico Convexo Imago nunquam majore intervallo distat a superficie Speculi quam quarta Diametri parte (§. 339) & Imago quidem Objecti valde remoti a Superficie Speculi quarta Diametri parte distat.

### SCHOLIUM.

342. Objectum an valde remotum sit, æstimatur ex ratione Radii BC ad ejus distantiam a Superficie Speculi AB. In minoribus adeo Speculis minor distantia ad hoc sufficit, quam in majoribus.

### COROLLARIUM VI.

343. Quodsi Radius convexitatis BC fuerit infinitus, hoc est, si Speculum fuerit Planum; erit  $2AB$  respectu  $BC = 0$  (§. 4 *Anal. infin.*), adeoque  $BF = \frac{AB \cdot BC}{BC} = AB$ .

In

In Speculo itaque Plano Imago tanto intervallo videtur post Speculum, quanto ante ipsum ab eodem abest.

### COROLLARIUM VII.

344. Sit ratio distantiarum Punctorum radiantium =  $1:n$ ; erunt distantie Imaginum a superficie Speculi inter se ut  $\frac{ab}{2b+a}$

ad  $\frac{nab}{2nb+a}$ , adeoque ut  $ab$  ( $2nb+a$ ) ad  $nab$  ( $2b+a$ ) (§. 178 Arithm.), consequenter ut  $2nb+a$  ad  $2nb+na$  (§. 181 Arithm.).

### SCHOLIUM.

345. Quodsi ergo n explicetur per aliquem numerum, denturque  $a \& b$ ; ratio distantiarum innoscitur in numeris.

### COROLLARIUM VIII.

346. Quodsi  $1:n$  fuerit ratio majoris inæqualitatis seu  $n > 1$ ; erit  $na > a$ , adeoque  $2nb+na > 2nb+a$  (§. 90 Arithm.). Crescente adeo distantia Puncti radiantis extra Speculum crescit distantia Imaginis a superficie Speculi intra Speculum. Recedente igitur Obiecto a Speculo, Imago ejus intra Speculum a superficie versus Centrum recedit.

### COROLLARIUM IX.

347. Quodsi  $1:n$  fuerit ratio minoris inæqualitatis, seu  $n < 1$ ; erit  $na < a$ , adeoque  $2nb+na < 2nb+a$  (§. 90 Arithm.). Decrecente adeo distantia Puncti radiantis a Speculo decrescit distantia Imaginis a superficie. Visibilis itaque ad Speculum accedentis Imago ad ejus superficiem accedit, a Centro recedens.

### COROLLARIUM X.

348. Quodsi  $b$  fuerit = 0, hoc est, si visibile superficiem Speculi tangit, erit  $\frac{ab}{2b+a} = 0$ , adeoque distantia a superficie Speculi nulla est. Videtur igitur Imago in ipsa Speculi superficie.

### SCHOLIUM.

349. Atque ex his Corollaris intelligitur, cur Imago Styli longioris superficiem Speculi altero suo extremo contingentis & Diametro Speculi in directum sui sit eidem continua & in directum sita.

### COROLLARIUM XI.

350. Si fuerit  $b = a$ , seu visibile a Speculo Radii intervallo distet; erit  $\frac{ab}{2b+a} = \frac{a^2}{3a} = \frac{1}{3}a$ ; seu Imago tertia semidiametri parte a superficie Speculi distat, adeoque duabus tertiis a Centro.

### COROLLARIUM XII.

351. Quodsi fuerit  $b = na$  &  $n > 1$ , seu distantia Puncti radiantis major Radio; erit

$$\frac{ab}{2b+a} = \frac{na^2}{2na+a} = \frac{na}{2n+1} = \frac{n}{2n+1}a.$$

Quoniam  $2n+1 > n$ ; erit  $\frac{n}{2n+1}a < a$  (§. 221 Arithm.). Idem adhuc obtinet, si  $n < 1$ . Distantia igitur Imaginis a superficie Speculi continuo minor est Radio, quantacunque fuerit distantia Imaginis: id quod jam alio modo ante elicuimus.

### COROLLARIUM XIII.

352. Quodsi fuerit  $n = \infty$ , erit unitas respectu  $2n$  nihilo æqualis (§. 4 Analys. infinit.), & distantia Imaginis a superficie Speculi  $\frac{na}{2n} = \frac{1}{2}a$ , seu dimidio Radio æqualis: quemadmodum denuo jam ante reperimus.

### COROLLARIUM XIV.

353. Quodsi ponamus  $\frac{ab}{2b+a} = \frac{1}{2}a$ ; hoc est, si Imago a superficie Speculi distet intervallo quartæ partis Diametri; erit  $2ab = 2ab+aa$ , adeoque  $aa = 0$ : quod cum sit absurdum, Imago a superficie Speculi nunquam quarta Diametri parte distare



distare potest, si Radius incidens a Catheto incidentiæ divergit.

SCHOLIION.

354. Consentit hoc cum Superioribus, ubi distantiam Visibilis infinitam requisivimus, ut Imago distet a superficie Speculi quarta Diametri parte: tum enim Radius incidens Catheto incidentiæ censetur parallelus.

COROLLARIUM XV.

355. Si Radii duorum Speculorum fuerint ut  $a$  ad  $na$ , sitque  $n > 1$ ; erunt distantia Imaginum a superficiebus Speculorum, Visibili ab utroque Speculo eodem intervallo remoto, ut  $\frac{ab}{2b+a}$  ad  $\frac{nab}{2b+na}$ , adeoque ut  $2b+na$  ad  $2nb+na$  (§. 178, 181 Arithm.). Quamobrem cum sit  $2nb > 2b$  ex hypothesi, distantia Imaginis in Speculo majoris Sphæricitatis major est, in Speculo minoris minor, seu Imago ejusdem Visibilis in eadem distantia a Speculo majore intervallo videtur post Speculum, si majoris fuerit Sphæræ segmentum, quam si minoris fuerit.

COROLLARIUM XVI.

356. Sit  $\frac{ab}{2b+a} = b$ , seu distet Imago visibilis tanto intervallo a Superficie Speculi, quanto ante ipsum idem abest; erit  $ab = 2bb + ab$ , adeoque  $2bb = 0$ : quod cum sit absurdum, in Speculo Sphærico Convexo Imago nunquam tanto intervallo post Speculum esse potest, quanto ante ipsum Objectum constituitur.

COROLLARIUM XVII.

357. Sit  $\frac{ab}{2b+a} = \frac{1}{2}b$ , seu sit distantia Imaginis post Speculum distantia Visibilis a Speculo dimidia; erit  $ab = bb +$

Wolffii Oper. Math. Tom. III.

$\frac{1}{2}ab$  adeoque  $\frac{1}{2}ab = bb$ , seu  $\frac{1}{2}a = b$ . Obiectum igitur a Speculo intervallo dimidii Radii Speculi ab eodem distare debet, ut Imaginis distantia sit dimidia distantia Obiecti.

SCHOLIION.

358. Ex his Corollaris intelligitur, quanta facilitate plurima Catoptrica Theoremata inveniri possint, ope Theorematum generalium, quæ & ipsa absque multa difficultate eruantur. Poterat hæc Theoria etiam extendi ad alias Curvas: possunt tamen aliis quoque Methodis Puncta concursus Radiorum reflexorum cum Axe inveniri. Ut industriam Lectoris excitemus, sequens addere lubet Problema.

PROBLEMA XXX.

359. Invenire Punctum F, in quo Tab. Radius GM vel EM Axi AK Parabola VII. AMN parallelus cum eodem post reflexio- Fig. 66. nem concurrat, sive in Concavitate, sive in Convexitatem incidat.

RESOLUTIO.

Sit MH ad Parabolam in M normalis & Parameter Parabolæ  $= a$ , AP  $= x$ , AF  $= y$ ; erit PH  $= \frac{1}{2}a$  (§. 36 Analys. infin.), FP  $= x - y$  & FH  $= \frac{1}{2}a + x - y$ . Jam ob parallelismum rectarum GM & AK Angulus GMH  $=$  MHF (§. 233 Geom.) & ex natura reflexionis FMH  $=$  GMH (§. 144), adeoque MHF  $=$  FMH (§. 87 Arithm.), consequenter FH  $=$  FM (§. 253 Geom.). Est vero PM<sup>2</sup>  $= ax$  (§. 388 Analys. fin.), adeoque FM<sup>2</sup>  $= x^2 + 2xy + y^2 + ax$  (§. 417 Geom.). Quamobrem cum sit FH<sup>2</sup>  $= \frac{1}{4}a^2 + ax + x^2 - ay - 2xy + y^2$  per demonstr. erit itidem, per demonstrata,

Y  $x^2$



$$\frac{x^2 - 2xy + y^2 + ax = \frac{1}{4}a^2 + ax + x^2 - ay - 2xy + y^2}{\text{adeoque } 0 = \frac{1}{4}a^2 - ay}$$

$$\frac{ay = \frac{1}{4}a^2}{y = \frac{1}{4}a}$$

*Theorema.* Si Radius parallelus FM  
vel MF incidat in Parabolam AMN, post

reflexionem in Puncto F cum Axe con-  
currit, quod a Vertice A quarta Parame-  
tri parte distat.

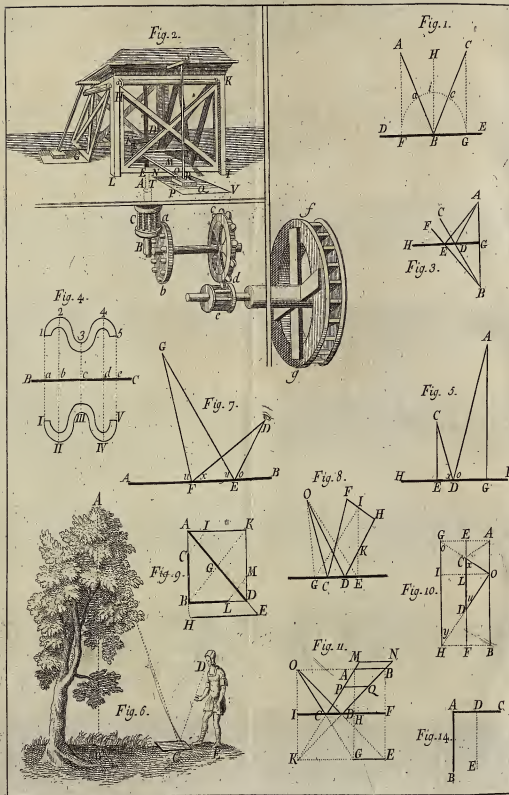
## S C H O L I O N.

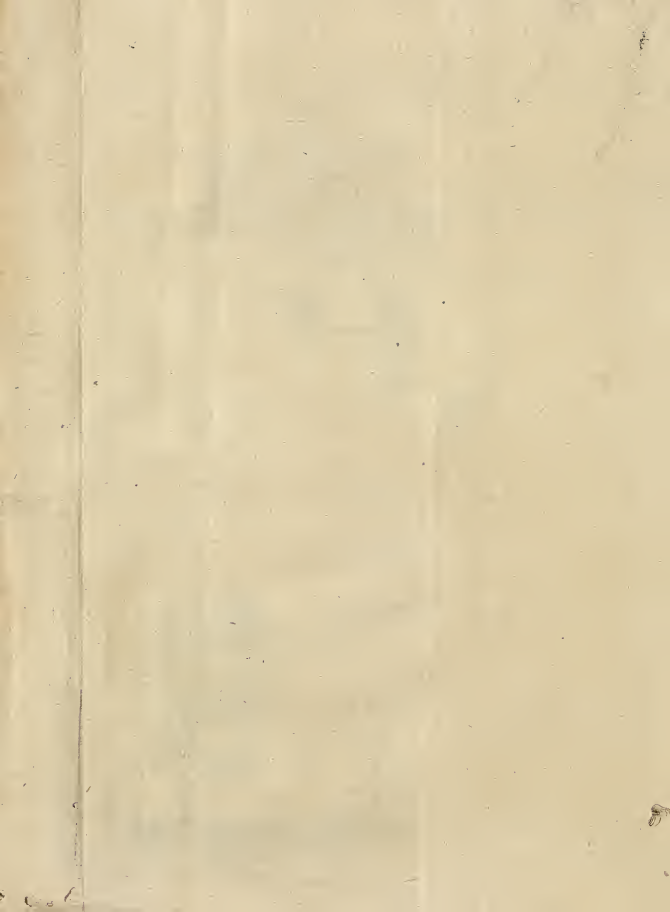
360. Non absimili modo Punctum, ubi  
Radius reflexus quicumque cum Axe alterius  
Curvæ concurrat, inveniri potest.

## F I N I S C A T O P T R I C Æ.



# FIG. CATOPTR. TAB. I.





# FIG. CATOPTR. TAB. II.

Fig. 12.



Fig. 13.

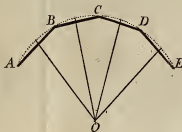


Fig. 16.

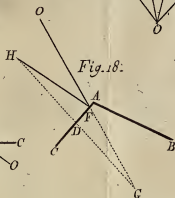


Fig. 18.

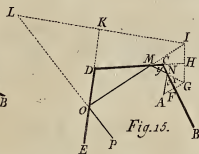


Fig. 15.

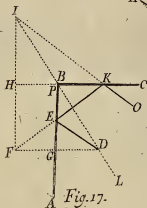


Fig. 17.

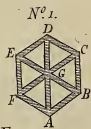


Fig. 21.

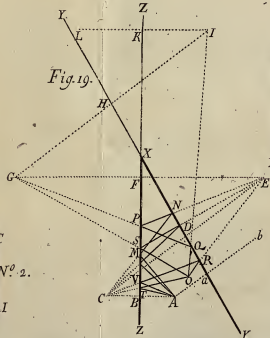
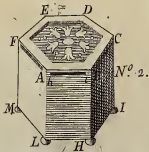


Fig. 19.

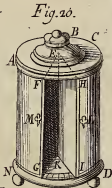


Fig. 20.

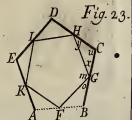


Fig. 23.

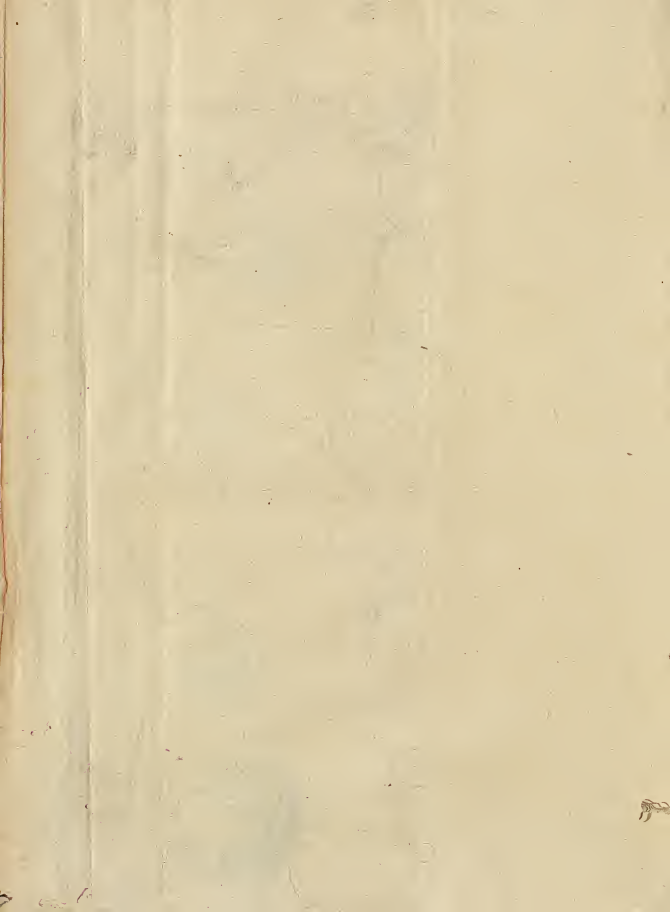
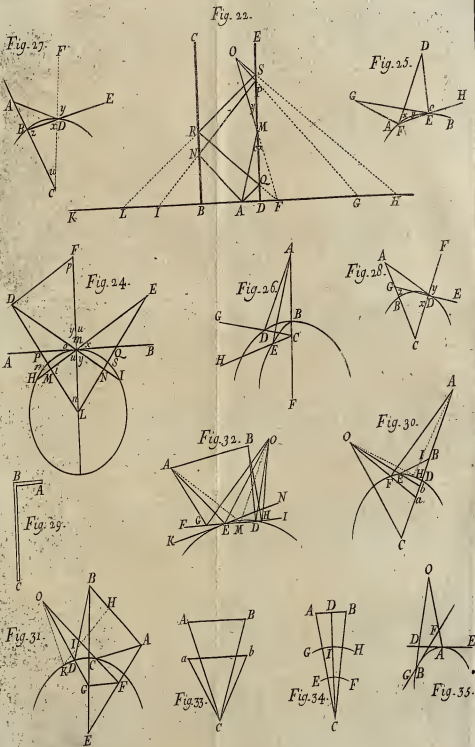
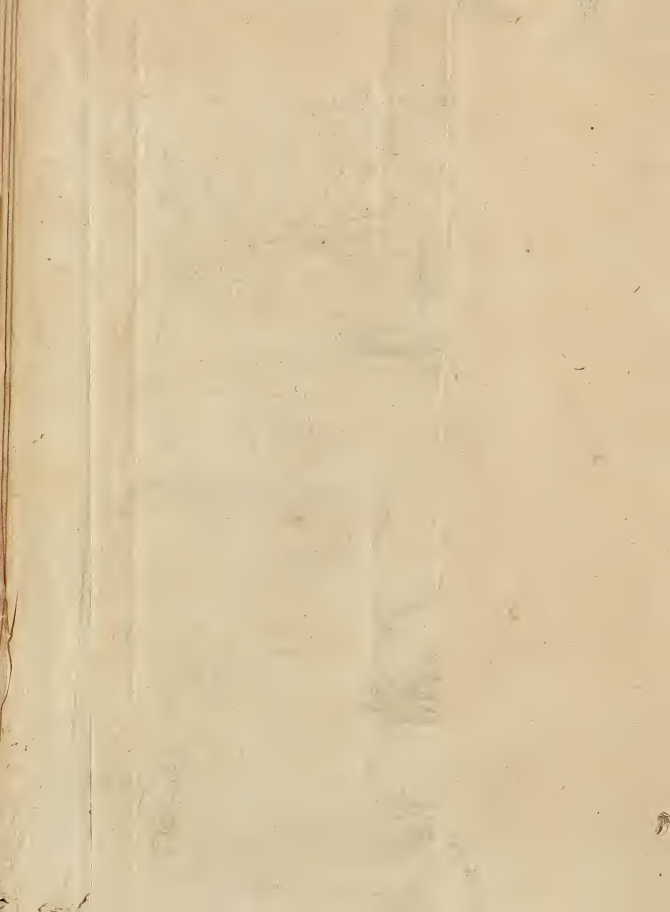


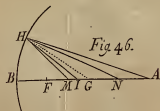
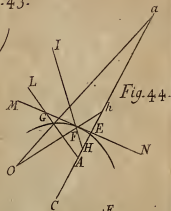
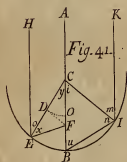
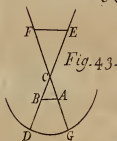
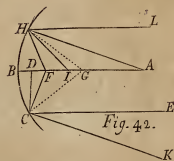
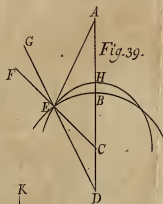
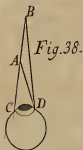
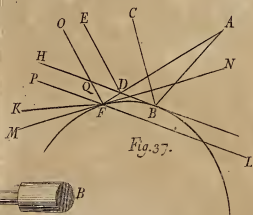
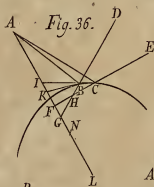
FIG. CATOPTR. TAB. III.

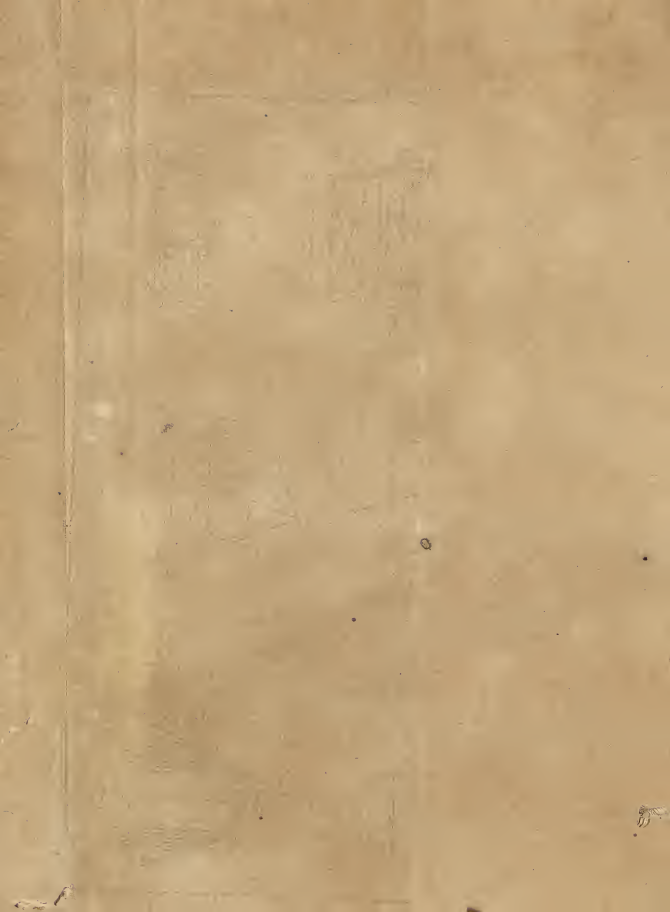




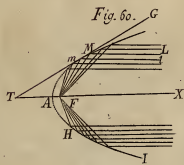
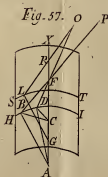
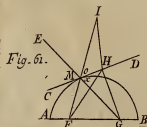
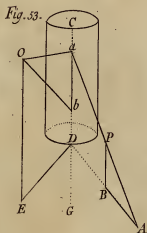
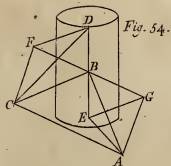
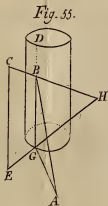
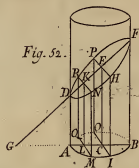
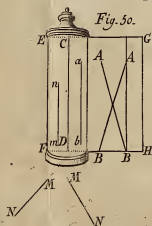
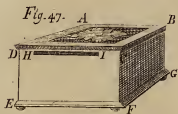


# FIG. CATOPTR. TAB. IV.





## FIG. CATOPTR. TAB. V.



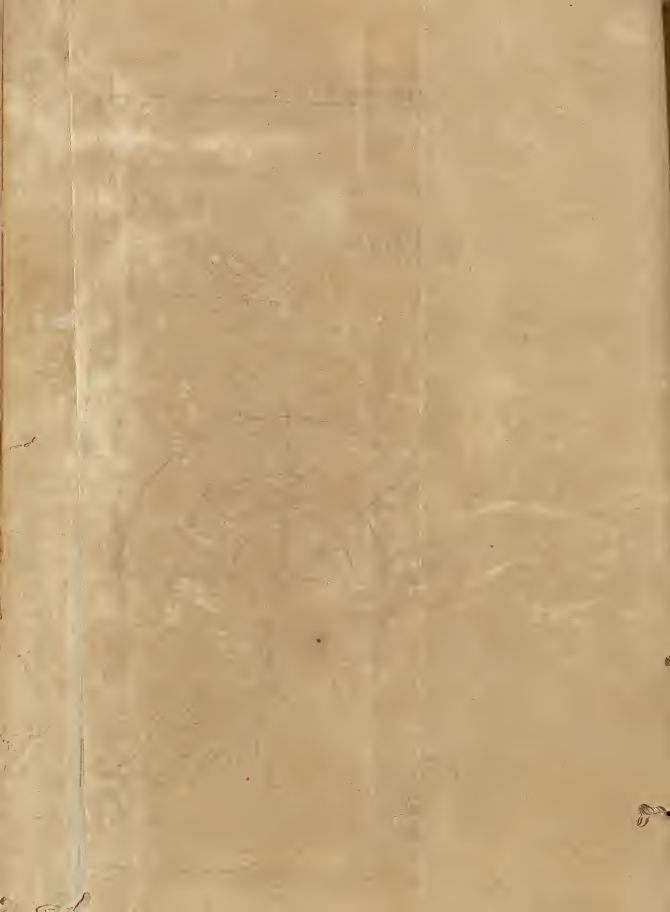
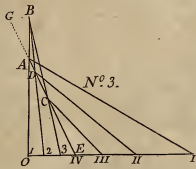
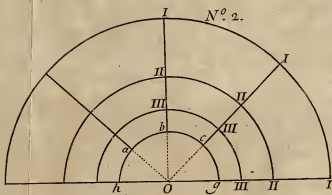
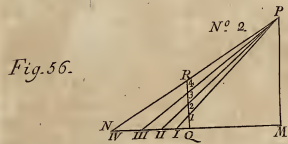
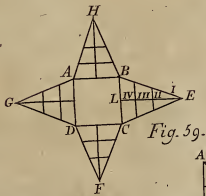
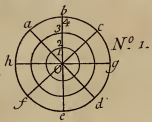
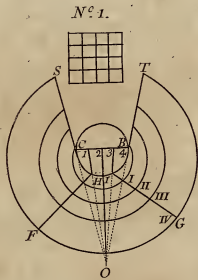


FIG. CATOPTR. TAB. VI.











# ELEMENTA DIOPTRICÆ.

## P R Æ F A T I O.



Odie *DIOPTRICA* Telescopiorum ac Microscopiorum perfectioni potissimum destinatur: unde ratio refractionis in Specillis seu Vitris politis cujuscunque figuræ inprimis in ea explicatur. Plerique Autores utuntur proportionem prope vera Angulorum inclinationis & refractionis, quam in his Elementis quoque illustravi: *MOLYNEUX* & *HUGENIUS* soli veram proportionem sinuum Anguli inclinationis & refracti adhibent, quamvis diversa ratione. Ille enim calculo Geometrico Puncta concursus & dispersionis Radiorum eruit: hic vero generaliter absque certa Hypothesi eadem invenire docet. Ego ex vera refractionis Lege indolem refractionis generaliter in omni Diaphano Figuræ potissimum Planæ ac Sphæricæ demonstro & generalia ad Specilla Vitrea & Aquea applico, ac inde Telescopiorum ac Microscopiorum, aliorumque Instrumentorum

Dioptricum constructionem deducō. Aliqua tamen Exempla Demonstrationum vulgarium afferō, ut Methodorum varietas innotescat ad amplificandum Ingenii vires, quem scopum labori meo non ultimum præfigendum esse statui. Prodest Dioptrices cognitio illis, qui rerum naturalium cognitionem curæ cordique habent: neque enim solum Principia suppeditat, unde Quæstiones Physicæ permultæ enodantur, verum etiam veræ Methodi Philosophandi de Rebus naturalibus ideam Lectoribus insinuat & varias observandi & experimentandi Methodos suppeditat. In Astronomia utilis est tum ad observandum, tum ad demonstrandum, ut hodie sine Dioptrica mancum ac mutilum dicendum sit Astronomiæ studium. Varias quoque ad vitam affert utilitates & jucunditates: quod satis perspicient, qui vel hæc Elementa attentione non superficialia perlustrabunt. Addidi eum in finem Vitrorum polierendorum aliorumque perficiendorum Praxes, ut iis una consulerem, qui superficialia cognitione rerum contenti ad Instrumenta Dioptrica paranda potissimam curam dirigunt.

# ELEMENTA DIOPTRICÆ.

## CAPUT PRIMUM.

### De Fundamentis Dioptrica.

#### DEFINITIO I.

1. **D**IOPTRICA seu *Anaclastica* est Scientia Visionis refractæ.

#### SCHOLIUM.

2. Potissimum autem in Dioptrica traditur Refractio Luminis in Vitris Lenticularibus, quia ex iis tum Telescopia, tum Microscopia, tum Vitra Cautica, tum alie Machinae Dioptricae parantur: propterea quod hæ Theoria utilitate sua sese commendant.

#### DEFINITIO II.

3. *Visio refracta* est, quæ fit per Radios refractos.

#### DEFINITIO III.

4. *Radius incidens* seu *Linea incidentie* est recta AB, per quam Lumen irrefractum in eodem medio propagatur a Puncto refractionis usque ad Superficiem Corporis refringentis HKLL.

#### DEFINITIO IV.

5. *Radius refractus* seu *Linea refractionis* est recta BC, per quam Lumen post refractionem in medio diversæ densitatis ab eo, per quod a Puncto radiante emanaverat, propagatur.

#### DEFINITIO V.

6. *Superficies refringens* est Superficies Diaphana, in qua fit refractionis, seu in qua Radius incipit a via pristina deviare.

#### DEFINITIO VI.

7. *Punctum refractionis* est Punctum Tab. I. B in superficie refringente, in quo refractionis contingit. Vocatur idem respectu Radii incidentis AB *Punctum incidentie*. Fig. 1.

#### DEFINITIO VII.

8. *Planum refractionis* est, in quo sunt Radius incidens AB & refractus BC.

#### DEFINITIO VIII.

9. *Axis incidentie* est recta DB ad Superficiem refringentem in Puncto incidentiæ perpendicularis, ducta in eodem medio, unde incidit Radius.

#### DEFINITIO IX.

10. *Axis refractionis* est recta BE ad Superficiem refringentem in Puncto refractionis B perpendicularis, ducta in medio refringente.

#### DEFINITIO X.

11. *Angulus incidentie* est Angulus ABI, quem facit Radius incidens AB cum Superficie refringente HI.

#### DEFINITIO XI.

12. *Angulus inclinationis* est Angulus ABD, quem facit Radius incidens AB cum Axe incidentiæ DB.

#### DEFINITIO XII.

13. *Angulus refractionis* est angulus



Tab. I. Ius MBC, quem facit Radius refractus  
Fig. 1. BC cum incidente MB ultra Superficiem refringentem protracto.

## DEFINITIO XIII.

14. *Angulus refractus* est Angulus CBE, quem facit Radius refractus BC cum Axe refractionis BE.

## DEFINITIO XIV.

15. *Lens* seu *Specillum* dicitur Vitrum formæ Lenticularis.

## DEFINITIO XV.

16. *Vitrum Plano-convexum* est, cujus Superficies altera convexa, altera plana. Communiter intelligitur Convexitas Sphærica, nisi expresse contrarium moneatur.

## DEFINITIO XVI.

17. *Vitrum Convexo-convexum* est, cujus utraque Superficies Convexa. Dicitur etiam *utrinque Convexum*. Estque vel *equaliter Convexum*, si eadem Diameter utriusque Convexitatis; vel *inaqualiter convexum*, si Convexitatum Diametri diversæ.

## DEFINITIO XVII.

18. *Vitrum Plano-concavum* est, cujus altera Superficies concava, altera plana. Communiter intelligitur Concavitas Sphærica, nisi diserte contrarium moneatur.

## DEFINITIO XVIII.

19. *Vitrum Concavo-concavum* est, cujus utraque Superficies concava. Dicitur etiam *utrinque Concavum*. Estque vel *equaliter Concavum*, si Concavitatis eadem Diameter, vel *inaqualiter Concavum*, si Concavitatum Diametri sunt diversæ.

## DEFINITIO XIX.

20. *Meniscus* est Vitrum, cujus altera Superficies Convexa, altera Concava. Vocatur etiam interdum *Lunula*.

## DEFINITIO XX.

21. *Axis Lentis* est recta, transiens per Axem ejus Solidi, cujus Segmentum Lens existit.

E. gr. Lens Sphærica Plano-convexa est segmentum alicujus Sphæra: ejus itaque Axis idem est cum Axe Sphæra, seu recta per hunc transiens.

## DEFINITIO XXI.

22. *Punctum concursus* est Punctum, in quo Radii refracti concurrunt, si per refractionem sunt convergentes. Vocatur etiam *Focus*.

## DEFINITIO XXII.

23. *Punctum dispersus* est Punctum, ex quo Radii refracti divergunt, si post refractionem divergentes evadunt. Vocatur etiam *Focus virtualis*.

## PROBLEMA I.

24. *In Legem Refractionis per Experimenta inquirere.*

## RESOLUTIO.

Si desideretur Refractio ex Aere in Vitrum, qua potissimum opus habemus in Dioptrica,

1. Paretur Cubus Vitreus CBEDGFHI Tab. I. exacte politus. Fig. 2.
2. Jungantur ad angulos rectos duo asserculi dedolati NIPO & NABI, ita ut latitudo communis IN excedat latus Cubi IH, multo magis autem idem superet longitudo inferioris NO: altitudo vero minoris CH sit lateri Cubi æqualis.

3. Obvertatur hoc Instrumentum Anacasticum Soli in diversis altitudinibus supra Horizontem, noteturque terminus Umbrae tam intra Cubum in K, quam extra eum in L.

Tab. I. Fig. 3. 4. Quoniam CK est Radius refractus, CL vero irrefractus; erit HCK Angelus refractus (§. 14), KCL Angelus refractionis (§. 13) & HCL Angelus inclinationis (§. 12), consequenter si CL sumatur pro Sinu toto, HL Sinus Anguli inclinationis, & HK Sinus Anguli refracti (§. 2 Trigon.). Observare igitur licebit rationem Sinus Anguli refracti HK ad Sinum Anguli inclinationis HL, utramque nempe Lineam HK & HL, accurate in Scala subtiliter divisa dimetiendo.

5. Et quia in Triangulo HCL ad H rectangulo latera HC & HL dantur, itemque in Triangulo CHK latera HC & HK; invenietur Angelus inclinationis HCL & Angelus refractus HCK (§. 38 Trigon.).

6. Si loco Cubi vitrei adhibeatur Vasculum aqua, vel alio liquore plenum, Refractio ex Aere in Aquam vel liquorem alium observabitur.

### COROLLARIUM I.

25. Radius in ingressu ex Aere in Vitrum aut generaliter ex medio rariori in densius, ad Axem refractionis frangi observatur: hinc Angelus refractus minor Angulo inclinationis, & Radius perpendicularis ad Superficiem refringentem irrefractus transir.

### COROLLARIUM II.

26. Ratio Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti constans deprehen-

ditur; nempe, si refraçtio fit ex Aere in Vitrum, major quam 114 ad 76, minor vero quam 115 ad 76, hoc est, quam proxime ut 3 ad 2, observante HUGENIO (a).

### SCHOLION I.

27. Consentit cum hac Observazione altera Illustr. NEWTONI (b), qua Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti exhibetur ut 31 ad 20, hoc est, iidem fere ut 3 ad 2. Hac igitur proportionem ad explicandas refractiones in Lentibus vitreis commode utimur in Dioptricis. Quamvis enim in omni Vitro non sit eadem refractionis quantitas, in argumentis tamen Physicis omnimoda accuratone non est opus.

### SCHOLION II.

28. In Aqua pluvia CARTESIUS rationem Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti deprehendit (c) ut 250 ad 187, hoc est, propemodum ut 4 ad 3: cum quo denuo conspirat Observatio NEWTONI (d), vi cuius ratio obtinet ut 529 ad 396. Ceterum idem NEWTONUS in Spiritu vini eam facit ut 100 ad 73, quae iidem a sesquitertia non multum abit; in Aere vero ut 3851 ad 3850.

### SCHOLION III.

29. Multa dantur Methodi observandi quantitatem Refractionis, passim apud Autores explicatae. Ergo hic tradidi eam, quam KEPLERUS (e) commendat, quia nulla Dioptrices principia supponit, alias additurus inferius, ubi earum fundamenta demonstrabuntur.

### COROLLARIUM III.

30. Uno igitur Angulo inclinationis &, qui ipsi responderet, refraçtio per Observationem reperto, facile per computum eruuntur Anguli refracti singulis Angulis inclinationis respondentes.

Co-

(a) In Dioptrica p. 5.

(b) Optic. Lib. II. Part. 3. p. 132. edit. Lat.

(c) In Tract. de Meteoris Cap. 8. §. 10. p. m.

211.

(d) Loc. cit.

(e) Dioptr. Lib. I. Prop. 3.

## COROLLARIUM IV.

31. Si Angulus inclinationis graduum 70, Angulus refractus  $38^{\circ} 50'$ , observantibus KIRCHERO (a) & ZAHNIO (b).

## SCHOLIUM IV.

32. Et hinc ZAHNIUS condidit Tabulam Refractionum ex Aere in Vitrum ad singulos gradus Anguli inclinationis, quam hic contraxam exhibemus.

Angul. inclin.	Angul. refractus.	Angul. refractionis.
2	$0^{\circ} 40' 5''$	$0^{\circ} 19' 55''$
1	1. 20. 6	0. 39. 54
3	2. 0. 3	0. 59. 56
4	2. 40. 5	1. 19. 55
5	3. 20. 3	1. 39. 57
6	3. 59. 50	2. 0. 10
7	4. 39. 48	2. 20. 12
8	5. 19. 49	2. 40. 11
9	5. 59. 35	3. 0. 25
10	6. 39. 16	3. 20. 44
11	7. 18. 55	3. 41. 5
12	7. 58. 32	4. 1. 28
13	8. 38. 2	4. 21. 58
14	9. 17. 25	4. 42. 35
15	9. 56. 46	5. 3. 14
16	10. 35. 59	5. 24. 1
17	11. 15. 3	5. 44. 57
18	11. 54. 5	6. 5. 55
19	12. 34. 36	6. 25. 24
20	13. 11. 35	6. 48. 25
25	16. 22. 51	8. 37. 9
30	19. 29. 29	10. 30. 31
35	22. 30. 18	12. 29. 42
40	25. 34. 6	14. 35. 54
45	28. 9. 19	16. 50. 41
50	30. 44. 35	19. 15. 25
60	35. 18. 12	24. 41. 48
70	38. 50. 0	31. 10. 0
80	41. 5. 15	38. 54. 55
90	41. 51. 40	48. 8. 20

(a) In Arte Magna Lucis & Umbrae Lib. VIII. Part. 1. Cap. 2.

(b) In Oculo artific. Fund. 2. Synt. 1. Cap. 2. f. 228. & seqq.

## COROLLARIUM V.

33. Quodsi itaque Angulus inclinationis fuerit minor quam 20 graduum, & Radius ex Aere in Vitrum refrangatur; Angulus refractionis erit propemodum pars tertia inclinationis. Angulus enim refractionis, qui convenit inclinationi unius gradus, a parte tertia deficit 5 secundis, Angulus refractionis respondens inclinationi duorum graduum a parte tertia abest 9 secundis, & ita porro. Angulo inclinationis 20 graduum responderet Angulus refractionis  $6^{\circ} 48' 25''$ , adeoque excedit partem tertiam  $8' 25''$ . Sed Angulus refractionis conveniens Angulo inclinationis 30 graduum, partem tertiam jam superat gradu dimidio & 31 secundis & inde excessus continuo fit major.

## COROLLARIUM VI.

34. Quamdiu itaque Angulus inclinationis minor fuerit quam 20 graduum; Radius ex Aere in Vitrum refrangitur ad Axem refractionis seu incidentiæ tertia propemodum parte Anguli inclinationis.

## SCHOLIUM V.

35. Hoc principio utitur KEPLERUS ad demonstrandas Refractiones in Specillis in sua Dioptrica, & post ipsum usi sunt Scriptores Dioptrica plerique omnes. Exemplo enim ALHAZENI & VITELLIONIS, Legem Refractionis quesivit in ratione Angulorum, adeoque ad veritatem puram pervenire non potuit. Constantem rationem esse Sinuum Angulorum inclinationis & refracti, multiplici Experimento detexit WILLEBRORDUS SNELLIUS, quamvis non adverterit Lineas, per quas rationem constantem explicavit, esse illorum Angulorum Sinus. Ex ejus scripto non edito eandem rationem constantem non nominato SNELLIO, proposuit CARTESIUS (c), cui vulgo hoc inventum tribui solet. SNELLIO idem vindicat HUGENIU

(c) In Dioptrica Cap. 2. §. 2. p. m. 57.

cui constabat, CARTESIIUM Tractatum SNELLII vidisse (a). Ceterum cum ex Optica (§. 192) constet, Radius Luminis omnes non ejusdem esse refrangibilitatis; constans illa ratio admittenda est diversa in singulis Radiorum speciebus: unde quam a se observatam contendunt Autores, eam de Radiis medium refrangibilitatis gradum habentibus, hoc est, viridibus intelligendam esse jam monuit perspicacissimus NEWTONUS (b). „Differentiam tamen adeo parvam judi-  
cat, ut raro ejus ullam rationem ha-  
beri sit necesse.

PROBLEMA II.

Tab. I. 36. In Legem Refractionis per ra-  
tionem inquirere.

RESOLUTIO.

Quoniam Lumen in diversis mediis, diversa quippe vi resistentibus, eadem celeritate moveri nequit, fit ratio celeritatis Luminis incidentis AB ad celeritatem refracti BC = m : n. Erunt itaque tempora, quibus Lineæ AB & BC percurruntur in ratione n BA ad m BC (§. 28 Mechan.). Demittantur perpendiculares AQ & CP fiatque AQ = a, CP = b, PQ = c, PB = x, erit BQ = c - x, consequenter BC = √(bb + xx) & AB = √(aa + cc - 2cx + xx), adeoque tempus, quo percurritur via AB + BC = m√(bb + xx) + n√(aa + cc - 2cx + xx): quod erit minimum aliquod; quia, cum natura semper via brevissima agat, Lumen ex A in C via brevissima pervenire debet. Habemus adeo

$$\frac{mxdx}{\sqrt{(b^2+x^2)}} + \frac{nx dx - ncdx}{\sqrt{(aa+cc-2cx+xx)}} = 0 \quad \begin{matrix} \text{Tab. I.} \\ \text{Fig. I.} \end{matrix}$$

(§. 61 Analys. infinit.)

& hinc

$$mx : \sqrt{(b^2+x^2)} = n(c-x) : \sqrt{(a^2+c^2-2cx+x^2)}$$

hoc est, mPB : BC = nBQ : BA  
Fiat EC = BA  
crit mPB = nBQ

consequenter m : n = BQ : PB

Quodsi ergo BA seu BC sumatur pro Sinu toto, erit BQ Sinus anguli A, & PB Sinus anguli C (§. 2 Trigon.), hoc est, quia AQ & PC ipsi DE parallelæ (§. 241 Geom.), PB Sinus Anguli CBE & BQ Sinus ipsius ABD (§. 222 Geom.), nempe PB Sinus Anguli refracti (§. 14), BQ vero Sinus Anguli inclinationis (§. 12). Pater adeo, Sinum Anguli inclinationis esse ad Sinum Anguli refracti in ratione constante, ea nempe, qua est celeritatis Luminis ante refractionem ad celeritatem ejusdem post refractionem.

COROLLARIUM I.

37. Quodsi Radius refractus CB sumatur pro incidente, erit ut n ad m ita Sinus Anguli CBE ad Sinum Anguli refracti (§. 36). Est vero etiam ut n ad m ita Sinus Anguli CBE ad Sinum Anguli ABD (§. cit.). Ergo Sinus anguli ABD est idem cum Sinu Anguli refracti (§. 177 Arithm.), consequenter ABD est Angulus refractus incidentis CB (§. 2 Trigon.). Radius adeo CB, si contraria ratione refringitur, cum incidente BA coincidit.

COROLLARIUM II.

38. Quando itaque Radius ex Vitro in Aerem, & generaliter ex Medio densiori in rarius transit, ab Axe incidentiæ seu refra-

(a) In Dioptrica, p. 2. & 3.

(b) In Optic. Ax. 4. & Lib. I. Part. I. Prop. 6. & seqq. Edit. Lat.

Tab. I. refractionis refringitur, & hinc Angulus  
Fig. 7. refractus major est Angulo inclinationis  
(§. 12, 14).

### COROLLARIUM III.

39. Si Angulus inclinationis 30 gradibus minor; tum propemodum est  $MB \approx \frac{1}{3} MBE$  (§. 33 Dioptr. & §. 156 Geom.). Quare cum sit  $CBE \approx \frac{2}{3} MBE$ ; erit  $MB \approx \frac{1}{2} CBE$ , consequenter si Refractio fit ex Vitro in Aerem & Angulus inclinationis 30 gradibus minor; Radius refringitur ab Axe refractionis dimidia propemodum parte Anguli inclinationis (§. 37).

### SCHOLIUM.

40. Atque hoc est alterum Principium Dioptricum, quo Autores fere omnes cum KEPLERO utuntur ad Refractiones in Specillis demonstrandas.

### COROLLARIUM IV.

41. Si Refractio ex Aere in Vitrum contingit, ratio Sinus inclinationis ad Sinum Anguli refracti est ut 3 ad 2 (§. 26), si vero ex Aere in Aquam fit, ut 4 ad 3 (§. 28). Ergo si Refractio contraria ratione ex Vitro vel Aqua in Aerem contingit, eorumdem Sinuum ratio erit in casu priore ut 2 ad 3, in posteriore ut 3 ad 4 (§. 37).

### COROLLARIUM V.

42. Quoniam ratio Sinus inclinationis ad Sinum refracti ut 3 ad 2, si refractione ex Aere in Vitrum fit; vel ut 4 ad 3, si fit ex Aere in Aquam, pertinet ad Radios medix refrangibilitatis (§. 35); ratio quoque eorumdem Sinuum ut 2 ad 3, si Refractio fit ex Vitro in Aerem; vel ut 4 ad 3, si fit ex Aqua in Aerem, obtinet in Lumine medix refrangibilitatis.

### COROLLARIUM VI.

43. Quoniam tamen differentia, quæ ex diverso refrangibilitatis gradu oritur adeo exigua est, ut attendi non mereatur (§. 35); ideo in Refractione quoque,

quæ fit ex Vitro vel Aqua in Aerem non attendenda venit.

### THEOREMA I.

44. Si recta EF secet Superficiem refringentem quamcumque GBH ad angulos rectos in Puncto incidentia & ex Puncto quocunque intra Diaphanum densius D ducatur recta DC Radio incidenti AB parallela; hac refracto BC occurret in C, erisque ad partem refracti CB ut Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam CD ipsi AB parallela, per hypoth. erit  $o = x$  (§. 233 Geom.). Sed si Radius BC exit ex medio densiori in tenuius, veluti ex Vitro in Aerem  $y > x$  (§. 38); si vero transit ex tenuiori in densius, veluti ex Aere in Vitrum,  $y < x$  (§. 25); ergo in casu priore  $y > o$ , seu  $o < y$ , in posteriore  $y < o$  (§. 89 Arithm.), consequenter in priore  $o + u < y + u$ , in posteriore  $y + u < o + u$ . Sunt vero in illo  $y + u$ , in hoc  $o + u$ , duobus rectis æquales (§. 147 Geom.). Ergo in illo  $o + u$ , in hoc  $y + u$  duobus rectis minores sunt (§. 89 Arithm.) & hinc in utroque DC ipsi BC occurrunt (§. 262 Geom.). Quod erat unum.

Jam cum  $o = x$  per demonstr. adeoque Angulus inclinationis (§. 12) &  $y$  sit Angulus refractus (§. 14), sit vero præterea CB ad CD, ut Sinus Anguli  $o$  ad Sinum Anguli  $y$  (§. 5 & 33 Trigon.); evidens est, quod sit CB ad CD, in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti. Quod erat alterum.

COROL-



COROLLARIUM I.

Tab. I. 45. Quando igitur BC ex Vitro in Aë-  
Fig. 4. rem exit, ad CD est in ratione subsequali-  
terā (§. 41); si vero ex Aëre in Vitrum  
transit, ad CD rationem sesquialteram ha-  
bet (§. 26).

COROLLARIUM II.

46. Quando Lumen ex Aqua in Aërem  
exit; CB ad CD habet rationem subsequi-  
teriam (§. 41); si vero ex Aëre in Aquam  
transit, sesquiteriam (§. 28).

THEOREMA II.

47. Si recta EF secet Superficiem re-  
fringentem GH ad Angulos rectos & Ra-  
dius refractus BC recta cuidam alteri  
DC ex quocunque Axis EF Puncto D  
intra Medium densius assumpto ducta ita  
occurrat, ut ad eam habeat rationem  
Sinus Anguli inclinationis ad Sinum  
Anguli refracti; erit CD Radio inci-  
dentis AB parallela.

DEMONSTRATIO.

CB est ad CD ut Sinus Anguli  $\theta$  ad

Sinum Anguli  $\gamma$  (§. 35 Trigon.). Est Tab. I.  
vero etiam CB ad CD ut Sinus Anguli Fig. 4.  
inclinationis ad Sinum Anguli refracti & 5.  
*per hypoth.* Quare cum  $\gamma$  sit Angulus  
refractus; erit  $\theta$  Angulo inclinationis  $\alpha$   
æqualis (§. 177 Arithm.), consequenter  
CD ipsi AB parallela (§. 255 Geom.).  
*Q. e. d.*

THEOREMA III.

48. Radius incidens in Superficiem  
Curvam, sive Convexam, sive Concavam,  
perinde refringitur, ac si incideret in  
Planam, qua Curvam in Puncto inci-  
dentis tangit.

DEMONSTRATIO.

Superficies Curva & Plana, quæ  
ipsam tangit, habent partem infinite  
parvam communem. Sed Radius in  
tam exigua parte refringitur. Ergo  
perinde est ac si refringeretur in Su-  
perficie Plana, quæ Curvam in Puncto  
incidentis tangit. *Q. e. d.*

CAPUT II.

- De Refractione in Superficiebus Planis.

THEOREMA IV.

49. SI Radii paralleli ex uno Dia-  
phano transcut in aliud diver-  
sa densitatis; etiam in Medio altero ma-  
nent paralleli.

DEMONSTRATIO.

Si Radii ad Superficiem refringentem  
incidant perpendiculares, irrefracti tran-

seunt (§. 25); adeoque in Diaphano  
secundo eorum situs non mutatur. Sed  
in Diaphano primo erant paralleli, *per*  
*hypoth.* Ergo etiam in Diaphano se-  
cundo manent paralleli. *Quod erat*  
*unum.*

Si Radii AB & CD ad Superficiem re- Tab. I.  
fringentem obliqui, sed paralleli; erunt Fig. 6.  
Anguli incidentis  $\theta$  &  $\alpha$  (§. 233 Geom.);  
consequenter etiam Anguli inclinationis



Tab. I. Fig. 6.  $x$  &  $y$  æquales (§. 145 *Geom.* & §. 91 *Arithm.*). Quoniam igitur Angulorum inclinationis  $x$  &  $y$  Sinus ad Sinus Angulorum refractorum  $m$  &  $n$  eandem rationem habent (§. 26), Sinus etiam Angulorum  $m$  &  $n$  (§. 177 *Arithm.*), consequenter ipsi Anguli refracti  $m$  &  $n$  (§. 2 *Trigon.*), adeoque & Anguli  $s$  &  $r$  (§. 145 *Geom.* & §. 91 *Arithm.*) æquales. Radii igitur refracti BE & DF paralleli sunt (§. 255 *Geom.*). *Quod erat alterum.*

## COROLLARIUM.

50. Quodsi igitur Vitrum utrinque Plenum Soli directe obijciatur; Lumen per ipsum transiens perinde propagatur, ac si Vitrum abesset (§. 93 *Optic.*): si oblique obvertatur, Lumen tamen refractum ejusdem manet intensitatis (§. 86 *Optic.*).

## LEMMA I.

51. *Cosécantes Angulorum, qui mensuram trium graduum non excedunt, a Cotangentibus in centesimis Radii non differunt: Cosécantes vero eorum, quarum mensura gradibus quinque major non est, cum Cotangentibus in decimis Radii conveniunt.*

## DEMONSTRATIO.

Etenim, vi Canonis, differentia Cotangentium & Cosécantium usque ad gradum tertium in quatuor notis prioribus nulla est. Exprimunt vero quatuor notæ priores Radii particulas centesimas, nempe si Radius est partium 1000, Cotangens Sinus Anguli trium graduum est 19081, Cosécans ejusdem 19087. In centesimis igitur Cotangentes & Cosécantes usque ad tertium gradum non differunt. *Quod erat unum.*

Simili prorsus modo ostenditur, Cotangentium & Cosécantium differentiam nullam esse in decimis Radii usque ad gradum quintum. *Quod erat alterum.*

## COROLLARIUM.

52. Quodsi itaque decima vel centesima pars Radii in dato aliquo casu adeo exigua fuerit, ut vel plane non, vel ægre admodum assignari possit; Cosécantes Angulorum in casu priore quinque, in posteriore tribus gradibus non majorum sunt inter se ut Cotangentes.

## THEOREMA V.

53. *Distantia DK Puncti refractionis Tab. D a Catheto incidentiæ CL est ad distantiam Puncti radiantis CK a superficie refringente, in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Cosinum ipsius.*

## DEMONSTRATIO.

Quoniam CL ad AB perpendicularis (§. 225 *Geom.*), & Axis refractionis HI itidem ad AB normalis (§. 10); erit HI ipsi CL parallela (§. 256 *Geom.*), consequenter KCD Angulo inclinationis CDH æqualis (§. 233 *Geom.*). Sed KD est ad KC in ratione Sinus Anguli inclinationis KCD ad Sinum Anguli KDC (§. 33 *Trigon.*). Quare cum KDC sit complementum ipsius KCD ad rectum (§. 241 *Geom.*); erit KD ad CK in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Cosinum ejusdem (§. 11 *Trigon.*).

## COROLLARIUM I.

54. Quoniam Sinus Anguli 5 graduum ad ejus Cosinum est, ut 8715 ad 9961, hoc est fere ut 1 ad  $1\frac{1}{4}$ ; quamdiu distantia Puncti

Tab. I.  
Fig. 7. Puncti refractionis KD minor est undecima parte distantia Puncti radiantis KC, Angulus inclinationis minor est quam 5 graduum.

COROLLARIUM II.

55. Similiter quia Sinus Anguli 3 graduum ad ejus Cosinum, ut 5240 ad 99862, hoc est fere ut 1 ad  $19\frac{1}{17}$ ; quamdiu distantia Puncti refractionis KD minor est parte decima nona distantia Puncti radiantis KC, Angulus inclinationis minor est quam trium graduum.

THEOREMA VI.

56. Si Radius ex uno Medio in Diaphanum aliud diverse densitatis & Planæ Superficie oblique incidit; distantia Puncti radiantis a Superficie refringente est ad distantiam Puncti dispersus, in ratione Cotangentis Anguli inclinationis ad Cotangentem Anguli refracti.

DEMONSTRATIO.

Tendat Radius CD ex Medio tenuiori in Diaphanum densius AB, sitque CK Cathetus incidentiæ & HI Axis refractionis: refringetur Radius ad Axem (§. 25) adeoque refractus DF concurret cum Catheto ultra C in G. Jam quoniam GL (§. 16 Catoptr.) & HI ad AB normales (§. 10) erit GK distantia Puncti dispersus (§. 225 Geom.), atque HI ipsi GL parallela (§. 256 Geom.), consequenter KCD = CDH & KGD = FDI (§. 233 Geom.). Est vero CDH Angulus inclinationis (§. 12) & FDI Angulus refractus (§. 14): ergo KCD Angulo inclinationis & KGD Angulo refracto æqualis. Jam si KD sumatur pro Sinu toto, erit KC Tangens anguli KDC & KG Tangens anguli KDG (§. 7.

Trigon.), seu quia KDC est complementum ipsius KCD, & KDG complementum ipsius KGD ad rectum (§. 241 Geom.), KC est Cotangens ipsius KCD & KG Cotangens ipsius KGD (§. 11 Trigon.). Quare CK ad GK ut Cotangens Anguli inclinationis ad Cotangentem refracti. Quod erat unum.

Sit GD Radius incidens ex Medio densiori in Diaphanum tenuius: frangetur ab Axe HI in DE (§. 38), adeoque cum Catheto incidentiæ GL infra Punctum radians G in C concurret. Patet vero, ut ante, esse KCD Angulo inclinationis GDH, KCD Angulo refracto CDH æqualem, & ideo KC ad KG ut Cotangentem Anguli inclinationis ad Cotangentem Anguli refracti. Quod erat alterum.

PROBLEMA III.

57. Data distantia KC Puncti radiantis C in Superficiem Planam Diaphani diverse densitatis a Medio, per quod incidit CD, una cum distantia KD Puncti refractionis D a Catheto incidentiæ KC; invenire distantiam Puncti diversus GK a Superficie refringente AB.

RESOLUTIO.

1. Quoniam in Triangulo KCD ad K rectangulo (§. 225, 78 Geom.) dantur crura KD & KC; invenietur Angulus KCD (§. 40 Trigon.), quem Angulo inclinationis CDH æqualem esse constat, per antea demonstrata (§. 56).
2. Quia datur ratio Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti (§. 24),

Tab. I.  
Fig. 7.

per Regulam trium invenitur porro Sinus Anguli refracti GDH, & hinc in Canone Sinuum ipse Angulus refractus. Immo si Refractio ex Aere in Vitrum sit: Angulus refractus sine calculo in Tabula superius tradita (§. 32) evolvi potest.

3. Datis Angulis inclinationis & refracto, tandem reperitur distantia Puncti dispersus GK (§. 56).

Et perinde Problema solvitur, si Refractio fiat ex Medio densiori in tenuius, hoc est, si G fuerit Punctum radians, C vero Punctum dispersus.

E. gr. Incidat Radius DC ex Aere in Vitrum, sitque CK = 33', KD duorum pedum: erit

Log. KD	0.3010300
KC	1.5185139
Sin. Tot.	10.0000000

Log. Cotang. KCD 11.2174839  
& hinc, vi Canonis, Angulus inclinationis KCD vel CDH =  $3^{\circ} 28' 10''$ .

Est vero ut 3 ad 2, ita Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti (§. 26). Ergo Sinus refracti = 2.605161: 3 = 403441: unde, vi Canonis, reperitur Angulus refractus KGD quam proxime  $2^{\circ} 18' 40''$ . Quare tandem

Log. Cotang. KCD	11.2174839
Cotang. KGD	11.3940661
KC	1.5185139

12.9125800

Log. KG 1.6950961

Habetur adeo KG =  $4^{\circ} 9' 5''$ .

### SCHOLION.

58. Sinus desumimus ex Canone majore PITISCI; Logarithmos vero ex magno Canone Triangulorum VLACCII, neglectis scrupulis per approximationem querendis ad evitandas calculi tricas.

### THEOREMA VII.

59. Si Radiorum CD & CP ex Tab. Fig. 7 eodem Puncto in Superficiem Planam Diaphani diverse densitatis AB incidentium Puncta refractionis D & P a Catheto incidentiæ CK equaliter distent; refracti DF & PQ idem Punctum dispersus G habent.

### DEMONSTRATIO.

Quia PK = KD per hypothes. & Anguli ad K recti (§. 255 Geom.); erunt Anguli inclinationis PCK & KCD æquales (§. 179. Geom.). Habent ergo distantia Punctorum, in quibus Radii refracti DF & PQ cum Catheto incidentiæ concurrunt, ad CK eandem rationem (§. 56), adeoque æquales sunt (§. 177 Arithm.); consequenter Punctum dispersus G idem est (§. 169 Geom.). Q. e. d.

Eadem est Demonstratio, si supponamus G esse Punctum radians, C vero Punctum dispersus.

### COROLLARIUM I.

60. Quoniam Radiorum valde vicinorum distantia a Catheto ad sensum eadem est; Radii valde vicini ex eodem Puncto G disperguntur.

### COROLLARIUM II.

61. Quare cum Radii refracti in Oculum extra Cathetum incidentiæ constitutum incidentes vel æqualiter a Catheto distent, vel valde vicini sint; veluti ex Puncto G emanantes in eum illabuntur; consequenter Punctum C per Radios refractos in G videri debet (§. 336 Optic.).

### THEOREMA VIII.

62. Si Radius CD ex Medio tenuiori in Diaphanum densius Planam Superficiem

Tab. I. Fig. 7. *ciem habens AB oblique incidit; distantia Puncti radiantis CK minorem rationem habet ad distantiam Puncti dispersus KG, quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis. Quodsi tamen distantia Puncti refractionis a Catheto incidentie KD minor fuerit undecima vel decima nona parte distantie Puncti radiantis CK, & in casu priore decima, in posteriore centesima ejus pars sit adeo exigua, ut assignari nequeat, vel saltem contemni mereatur; erit CK ad KG ad sensum in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.*

### DEMONSTRATIO.

Dicatur brevitatis gratia ratio Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis  $n:m$ , ducaturque GB Radio incidenti CD ex Puncto dispersus G parallela: erit  $CK:KG=CD:GB$  (§. 268 *Geom.*). Est vero  $GB > GD$  (§. 417 *Geom.*) adeoque  $CD:GB < CD:GD$  (§. 205 *Arithm.*). Ergo  $CK:KG < CD:GD$  (§. 89 *Arithm.*). Quare cum sit CD ad GD, ut Sinus Anguli CGD seu GDH (§. 233 *Geom.*) ad Sinum Anguli KCD (§. 35 *Trigon.*), vel CDH (§. 233 *Geom.*), consequenter ut Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, &  $n$  ad  $m$  ut idem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis; erit  $n:m=CD:GD$ , adeoque  $CK:KG < n:m$  (§. 89 *Arithm.*). Quod erat unum.

Quodsi  $DK < \frac{1}{11} CK$ , erit Angulus inclinationis KCD  $< 5^\circ$  (§. 54). Quare si etiam decima pars Radii adeo exigua fuerit, ut vel plane non, vel

Tab. I. Fig. 7. *ægre admodum assignari possit; erit  $CK:KG=CD:GD$  (§. 52), consequenter cum CD ad GD, sit in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, per demonstrata, etiam CK ad KG eandem rationem habet. Idem eodem modo ostenditur, si  $DK < \frac{1}{19} CK$  & centesima pars Radii parvitatibus contemptibilis. Quod erat alterum.*

### COROLLARIUM I.

63. Quodsi ergo Refractio ex Aere in Vitrum contingit; distantia Puncti dispersus Radiorum Catheto vicinorum est sesquialtera Puncti radiantis; remotiorum vero sesquialtera major (§. 26).

### COROLLARIUM II.

64. Si Refractio ex Aere in Aquam contingit, distantia Puncti dispersus Radiorum Catheto incidentie vicinorum est sesquitercia; remotiorum vero sesquitercia major (§. 28).

### SCHOLION.

65. Consentit cum hisce Calculus secundum Problema 3 institutus. Sane in Exemplo ibi allato erat  $CK = 33'$  & reperiebatur  $KG = 49' 5''$ . Quodsi vero fiat ut 2 ad 3 ita 33 ad KG, reperietur denuo  $KG = 33. 3:2 = 99:2 = 49' \frac{1}{2} = 49' 5''$ .

### COROLLARIUM III.

66. Oculo itaque in medio densiore constituto, Objecta in rariore collocata remotiora apparent quam sunt (§. 339 *Optic.*) & locus Imaginis in quolibet casu dato vel ex ratione refractionis data (§. 62) vel per calculum juxta Problema 3 instituendum (§. 57) facile definitur.

### SCHOLION.

67. Ita piscibus sub aqua natantibus remotiora apparent, quam sunt, quæ extra aquam constituuntur.

## THEOREMA IX.

Tab. I. 68. Si Radius GD ex Medio densiori in Diaphanum tenuius, quod Planam Superficiem AB habet, oblique incidit; distantia Puncti radiantis GK majorem rationem habet ad distantiam Puncti dispersus CK quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis. In casu reliquo Theorematis precedentis erit GK ad KC ad sensum, in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

## DEMONSTRATIO.

Dicatur brevitatis gratia ratio Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis  $n : m$ , ducaturque ex Puncto radiante GB Radio refracto CD parallela: erit  $KG : KC = GB : CD$  (§. 268 Geom.) Est vero  $GB > GD$  (§. 417 Geom.): adeoque  $GB : CD > GD : CD$  (§. 203 Arithm.). Ergo  $KG : KC > GD : CD$  (§. 89 Arithm.). Quare cum eodem modo, quo in Demonstratione Theorematis precedentis pateat esse  $m : n = GD : CD$ ; erit  $KG : KC > m : n$  (§. 89 Arithm.). Quod erat unum.

Posterius eodem modo ostenditur, quo idem de Radiis ex Medio tenuiori in Diaphanum densius incidentibus (§. 62) demonstravimus.

## COROLLARIUM I.

69. Quodsi ergo Refractio ex Vitro in Aerem contingit; distantia Puncti dispersus Radiorum Catheto vicinorum est subsesquialtera distantie Puncti radiantis; remotiorum vero subsesquialtera minor (§. 41).

## COROLLARIUM II.

70. Sed si Refractio ex Aqua in Aerem sit, distantia Puncti dispersus Radiorum Catheto vicinorum est subsesquitercia di-

stantie Puncti radiantis; remotiorum vero subsesquitercia minor (§. 42).

## COROLLARIUM III.

71. Oculo itaque in medio rariore constituto Objecta in densiore collocata viciniora apparent quam sunt (§. 339 Optic.) & locus Imaginis in quolibet casu dato vel ex ratione Refractionis data (§. 68), vel per Calculum juxta Problema tertium instituendum (§. 57) facile definitur.

## SCHOLION.

72. Hinc Planum, cui Cubus Vitreus politus imponitur in Experimento superiori (§. 24), ad dimidiam; fundus Vasis Aqua pleni ad tertiam altitudinis partem per Refractionem attollitur respectu Oculi supra Planum refringens perpendiculariter elevati. Et pisces aliaque corpora sub aquis posita propiora videntur quam sunt.

## THEOREMA X.

73. Si Radius ex Medio quocunque Tab. incidens in Diaphanum diverse densitate Fig. 8. tendat ad Punctum aliquod recte LG ad Superficiem Planam refringentem AB perpendicularis; erit distantia Puncti, ad quod incidens convergit, ad distantiam Puncti concursus in ratione Cotangens Anguli inclinationis ad Cotangentem refracti.

## DEMONSTRATIO.

Incidat Radius ED ex Medio rariori in densius, convergens ad Punctum C perpendiculari LC. Refringetur ergo ad Axem IH (§. 25), adeoque demum infra C cum LG concurret. Jam quia IH parallela ipsi LG (§. 256 Geom.), erit KCD Angulo inclinationis IDE & KGD Angulo refracto GDH æqualis (§. 233 Geom.). Quodsi itaque KD sumatur pro Sinu toto, erit KC Tangens Anguli KDC seu Cotangens ipsius KCD & KG

Tan-



Tab. I. Tangens Anguli KDG seu Cotangens  
Fig. 8. ipſius KGD (§. 7, 11 *Trigon.*). Eſt itaque KC ad KG in ratione Cotangentis Anguli inclinationis ad Cotangentem refracti.

Quodſi Radius FG tendens ad Punctum G ex Medio denſiori in rarius incidit, Refractio fiet ab Axe (§. 38) & refractus CD cum perpendicularo LG concurret in C, eritque adeo KCD Angulo refracto CDH & KGD Angulo inclinationis IDF æqualis (§. 233 *Geom.*); conſequenter, ut ante diſtantiã Puncti convergentiæ KG ad diſtantiã Puncti concurſus KC, in ratione Cotangentis Anguli inclinationis ad Cotangentem refracti. *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

74. Eodem itaque modo, quo in Theoremate 7 (§. 59) offenditur, Radios ad idem Punctum C vel G tendentes, in quo G vel C poſt refractionem concurrere, ſi idem fuerit Angulus inclinationis. Habent ſcilicet diſtantiæ Punctorum, in quibus Radii refracti concurrunt cum perpendicularo LG, eandem rationem (§. 73), adeoque æquales ſunt (§. 77 *Aritbm.*); conſequenter Punctum concurſus G vel C idem eſt (§. 169 *Geom.*).

## COROLLARIUM II.

75. Quoniam adeo Radii valde vicini ad idem Punctum Phyſicum tendunt; in uno quoque poſt Refractionem concurrunt.

## PROBLEMA IV.

76. Data diſtantiã Puncti C, ad quod Radius ED tendit, a Superficie refringente AB, una cum diſtantiã KD Puncti refractionis D a perpendicularo LG, in quo eſt Punctum convergentiæ C; invenire diſtantiã Puncti concurſus GK a Superficie refringente AB.

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

## RESOLUTIO.

Eadem prorfus eſt, quæ Problema Tab. I. tis tertii (§. 57). Nimirum Fig. 8.

1. Ex datis in Triangulo KCD ad K rectangulo cruribus KD & KC invenitur Angulus inclinationis KCD (§. 40 *Trigon.*).
2. Ex data ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti, invenitur porro Sinus Anguli refracti per *Regulam trium*: unde non ignotus eſſe poſteſt Angulus refractus.
3. Datis adeo Angulis inclinationis & refracto reperitur tandem diſtantiæ Puncti concurſus KG (§. 73).

Eodem modo reperitur Punctum concurſus C, ſi Radius incidens tendit ad Punctum G.

## THEOREMA XI.

77. Si Radius ED tendens ad Punctum C ex Medio tenuiori in Diaphanum denſius, quod planam habet Superficiem AB, oblique incidit; diſtantiã CK Puncti ad quod ante Refractionem tendit, a Superficie refringente AB eſt ad diſtantiã GK Puncti concurſus ab eadem in ratione minore, quam ſinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis. Quodſi tamen DK diſtantiã Puncti refractionis D a perpendicularo LG, in quo eſt Punctum convergentiæ C, minor fuerit undecima parte diſtantiæ Puncti radiantis CK & ejuſdem pars decima, vel minimum centeſima fuerit parvitatís contemnende, erit CK ad GK ad ſenſum; in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

## DEMONSTRATIO.

Eadem prorfus eſt, quæ Theorematis 8 (§. 62).

Aa

COROL-



## COROLLARIUM I.

Tab. I. 78. Quodsi ergo Refractio ex Aere in  
Fig. 8. Vitrum contingit, distantia Puncti concursus Radiorum Catheto LG vicinorum a Superficie refringente AB est sesquialtera distantie Puncti C, ad quod irrefracti tendunt; remotiorum vero distantia est sesquialtera minor (§. 26).

## COROLLARIUM II.

79. Si Refractio ex Aere in Aquam contingit, distantia Puncti concursus Radiorum Catheto LG vicinorum a Superficie refringente AB est sesquitertia distantie Puncti C, ad quod irrefracti tendunt; remotiorum vero distantia est sesquitertia minor (§. 28).

## THEOREMA XII.

80. Si Radius FD tendens ad Punctum G ex Medio densiori in Dia, hanc tenuius, quod Planam habet Superficiem AB, oblique incidit; distantia GK Puncti G, ad quod ante Refractionem tendit, a Superficie refringente est ad distantiam CK Puncti concursus ab eadem, in ratione maiore, quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis. Quodsi tamen DK distantia Puncti refractionis D a perpendicularulo LG, in quo est Punctum convergentie G, minor fuerit undecima parte distantia CK Puncti radiantis & ejusdem pars decima, vel minimum centesima fuerit parvitas contemnenda, erit GK ad CK in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

## DEMONSTRATIO.

Eadem prorsus est, quæ Theorematis 9. (§. 68).

## COROLLARIUM I.

81. Quodsi ergo refractio ex Vitro in Aerem contingit & Radii fuerint perpendi-

culo LG vicini, erit KG ad KC in ratione sesquialtera; si vero Radii fuerint Fig. remotiores in ratione sesquialtera maiore (§. 41).

## COROLLARIUM II.

82. Similiter si Refractio ex Aqua in Aerem contingit; habebit in casu priore KG ad KC rationem sesquitertiam, in posteriore sesquitertia maiorem (§. 42).

## THEOREMA XIII.

83. Si Oculus fuerit constitutus in Tab. Medio rariore, Objectum in densiore collo- Fig. catum videtur per Radium in Superficie plana refractum iusto majas; si vero Objectum in rariore, Oculus in densiore Medio constituatur illud iusto minus apparet. In utroque casu est magnitudo apparens ad veram, in ratione composita distantie FL Puncti F, ad quod Radii irrefracti tendunt, a Superficie refringente DE ad distantiam GL Oculi G ab eadem, & distantie GM Objecti AB ab Oculo G ad FM distantiam ejusdem a Puncto F, ad quod Radii irrefracti tendunt.

## DEMONSTRATIO.

Sit Radius ML ad Superficiem refringentem DE perpendicularis: transit ergo irrefractus (§. 25). Quodsi Radius BE ad Punctum F tendens ex Medio rariori in densius deferretur, Punctum concursus G a Superficie DN remotius, quam Punctum convergentie F (§. 77), Radius adeo, qui irrefractus ex Puncto B ad G pertingeret, a perpendicularulo GM remotior esse debet quam refractus EG. Quare si in G supponatur Oculus videns refracte Objectum MB sub Angulo LGE, per irrefractus idem ibidem videret sub Angulo LGN: consequenter

quenter per Radios refractos minus apparet, quam per irrefractos (§. 209 *Optic.*). *Quod erat unum.*

Tab. L. Quodsi BE ex Medio densiori in  
Fig. 10. rarius defertur, Punctum concursus G a superficie refringente minori intervallo distat, quam Punctum F, ad quod irrefractus tendit (§. 68): Radius adeo, qui irrefractus ad Punctum G pertingeret, perpendicularo GM vicinior quam GE. Quare si in G supponatur Oculus videns Objectum MB refracte sub Angulo LGE, quod directe sub Angulo LGN videret; eidem Objectum majus apparere debet quam per Radios irrefractos (§. 209 *Optic.*). *Quod erat alterum.*

Fig. 9. Ob parallelismum Linearum MB &  
Fig. 10. LE (§. 256 *Geom.*); erit GM: GL = MB: LN & GM: GL = MH: LE (§. 268 *Geom.*), adeoque MB: LN = MH: LE (§. 167 *Arithm.*), consequenter MB: MH = LN: LE (§. 173 *Arithm.*), hoc est, magnitudo vera MB est ad apparentem MH ut LN ad LE. Porro (§. 268 *Geom.*).

$$FM: FL = MB: LE$$

$$GM: GL = MB: LN$$

$$\text{Hinc } LE = MB. FL: FM \text{ \& } LN = MB. GL: GM \text{ consequenter}$$

$$LE: LN = \frac{FL. MB}{FM}: \frac{GL. MB}{GM}$$

hoc est LE: LN = FL. GM: GL. FM (§. 178, 181 *Arithm.*), consequenter invertendo LN: LE = GL. FM: FL. GM (§. 173 *Arithm.*). *Quod erat tertium.*

#### COROLLARIUM.

84. Si Objectum AB fuerit valde remo-

tum, erit FM ipsi GM Physice æqualis, Tab. I. adeoque magnitudo vera MB ad apparentem MH, ut GL ad FL, seu ut distantia Oculi G a Plano refringente DE ad distantiam Puncti convergentiæ F ab eodem Plano. Fig. 9. & 10.

#### SCHOLIION.

85. Hinc sub Aquis demersa Oculo in Aere constituto majora apparent: piscibus vero sub Aquis, quæ sunt in Aere, minora apparere debent.

#### PROBLEMA V.

86. Machinam Hydromanticam construere, vi cujus Imaginem Oculis Spectatoris immoti pro arbitrio subducere & ad eos iterum reducere possis. Tab. I. Fig. 11.

#### RESOLUTIO.

1. Fiant duo Vasa ABF & CGLK intus cava & tribus columellis, quarum una BC epistomio C instructa sit itidem cava, inter se connexa.
2. Vas inferius CL per Diaphragma HI in duas cavitates dividatur, quarum inferior mediante Epistomio P claudi & aperiri potest.
3. In fundo cavitatis prioris collocetur Imago R, quæ Spectatori in O per Radium directum GM non apparet. Quodsi Epistomium P aperias, Aqua in cavitatem CI descendet, Radiusque GM refringetur a perpendicularo GR in O (§. 37). Spectator itaque per Radium refractum OG Imaginem videbit. Si jam clauso Epistomio C alterum P aperiat, Aqua in cavitatem inferiorem HL descendet. Cessante igitur Refractione Radius nullus ab Objecto R ad Oculum amplius pertinet. Clauso vero rursus Epistomio P & aperto superiore C, aqua denuo effluet: sicque Radius refractus OG denuo sistet Imaginem, quæ evanuerat.

## CAPUT III.

*De Refractione Luminis in Superficiebus Sphericis tam Cavis, quam Convexis.*

## THEOREMA XIV.

Tab. II. 87. *R* *Adius DE Axi Sphære densioris parallelus, post refractionem simplicem cum eodem ultra Centrum C in F concurrit.*  
Fig. 12.

## DEMONSTRATIO.

Quia semidiameter CE ad Punctum refractionis E ducta est ad Superficiem KBL perpendicularis (§. 38 *Analys. infinit.*), erit ea Axis refractionis (§. 10). Quare cum Radius EH ad eum refrangatur (§. 25); ad Axem Sphære AF convergit, adeoque tandem cum eo concurrit (§. 83 *Geom.*), & quidem ultra Centrum C in F, quia Angulus refractionis FEH minor est Angulo inclinationis CEH (§. 25). *Q. e. d.*

## THEOREMA XV.

88. *Si Radius DE in Superficiem sphericæ Convexæ Diaphani densioris incidit Axi ejus AF parallelus, erit semidiameter CE ad Radium refractum EF, in ratione Sinus Anguli refractionis ad Sinum Anguli inclinationis; distantia vero Puncti concursus a Centro CF ad Radium refractum FE, in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.*

## DEMONSTRATIO.

Quoniam ex Demonstratione Theorematis præcedentis (§. 87) constat, Semi-

diametrum CE esse Axem refractionis Tab. II. & DH est Axi AF parallela, *per hypoth.* Fig. 12. erit BCE Angulo inclinationis DEG & CFE Angulo refractionis FEH æqualis (§. 233 *Geom.*). Quare CE ad EF, in ratione Sinus Anguli refractionis CFE ad Sinum Anguli inclinationis BCE, & CF ad EF in ratione Sinus Anguli refracti CEF ad Sinum Anguli inclinationis BCE (§. 35 *Trig.*). *Q. e. d.*

## PROBLEMA VI.

89. *Data distantia ME Puncti refractionis E ab Axe Diaphani sphericæ Convexi AF, una cum Semidiametro ejus CE; invenire Punctum F, in quo Radius ex medio variori incidens & Axi parallelus DE cum Axe unitur.*

## RESOLUTIO.

1. Quoniam angulus ad M rectus est (§. 225 *Geom.*), ex datis lateribus ME & CE invenitur angulus MCE (§. 38 *Trigon.*), quem Angulo inclinationis æqualem esse constat ex Demonstratione Theorematis 15 (§. 88).
2. Et quia ratio Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti datur (§. 24), reperto Angulo inclinationis reperietur per Regulam trium Sinus Anguli refracti, consequenter ipse Angulus refractus CEF.

3. Quodsi

Tab. I. 3. Quodsi hunc ex Angulo MCE sub-  
Fig. 12. trahas, relinquetur Angulus refractionis CFE (§. 239 *Geom.*).

4. Unde tandem ob datos Angulos inclinationis & refractionis, una cum semidiametro CE, reperitur distantia Puncti concursus F a Centro CF (§. 36 *Trig.*): cui si semidiameter CB addatur, habebitur quoque distantia ejusdem a Superficie refringente BF.

E. gr. Sit ME = 1', CE = 8', fiatque refractione ex Aere in Vitrum, erit

Log. CE	0.9030900
Sin. tot.	10.0000000
ME	0.0000000

Log. Sin. MCE 9.0969100, cui in Canone quam proxime respondent 7° 10' 50".

Jam cum sit Sinus Anguli MCE ad Sinum Anguli CEF ut 3 ad 2 (§. 26); reperietur Sinus Anguli CEF = 1249965. 2 : 3 = 833310, cui in Canone quam proxime respondent 4° 46' 50". Est itaque Angulus FEH 2° 24'. Tandem

Log. Sin. FEH	8.6219616
Sin. FEC	8.9208517
CE	0.9030900
	98239417

Log. CF 1.2019801, cui in Canone respondent 1592 +

Est ergo CF quam proxime 1° 5' 9" 2''' seu 16', consequenter BF = 2° 3' 9" 2''' seu 24'.

Sit Angulus inclinationis BCE = 3°, reperietur refractus CEF = 2° & Angulus refractionis CFE = 1°, & hinc porro CF = 1° 5' 9" 9''' seu 16' consequenter BF = 2° 3' 9" 9''' seu 24'.

### THEOREMA XVI.

90. Si Radius DE Axi AF parallelus in Superficiem Convexam BL Dia-

phani Sphærici densioris incidit; distantia Foci a Superficie refringente FB est ad distantiam ejus a Centro FC, in ratione majore quam Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti. Quodsi tamen Radii fuerint Axi valde vicini, Angulo inclinationis BCE paucorum graduum existente, distantia Foci a Superficie & Centro FB & FC erunt quam proxime in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti.

### DEMONSTRATIO.

FB > FE (§. 302, 303 *Geom.*). Sed FE est ad FC, ut Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti (§. 88). Ergo FB ad FC rationem majorem habet quam Sinus Anguli inclinationis ad Sinum refracti (§. 203 *Arithm.*). Quod erat unum.

Quodsi Angulus inclinationis BCE fuerit paucorum graduum; erit FE ipsi BF propemodum aequalis, adeoque BF & FE eandem rationem propemodum habent ad FC (§. 168 *Arithm.*). Est itaque in eo casu BF ad FC quam proxime in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti. Quod erat alterum.

### COROLLARIUM I.

91. Quodsi Refractio ex Aere in Vitrum contingit, erit in casu Radiorum Axi vicinorum BF : FC = 3 : 2 & in casu Radiorum ab Axe remotiorum BF : FC > 3 : 2 (§. 26), consequenter in priore BC : BF = 1 : 3 (§. 193 *Arithm.*) & hinc in posteriore BC : BF < 1 : 3.

### SCHOLIUM I.

92. Convenit cum hisce Calculus superior in Probl. 6 (§. 89).

## COROLLARIUM II.

Tab.II. 93. Si Refractio ex Aere in Aquam con-  
Fig.12. tingit, erit in casu priore  $BF:FC=4:3$   
& in posteriore  $BF:FC>4:3$  (§. 28),  
consequenter in priore  $BC:BF=1:4$   
(§. 193 *Arithm.*) & hinc in posteriore  
 $BC:BF<1:4$ .

## COROLLARIUM III.

94. Quoniam Radii Solares sunt ad sen-  
sum paralleli (§. 94 *Optic.*); si in super-  
ficiem Sphæræ vitreæ solidæ vel aqua re-  
pleta incident, intra eam cum Axe non  
concurrunt.

## SCHOLION II.

95. Fallitur adeo VITELLIO, dum sibi  
persuadet, Radios Solis parallelos in super-  
ficiem Sphæræ crystalline incidentes ad Cen-  
trum refringi.

## THEOREMA XVII.

Tab.II. 96. Si Radius DE Axi FA paralle-  
Fig.13. lus ex Medio densiore in Diaphanum  
Sphericum rarius incidit; post refractionem  
ab Axe divergit, estque distantia  
FC Puncti dispersus a Centro Diaphani  
Sphærici ad Semidiametrum ejus CE, in  
ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum  
Anguli refractionis; ad portionem vero  
Radii refracti retroducti EF in ratione  
Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli  
inclinationis.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam semidiameter CE ad Su-  
perficiem Sphæræ perpendicularis (§. 38  
*Analys. infin.*), erit ea Axis refractionis  
(§. 10), adeoque Radius DE ab eo fran-  
gitur (§. 38); consequenter refractus  
EN ab Axe intra Diaphanum Sphæri-  
cum divergit & hinc in Medium densius  
retro continuatus cum eodem concurrat  
(§. 263 *Geom.*). Quod erat unum.

Quoniam DH ipsi FA parallela, per Tab.  
hypoth. & CG ad Superficiem BL per-  
pendicularis (§. 38 *Analys. infin.*); erit  
BCE Angulo inclinationis DEG (§. 233  
*Geom.* & §. 12 *Dioptr.*) & CFE Angulo  
refractionis HEN (§. cit. *Geom.* & §.  
13 *Dioptr.*) æqualis. Erit itaque FC  
ad CE, ut Sinus Anguli refracti CEN  
ad Sinum Anguli refractionis CFE; &  
FC ad FE, ut Sinus Anguli refracti ad  
Sinum Anguli inclinationis (§. 35 *Tri-  
gon.*). Quod erat alterum.

## PROBLEMA VII.

97. Data distantia ME Puncti re-  
fractionis ab Axe Diaphani rarioris spha-  
rici, in quod incidit ex Medio densiori  
Radius DE Axi FA parallelus, una cum  
Semidiametro Diaphani CE; invenire  
Punctum dispersus F.

## RESOLUTIO.

1. Quoniam EM ad MC perpendiculari-  
ris (§. 225 *Geom.*), in Triangulo ad  
M rectangulo, ex datis lateribus  
ME & CE, invenitur Angulus in-  
clinationis BCE (§. 38 *Trigon.*).
2. Quia datur ratio Sinus Anguli incli-  
nationis ad Sinum refracti (§. 24,  
36); per Regulam trium porro re-  
peritur Sinus Anguli refracti; &  
hinc vi Canonis Angulus refractus  
CEN.
3. Ab Angulo refracto CEN subducen-  
dus est Angulus inclinationis BCE,  
& relinquetur Angulus refractionis  
CFE (§. 239 *Geom.*).
4. Quare tandem (§. 96) reperitur FC  
distantia Puncti dispersus a Centro,  
unde subducta Semidiametro BC,  
ejus



Tab. II. ejus a Superficie refringente BEL  
Fig. 13. distantia relinquitur.

E. gr. Sit  $ME = 1''$ ,  $EC = 12''$ . Quoniam  $CE$  ad  $ME$ , ut Sinus totus ad Sinum Anguli inclinationis; reperietur hic  $= 10000000 : 12 = 8333333$  & hinc, vi Canonis,  $BCE = 4^\circ 46' 50''$ . Quodsi jam supponamus Refractionem fieri ex Vitro in Aerem, erit Sinus Anguli refracti  $CEN = 3.8333333 : 2 = 12499999$ , cui in Canone quam proxime respondent  $7^\circ 10' 50''$ . Unde  $F = 2^\circ 24'$ , tandemque

Log. Sin. F 86219615

Sin. CEN 90968979

CE 10791812

101760791

Log. FC = 15541176, cui in Canone quam proxime respondent  $3' 5'' 8''' 2'''$  seu  $36''$ . Est igitur  $FB = 2382'''$  seu  $24''$ .

### THEOREMA XVIII.

98. Si Radius DE Axi AF parallelus in Superficiem Convexam BEL Diaphani Sphærici rarioris ex Medio densiori incidit; distantia Puncti dispersus a Centro FC ad distantiam ejus a Superficie FB rationem majorem habet, quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis. Quodsi tamen Radius DE fuerit Axi FA valde vicinus, ratio erit quam proxime ea, que est Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

### DEMONSTRATIO.

FC ad FE habet rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§. 96). Sed  $FE > FB$  (§. 302 Geom.). Ergo FC ad FB rationem majorem habet quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§. 205 Arithm.). Quod erat unum.

Quodsi Radius DE fuerit Axi FA Tab. II. admodum propinquus, differentia re- Fig. 13. ctarum FE & FB evadet tandem parvitatibus contemnendæ; consequenter FC ad FB & FE eandem quam proxime rationem habet (§. 168 Arithm.). Sed FC est ad FE ut Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§. 96). Ergo etiam FC ad FB eandem quam proxime rationem habet. Quod erat alterum.

### COROLLARIUM I.

99. Si Refractio ex Vitro in Aerem contingit, erit in casu Radiorum Axi vicinorum  $FC : FB = 3 : 2$  (§. 41), consequenter  $BC : FB = 1 : 2$  (§. 193 Arithm.). In casu Radiorum ab Axe remotiorum  $FC : FB > 3 : 2$  (§. 41).

### COROLLARIUM II.

100. Si Refractio ex Aqua in Aerem contingit erit in casu priore  $FC : FB = 4 : 3$  (§. 41), consequenter  $BC : FB = 1 : 3$  (§. 193 Arithm.). In casu posteriori  $FC : FB > 4 : 3$  (§. 41).

### COROLLARIUM III.

101. Cum adeo Punctum dispersus F a Superficie refringente KL longius distet, si Radii ex Aqua, quam si ex Vitro in Aerem erumpunt; Radii paralleli in priore casu minus disperguntur, quam in posteriore.

### SCHOLIUM.

102. Cum his consentit Calculus secundum Problema 7 institutus (§. 97).

### THEOREMA XIX.

103. Si Radius DE Axi AF parallelus incidat in Superficiem convexam BEL Diaphani Sphærici rarioris ex Medio densiori; erit distantia Puncti dispersus a Centro FC ad Radium BC in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli refractionis.



## DEMONSTRATIO.

Tab. II. Est enim FC ad CE, in ratione Si-  
Fig. 13. nus Anguli CEN ad Sinum Anguli CFE  
(§. 35 *Trigon.*). Cum refraction fiat ex  
Medio densiori in rarius, Radius inci-  
dens DE refringitur ab Axe in EN  
(§. 38), eritque CEN Angelus refra-  
ctus (§. 14) & NEH = EFC (§. 233  
*Geom.*) ob parallelismum rectarum DH  
& AF, CFE Angelus refractionis (§. 13).  
Est itaque FC ad CE sive CB in ra-  
tione Sinus Anguli refracti ad Sinum  
Anguli refractionis. Q. e. d.

## THEOREMA XX.

Tab. II. 104. Si Radius HE Axi FA paral-  
Fig. 12. lelus in Superficiem Concavam Diaphani  
Spharici densioris ex Medio rariori inci-  
dit; refractus EN dispergetur ex Puncto  
Axis F, ita ut FE habeat ad FC ratio-  
nem Sinus Anguli inclinationis ad Si-  
num refracti.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Semidiameter CE secat BEL  
ad angulos rectos, (§. 38 *Analys. infin.*)  
& BF ipsi EH parallela, per hypothes. Ra-  
dius refractus EF cum BF concurrere de-  
bet (§. 25), estque FE ad FC in ratione  
Sinus anguli BCE = CEH (§. 233  
*Geom.*) ad Sinum anguli CEF (§. 35  
*Trig.*), hoc est ut Sinus Anguli inclina-  
tionis ad Sinum refracti (§. 14 *Dioptr.*  
& §. 22 *Catoptr.*). Q. e. d.

## PROBLEMA VIII.

105. Data distantia ME Puncti re-  
fractionis E ab Axe AF, una cum Se-  
midiametro CE Diaphani Spharici den-  
sioris BEL, in cujus cavam superficiem  
Radius EH Axi parallelus ex Medio  
rariori incidit; invenire distantiam

Puncti dispersus F a Superficie refrin-  
Tab. Fig. gentie FB.

## RESOLUTIO.

1. Cum in Triangulo EMC Angelus M  
sit rectus (§. 225 *Geom.*), ex datis  
ME & CE reperietur Angelus in-  
clinationis MCE (§. 38 *Trig.*).
2. Quia ratio Sinus Anguli inclinationis  
ad Sinum refracti datur (§. 24), per  
Regulam trium invenietur Sinus  
Anguli refracti, adeoque vi Cano-  
nis habetur ipse Angelus refractus  
CEF, qui
3. Ex Angulo inclinationis BCE sub-  
ductus relinquit Angulum refractionis  
CFE (§. 233 *Geom.*).
4. Datis itaque in Triangulo CEF om-  
nibus Angulis & latere CE, invenit-  
ur distantia Puncti dispersus FC a  
Centro (§. 36 *Trigon.*).

E. gr. Sit EM = 1", BC = 16"; erit Si-  
nus Anguli inclinationis = 10000000 : 16  
= 625000.

Est itaque BCE, vi Canonis, 3° 35'.  
Quare si ponamus Refractionem fieri ex  
Aere in Vitrum, erit Sinus Anguli refracti  
(§. 26) 625000. 2 : 3 = 4166666, adeoque,  
vi Canonis, CEF = 2° 23' 20" & hinc CFE  
= 1° 11' 40". Quare tandem

Log. Sin. CFE	83190118
CE	12041199
Sin. CEF	86199474
	98240673

Log. FC: 15050555, cui  
in Tabulis quam proxime respondent 3' 1"  
9" 9" seu 32". Ergo FB = 48".

## THEOREMA XXI.

106. Si Radius EH Axi FB paralle-  
lus in Diaphani Spharici densioris Super-  
ficiem Cavam BEL ex Medio rariori inci-  
dit; distantia Puncti dispersus a Superficie

Tab. II. Fig. 12. *refringente FB est ad distantiam ejus à Centro FC, in ratione majore quam Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti. Quodsi tamen Radii fuerint Axi valde vicini, Angulo BCE paucorum graduum existente; erit BF ad CF quam proxime, in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti.*

DEMONSTRATIO.

BF > EF (§. 302, 303 Geom.). Sed FE est ad FC in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti (§. 104). Ergo FB ad FC rationem ista majorem habet (§. 203 Arithm.). *Quod erat unum.*

Quodsi FE fuerit ipsi FB valde propinqua, differentia earum erit parvitas contemnenda; adeoque ratio rectarum FE & FB ad FC quam proxime eadem (§. 168 Arithm.). Sed FE est ad FC in ratione Sinus Anguli inclinationis, ad Sinum Anguli refracti (§. 104). Ergo FB ad FC, in hoc casu, quam proxime rationem eandem habet. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM I.

107. Quodsi Refractio ex Aëre in Vitrum contingit, erit in casu Radiorum Axi vicinorum FB : FC = 3 : 2, in casu remotiorum ab Axe FB : FC > 3 : 2 (§. 26); consequenter in priore CB : FC = 1 : 2 (§. 193 Arithm.).

SCHOLION.

108. Consentit cum his Calculus in Problemate octavo (§. 105).

COROLLARIUM II.

109. Si Refractio ex Aëre in Aquam contingit, erit in casu Radiorum Axi vicinorum FB : FC = 4 : 3 (§. 28); in casu remotiorum ab Axe FB : FC > 4 : 3; consequenter in priore BC : FC = 1 : 3 (§. 193 Arithm.).

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

COROLLARIUM III.

110. Quia Punctum dispersus F à Centro C longius distat, si refractione in Aqua, quam si in Vitro contingit (§. 107, 109); in posteriore casu Radii refracti minus dispersuntur quam in priore. Tab. II. Fig. 12.

THEOREMA XXII.

111. In Hypothesi Theorematis precedentis, erit Radius Concavittatis CE ad distantiam Puncti dispersus à Centro FC, in ratione Sinus Anguli refractionis ad Sinum Anguli refracti.

DEMONSTRATIO.

Est enim CE ad FC, in ratione Sinus Anguli CFE ad Sinum Anguli CEF (§. 35 Trigon.). Enimvero CFE = FEH (§. 233 Geom.), ob parallelismum EH & BF, per hypoth. Angulus refractionis (§. 13) & CEF Angulus refractus (§. 14). Est igitur CE ad FC, ut Sinus Anguli refractionis ad Sinum Anguli refracti. Q. e. d.

THEOREMA XXIII.

112. Si Radius HE Axi AF parallelus ex Medio densiori in Superficiem Cavam KBL Diaphani Sphærici rarioris incidit; refractus in FE cum Axe AF in F concurrat, ita ut distantia Puncti concursus à Centro CF sit ad Radium refractum FE, in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis. Tab. II. Fig. 13.

DEMONSTRATIO.

Quoniam CG secat BEL ad Angulos rectos (§. 38 Analys. infinit.) & ex C ducta CF est Radio incidenti parallela, per hypoth. refractus EF eidem concurrere debet in F (§. 41), estque FC ad FE, ut Sinus Anguli refracti ad

Bb

Si

Tab. II. Sinum Anguli inclinationis (§. 35 *Trigon.* Fig. 13. *gon.*). *Q. e. d.*

## PROBLEMA IX.

113. *Data distantia Puncti refractionis ME ab Axe Diaphani Sphærici KBL rarioris, in cujus Superficie Cavam Radius EH Axi AF parallelus ex Medio densiore incidit, una cum Semidiametro Diaphani CE; invenire distantiam Foci à Superficie refringente BE.*

## RESOLUTIO.

1. Ex datis in Triangulo CME ad M rectangulo, (§. 225 *Geom.*) lateribus ME & CM, invenitur Angulus inclinationis MCE (§. 38 *Trigon.*).
2. Et quia ratio Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis datur (§. 24, 36); ille quoque per Regulam trium facile invenitur.
3. Angulus inclinationis BCE ex refracto CEN subductus relinquit Angulum refractionis, HEN seu CFE (§. 233 *Geom.*).
4. Tandem ex datis in Triangulo FCE præter latus CE, Angulus singulis reperitur FC (§. 36 *Trigon.*).

E. gr. Sit ME =  $1^{\frac{1}{2}}$ , CE =  $10^{\frac{1}{2}}$ ; erit Sinus Anguli MCE = 10000000 : 10 = 1000000, cui in Canone quam proxime respondent  $5^{\circ}44'20''$ . Quare si ponamus Refractionem ex Vitro in Aërem fieri, reperietur Sinus Anguli CEN = 1000000. 3 : 2 = 1500000, cui in Canone quam proxime conveniunt  $8^{\circ}37'40''$ . Et hinc Angulus refractionis CFE  $2^{\circ}53'20''$ . Quare tandem

Log. Sin. F	87024241
CE	10000000
Sin. FEC	91761337

---

101761337

---

Log. FC

1.4737096, cui in

Tabulis respondent quam proxime  $2^{\circ}59'7''$  Tab. 7<sup>ma</sup> seu fere 30. Unde AB =  $1^{\circ}9'7''$  Fig. seu 20".

## THEOREMA XXIV.

114. *Si Radius HE Axi AB parallelus ex Medio densiori in Diaphani Sphærici rarioris Superficie Cavam incidit; distantia Foci à Centro FC habet ad distantiam ejus à Superficie refringente FB, rationem majorem quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis; at si Radius fuerit Axi vicinus, erit FC ad FB, in ratione illorum Sinuum.*

## DEMONSTRATIO.

FC est ad FE ut Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§. 112). Sed FB < FE (§. 302 *Geom.*) Ergo FC ad FB rationem majorem habet quam Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§. 195 *Arithm.*). Quod erat unum.

Quodsi Radii Axi AB fuerint valde vicini, erit differentia rectarum FB & FE parvitas contemnenda; unde FC rationem eandem habet ad FB & FE (§. 168 *Arithm.*); consequenter FC ad FB in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§. 112). Quod erat alterum.

## COROLLARIUM I.

115. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, in casu Radiorum Axi vicinorum erit FC ad FB ut 3 ad 2 (§. 41), in casu remotiorum FC : FB > 3 : 2. Unde BC : FB = 1 : 2 (§. 193 *Arithm.*), in casu priore.

## COROLLARIUM II.

116. Si Refractio ex Aqua in Aërem contingit, in casu Radiorum Axi vicinorum

Tab. II. rum erit  $FC:FB=4:3$  (§. 41), in casu  
Fig. 13. remotiorum  $FC:FB > 4:3$ . Unde  $BC:$   
 $FB=1:3$  (§. 193 *Arithm.*) in casu priore.

THEOREMA XXV.

117. In Hypothesi Theorematis præcedentis, erit Radius Concavitätis CE ad distantiam Puncti dispersus à Centro FC, in ratione Sinus Anguli refractionis CFE ad Sinum Anguli refracti CEN.

DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Theorematis 22. (§. 111).

LEMMA II.

118. Cofinus Anguli septem graduum, & multo magis Anguli minoris à Sinu toto in centesimis non differt. Cofinus vero viginti graduum nondum in decimis à Sinu toto diffidet. Et idem de Secantibus eorundem Angulorum valet.

DEMONSTRATIO.

Quodsi enim Sinus totus fuerit 10000, Cofinus septem graduum est, vi Canonis, 9925. Differentia itaque  $\frac{75}{10000}$  seu  $\frac{7}{1000} < \frac{1}{100}$ . Quod erat unum.

Similiter si Sinus totus fuerit 10000, Cofinus viginti graduum est, vi Canonis 9396. Differentia itaque  $\frac{604}{10000}$  seu  $\frac{6}{100} < \frac{1}{10}$ . Quod erat alterum.

Nec absimili modo idem de Secantibus ostenditur. Quod erat tertium.

COROLLARIUM I.

119. Quoniam in Triangulo MFE ad M rectangulo, FEM est complementum Anguli F ad rectum (§. 241 *Geom.*), & hinc FE ad FM, ut Sinus totus ad Cofinum Anguli F (§. 33 & 11 *Trigon.*); quamdiu Angulus F septem gradus non excedit, differentia Hypothenusæ FE & Catheti FM centesima istius parte minor; & quamdiu idem

Angulus F viginti gradus non superat, differentia rectorum FE & FM decima longe Fig. 13. minor.

COROLLARIUM II.

120. Quodsi ergo in Triangulo rectangulo FME Angulus F fuerit 7 graduum vel minor, & centesima Hypothenusæ FE pars fuerit parvitatis contemnenda, Hypothenusa FE, & Cathetus FM ad sensum æquales sunt. Eodemque modo patet, fore ad sensum  $FE=FM$ , si F 20° vel minor, &  $\frac{1}{10}$  EF parvitatis contemnenda.

THEOREMA XXVI.

121. Si Axis AF Diaphani Sphærici LBM ita secetur in N, ut NB habeat Fig. 14. ad NC rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & ex Puncto N incidat Radius ND per Medium rarius in Superficiem Convexam Diaphani densioris LM, Angulo N paucorum graduum existente; refractus DV erit Axi AF parallelus. Quodsi incidens AD ex Puncto remotiori A emanet, refractus DF cum Axe concurrat in F; si vero incidens QD ex Puncto viciniore Q adveniat, refractus DT ab Axe divergit Punctum dispersus in G habens.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ND ipsi NB admodum vicinus, seu angulus BND paucorum graduum, per hypoth. erit ND ipsi NB propemodum æqualis (§. 120). Quare cum NC ad NB habeat rationem Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti per hypoth. etiam NC ad ND eandem rationem habebit (§. 168 *Arithm.*). Sunt vero latera NC & ND, ut Sinus Angulorum CDS & NCD (§. 35 *Trigon.*). Quoniam itaque

Tab. II. que CDS est Angulus inclinationis  
Fig. 14. (§. 12), erit NCD refractio CDV  
(§. 14) æqualis; consequenter DV  
Axi AF parallela (§. 255 Geom.). Quod  
erat primum.

Si Radius AD ex Puncto remotiori  
incidit, erit CDX Angulus inclinationis  
(§. 12), CDF Angulus refractus (§. 14).  
Quare si ex Centro C demittantur per-  
pendiculares CH & CO, itemque CI  
& CP; sumto CD pro Sinu toto, erit  
CO Sinus Anguli inclinationis CDX &  
CH Sinus refracti eidem respondentis  
CDF, similiterque CP Sinus Anguli in-  
clinationis CDS Radii ex N emanantis  
& CI Sinus Anguli refracti CDV eidem  
respondentis (§. 2 Trigon.). Est vero  
CP : CI = CO : CH (§. 26) adeoque  
CP : CO = CI : CH (§. 173 Arithm.).  
Quare cum CP > CO, quia Angulus  
CDS > CDX (§. 84 Arithm.); etiam  
CI > CH, consequenter Radius refrac-  
tus DF à Puncto Axis C minus distat,  
quam parallela DV. Sed in Puncto D  
eadem erat utriusque ab Axe distantia.  
Ergo distantia ipsius DF ab Axe in pro-  
gressu minuitur, adeoque DF cum eo-  
dem convergit (§. 83 Geom.), tandem-  
que alicubi, veluti in F, concurrere de-  
bet. Quod erat secundum.

Si denique Radius QD ex Puncto  
viciniori incidit, erit CDR Angulus in-  
clinationis & CDT refractionis (§. 12  
& 14) demissæque ex C perpendicu-  
lares CZ & CK, sumto CD pro Sinu to-  
to, eorundem Sinus (§. 2 Trigon.).  
Unde eodem, quo ante modo, osten-  
ditur, refractum DT ab Axe divergere,  
adeoque Punctum dispersus in G ha-  
bere. Quod erat tertium.

## PROBLEMA X.

122. Si Axis AF Diaphani Spha. Tab.  
rici LM ita secetur in N, ut NB ad NC Fig.  
habeat rationem Sinus Anguli refracti  
ad Sinum Anguli inclinationis, & ex  
Puncto remotiori A per Medium rarius  
in Superficiem Convexam Diaphani den-  
sioris LBM Radius incidat, Angulo BCD  
exiguo existente; determinare distan-  
tiam Puncti concursus à Superficie re-  
fringente BF.

## RESOLUTIO.

Ex Centro C demittantur perpendi-  
culares CH & CI, quæ sumto CD pro  
Sinu toto, erunt Sinus Angulorum re-  
fracti CDF & inclinationis CDG (§. 2  
Trigon. & §. 11 & 14 Dioptr.). De-  
mittatur etiam ex D ad Axem AF per-  
pendicularis DK. Quoniam Angulus  
BCD exiguus existit, per hypoth. erit  
CK ipsi CB ad sensum æqualis (§. 120)  
& hinc etiam FK ipsi FB atque  
AK ipsi AB, immo etiam per eandem  
rationem perpendiculares ex C demissæ  
CH & CI æquales habentur perpendi-  
cularibus ex Punctis I & H ad Axem  
demissis.

Fiat itaque AB = d, CB = a, CH  
= m, CI = n, FB = x, erit AC = a  
+ d, FC = x - a, consequenter (per  
demonstrata & §. 268 Geom.).

$$FC : FK = CH : KD$$

$$x - a : x = m : \frac{mx}{x - a}$$

$$AC : AK = CI : KD$$

$$a + d : d = n : \frac{nd}{a + d}$$

Habe-



Tab. II. Habemus adeo

$$\begin{array}{l} \text{Fig. 15. } mx : (x - a) = nd : (a + d) \\ \hline max + mdx = ndx - nad \\ \hline nad = ndx - max - mdx \end{array}$$

Quæ ultima æquatio in analogiam resoluta dabit.

$((n-m)d - ma) : na = d : x$   
hoc est  $((n-m)AB - mCB) : nCB = AB : FB$   
Data adeo ratione refractionis  $n : m$  (§. 24), in quolibet casu speciali per Regulam trium invenietur FB.

E. gr. Si Refractio ex Aëre in Vitrum contingit,  $n : m = 3 : 2$  (§. 26). Sit  $CB = 6''$ ,  $AB = 150''$ ; erit  $n-m = 1$ ,  $(n-m)AB - mCB = 150'' - 12'' = 138''$ ,  $nCB = 18''$ , consequenter  $FB = 150.18 : 138 = 19\frac{1}{2}'' = 195'''$  fere.

### COROLLARIUM I.

123. Ergo si Refractio ex Aëre in Vitrum contingit, erit  $AB - 2CB : 3CB = AB : FB$  (§. 26) & hinc  $AB - 2CB : AC = AB : AF$  (§. 190 Arithm.).

### COROLLARIUM II.

124. Si Refractio ex Aëre in Aquam fit, erit  $AB - 3CB : 4CB = AB : BF$  (§. 41) & hinc  $AB - 3CB : AC = AB : AF$ .

### THEOREMA XXVII.

125. Si Axis Diaphani Sphærici AF ita dividatur in N, ut NB ad NC habeat rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & ex Puncto A Radius AD Axi vicinus, (hoc est, Angulo A paucorum graduum existente) per Medium rarius in Superficiem Convexam Diaphani densioris LM incidat; erit  $AN : NC = AB : FB$ .

### DEMONSTRATIO.

Sit ratio Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis  $= m : n$ ; erit

NB : NC  $= m : n$  vi hypoth. & hinc Tab. II. Fig. 15.  
BC : NB  $= n - m : m$  (§. 193 Arithm.),  
consequenter NB  $= mBC : (n - m)$ ,  
adeoque NC  $= BC + mBC : (n - m)$   
& AN  $= AB - mBC : (n - m)$ . Est itaque

$$AN : NC = AB - \frac{mBC}{n-m} : BC + \frac{mBC}{n-m}$$

hoc est AN : NC  $= (n - m) AB - mBC : nBC$  (§. 178. Arithm.). Est vero  $(n - m) AB - mBC : nBC = AB : FB$  (§. 122). Quare AN : NC  $= AB : FB$  (§. 167 Arithm.). Q. e. d.

### COROLLARIUM I.

126. Erit igitur etiam AN : AC  $= AB : AF$  (§. 190 Arithm.), & ideo ulterius AN : AB  $= AC : AF$  (§. 173 Arithm.).

### COROLLARIUM II.

127. Est adeo etiam AN : BN  $= AC : CF$  (§. 183 Arithm.).

### PROBLEMA XI.

128. Si Axis FP ita fuerit divisus Tab. II. Fig. 16.  
in N, ut NB ad NC habeat rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis & ex Puncto A in Superficiem Convexam LM Diaphani Sphærici densioris per Medium rarius incidat Radius AD Axi vicinus; Punctum dispersus F determinare.

### RESOLUTIO.

Quoniam Radius AD Axi Diaphani AC vicinus, adeoque Angulus AC exiguus supponitur, si DK ad AC, CH ad FE, & CI ad AG perpendiculares demittantur, erit ad sensum AK  $= AB$ , FK  $= FB$ , & perpendiculares ex K ad AG, ex I & H ad AC demissæ à normalibus DK, CI & CH ad sensum non



Tab. II. different (§. 120). Quodsi CD sumatur pro Sinu toto; erit CI Sinus Anguli inclinationis CDG (§. 2 Trig. & §. 12 Dioptr.) & CH Sinus Anguli refracti CDE (§. 2 Trigon. & §. 14 Dioptr.).

Fiat jam  $AB=d$ ,  $CB=a$ ,  $CH=m$ ,  $CI=n$ ,  $FB=x$ , erit  $AC=a+d$ ,  $FC=x+a$ , consequenter (per demonstrata & §. 268 Geom.)

$$FC : FK = CH : KD$$

$$x+a : x = m : \frac{mx}{x+a}$$

$$AC : AK = CI : KD$$

$$a+d : d = n : \frac{nd}{a+d}$$

Habemus adeo

$$mx : (x+a) = nd : (a+d)$$

$$max + mdx = ndx + nad$$

$$max + mdx - ndx = nad$$

Hæc æquatio in analogiam resoluta dabit

$$ma + (m-n)d : na = d : x$$

$$mBC + (m-n)AB : nCB = AB : FB$$

Data adeo ratione refractionis  $m : n$  (§. 24), in dato quolibet casu speciali per Regulam trium invenitur FB.

E. gr. Si Refractio ex Aëre in Vitrum contingit; erit  $n : m = 3 : 2$  (§. 26). Sit  $CB = 6''$ ,  $AB = 10''$ , erit  $mBC = 12$ ,  $(m-n)AB = -10$ ,  $nCB = 18$ , consequenter  $FB = 18$ ,  $10 : 2 = 90''$ .

### COROLLARIUM I.

129. Ergo si Refractio ex Aëre in Vitrum contingit, erit  $2BC - AB : 3CB = AB : FB$  (§. 26) & hinc  $2BC - AB : AC = AB : AF$  (§. 193 Arithm.).

### COROLLARIUM II.

130. Si Refractio ex Aëre in Aquam fit, Tab. II. erit  $3BC - AB : 4BC = AB : FB$  (§. 41) & Fig. II. hinc  $3BC - AB : AC = AB : AF$  (§. 190 Arithm.).

### THEOREMA XXVIII.

131. Si Axis Diaphani Spherici FP ita secetur in N, ut NB habeat ad NC rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & ex Puncto viciniori quam N per Medium rarius incidat Radius AD Axi vicinus (hoc est Angulo A paucorum graduum existente) in Superficiem Diaphani densioris convexam LM; erit  $AN : NC = AB : FB$ .

### DEMONSTRATIO.

Sit ratio Sinus Anguli Refracti ad Sinum Anguli inclinationis  $= m : n$ ; erit  $NB : NC = m : n$  per hypoth. adeoque  $BC : NC = n - m : n$  &  $BC : NB = n - m : m$  (§. 193 Arithm.), adeoque  $NC = nBC : (n - m)$ , &  $NB = mBC : (n - m)$ , consequenter  $AN = mBC : (n - m) - AB$ . Est itaque  $NA : NC = \frac{mBC}{n-m} - AB : \frac{nBC}{n-m} = mBC - (n-m)AB : nBC$  (§. 178 Arithm.)  $= AB : FB$  (§. 128). Q. e. d.

### COROLLARIUM.

132. Est itaque etiam  $NA : AC = AB : AF$  (§. 190 Arithm.).

### PROBLEMA XII.

133. Si Radius FC ex Puncto F Axis FP per Medium densius in Superficiem Convexam LBM Diaphani Spherici rarioris incidit; determinare Punctum dispersus A.

RESOLUTIO.

Tab. II. Ex antecedentibus constat, demissis  
Fig. 16. CH & CI ex Centro Diaphani C perpendicularibus ad Radium incidentem FE & refractum AG, fore CH sinum Anguli inclinationis CDE & CI Sinum Anguli refracti CDG, & si fiat CH = m, CI = n, FB = d, BC = a, AB = x & hinc AC = a + x, FC = a + d, fore ulterius

$$AC : AB = CI : KD$$

$$a + x : x = n : \frac{nx}{a + x}$$

$$FC : FB = CH : KD$$

$$a + d : d = m : \frac{md}{a + d}$$

Habemus ergo

$$nx : (a + x) = md : (a + d)$$

$$nax + ndx = mad + mdx$$

$$nax + ndx - mdx = mad$$

Hæc æquatio in analogiam resoluta dabit

$$na + (n - m) d : ma = d : x$$

hoc est,  $nBC + (n - m) FB : mBC = FB : AB$ .

E. gr. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, erit  $n : m = 3 : 2$  (§. 41). Quare si  $BC = 8''$ ,  $FB = 20''$ , erit  $nBC + (n - m) FB = 24 + 20 = 44$ ,  $mBC = 16$ , consequenter  $AB = 20. 16 : 44 = 7 \frac{2}{11}$ .

COROLLARIUM I.

134. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, erit  $3BC + FB : 2BC = FB : AB$  (§. 41), adeoque  $FC : 2BC = FA : AB$  (§. 193 Arithm.).

COROLLARIUM II.

135. Si Refractio ex Aqua in Aërem fit, erit  $4BC + FB : 3BC = FB : AB$  (§. 41.) & hinc  $FC : 3BC = FA : AB$  (§. 193 Arithm.).

THEOREMA XXIX.

136. Si ex Puncto F Axis Diaphani Tab. II. Sphærici rarioris per Medium densius in- Fig. 16. cidat Radius FD Axis vicinus, sique A Punctum dispersus Radii refracti DG cum Axe FP ita diviso, ut PB ad PC habeat rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis; erit FP : PC = FB : BA.

DEMONSTRATIO.

Sit Sinus Anguli inclinationis ad refractum ut  $m$  ad  $n$ . Quoniam BP : PC =  $n : m$  per hypoth. erit BC : PC =  $n - m : m$  & BC : BP =  $n - m : n$  (§. 193 Arithm.), adeoque PC =  $mBC : (n - m)$  & BP =  $nBC : (n - m)$ , consequenter FP =  $nBC : (n - m) + FB$ . Est itaque FP : PC =  $\frac{nBC}{n - m}$

+ FB :  $\frac{mBC}{n - m} = nBC + (n - m)FB : mBC$  (§. 178 Arithm.) = FB : AB (§. 133). Q. e. d.

COROLLARIUM I.

137. Est igitur etiam FP : FC = FB : FA (§. 193 Arithm.), & FP : FB = FC : FA (§. 173 Arithm.).

COROLLARIUM II.

138. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, erit  $3BC + FB : FB = FC : FA$  (§. 41); si vero ex Aqua in Aërem,  $4BC + FB : FB = FC : FA$  (§. cit.). Est enim FP =  $nBC : (n - m) + FB$ .

PROBLEMA XIII.

139. Si Radius AD ex Puncto Axis Tab. II. A per Medium rariis in Cavam Super- Fig. 17. ficiem Diaphani Sphærici densioris LM incidat; determinare Punctum dispersus F.

RE-

## RESOLUTIO.

Tab. II. Sit CI Sinus Anguli inclinationis  
Fig. 17. CDA =  $n$ , CH Sinus Anguli refracti

CDF =  $m$ , AB =  $d$ , FB =  $x$ , CB =  $a$ , erit FC =  $x - a$ , AC =  $d - a$   
& ex antecedentibus constat fore

$$AC : AB = CI : KD$$

$$d - a : d = n : \frac{nd}{d - a}$$

$$FC : FB = CH : KD$$

$$x - a : x = m : \frac{mx}{x - a}$$

Habemus ergo

$$nd : (d - a) = mx : (x - a)$$

$$ndx - nda = max - max$$

$$max + ndx - max = nda$$

Hæc æquatio in analogiam sequentem resolvitur

$$am + (n - m)d : na = d : x$$

$$mBC + (n - m)AB : mBC = AB : FB$$

E. gr. Si Refractio fit ex Aëre in Vitrum, erit  $n : m = 3 : 2$  (§. 26). Quare si BC = 20<sup>ll</sup>, AB = 80<sup>ll</sup>; erit  $mBC + (n - m)AB = 40 + 80$ ,  $mBC = 60$ , adeoque FB = 80. 60 : 120 = 40.

## COROLLARIUM I.

140. Si Refractio ex Aëre in Vitrum contingit, erit  $2BC + AB : 3BC = AB : FB$  (§. 26) & hinc  $2BC + AB : AC = AB : AF$  (§. 193 Arithm.).

## COROLLARIUM II.

141. Si Refractio ex Aëre in Aquam fit, erit  $3BC + AB : 4BC = AB : FB$  (§. 28) & hinc  $3BC + AB : AC = AB : AF$  (§. 193 Arithm.).

## THEOREMA XXX.

142. Si Radius AD ex Puncto Axis A per Medium rarius in Cavam Superficiem Diaphani Sphærici densioris LBM

incidat, & CQ ad QB habeat rationem Tab. II Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Fig. 17 refracti; erit AQ : CQ = AB : FB.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam CQ : QB =  $n : m$  per hypoth. erit CB : CQ =  $n - m : n$  & CB : QB =  $n - m : m$  (§. 193 Arithm.), atque hinc CQ =  $nCB : (n - m)$  & QB =  $mCB : (n - m)$ , adeoque AQ =  $mCB : (n - m) + AB$ . Est itaque AQ : CQ =  $\frac{mCB}{n - m} + AB : \frac{nCB}{n - m} = mCB + (n - m)AB : nCB$  (§. 178 Arithm.) = AB : FB (§. 139). Q. e. d.

## COROLLARIUM.

143. Est ergo AQ : AC = AB : AF (§. 193 Arithm.) & hinc AQ : AB = AC : AF (§. 173 Arithm.).

## THEOREMA XXXI.

144. Si Axis AB Diaphani Sphærici Tab. II Concavi DMBRL ita dividatur in N, Fig. 18 ut BN ad NC habeat rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis & ex Puncto N incidat Radius ND Axi vicinus per Medium densius in rarius; erit refractus DL Axi AF parallelus. Quodsi ex Puncto ulteriores A incidat AD, refractus DF cum Axe AF in Puncto F concurret; si vero ex Puncto propiori I vel S adveniat Radius ID vel SR, refractus DO vel RZ ab Axe AF divergit habens Punctum dispersus in Q vel T. Si denique Radius incidat ex Centro C, nullam refractionem patitur.

## DEMONSTRATIO.

Si Radius DL Axi parallelus & vicinus per Medium rarius in Superficiem Convexam Diaphani Sphærici densioris DMBRL

Tab. II. DMBRL incidit, fueritque BN ad CN  
Fig. 18. in ratione Sinus Anguli inclinationis ad  
Sinum Anguli refracti; erit N Punctum  
concurfus post refractionem (§. 90).  
Quare si refractus DN sumatur pro  
incidente, sitque adeo Angulus NDC  
Angulus inclinationis, qui ante erat  
refractus; erit nunc Radius DL refrac-  
tus, qui ante erat incidens (§. 37);  
consequenter refractus DL Axi AF pa-  
rallelus. Quod erat primum.

Demittantur jam ex Centro C rec-  
tæ Ca, Cb, Cd, Ce, Cf, Cg ad ND,  
DG, DA, DH, DI, DQ perpendicu-  
lares; erunt Ca, Cd, Cf Sinus Angu-  
lorum inclinationis CDN, CDA, CDI  
(§. 2 Trigon. & §. 12 Dioptr.) & Cb,  
Ce, Cg Sinus Angulorum refractorum  
CDG, CDH, CDQ (§. 2 Trig. &  
§. 14 Dioptr.). Quare cum sit Ca:Cb  
=Cd:Ce (§. 26 & 37) & Cd>Ca;  
erit etiam Ce>Cb; consequenter Cen-  
trum C à Radio refracto DH magis  
distat, quam a parallelo DG, & hinc  
DH ab Axe AB divergit, adeoque  
DF cum BF convergit (§. 263 Geom.).  
Quod erat secundum.

Similiter quia Ca:Cb=Cf:Cg  
(§. 26, 37) & Cf<Ca, erit quoque  
Cg<Cb, consequenter Centrum C a  
Radio refracto DQ minus distat, quam  
a parallelo DG & hinc DQ cum Axe  
AB convergit, adeoque DO ab eo-  
dem divergit (§. 263 Geom.). Est ita-  
que Punctum dispersus in Q (§. 23).  
Quod vero incidentis SR Punctum di-  
persus sit in T similiter patet (§. 38).  
Quod erat tertium.

Si Radius ex Centro incidit, est ad  
Wolfii Oper. Math. Tom. III.

LBM perpendicularis (§. 38 *Analys.*  
*infin.*). Transit ergo irrefractus (§.  
25). Quod erat quartum.

# PROBLEMA XIV.

145. Si Axis Diaphani Spherici ita Tab. II.  
dividatur in O, ut BO sit ad OC in Fig. 15.  
ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum  
Anguli inclinationis & ex Puncto F  
incidat Radius FD Axi vicinus per  
Medium densius in Superficiem cavam  
Diaphani rarioris LBM; determinare  
Punctum concursus A.

## RESOLUTIO.

Ex Centro demittantur in Radium  
incidentem DF & refractus DG (§. 38)  
perpendiculares CH & CI; sumto CD  
pro Sinu toto, erit CH Sinus Anguli in-  
clinationis CDF (§. 2 Trig. & §. 12 *Diop-*  
*tric.*) & CI Sinus Anguli refracti CDG  
(§. 2 Trigon. & §. 14 *Dioptr.*). Demit-  
tatur ex Puncto refractionis D perpen-  
dicularis ad Axem DK. Ex anteceden-  
tibus constat, fore ad sensum FK ipsi  
FB, & perpendiculares KD, CI & CH  
perpendicularibus ex Puncto K ad AG  
& ex Punctis I & H ad Axem BF demis-  
sis æquales. Quare si fiat CH=m, CI  
=n, FB=d, AB=x, CB=a erit  
FC=d-a, AC=x+a, adeoque  
(§. 268 Geom.).

$$AC:CI=AB:KD$$

$$x+a:n=x:\frac{nx}{x+a}$$

$$FC:CH=FB:KD$$

$$d-a:m=d:\frac{md}{d-a}$$

Cc

Habe-

Tab. II.  
Fig. 15.

Habemus igitur

$$nx : (x + a) = md : (d - a)$$

$$ndx - nax = mdx + mad$$

$$ndx - mdx - nax = mad$$

Hæc æquatio in sequentem resolvitur analogiam

$$(n - m) d - na : ma = d : x$$

hoc est,  $(n - m) FB - nCB : mCB = FB : AB$

E. gr. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, erit  $n : m = 3 : 2$  (§. 41). Quare si  $FB = 24''$ ,  $BC = 6''$ ; erit  $AB = 24.12 : (24 - 18) = 48$ .

#### COROLLARIUM I.

146. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, erit  $FB - 3 CB : 2 CB = FB : AB$  (§. 41), adeoque,  $FB - CB : 2 CB = FA : AB$  (§. 190 *Aritbm.*), hoc est,  $FC : 2 CB = FA : AB$ .

#### COROLLARIUM II.

147. Si Refractio ex Aqua in Aërem contingit, erit  $FB - 4 CB : 3 CB = FB : AB$  (§. 41) adeoque  $FB - CB : 3 CB = FA : AB$  (§. 190 *Aritbm.*), hoc est,  $FC : 3 CB = FA : AB$ .

#### THEOREMA XXXII.

148. Si Axis Diaphani Sphærici AB ita dividatur in O, ut BO ad OC sit in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & ex Puncto F per Medium densius in Superficiem Conca-  
vam Diaphani rarioris LBM incidat Radius FD; erit FO : CO = FB : BA.

#### DEMONSTRATIO.

Sit BO : OC =  $n : m$ ; erit BC : OC =  $n - m : m$  & BC : BO =  $n - m : n$  (§. 193 *Aritbm.*), adeoque OC =  $mBC$  :  $(n - m)$  & BO =  $nBC : (n - m)$ ,

atque FO = FB -  $nBC : (n - m)$ . Est Tab. II. igitur FO : CO = FB -  $\frac{nBC}{n - m} : \frac{mBC}{n - m}$  Fig. 15.

=  $(n - m) FB - nBC : mBC$  (§. 178 *Aritbm.*) = FB : AB (§. 145). Q. e. d.

#### COROLLARIUM.

149. Ergo FO : FC = FB : FA (§. 190 *Aritbm.*), consequenter FO : FB = FC : FA (§. 173 *Aritbm.*).

#### PROBLEMA XV.

150. Si Axis Diaphani Sphærici AB ita dividatur in N, ut BN ad NC habeat rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis, & ex Puncto I Diaphano viciniore quam N incidat per Medium densius in ejus Superficiem Cavam LBM Radius Axi vicinus ID; determinare Punctum dispersus Q.

#### RESOLUTIO.

Demittantur ex Centro C perpendiculares CH ad Radium incidentem ID & CK ad refractum DQ : erit CH Sinus Anguli inclinationis CDI (§. 2 *Trigon.* & §. 12 *Dioptr.*) & CK Sinus Anguli refracti GDK (§. 2 *Trigon.* & §. 14 *Dioptr.*). Demittatur etiam ex D recta DE ad Axem AB normalis; erit eadem ob Anguli Q parvitatem perpendiculari ex E ad QD demissæ æqualis : ob quam rationem etiam QE = QB. Quare si fiat CH =  $m$ , CK =  $n$ , BC =  $a$ , IB =  $d$ , QB =  $x$ , adeoque IC =  $d - a$ , QC =  $x - a$ ; erit (§. 268 *Geom.*),

$$QC : QB = CK : ED$$

$$x - a : x = n : \frac{nx}{x - a}$$

$$IC : IB = CH : ED$$

$$d - a : d = m : \frac{md}{d - a}$$



Tab. II. Habemus adeo  
Fig. 19.

$$\begin{array}{r} nx : (x-a) = md : (d-a) \\ \hline ndx - nax = mdx - mad \\ \hline mad = nax + mdx - ndx \end{array}$$

Hæc æquatio in sequentem abit analogiam :

$$\begin{array}{l} na + (m-n) d : ma = d : x \\ nBC + (m-n) IB : mBC = IB : QB. \end{array}$$

E. gr. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, erit  $m : n = 2 : 3$  (§. 41). Quare si  $BC = 6''$ ,  $IB = 10''$ ; erit  $QB = 10.12$  :  $(18-10) = 15''$ .

Tab. II. Quodsi Radius ex Puncto S intra  
Fig. 19. Centrum C & Superficiem Diaphani fito incidat, continuetur RS in  $f$  & RT in  $t$ : atque ex C demittantur perpendiculares Cf & Ct, qui erunt Sinus Anguli inclinationis CRS & refracti CRT. Quare cum, ob verticales ad S & T,  $\triangle CSf$  &  $SRy$ , itemque  $CTt$  &  $RTy$  sint similia, & ob parvitatem Angulorum S & T sit  $Sy = SB$  &  $Ty = TB$ : reperietur eodem, quo ante modo,  $nBC + (m-n) SB : mBC = SB : TB$ .

#### COROLLARIUM I.

151. Si Refractio ex Vitro in Aërem contingit, erit  $3BC - IB : 2BC = IB : QB$  (§. 41), consequenter  $IC : 2BC = QI : QB$  (§. 193 Arithm.).

#### COROLLARIUM II.

152. Si Refractio ex Aqua in Aërem contingit, erit  $4BC - IB : 3BC = IB : QB$  (§. 41), consequenter  $IC : 3BC = QI : QB$  (§. 193 Arithm.).

#### THEOREMA XXXIII.

153. Si Axis Diaphani Sphærici AB ita dividatur in N, ut BN ad NC habeat rationem Sinus Anguli refracti ad

Sinum Anguli inclinationis, & ex Tab. II. Puncto I Superficiem viciniori quam N, Fig. 19. per Medium rarius in Superficiem Cavam Diaphani Sphærici densioris LBM Radius incidat; erit  $IN : NC = IB : QB$ .

#### DEMONSTRATIO.

Si ratio refractionis ponatur ut supra  $m : n$ , erit  $NC : NB = m : n$ , vi hypoth. unde  $NC : CB = m : n - m$  &  $NB : CB = n : n - m$  (§. 193 Arithm.), adeoque  $NC = mCB : (n-m)$  &  $NB = nCB : (n-m)$  &  $IN = nCB : (n-m) - IB$ . Est itaque  $IN : NC = \frac{nCB}{n-m} - IB : \frac{mCB}{n-m} = nCB - (n-m) IB : mCB = IB : QB$  (§. 150). Q. e. d.

#### COROLLARIUM.

154. Ergo  $IN : IC = IB : IQ$  (§. 193 Arithm.).

#### PROBLEMA XVI.

155. Si Radius GA tendens ad Tab. Punctum A Axis BA Diaphani Sphærici densioris incidat per Medium rarius Fig. 20. in ejus Superficiem Convexam LBM; determinare Punctum concursus F.

#### RESOLUTIO.

Quia Radius GA frangitur ad Axem refractionis CD, est autem Angulus refractionis ADF minor Angulo inclinationis ADC (§. 25); evidens est, Punctum concursus F esse inter Centrum C & A. Quodsi ex Centro C demittantur perpendiculares CH & CI, notenturque ea, quibus in antecedentibus jam sæpe usi fuimus, & fiat  $CH = m$ ,  $CI = n$ ,  $BC = a$ ,  $AB = d$ ,  $FB = x$ , erit  $EC = x - a$ ,  $AC = d - a$  atque



Tab.  
III.  
Fig. 20.

$$AC : AB = CI : ED$$

$$d - a : d = n : \frac{nd}{d - a}$$

$$FC : FB = CH : ED$$

$$x - a : x = m : \frac{mx}{x - a}$$

Habemus adeo

$$mx : (x - a) = nd : (d - a)$$

$$mdx - max = ndx - nad$$

$$nad = ndx - mdx + max$$

Hæc æquatio in sequentem resolvitur analogiam :

$$(n - m) d + ma : na = d : x$$

hoc est,  $(n - m) AB + mCB : nCB = AB : FB$ .

E. gr. Si Refractio ex Aëre in Vitrum contingit, erit  $m : n = 2 : 3$ . Quare si  $CB = 10''$ ,  $BA = 25''$ , erit  $FB = 25.30$  :  $(25 + 20) = 16\frac{2}{3}$ .

Tab.  
III.  
Fig. 21.

Quodsi Punctum A, ad quod Radius GDA tendit, fuerit inter Centrum C & Superficiem Diaphani; tum quia Radius DA ad perpendicularum DC refringitur, Angulus tamen refractionis ADE minor est Angulo inclinationis ADC (§. 25); refractus DF Axi occurret inter A & C. Jam si DA & DF ultra Axem producantur & in eas perpendiculares CI & CH demittantur; sumpta DC pro Sinu toto, erit CI Sinus Anguli inclinationis ADC (§. 2 Trigon. & §. 10 Dioptr.) & CH Sinus Anguli refracti FDC (§. 2 Trigon. & §. 14 Dioptr.) & ob parvitatem angulorum A & F (§. 120)  $AD = AE = AB$ ;  $FD = FE = FB$ . Quare si fiat ut ante  $CI = n$ ;  $CH = m$ ,  $CB = a$ ,  $AB = d$ ;  $FB = x$ , erit  $AC = a - d$ ,  $FC = a - x$ , & cum Verticales ad A & F sint æqua-

les (§. 156 Geom.), demissa ex D perpendiculari DE, erit (§. 267 Geom.)

$$AC : CI = AE : ED$$

$$a - d : n = d : \frac{nd}{a - d}$$

$$FC : CH = FB : ED$$

$$a - x : m = x : \frac{mx}{a - x}$$

Habemus itaque

$$nd : (a - d) = mx : (a - x)$$

$$nda - ndx = max - mdx$$

$$nda = ndx - mdx + max$$

Quæ æquatio cum superiori coincidit. Eadem igitur Regula satisfacit determinando Puncto concursus F, sive Radius incidens ad Punctum Axis intra Centrum & Superficiem, sive ad aliud ultra Centrum situm tendat.

### COROLLARIUM I.

156. Si Refractio in Aëre in Vitrum contingit, erit  $AB + 2 CB : 3 CB = AB : FB$  (§. 26), adeoque  $AB + 2 CB : AC = AB : AF$  (§. 193 Arithm.).

### COROLLARIUM II.

157. Si Refractio ex Aëre in Aquam contingit, erit  $AB + 3 CB : 4 CB = AB : FB$  (§. 28), adeoque  $AB + 3 CB : AC = AB : AF$  (§. 193 Arithm.).

### THEOREMA XXXIV.

158. Si Radius GD tendens ad Punctum A Axis Diaphani Sphærici incidat per Medium rarius in ejus Superficiem Convexam LBM & post refractionem eadem occurrat in F; Axe in N producto, donec CN habeat ad NB rationem Sinus Anguli refr. Et ad Sinum Anguli inclinationis, erit  $AN : CN = AB : FB$ .

DEMONSTRATIO.

Tab. III. Quoniam  $CN:NB=n:m$ , per hypoth.  
Fig. 20. erit  $CB:NB=n-m:m$  &  $CB:CN$   
Fig. 21.  $n-m:n$  (§. 193 Arithm.), adeoque  
 $NB=mCB:(n-m)$ ,  $CN=nCB:(n-m)$   
&  $AN=mCB:(n-m)+AB$ . Est  
itaque  $AN:CN=\frac{mCB}{n-m}+AB:\frac{nCB}{n-m}$   
 $=mCB+(n-m)AB:nCB=AB:FB$   
(§. 155). Q. e. d.

COROLLARIUM.

159. Est adeo  $AN:AC=AB:AF$  (§. 193 Arithm.), consequenter  $AN:AB=AC:AF$  (§. 173 Arithm.).

THEOREMA XXXV.

Tab. II. 160. Si partes Axis Diaphani Sphæ-  
Fig. 15. rici  $OC$  &  $OB$  fuerint in ratione Sinus  
Anguli inclinationis ad Sinum Anguli  
refracti, & Radius  $ED$  Axi vicinus ad  
Punctum  $F$  ultra  $O$  situm tendens per  
Medium densius in Diaphani rarioris  
Superficiem Convexam  $LM$  incidat; re-  
fractus  $DG$  dispergetur ex Puncto  $A$ ,  
ita ut sit  $FO:FB=FC:FA$ .

DEMONSTRATIO.

Si Radius  $FD$  in Concavam Superficiem incidit & ab Axe  $CD$  refringitur in  $DG$ , ex Puncto  $A$  ita dispergitur, ut  $FO:FB=FC:FA$  (§. 149). Sed si Radius  $ED$  incidit in Diaphani rarioris Convexam Superficiem, Angulus inclinationis idem, qui ante manet, & eadem quantitate ab Axe refractionis  $CD$  refringitur (§. 36). Ergo is quoque refractus ex Puncto  $A$  ita dispergi debet, ut sit  $FO:FB=FC:FA$ . Q. e. d.

THEOREMA XXXVI.

161. Si fuerit in Axe Diaphani  $NC$

ad  $NB$  in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti, & Radius  $FD$  ad Punctum  $I$  inter Centrum  $C$  & Punctum  $N$  situm tendens per Medium densius in Superficiem Convexam Diaphani rarioris incidit; post refractionem is Axi occurret in  $Q$ , ita ut sit  $NI:IB=IC:IQ$ . Tab. II. Fig. 19.

DEMONSTRATIO.

Si Radius  $ID$  ex Medio densiori incidit in Cavam Superficiem, ab Axe refractionis  $CD$  refractus Axi Diaphani in  $Q$  occurrat, ita ut  $NI:IB=IC:IQ$  (§. 154). Sed si Radius  $DF$  in Superficiem Convexam Diaphani ex Medio densiori incidit, idem manet Angulus inclinationis & Radius ibidem ab Axe  $CD$  eadem, qua ante, quantitate refringitur (§. 36). Ergo idem quoque post refractionem concurrat cum Axe in  $Q$ , adeo ut  $NI:IB=IC:IQ$ . Q. e. d.

THEOREMA XXXVII.

162. Si fuerit  $NC$  ad  $NB$  in ratione Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti, & Radius  $PR$  Axi vicinus tendens ad Punctum  $S$ , inter Centrum  $C$  & Superficiem Diaphani Sphærici rarioris  $DR$  situm, per Medium densius in ejus Superficiem Convexam incidat; refractus  $RT$  cum Axe in  $T$  concurrat, ita ut sit  $SN:SB=SC:ST$ . Tab. II. Fig. 18.

DEMONSTRATIO.

Si Radius  $SR$  in Superficiem Cavam per Medium densius incidit, refractus ab Axe refractionis  $CR$  ex Puncto  $T$  dispergitur, ita ut sit  $SN:SC=SB:ST$

Tab.II. (§.150, 153), consequenter SN: SB  
Fig.18. = SC: ST (§.173 *Arithm.*). Enim-  
vero si Radius PR per Medium densius  
in Superficiem Convexam incidit, idem  
manet Angulus inclinationis & Radius  
ibidem ab Axe sub eodem Angulo re-  
fringitur (§.36). Ergo refractus RT  
cum Axe concurrat, ita ut sit SN:  
SB=SC: ST. *Q. e. d.*

## THEOREMA XXXVIII.

Tab.II. 163. Si C sit Centrum Superficiæ  
Fig.15. Spherice LBM, atque NB ad NC habeat  
rationem Sinus Anguli refracti ad Si-  
num Anguli inclinationis, & Radius  
Axi vicinus GD tendens ad Punctum  
A per Medium rarius incidat in Super-  
ficiem Cavam Diaphani Spherici densio-  
ris LM; refractus dispergetur ex Puncto  
F, ita ut sit AN: AB=AC: AF.

## DEMONSTRATIO.

Si ex Puncto A per Medium rarius  
in Superficiem Convexam incidit Ra-  
dius AD, refractus ad Axem refractionis  
CD ita occurrit Axi Diaphani in F  
ut sit AN: AB=AC: AF (§.126).  
Sed si DG fuerit Radius incidens, idem  
est Angulus inclinationis GDC & ad  
Axem refractionis CD eadem quantita-  
te Anguli GDF refringitur (§.25, 26).  
Ergo refractus DE itidem Axi in F oc-  
currit, ita ut sit AN: AB=AC: AF,  
consequenter ex hoc Puncto dispergitur  
(§.23). *Q. e. d.*

## THEOREMA XXXIX.

164. Si fuerit NB ad NC in ratio-  
ne Sinus Anguli refracti ad Sinum An-

guli inclinationis, & Radius DG ten-  
dens ad Punctum A inter N & Super. Tab.II  
ficiem Diaphani situm, incidat per me-  
dium rarius in Superficiem Cavam Dia-  
phani densioris; refractus cum Axe in  
F concurrat, ita ut sit NA: AB  
=CA: AF.

## DEMONSTRATIO.

Si ex Puncto A per Medium rarius  
in Superficiem Convexam incidit Ra-  
dius AD, refractus DE ad Axem re-  
fractionis CD ex Puncto F ita disper-  
gitur, ut sit NA: AC=AB: AF  
(§.132), adeoque NA: AB=CA: AF  
(§.173 *Arithm.*). Sed si DG per  
Medium rarius in Superficiem Cavam  
incidit, idem est, qui ante, Angulus  
inclinationis GDC & Refractio sub eo-  
dem Angulo GDE ad Axem refractionis  
CD contingit (§.25, 26). Ergo  
Radius refractus DF Axi Diaphani in  
F ita occurrit, ut sit NA: AB=CA: AF.  
*Q. e. d.*

## THEOREMA XL.

165. Si fuerit PB ad PC in ratione  
Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli  
inclinationis, & Radius EF Axi vici-  
nus tendens ad Punctum F per Medium  
densius incidat in Superficiem Cavam  
Diaphani Spherici rarioris; refractus  
AD Axi Diaphani ita occurrit in A ut  
sit FP: FB=FC: FA.

## DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Demonstratio Theo-  
rematis præcedentis (§.137).

CA-

CAPUT IV.

De Refractione Luminis in Lentibus Convexis.

THEOREMA XLI.

Tab. III. Fig. 22. 166. *R*adius EG Axi vicinus & parallelus incidens in Superficiem Planam Lentis Plano-convexæ Luminoso directe opposita, post refractionem cum Axe concurrat in F & si C sit Centrum Convexitatis, CF ad FL habet rationem Refractionis seu Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis.

DEMONSTRATIO.

Quia Superficies Plana Luminoso directe opponitur, per hypoth. Radius EH ad AB perpendicularis, adeoque irrefractus transit usque in H (§. 25). Incidit adeo in Superficiem Cavam AHB adhuc Axi parallelus. Quare cum ex Lente densiori in Medium rarius erumpat, Axi Lentis in F occurrit, estque CF ad FL in ratione Refractionis, hoc est, in ratione Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis (§. 114). Q. e. d.

SCHOLIUM.

167. Posthac constanter supponemus, Lentem esse densiorem Medio circumfuso & Rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis vocabimus Rationem Refractionis.

COROLLARIUM I.

168. Si itaque Refractio ex Lente Vitrea in Aërem contingit, erit CF: FL = 3:2 (§. 41) adeoque FL = 2 CL, hoc est Radii paralleli Axi vicini cum eodem uniuntur in distantia Diametri.

COROLLARIUM II.

169. Si Refractio ex Lente Aquea, hoc Tab. III. Fig. 22. est, ex Vitro Plano-Convexo & Aqua Pleno contingit, erit CF: FL = 4:3 (§. 41) adeoque FL = 3 CL, hoc est, Radii paralleli Axi vicini cum eodem uniuntur in distantia sesquidiametri.

COROLLARIUM III.

170. Ergo si in Foco Lentis Plano-Convexæ, hoc est, in Puncto F, quod à Superficie Convexa Lentis Vitreæ ALB distat intervallo Diametri, à Superficie vero Lentis Aqueæ intervallo sesquidiametri, collocetur Candela accensa, Radii post Refractionem erunt Paralleli (§. 37).

COROLLARIUM IV.

171. Ope Lentis Plano-convexæ optime observari potest ratio refractionis ex Vitro in Aërem.

THEOREMA XLII.

172. Si Radius KI Axi Lentis Plano-convexæ vicinus & parallelus incidat Tab. III. Fig. 23. in Superficiem Convexam AHB, post duplicem Refractionem Axi occurret in F, ita ut HG ad GC & GD ad FD habeat rationem Refractionis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Radius KI Axi EG parallelus, vi primæ Refractionis in I tendit ad Punctum G, ita ut GH ad GC habeat rationem Sinus Anguli inclinationis ad Sinum Anguli refracti (§. 90). Ergo, vi secundæ Refractionis in L factæ, cum Axe

Tab. III. *Fig. 23.* Axe in F concurrit, ita ut GD ad FD rationem Sinus Anguli refracti ad Sinum Anguli inclinationis habeat (§. 80).  
*Q. e. d.*

## PROBLEMA XVII.

173. *Data Semidiametro HC, crassitie DH Lentis Plano-convexæ AB, & Ratione Refractionis; determinare Focum F, Radiorum Axi parallelorum & vicinorum, in Superficiem Convexam AHB incidentium.*

## RESOLUTIO.

1. Sit brevitatis gratia Ratio Refractionis  $= n : m$ . Quoniam  $n : m = HG : GC$  (§. 172); erit  $n - m : n = HC : GH$  (§. 193 *Arithm.*), adeoque Ratione Refractionis & Semidiametro datis, inveniri potest GH. Est nempe generaliter  $GH = nHC : (n - m)$ .
2. Inde si subducatur crassities Lentis DH, relinquetur  $GD = nHC : (n - m) - HD$ .
3. Quare cum porro fit  $n : m = GD : FD$  (§. 172); ob datam Rationem Refractionis  $n : m$ , reperitur quoque FD, nempe universaliter  $FD = \frac{mCH}{n - m} - \frac{mHD}{n} = \left( \text{si } \frac{mHD}{n} \text{ parvitatē contemnendā} \right) \frac{m}{n - m} CH$ .

## COROLLARIUM I.

174. Si Lens Vitrea fuerit, erit  $FD = 2CH - \frac{2}{3}HD$  (§. 26). Quare si duæ tertiæ crassitiei Lentis fuerint parvitatē contemnendæ (quod in praxi plerumque accidit); Radii paralleli Axi uniantur in distantia Diametri à Lente, etiam cum in Superficiem Convexam incidunt.

## COROLLARIUM II.

175. Perinde igitur est, si ve Superficiem Planam, si ve Convexam Luminoso Radiorum parallelorum obvertas (§. 168). *Tab. III. Fig. 24.*

## SCHOLIUM.

176. *Constat tamen cum Experientia, tum Calculo Trigonometrico juxta Caput præcedens instituto, plures Radios in spatio minori uniri si Superficies Convexa, quam si Plana Luminoso obvertatur.*

## COROLLARIUM III.

177. Si Lens Aquea fuerit, erit  $FD = 3CH - \frac{3}{4}HD$  (§. 26). Quare si  $\frac{3}{4}HD$  parvitatē contemnendæ, erit  $FD = 3CH$ , aut si mavis  $\frac{1}{4}HD$  contemnere,  $FH = 3CH$ . Uniantur adeo Radii Axi paralleli & vicini in distantia sesquidiametri, si Refractorio in Aqua fiat, etiam cum Superficies Convexa Luminoso obvertitur.

## THEOREMA XLIII.

178. *Si Radius DE Axi AB parallelus & vicinus in Spheram incidat; post duplicem Refractionem Axi continuato in F occurrit, ita ut, semidiametro CB bisariam in I divisa, CF ad FI sit in Ratione Refractionis.* *Tab. III. Fig. 25.*

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Radius DE Axi AB vicinus & parallelus, per hypoth. post Refractionem in ingressu factam ad Punctum G tendit, ita ut GA ad GC habeat rationem refractionis  $n : m$  (§. 90). Quare cum etiam sit  $n - m : n = AC : GA$  &  $n - m : m = AC : GC$  (§. 193 *Arithm.*); erit  $GA = nAC : (n - m)$ , &  $GC = mAC : (n - m)$ . Quod si jam Radius alteram patitur Refractionem in egressu, fiatque  $BL : LC = n : m$ ; cum Axe in F concurrit, ut sit  $GL : GB = GC : GF$  (§. 165), adeoque  $BL : GB = FC$ .



Tab. III.  $\text{FC} = \text{GF}$  (§. 193 *Arithm.*). Est vero  
que  $\text{BL} = n - m : n$  (§. cit.), adeo-  
que  $\text{BL} = n\text{CB} : (n - m) = \text{GA}$ , per  
demonstrata.

Ergo si fiat

$$\text{AC} = \text{CB} = a, \text{FC} = x, \text{erit}$$

$$\text{GA} : \text{GB} = \text{FC} : \text{GF}$$

$$\frac{na}{n-m} : \frac{na}{n-m} - 2a = x : \frac{ma}{n-m} - x$$

hoc est,  $n : 2m - n = nx - mx : ma - nx + mx$   
(§. 178, 181 *Arithm.*).

$$2m : n = ma : nx - mx \quad (\S. 190 \text{ Arithm.})$$

$$1 : n = \frac{1}{2}a : (n - m)x \quad (\S. 181 \text{ Arithm.})$$

$$n - m : n = \frac{1}{2}a : x \quad (\S. 181, 178 \text{ Arithm.})$$

$$m : n = x - \frac{1}{2}a : x \quad (\S. 193 \text{ Arithm.})$$

Quoniam  $\text{FC} = x$  &  $\text{CI} = \frac{1}{2}\text{CB}$  per  
hypoth.  $= \frac{1}{2}a$ ; erit  $x - \frac{1}{2}a = \text{IF}$ , adeo-  
que

$$m : n = \text{IF} : \text{CF}. \text{Q. e. d.}$$

### COROLLARIUM I.

179. Quoniam Circulus est Sectio Cylindri pariter ac Sphæra, immo omnis Solidi per rotationem Figuræ Curvilineæ circa Axem geniti; si Radii paralleli Diametro sectionis Basi Solidi parallelæ post duplicem Refractionem in F concurrunt, IF ad CF Rationem Refractionis habebit.

### COROLLARIUM II.

Tab. III. Fig. 25. 180. Facile adeo observatur Ratio Refractionis in omnis generis Fluido, si Radiis Solaribus, qui pro parallelis haberi possunt (§. 94 *Optic.*) directe opponatur Cylindrus AH liquore quocunque dato plenus & in Charta opposita notetur Punctum F, ubi Radii concurrunt. Quodsi enim Radium CB bifariam seces in I, exhibebit IF ad CF rationem refractionis desideratam (§. præc.).

### COROLLARIUM III.

181. Quoniam  $n - m : n = \frac{1}{2}a : x$  (§. 178); erit  $x = na : (2n - 2m) = \text{FC}$ .  
*Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.*

Data itaque Ratione Refractionis & Semidiametro Sphæra refringentis CB, inveniri potest Foci a Centro distantia CF. Tab. III. Fig. 24.

### COROLLARIUM IV.

182. Si Sphæra Vitrea, erit  $\text{CF} = \frac{3}{2}a = \frac{3}{2}\text{CB}$  (§. 26), adeoque  $\text{BF} = \frac{1}{2}\text{BC} = \frac{1}{4}\text{AB}$ . Focus adeo a Sphæra Vitrea quarta Diametri parte distat.

### COROLLARIUM V.

183. Si Sphæra Aquea, erit  $\text{CF} = \frac{4}{3}a = 2\text{CB}$  (§. 28), adeoque  $\text{BF} = \text{CB} = \frac{1}{2}\text{AB}$ . Focus adeo a Sphæra Aquea dimidia Diametri parte distat, consequenter Sphæra Aquea Focum duplo remotiorem habet quam Vitrea.

### THEOREMA XLIV.

184. Si Radius HI Axi DG parallelus & vicinus incidit in Lentem utrinque Convexam, post duplicem Refractionem eidem occurret in F, sique tum GE ad GC, tum DK ad DO habuerit Rationem Refractionis; erit  $\text{GD} : \text{GK} = \text{GO} : \text{GF}$ . Tab. III. Fig. 26.

### DEMONSTRATIO.

Si EG ad GC habuerit rationem Refractionis, Radius HI Axi Lentis vicinus & parallelus tendit ad Punctum G (§. 90). Quare si porro DK ad DO Rationem Refractionis habuerit, post alteram Refractionem in egressu factam Axi in F occurret, estque  $\text{GD} : \text{GK} = \text{GO} : \text{GF}$  (§. 165). Q. e. d.

### COROLLARIUM.

185. Ergo etiam  $\text{GK} : \text{DK} = \text{GO} : \text{FO}$  (§. 193 *Arithm.*).

### PROBLEMA XVIII.

186. Datis Semidiametris CE & OK Lentis utrinque Convexa, una cum crassitudine



Tab. *ſitie ejus EK : determinare Focum F*  
 III. *Radiatorum Axi parallelorum & vicino-*  
 Fig. 26. *rum.*

## RESOLUTIO.

1. Si Ratio Refractionis fuerit  $= n : m$ , erit  $GE : GC = n : m$  &  $DK : DO = n : m$  (§. 184), adeoque  $n : m : n = CE : GE$  &  $n : m : n = KO : DK$  (§. 193 *Arithm.*). Quare ſi Ratio Refractionis, & Semidiametri CE atque KO dēntur, inveniri poſſunt GE & DK.
2. Quare cum  $GD = DK + EG - EK$  &  $GK = GE - EK$ , denique  $GO = GE + KO - EK$ , ſitque  $GD : GK = GO : GF$  (§. 184); GF quoque inveniri poteſt.
3. Quodſi vero GF ex GE ſubducas, relinquetur FE.

## COROLLARIUM I.

187. Si EK fuerit parvitaris contemnendæ (quod plerumque accidit); erit  $GD = DK + EG$ ,  $GK = GE$  &  $GO = GE + KO$ , adeoque  $DK + EG : GE = GE + KO : GF$  (§. 184).

## COROLLARIUM II.

188. Ergo ſi Refraſtio in Lente Vitrea contingit, cum ſit  $GE = 3 CE$  &  $DK = 3 KO$  (§. 91); erit  $3KO + 3CE : 3CE = 3CE + KO : GF$  (§. 187), conſequenter  $KO + CE : CE = 3CE + KO : GF$  (§. 178 *Arithm.*).

## COROLLARIUM III.

189. Quare ſi fiat  $KO = a$ ,  $CE = b$ ,  $GF = x$ ; erit  $x = (3bb + ab) : (a + b)$ , adeoque ob  $GE = 3CE$  (§. 91) FE vel FK (in Hypotheſi nempe craſſitie EK contemnendæ)  

$$= 3b - \frac{3bb + ab}{a + b} = \frac{3ab + 3bb - 3bb - ab}{a + b} = \frac{2ab}{a + b}$$

Est nempe ſumma Semidiametrorum KO & CE ad unius duplum 2CE, ut altera KO ad diſtantiā Foci à Lente FK.

Tab.  
III  
Fig. 27

## COROLLARIUM IV.

190. Si Refraſtio in Lente Aquea contingit, cum ſit  $GE = 4CE$  &  $DK = 4KO$  (§. 93); erit  $4KO + 4CE : 4CE = 4CE + KO : GF$  (§. 187), conſequenter  $KO + CE : CE = 4CE + KO : GF$  (§. 178 *Arithm.*).

## COROLLARIUM V.

191. Quare ſi fiat  $KO = a$ ,  $CE = b$ ,  $GF = x$ ; erit  $x = (4bb + ab) : (a + b)$ , adeoque ob  $GE = 4CE$  (§. 93) in Hypotheſi præſenti craſſitie Lentis contemnendæ, FE vel FK  $= 4b - \frac{4bb + ab}{a + b} = \frac{4ab + 4bb - 4bb - ab}{a + b} = \frac{3ab}{a + b}$ .

Est nempe ſumma Semidiametrorum KO & CE ad alterutrius triplum 3CE, ut altera KO ad diſtantiā Foci à Lente FK.

## COROLLARIUM VI.

192. Si Lens Vitrea fuerit utrinque æqualiter Convexa; erit  $KO = CE$ , adeoque  $2CE : CE = 4CE : GF$  (§. 179); conſequenter  $CE : CE = 2CE : GF$  (§. 183 *Arithm.*). Est itaque  $GF = 2CE$ .

## COROLLARIUM VII.

193. Immo in eadem Hypotheſi  $FK = 2a^2 : 2a = a = EC$  (§. 189), hoc eſt, Focus à Lente Semidiametri intervallo diſtat.

## COROLLARIUM VIII.

194. Si Lens Aquea utrinque æqualiter Convexa, erit ob  $KO = CE$ ,  $2CE : CE = 5CE : GF$  (§. 190). Ergo  $GF = \frac{2}{5} CE$  (§. 183 *Arithm.*).

## COROLLARIUM IX.

195. In eadem Hypotheſi  $FK = 3aa : 2a = \frac{3}{2} a$  (§. 191), hoc eſt diſtantiā Foci à Lente eſt ad Semidiametrum in ratione ſeſquialtera.

COROLLARIUM X.

196. Cum in ratione, per quam Foci distantia a Lente utrinque inæqualiter Convexa, neglecta crassitie, determinatur, termini tres priores mancant iidem, quæcunque Convexitas Luminofo obvertatur; Foci quoque distantia eadem manere debet (§. 177 *Arithm.*).

THEOREMA XLV.

197. *Lumen solare in Foco Lentis Convexæ, sive Plano-convexæ, sive Convexo-convexæ, valde intenditur.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam Radii Solares sunt paralleli (§. 94 *Optic.*), Axi vicini in Foco Lentium Plano-convexarum atque Convexo-convexarum, itemque Sphærarum, uniuntur (§. 172, 184, 178). Radii igitur per integram Lentem dispersi in spatium minus rediguntur, consequenter Lumen Solare in Foco valde intenditur (§. 84 *Optic.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

198. Non igitur mirum, quod Radii Solares ope Lentis Convexæ aut Sphære pellucidæ collecti Ignem fuscitent & liquabilia liquefiant, aliosque effectus edant, quæ Igni vehementiori debentur.

SCHOLION I.

199. *Nemo Lentes Causticas majores unquam paravit Illustri Dn. DE TSCHIRNHausen, quarum inter alios sequentes prædicat effectus in Bruditorum Aëis (a). Lignum durum, immo aqua humectatum, momento flammam concepit; Aqua in vase parvo statim effervesce cepit; Metalla liquefacta sunt, Lateres, Pumex, Porcellana Hollandica, Asbestus in Vitrum conversi; Sulphur, Colophonis, Pix & id genus alia sub*

(a) Ann. 1697. p. 415. & seqq.

*Aqua colliquata; Lignum rarius Æstate sub eadem in carbonem conversum; Cineres Vegetabilium, Lignorum aliarumque materialium in Vitrum transmutati. Verbo quæ Foco admovet, vel fundi, vel in calcem verti, vel in auras abire deprehendit. Notat autem, omnia melius succedere, si carbonibus durioribus probeque excoctis materie vi Ignis probandæ imponantur, & non modo Gemmas, sed omnia etiam alia Corpora præter Metalla suis privari coloribus. Lentium Diameter fuit trium & quatuor pedum Lentique majori AB addita est minor CD, quæ Radios ad Punctum G tendentes in viciniore F colligit, adeoque magis unitorum vires intendit.* Tab. III. Fig. 27.

SCHOLION II.

200. *Quamvis vero Radiorum Solarium vires adeo stupendas expertus est; Luna tamen plena Radii per eadem Vitra Caustica collecti nullum caloris incrementum præbuerunt.*

SCHOLION III.

201. *Ceterum cum vis Caustica Lentium a Convexitate earundem unice pendeat; mirum sane non est, quod etiam ex Glacie parata Ignem excitent. Parantur autem istiusmodi Lentæ, si frustum Glaciei cavitati scutella immittatur, ut Carbonum calore ad liquefactionem dispositum figuram ejus induat.*

SCHOLION IV.

202. *Nec minus attoniti flammam flammæque effectus continentur Dioptrices ignari, quæ ope Refractionis Luminis in Bulla Vitrea Aqua repleta factæ excitatur, propterea quod Ignis Aquæ auxilio excitatur.*

THEOREMA XLVI.

203. *Si post Sphæram Diaphanam, aut Lentem sive Plano-convexam, sive Convexo-convexam vel equaliter, vel inæqualiter, in Foco collocetur Luminosum; Radii post Refractionem evadunt paralleli.*

## DEMONSTRATIO.

Radii enim paralleli post Refractionem in Sphæra Diaphana aut Lente Convexa factam in Foco uniuntur (§. 197). Quare si Luminosum fuerit in Foco & ex eo radiet in Lentem per Radios inde divergentes, qui antea erant Radii refracti, nunc fiunt incidentes, adeoque refracti evadunt, qui antea erant incidentes; consequenter refracti sunt paralleli. *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

204. Hinc ope Lentis Convexæ aut Bulbæ Vitreæ aqua repletæ Lumen valde intensum ad magnam distantiam projicitur (§. 84 *Optic.*).

## COROLLARIUM II.

205. Quoniam tamen Luminis per Radios parallelos in Aere propagati intensitas continuo minuitur, ope Refractionis in Lente Convexa factæ ad datam quamcunque distantiam propagari nequit.

## COROLLARIUM III.

206. Si Luminosum in Foco collocatum fuerit majoris amplitudinis, a Punctis sensibilibus a se invicem distantibus incidentes Radii inter se paralleli esse nequeunt, sed plures constituunt tramites Radiorum inter se parallelorum.

## SCHOLION.

207. Hæc quoque aliqua ratio est, cur Lumen per Refractionem propagatum sensim sensimque languescat, dum nempe tramites Luminosi a se invicem discedunt.

## PROBLEMA XIX.

208. Lucernam construere, quæ Lumen valde intensum ad insignem distantiam projiciat.

## RESOLUTIO.

1. Lucernæ AB afferruminetur Tubus CD, cui alius ductitius EF immitatur. Tab. III. Fig. 1.
2. Huic inferatur Lens Vitrea utrinque Convexa FE, Diametro Convexitatis unius circiter pedis, vel etiam majore, aut minore existente, pro magnitudine scilicet Lucernæ.
3. Ex opposito Tubi CD intus aptetur ad parietem Lucernæ Speculum Concavum HI Diametro Concavitate quinque circiter digitorum, vel etiam majore aut minore existente, pro magnitudine nimirum Lucernæ. Ita autem aptandum est Speculum, ut, si opus fuerit, remota Capsa K, eximi possit.
4. In Foco Speculi constituatur Ellychnium L & Tubus ductitius cum Lente extrahatur, donec Lumen satis intensum ad distantiam desideratam projiciatur.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Ellychnium L in Foco Speculi Concavi HI collocatur *per hypoth.* Radii post reflexionem sunt paralleli (§. 224. *Catopir.*). Lumen itaque intensum in Lentem FE reflexum (§. 84 *Optic.*) post refractionem constat Radiis ad Focum Lentis in distantia Semidiametri convergentibus (§. 193) & inde rursus divergentibus. Quodsi vero Ellychnium L fuerit quoque in Foco Lentis FE Radii post Refractionem sunt iidem paralleli (§. 203). Quare cum Lumen hoc per se satis intensum cum altero non minus intenso concurrat, per intervallum Diametri a Lente Lumen inten-

Tab. III. Fig. 28. intensissimum (§. 84 *Optic.*). Et licet postea decreſcat, quia tamen diverſi trames Radiorum parallelorum cum divergentibus procul admodum progrediuntur (§. 206), Lumen ſatis intenſum ad inſignem diſtantiam propagatur. *Q. e. d.*

SCHOLIION.

209. Lucernarum iſtiusmodi uſus eſt, ſi nocturno tempore Objeſta procul diſſita deſcenda. Proſunt item, ſi Cancrī & Piſces de nocte congregandi, ut capientur.

COROLLARIUM.

210. Quodſi ad diverſa loca, e. gr. per plures plateas, Lumen una tranſmittendum, pluribus opus eſt Tubis cum Lenticulis Vitreis pluribuſque Speculis Concavis iſdem oppoſitis.

THEOREMA XLVII.

Tab. III. Fig. 29. 211. Si *H* fuerit Centrum Convexitatis ſuperioris, & *I* Centrum Convexitatis inferioris Lenticulæ utrinque Convexæ, *CH* ad *CD* in Ratione Refractionis; Radii ex *C* in Lentem incidentes poſt Refractionem in *E* concurrunt, ita ut *EI* ad *EF* ſit in ratione Refractionis.

DEMONSTRATIO.

Etenim poſt primam Refractionem intra Lentem propagantur paralleli (§. 121): ergo poſt alteram uniuntur in *E*, ita ut *EI* ad *EF* ſit in Ratione Refractionis (§. 121). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

212. Si Lens Vitrea fuerit; erit *CD* = 2*DH* (§. 26) & *EF* = 2*IF* (§. 41). Quare ſi Punctum radians *C* a Lente Convexa *AB* diſtintervallo Diametri Convexitatis *ADB*; Punctum concurſus *E* ab eadem diſtintervallo Diametri Convexitatis alterius *AFB*.

THEOREMA XLVIII.

213. Si *C* ſit Centrum Lenticulæ Planoconvexæ *LM*, fueritque *NB* ad *NC* in Ratione Refractionis & ex Puncto ulteriori *A* incidat Radius *AD* Axis vicinus; poſt duplicem Refractionem eidem occurret in *F*, ita ut poſita Ratione Refractionis = *n*:*m* ſit (*n* - *m*) *AB* - *mBC*: *AB* = *mBC*: *EF*. Tab. IV. Fig. 30.

DEMONSTRATIO.

Si enim fiat *AB* = *d*, *BC* = *a*; erit, *GE* = *nad*: [(*n* - *m*) *d* - *ma*] (§. 122). Sed *GE*: *FE* = *n*: *m* (§. 80). Ergo *EF* = *mad*: [(*n* - *m*) *d* - *ma*], confequenter

(*n* - *m*) *d* - *ma*: *ma* = *d*: *EF*  
hoc eſt, (*n* - *m*) *AB* - *mBC*: *mBC*  
= *AB*: *EF*. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

214. Ergo ſi Lens Vitrea, erit *AB* - 2*BC*: 2*BC* = *AB*: *EF* (§. 26), adeoque cum 2*BC* ſit diſtantia Foci principalis, hoc eſt, Radiorum parallelorum (§. 174), erit ut diſſerentia diſtantiarum Foci principalis a diſſerentia Puncti radiantis ad priorem, ita diſſerentia poſterior ad diſſerentiam Foci minus principalis ſeu Radiorum convergentium.

COROLLARIUM II.

215. Si Lens Aquea fuerit, erit *AB* - 3*BC*: 3*BC* = *AB*: *EF* (§. 28). Quare cum 3*BC* ſit diſſerentia Foci principalis (§. 177); eadem Regula Lenticulis Vitreis & Aqueis ſatiſfacit.

THEOREMA XLIX.

216. Si *C* fuerit Centrum Convexitatis inferioris *IB* & *H* ſuperioris *DE*, *PE* ad *PH* habeat rationem Refractionis, ſitque præterea *AP*: *PH* = *AE*: *EF* & *FP*: *PC* = *FB*: *BG*; Tab. IV. Fig. 31.

Dd 3 eris

Tab. erit *G* Punctum concursus Radiorum  
IV. Axi vicinorum & ex Puncto *A* oblique  
Fig. 31. incidentium.

## DEMONSTRATIO.

Est enim  $AP:PH=AE:EF$ , vi Refractionis in *D* factæ, (§. 125). Cum adeo Radius *DI* in inferiorem Superficiem incidens ad Punctum *F* tendat, & ex Medio densiore in rarius egredietur per hypoth. erit  $FP:FB=FC:FG$  (§. 165). Est igitur etiam  $FP:FC=FB:FG$  (§. 173 *Aritlm.*); consequenter  $FP:PC=FB:BG$  (§. 193 *Aritlm.*). *Q. e. d.*

## PROBLEMA XX.

217. Data Ratione Refractionis  $PC:PB$ , Semidiametris Convexitatum *CB* & *EH*, atque distantia Puncti radiantis *A* ultra Centrum *C*; invenire Punctum *G*, ubi Radius *AD*. Axi vicinus & oblique incidens post Refractionem cum eodem concurrat.

## RESOLUTIO.

1. Quærat Punctum concursus *F*, ad quod, vi primæ Refractionis, tendit Radius *AD* (§. 122).
2. Hinc investigetur Punctum *G*, ad quod, vi secundæ, cum Axe concurrat (§. 165).

Idem Problema resolvitur utendo Analogiis Theorematis præcedentis, quamvis paulo prolixius, si Calculo uti, non Geometrica constructione contentus esse volueris. In hoc altero vero casu Solutio posterior priori præfertur.

## THEOREMA L.

218. Si *C* fuerit Centrum Convexitatis superioris *DB* & *H* Centrum infe-

rioris *EI* Lentis utrinque Convexæ sive equaliter, sive inequaliter, & *NB* habeat ad *NC* itemque *OI* ad *OH* Rationem Refractionis, sique præterea  $AN:NC=AB:FB$  &  $FO:OH=FI:GI$ ; erit *G* Punctum, ubi Radius *AD* oblique ex *A* incidens cum Axe post Refractionem concurrat.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam *NB* ad *NC* Rationem Refractionis habet, &  $AN:NC=AB:FB$ , per hypoth. Radius *AD*, vi primæ Refractionis, ex Puncto *F* dispergitur (§. 131). Quare cum porro sit *OI* ad *OH* in Ratione Refractionis &  $FO:OH=FI:GI$ , per hypoth. erit *G* Focus Radiorum Axi vicinorum ex *A* incidentium (§. 148). *Q. e. d.*

## PROBLEMA XXI.

219. Datis Ratione Refractionis Semidiametris Convexitatum *BC* & *IH*, atque distantia Puncti radiantis *A* inter Centrum *H* & Lentem; invenire Focus *G*.

## RESOLUTIO.

1. Quærat Punctum *F*, unde Radius, vi primæ Refractionis in *D* factæ, dispergitur (§. 128).
2. Hinc ulterius investigetur Punctum *G*, ubi Radius, post alteram Refractionem, cum Axe concurrat (§. 145).

Si Geometrica constructione contentus sis, per Theorema præcedens optime absolvetur.

## SCHOLION.

220. Ex his abunde patet, quomodo in omni casu reliquo, vi Principiorum in Capite præcedenti expositorum, Focus determinari possit; si nempe Radius in Lentem quancunque Con-



Convexam incidens ad Punctum aliquod tendere supponatur; ea igitur ut prolixè hic perscrutatur superfluum esse videtur. Nimirum non alio sine Refractionem indagavimus in Superficiebus Spharicis & Planis pro diversitate Radiorum incidentium & densitatis Mediorum, per quæ ante & post Refractionem propagatur, quam ut inde Refractio in Lentibus determinari possit. Consideremus itaque potius, quid accidat Radiis a Punctis extra Axem Lentium sitis incidentibus vel etiam ad Puncta extra Axem Lentium sita tendentibus.

PROBLEMA XXII.

221. Invenire Focum Radiorum ex Puncto K extra Axem AF sito in Lentem utrunque Convexam incidentium.

RESOLUTIO.

Tab. IV. Illud satis patet, si Refractio in unius tantum superficie fiat, Punctum radians K semper esse in Axe, qui est recta ex Puncto dato K per Centrum Superficie, in quam incidit, ducta (§. 21). Unde, per Principia in Capitibus præcedentibus tradita, in omni casu haud difficulter Focum Radiorum inde incidentium determinabitur: quod adeo unico in casu demonstrasse suffecerit.

1. Sit itaque Lens utrinque Convexa ML, Axis Lentis AF, Punctum extra Axem K & Kf ducatur per Centrum C Convexitatis superioris, Radius KD irrefractus transibit & Punctum f, ad quod, vi primæ Refractionis, tendit Radius KE, determinabitur (§. 122).
2. Ex f ducatur ad Centrum H Convexitatis inferioris LIM recta Hf, quæ erit Axis aliquis Diaphani, cuius Superficies LIM (§. 21). Cum adeo Radius Ef ad Punctum f tendat

& in Cavitate ex Diaphano densiori in rarius refringatur; Punctum concursus g determinabitur (§. 165): quod esse Focum, in quo colliguntur Radii ex K venientes, per se patet.

Tab. IV. Fig. 33.

THEOREMA LI.

222. Foci g & G Radiorum ex Punctis A & K a Centro ad sensum æqualiter distantibus in Lentem quomodocunque Convexam incidentium ab ea æqualiter ad sensum distant.

DEMONSTRATIO.

Quoniam CA=CK per hypoth. & CE=CD (§. 40. Geom.); erit EA=DK (§. 91. Arithm.). Est vero (n—m) AE—mCE : mCE=AE : FE & (n—m) KD—mDC : mDC=KD : Df (§. 122). Quamobrem cum sit (n—m) AE—mCE : nCE=(n—m) KD—mDC : nDC (§. 168 Arithm.); erit AE : FE=KD : Df (§. 167 Arithm.), consequenter EF=Df (§. 177 Arithm.) & ob CE=CD (§. 40 Geom.) CF=Cf (§. 91 Arithm.). Jam cum Angulus ACK exiguus supponatur; erunt Anguli fHC & CfH multo magis exigui (§. 239 Geom.), consequenter Hf ipsi HC & Cf simul sumtis ad sensum æqualis, & hinc Hf=HF (§. 88 Arithm.). Quare etiam Hg ipsi HG (§. 165) & inde ob HI=HB (§. 40 Geom.) porro Bg ipsi IG ad sensum æqualis (§. 91 Arithm.). Q. e. d.

THEOREMA LII.

223. Focus Radiorum divergentium a Lente longius distat Foco Radiorum par. Tab. IV. Fig. 30.



Tab. *parallelorum, & distantia Foci in priori*  
 IV. *casu major aut minor est pro distantia*  
 Fig. 30. *Puncti radiantis majore aut minore.*

## DEMONSTRATIO.

Ponamus Refractionem fieri in Lente Plano-convexa, distantia Foci Radiorum parallelorum HE erit 2BC, si C sit Centrum Convexitatis (§. 168, 174). Sed distantia Foci Radiorum divergentium FE est 2BC. AB: (AB — 2BC) (§. 214). Est itaque HE: FE = 2CB:  $\frac{2CB \cdot AB}{AB - 2BC}$  = AB — 2BC: AB

(§. 178, 181 *Arithm.*). Quare cum AB — 2BC < AB; erit HE < FE. *Quod erat unum.*

Sit 2BC = b, AB in casu uno = a, in altero = ca; erit a — b: a = ca — eb: ca (§. 178 *Arithm.*). Est vero ca — eb < ca — b (§. 92 *Arithm.*). Ergo ca — eb: ca (= a — b: a) < ca — b: ca (§. 182 *Arithm.*) adeoque HE ad FE in priori casu Rationem majorem habet quam in posteriori (§. 203 *Arithm.*). Ergo distantia Foci Radiorum divergentium in casu priori minor, quam in posteriori (§. 206 *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

Eodem modo ostenditur utrumque in quocunque casu alio. *Q. e. d.*

## THEOREMA LIII.

Tab. 224. *Objectorum Lenti quomodocum-*  
 IV. *que Convexa oppositorum Imagines in*  
 Fig. 33. *Foco ejus inverso situ depinguntur.*

## DEMONSTRATIO.

Omnes enim Radii a Puncto A venientes in Foco G concurrunt (§. 218);

Tab. Radii vero ex Puncto K emanantes in  
 IV. Foco g, & Radii a Punctis intermediis  
 Fig. inter A & K adventantes in Punctis intermediis inter g & G uniuntur (§. 222). Radii igitur ex Puncto K propagati post Refractionem, quasi ex g radiant, & a Puncto A propagati quasi ex G emittuntur, consequenter Punctum K in g, Punctum A in G videri debet (§. 348 *Optic.*). Objecti adeo Imago in Foco situ inverso delineatur. *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

225. Hinc si Charta, in loco præsertim obscuro, Lenti Convexæ in distantia Foci objiciatur; Imagines Objectorum in eam radiantium situ inverso quam distinctissime suisque nativis coloribus delineatur.

## COROLLARIUM II.

226. Imagines Objectorum vicinorum in majori distantia distincte delineantur; Imagines vero remotorum in minore (§. 223).

## COROLLARIUM III.

227. Neque Focus adeo Radiorum Solarium aliud est, quam Imago Solis.

## COROLLARIUM IV.

228. Hinc in Ecclipsibus Solaribus Imago Solis deficientis jucundo spectaculo Lentibus grandioribus Ligno inuritur.

## COROLLARIUM V.

229. Quodsi ergo Lentem quamcunque Convexam Objectis tam vicinis quam remotis obvertas & Chartam eidem subicias, in qua Imago distincte repræsentatur; Foci ab ea distantiam dimetiri & inde semidiametrum Convexitatis (§. 168, 193) conjicere licebit.

## SCHOLION I.

230. Hoc modo explicari possunt, quæ supra de Focis demonstrata sunt.

COROLLARIUM VI.

Tab. 231. Quodsi Speculum Concavum ita  
IV. constituas, ut Imago universa per refractionem  
Fig. 33. formata sit inter Centrum & Focum, vel etiam ultra Centrum; per reflexionem rursus invertetur, adeoque erecta apparebit, in priori casu ultra Centrum (§. 253 *Catoptr.*), in posteriori intra Centrum (§. 254 *Catoptr.*).

SCHOLIUM II.

232. Hoc Artificium debetur JOHANNI BAPTISTÆ PORTÆ (a).

COROLLARIUM VII.

Tab. 233. Si post Lentem HI Speculum Planum  
IV. CD sub Angulo semirecto ad Planum Horizonti parallelum inclines atque Planum  
Fig. 34. Horizontale FG ita subternas, ut  $D\alpha = D\alpha$  &  $Cb = C\beta$ : Imago, quæ remoto Speculo inversa videretur in  $\beta\alpha$  nunc situ erecto videbitur in  $ab$ , quia Punctum A a Puncto Speculi D in  $\alpha$  & B a Puncto Speculi C in  $b$  reflectitur (§. 24 *Catoptr.*).

COROLLARIUM VIII.

Tab. 234. Si post Imaginem  $\alpha\beta$  per Refractionem  
IV. in Lente CD factam constituantur Lens  
Fig. 35. altera Convexa EF, ita ut Imago inversa  $\alpha\beta$  sit extra Focum ejus; Imago hæc perinde ac Objectum aliquod in eam radiabit (§. 348 *Optic.*). Per Refractionem itaque in altera Lente formabitur Imago inversa  $ba$  Imaginis inversæ  $\alpha\beta$  (§. 224), hoc est, erecta Objecti AB. Unde patet novum Artificium Imagines erigendi, si duæ Lentes utrinque Convexæ Tubo ductio inferantur.

SCHOLIUM III.

235. Lentes vel ejusdem sunt Sphæricitatis, vel (quod præstat) anterior majoris Sphære segmentum existit. Sed cum non quævis Vitrorum proportio commoda deprehendatur (Lens enim interior si Sphæra exigua segmen-

(a) Magiæ Natural. Lib. XVII. Cap. 6.

tum, Imagines obscuræ evadunt); ideo ex ZAHNIO (b) proportionem Diametrorum in particulis centesimis pedis hac apponere libet.

Vitrum anterior utrinque Convexum.	50	25	40. 45. 50
	55	$27\frac{1}{2}$	40. 45. 50. 55
	60	30	40. 45. 50. 55. 60
	65	$32\frac{1}{2}$	45. 50. 55. 60. 65
	70	35	50. 55. 60. 65. 70
	75	$37\frac{1}{2}$	55. 60. 65. 70. 75
	80	40	60. 65. 70. 75. 80
	85	$42\frac{1}{2}$	65. 70. 75. 80. 85
	90	45	70. 75. 80. 85. 90
	95	$47\frac{1}{2}$	75. 80. 85. 90. 95
Vitrum anterior Plano Convexum.	100	50	80. 85. 90. 95. 100
	110	55	90. 95. usque ad 110
	120	60	& ita porro,
	130	65	
	140	70	
	150	75	
	200	100	
Vitrum interius utrinque Convexum.			

Nimirum si Lentis prioris Diameter fuerit  $\frac{50}{100}$  seu dimidii pedis; erit commode Lentis posterioris Diameter  $\frac{40}{100}$ , vel  $\frac{45}{100}$ , vel  $\frac{50}{100}$ . Et eadem manebit Lentis posterioris Diameter, si anterior fuerit Plano-convexa & Diameter ejus  $\frac{25}{100}$  pedis.

PROBLEMA XXIV.

236. Camera Obscuram construere, in qua Imagines Objectorum externorum distinctissima suisque nativis coloribus situ vel inverso, vel si mavis erecto represententur.

RESOLUTIO.

I. Cubiculum quodcunque, ex quo fenestra patet in locum multis Objectis oblitum, totum obscuretur, nonnisi exiguo in fenestra Foramine relicto.

(b) Oculi artific. fund. 1. Synt. 3. Cap. 4. f. m. 176.

2. Foramen muniatur Lente vel Plano-convexa, vel utrinque Convexa, quæ sit majoris Sphæræ segmentum.

3. In distantia debita, per Experimentiam facile definienda, collocetur Charta vel Velum expansum.

In hac enim Objectorum Imagines desideratæ delineabuntur inversæ (§. 224).

4. Quodsi vero easdem situ erecto comparere malueris; id vel ope Speculi Concavi (§. 231), vel ope Speculi Plani (§. 233), vel ope duarum Lentium Tubo ductitio inclusarum (§. 214) efficies.

#### *Aliiter.*

Tab. V. Quodsi Cameram obscuram portati. Fig. 36. lem aut Cistulam Parastaticam desideres.

1. Ex Ligno arido paretur Cistula ABCD figuram parallelepipedum habens, cujus latitudo 9 circiter digitorum, longitudo duorum vel plurium pedum, pro diversa magnitudine Diametrorum Lentium.

2. In Plano AC applicetur Tubus ductitius EF cum duabus Lentibus, aut, ut Imago minori a Tubo intervallo distet, tribus utrinque Convexis. Diametri anteriorum æquales e. gr.  $\frac{9}{100}$  pedis, Diameter interioris minor e. gr.  $\frac{40}{100}$  (§. 235).

3. Intra Cistulam perpendiculariter in debita a Tubo distantia erigatur Charta oleo imbuta & subscudibus agglutinata GH, ut Imagines in eam tractatæ transparent.

4. Denique in I fiat Foramen rotundum, ut ambobus Oculis commode introspicere possis.

Quodsi Tubum Objectis obvertas, Lentibus rite collocatis, quarum distantiam Experimentia optime definit, in Charta GH Objecta ut ante delineabuntur, situ erecto.

#### *Aliiter.*

1. In medio Cistulæ erigatur Turricula Tab. V. rotunda vel quadrata HI versus Fig. 37. Objectum AB aperta.

2. Pone aperturam inclinetur sub Angulo 45 gradum Speculum Planum exiguum *ab*, quod

3. Radios *Aa* & *Eb* reflectat in Lentem utrinque Convexam G Tubulo GL inclusam.

4. In distantia Foci subternatur Tabula Charta munda obducta EF Imaginem *ea* exceptura.

5. Denique in NM fiat Foramen oblongum, per quod introspicere possis.

#### SCHOLION.

237. Usus Camera obscura multiplex. Naturam Visionis optime declarat, ita ut non immerito Oculis Camera obscura naturalis & vicissim Camera obscura Oculis artificialis appelletur. Jucundissima spectacula exhibet, tum quod Imagines objectis suis simillimas suisque nativis coloribus tinctas representet, tum quod motus quosunque una exprimat, quod postertius præsertim Ars nulla imitari potest. Artis Pictoria peritus ex contemplatione harum Imaginum multa amotabit, quæ ad perfectionem illius tendunt: Artis vero imperitus Objecta quævis accurate delineabit, si præsertim tertiam structuram a nobis expositam sibi elegerit. Tum vero Camera obscura etsi portatilis tanta amplitudinis construere debet, ut homo tuto ingredi & commode juxta Tabulam, in quam projectur Imago, sedere possit.

LEMMA III.

Tab. 238. Si fuerint duæ Lineæ parallele  
IV. AB & CD & eas secant duæ aliæ EF &  
Fig. 38. HI, ita ut Angulus HKB sit ipsi CLF  
aqualis; erit FL ipsi KH parallela.

DEMONSTRATIO.

Est enim  $o = x$  (§. 233 Geom.) &  
 $o = y$  per hypoth. Ergo  $y = x$  (§. 87  
Arithm.) Quare cum sit  $y = u$  (§. 156  
Geom.); erit  $u = x$  (§. cit. Arithm.),  
adeoque KH ipsi LF parallela (§. 255  
Geom.). Q. e. d.

THEOREMA LIV.

Tab. 239. Si Angulus inclinationis SDE  
IV. in egressu Lentis fuerit aqualis Angulo  
Fig. 39. refractio DEM in ingressu; erit Angulus  
refractus in egressu KDN Angulo incli-  
nationis in ingressu HEG aqualis.

DEMONSTRATIO.

Sit ratio Sinus Anguli MED ad Si-  
num Anguli HEG  $= m : n$ ; erit Sinus  
Anguli SDE ad Sinum Anguli KDN ite-  
dem  $= m : n$  (§. 37). Sed Sinus An-  
guli SDE æqualis est Sinui Anguli MED  
per hypoth. Ergo Sinus Anguli HEG  
Sinui anguli KDN æqualis est (§. 177  
Arithm.); consequenter Anguli HEG &  
KDN æquales sunt. Q. e. d.

THEOREMA LV.

240. In Vitro utrinque Plano paral-  
lelarum Basium AB & PQ, Radius KD  
post duplicem Refractionem fit incidenti  
GE parallelus.

DEMONSTRATIO.

Sint CN & HM Axes refractionis.  
Quoniam AB ipsi PQ parallela per hy-  
poth. & CN ad PQ atque HM ad AB  
perpendicularis (§. 10); erit quoque HM

ad PQ perpendicularis (§. 230 Geom.), Tab.  
adeoque HM ipsi CN parallela (§. 256. IV.  
Geom.). Cum adeo MED  $=$  SDE (§. Fig. 39.  
233 Geom.); erit etiam HEG  $=$  KDN  
(§. 239), & hinc KO ipsi IG parallela  
(§. 238). Q. e. d.

COROLLARIUM I.

241. Quodsi PQ tangat Arcum ADB in  
D, cujus Centrum in C; erit QD ad CD  
perpendicularis (§. 308 Geom.). Quare  
cum etiam CN ad AB perpendicularis sup-  
ponatur; erit PQ ipsi AB parallela. Ra-  
dius igitur ED incidens in Superficiem  
Concavam BDA perinde refringitur ac si  
in Planam QP incidere (§. 48) & hinc  
Radius refractus DK incidenti GI paralle-  
lus (§. 240).

COROLLARIUM II.

242. Eodem modo patet, si Radius KD  
fit incidens, fore refractum EG eidem  
parallelum.

THEOREMA LVI.

243. Si C fuerit Centrum Convexi- Tab.  
tatis inferioris, M vero superioris, & IV.  
Fig. 40. crassities Lentis IH ita divisa in S, ut  
MI : CH  $=$  IS : SH; Radius DK post  
duplicem Refractionem in Lente utrin-  
que Convexa factam, erit incidenti GE  
parallelus.

DEMONSTRATIO.

Quia MI : CH  $=$  IS : SH per hypoth.  
erit etiam MI : IS  $=$  CH : SH (§. 173  
Arithm.), & hinc MI : MS  $=$  CH : CS  
(§. 193 Arithm.), hoc est, ob MI  
 $=$  ME & CH  $=$  CD (§. 40 Geom.),  
ME : MS  $=$  CD : CS (§. 168 Arithm.).  
Quare cum Verticales ad S sint æquales  
(§. 156 Geom.); erit CDS  $=$  MES (§.  
237 Geom.). Tangat jam recta AB Len-  
tem in Puncto incidentiæ E in ingressu,

Tab.V. & PQ in Puncto incidentiæ D in egressu  
Fig.49. su: Radius in GE in Superficie Convexa perinde refrangetur, ac in Plana, quæ in E Lentem tangit, & Radius KD in Superficie Concava perinde refractus ac si incidisset in Planam, quæ in Puncto D Lentem tangit (§.48), eruntque MEA & CDQ Anguli recti (§. 308 *Geom.*), consequenter AED = EDQ (§. 91 *Arithm.*). Est igitur AB ipsi PQ parallela (§.255 *Geom.*), & hinc si DE sit Radius per Lentem transiens, erit, post alteram Refractionem, Radius DK incidenti GE parallelus (§. 240). *Q. e. d.*

## THEOREMA LVII.

Tab.V. 244. Imago ab Objecti AB post Lentem  
Fig.41. Convexam FE delineata est ad ipsam Objectum AB quoad Diametrum, in ratione distantia Imaginis Cd ad distantiam Objecti CD.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam quodlibet Objecti Punctum per rotam Lentem FE radiat; necessario Radius unus ex A proveniens per Punctum C transit, quod refractum Ca facit incidenti AC parallelum (§. 241, 242, 243). Eodem modo patet, Radium aliquem Cb esse incidenti BC parallelum. Quod si Lentis crassities contemnatur, AC & Ca, itemque BC & Cb pro una recta haberi possunt. Quare cum ob parallelismum AB & ab,  $\alpha = x$  (§. 233 *Geom.*) & verticales ad C sint æquales (§. 156 *Geom.*), Triangulum aCb alteri ACB simile est (§. 267 *Geom.*), adeoque  $ba : AB = Cd : CD$  (§. 396 *Geom.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

245. Quia Imago Objecti remotioris Tab.V  
minus distat a Lente quam viciniore (§. Fig.41  
226), Imago remotioris minor est quam viciniore.

## COROLLARIUM II.

246. Quoniam distantia Imaginis a Lente major est, si Lens FE fuerit majoris Sphæræ segmentum, quam si minoris existerit (§. 168, 193); Imago quoque in casu priore major est, in posteriore minor.

## COROLLARIUM III.

247. Imago igitur ab tantæ magnitudinis est, quantæ foret, si Objectum AB radiaret in locum obscurum per exiguum Foramen in parietem eodem intervallo remotum, quo Focus a Lente distat (§. 120 *Optic.*).

## COROLLARIUM IV.

248. Quando Objectum minus distat a Lente Foco Radium parallelorum, Imaginis distantia major est quam Objecti (§. 224, 219); alias vero distantia Imaginis minor quam Objecti existit (§. 214). In casu itaque priore Imago major est Objecto, in posteriore minor (§. 246).

## COROLLARIUM V.

249. Quia omnes Radii ab Axe non nimis remoti in eodem Puncto uniuntur per Refractionem, si ab eodem inciderint; si pars aliqua Lentis prope Axem tegatur, aut Bullæ quædam, vel Arenulæ, vel denique Nævi quidam polituræ in Lente observentur; nihil tamen horum in unam Imaginis partem magis redundat, quam in reliquam.

## SCHOLIUM I.

250. Si Imagines Objecto majores sunt, non satis distinctæ apparent, quia tum pauciores sunt Radii, qui in eodem Puncto post Refractionem concurrunt, unde contingit Radios



dios a diversis Punctis Objecti emanantes in eodem Imaginis Puncto terminari. Sed hæc causa confusionis (§. 76 Optic.).

SCHOLIUM II.

251. Hinc apparet, non eandem in quovis casu admitti Lentis aperturam, si arcere voleris Radios distinctioni nocituros. Quamvis autem tum Imago maxime distincta, si Radiis tantum prope Axem concedatur ingressus; ob Radiorum tamen defectum obscurior est: obscuritas vero etiam obstat, quo minus Imago satis distincta appareat.

THEOREMA LVIII.

Tab.V. 252. Si Oculus fuerit in Foco F Len-  
Fig.42. tis utrunque Convexa; Objectum AB situ videt erecto & auctum in ratione distantie ejus ab Oculo FM ad Oculi a Lente distantiam FL, si vicinum fuerit: in infinitum, si fuerit remotum.

DEMONSTRATIO.

Sit Radius ML in Axe Lentis: erit ergo ad utramque Superficiem perpendicularis (§. 21) adeoque per utramque irrefractus transit (§. 25). Ducatur BN Axi ML parallelus. Quia in F Focus est Radiorum parallelorum per hypoth. Radius BN refringetur in F (§. 22). Objectum igitur MB videtur per Radios refractos sub Angulo LFN. Sed per irrefractus videtur sub Angulo MFB: in priore itaque casu auctum apparet (§. 209 Optic.), situ tamen erecto, quia Punctum dextrum B per Radium FN videtur versus dextram; sinistrum vero M per Radium FL versus sinistram. Quod erat unum.

Quoniam Arcus LN exiguus, ut pro recta haberi possit & ob Angulos ad L & M rectos per hypoth. BM ipsi LN pa-

rallela (§. 256 Geom.); erit  $FM : FL$  Tab.V.  $\equiv MB : LE$  (§. 268 Geom.). Sed ob Fig.42. parallelismum rectarum ML & BN, per hypoth.  $MB = LN$  (§. 226 Geom.) & Objectum apparens est ad verum, ut LN ad LE, tantæ nimirum magnitudinis videntur verum & apparens, quantæ LE & LN in distantia FL videntur (§. 209 Optic.). Est igitur Diameter apparentis ad Diametrum veræ, ut FM ad FL (§. 168 Arithm.). Quod erat alterum.

Si distantia Objecti nimis longinqua, ratio FL & FM quavis data tandem major evadit, adeoque Imago in infinitum augetur.

THEOREMA LIX.

253. Si Oculus G fuerit in Axe Len- Tab.V. tis convexa MF, sed inter Focum O & Fig.43. Lentem DE; Objectum videtur situ erecto, sed auctum quoad Diametrum in Ratione composita distantie Puncti F, ad quod Radius BE irrefractus tendit, a Lente FL ad distantiam Oculi ab eadem GL, & distantie Objecti ab Oculo GM ad distantiam ejusdem Objecti a Puncto, ad quod Radii irrefracti tendunt, FM, hoc est, ut FL, GM ad GL.FM.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione Theorematis 13. (§. 83).

COROLLARIUM.

254. Si Objectum AB fuerit longinquum, GF respectu ipsius GM tandem evanescit, adeoque FM ipsi GM reddatur physice æqualis, consequentæ magnitudo apparens ad veram quoad Diametrum, in ratione FL ad GL.



## SCHOLION.

Tab.V. 255. *Punctum F, ad quod Radius BE ir-*  
*Fig.43. refractus tendit per superiora determinari*  
*potest. Immo data latitudine Objecti MB,*  
*una cum Angulo MBE, qui ob parallelismum*  
*rectarum LI & MB ipsi LIB aequalis, si*  
*nempe LI sit normalis ad GM; in Triangulo*  
*ad M rectangulo reperietur FM (§. 36*  
*Trigon.).*

## THEOREMA LX.

Tab.V. 256. *Si Oculus G, ultra Focum O*  
*Fig.44. constitutus, per Lentem utcumque Con-*  
*convexam videat Objectum AB, sitque F*  
*Punctum, unde Radius ab extremo B*  
*incidens BE divergit remotius a Lente*  
*ipso Objecto AB; Objectum videbitur situ*  
*erecto, & auctum in ratione composita*  
*FL ad FM & GM ad GL.*

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Objectum MB per Radios refractos sub Angulo LGE, per irrefractus vero sub Angulo LGN videtur; in priore casu auctum videri debet (§. 209 *Optic.*). Et quia Punctum extremum B per Radium GE videtur, M vero per Radium GM; dextrum extremum videtur versus dexteram, sinistrum vero versus sinistram, hoc est, Objectum situ erecto videtur. *Quod erat unum.*

Patet vero ex Theorematis 58 demonstratione (§. 252); magnitudinem veram esse ad apparentem quoad Diametrum ut LN ad LE & LE haberi posse pro recta ipsi MB parallela. Est itaque (§. 268 *Geom.*).

$$FM : FL = MB : LE$$

$$GM : GL = MB : LN$$

Ergo

$$LE = MB \cdot FL \cdot FM \text{ \& } LN = MB \cdot GL \cdot GM,$$

consequenter

$$LE : LN = \frac{MB \cdot FL}{FM} : \frac{MB \cdot GL}{GM} \quad \text{Tab. Fig.}$$

hoc est,  $LE : LN = GM \cdot FL : FM \cdot GL$   
 (§. 178, 181 *Arithm.*). *Q. e. d.*

## THEOREMA LXI.

257. *Si Objectum AB a Lente Con-*  
*vexa adeo distet, ut Radius BE, qui in Fig.*  
*Oculum G refringitur ex Puncto Axis F*  
*inter Lentem & Objectum sito ab eo di-*  
*vergat; situ videbitur inverso, estque*  
*magnitudo apparens LE ad veram LN,*  
*in Ratione composita FL ad EM & GM*  
*ad GL.*

## DEMONSTRATIO.

Quia Objectum AB ita situm est, ut Radius BE in Oculum G refractus Axem secet in F; Punctum B videbitur per Radium GE, adeoque versus sinistram. Et quia M per Radium GM videtur, idem versus dexteram apparet. Ergo BM situ inverso videtur. *Quod erat unum.*

Ex antecedentibus vero constat, magnitudinem veram ad apparentem, esse, in Ratione LN ad LE. Quare cum EN, vi antecedentium Demonstrationum, haberi possit pro recta ad FL perpendiculari & ipsi AB parallela; erit  $GM : GL = MB : LN$  (§. 268 *Geom.*), adeoque  $LN = MB \cdot GL : GM$ , & cum Anguli ad L & M recti, verticales ad F aequales (§. 156 *Geom.*),  $FM : FL = MB : EL$  (§. 267 *Geom.*), adeoque  $LE = FL \cdot MB : FM$ . Quare

$$LE : LN = \frac{FL \cdot MB}{FM} : \frac{GL \cdot MB}{GM}$$

hoc est,  $LE : LN = FL \cdot GM : GL \cdot FM$   
 (§. 178, 181 *Arith.*). *Quod erat alterum.*

Co-

COROLLARIUM I.

258. Si fiat  $GM = a$ ,  $GL = b$ ,  $FM = c$ ,  $FL = d$ , fueritque  $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ ; erit  $\frac{ad}{bd} > \frac{cb}{bd}$  (§. 235 *Arithm.*); consequenter  $ad > cb$  (§. 182 *Arithm.*). In hoc itaque casu, in quo  $GM$  ad  $GL$  rationem majorem habet, quam  $FM$  ad  $FL$ ,  $LE > LN$  (§. 257), hoc est, Objectum  $MB$  videtur augmentum.

COROLLARIUM II.

259. Si fuerit  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ; erit  $\frac{ad}{bd} < \frac{cb}{bd}$  (§. 235 *Arithm.*), consequenter  $ad < cb$  (§. 182 *Arithm.*). In hoc igitur casu, in quo  $GM$  ad  $GL$  rationem minorem habet, quam  $FM$  ad  $FL$ ,  $LE < LN$  (§. 257), hoc est, Objectum  $MB$  videtur minus.

COROLLARIUM III.

260. Si fuerit  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ; erit  $\frac{ad}{bd} = \frac{cb}{bd}$  (§. 235 *Arithm.*); consequenter  $ad = cb$  (§. 93 *Arithm.*). In hoc igitur casu, in quo  $GM$  ad  $GL$  rationem eandem habet, quam  $FM$  ad  $FL$ ,  $LE = LN$  (§. 257), hoc est, Objectum  $MB$  tantæ magnitudinis Oculo armato apparet, quantæ a nudo videtur.

THEOREMA LXII.

261. Si Oculus fuerit in Foco F; Visibile  $AB$  ejusdem constanter magnitudinis apparet, quancunque intervallo a Lente removeatur.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Radius  $BN$  Axi  $MF$  parallelus, in Focum  $F$  refringitur (§. 22), & distantia  $LF$  constans supponitur; Angulus visorius  $LFN$  semper idem manet. Objectum igitur  $MB$  ad quamcunque distantiam  $LM$  ejusdem semper magnitudinis apparet (§. 209 *Optic.*).  
Q. e. d.

DEFINITIO XXIII.

262. *Polyedrum* est Lens ex Superficiebus Planis in Convexitatem dispositis composita.

THEOREMA LXIII.

263. Si Radii  $EF$ ,  $AB$ ,  $CD$  paralleli incident in Superficiem Polyedri; post Refractionem etiam sunt paralleli.

DEMONSTRATIO.

Quia Superficies Polyedri composita ex Planis in Convexitatem dispositis (§. 262) & Radii paralleli incident, post Refractionem in ingressu factam etiam sunt paralleli (§. 49). Cum adeo in Superficiem Planam  $LM$  paralleli incident; post alteram itidem Refractionem paralleli sint necesse est (§. cit.).  
Q. e. d.

COROLLARIUM I.

264. Quodsi Polyedrum fuerit regulare,  $LH$ ,  $HI$ ,  $IM$  sunt veluti tangentes Lentem Sphæricam Convexam in  $F$ ,  $B$  &  $D$ , consequenter Radii in Puncta contactus incidentes Axem interfecant (§. 166). Quare cum reliqui sint iisdem paralleli (§. 263); iidem quoque prope  $G$  se mutuo interfecare debent.

COROLLARIUM II.

265. Quodsi ergo Oculus ibi constituitur, ubi Radii paralleli decussantur, a singulis Hedris Radii paralleli ab eodem Objecto promanantes in eum propagantur. Quare cum Humor Crystallinus, utpote Lenticula Convexa (§. 34 *Optic.*), Radios parallelos uniat (§. 178); in totidem diversis Retinæ Punctis  $a$ ,  $b$ ,  $c$  uniuntur Radii, quot sunt Vitri  $LBM$  Hedræ; consequenter Oculus per Vitrum Polyedrum toties videre potest Objectum, quot sunt Hedræ, si debito loco constituitur (§. 70 *Optic.*).  
Co-



*Polyedra & ei in debita distantia jungatur Convexa.*

### SCHOLION III.

Tab. V. 271. Illud quoque praterendum non est, quod Radii Solares in Superficiem LM incidentes post refractionem per singulas Hedras colorati dispergantur, ita ut in Parietem præsertim album illapsi aut Chartamunda excepti, totidem Maculas coloratas exhibeant, quot sunt Hedre Polyedri, tanto quidem splendidiore, quo obscurior fuerit locus, ubi Experimentum capitur. Sepissime id expertus sum ope Polyedri LNM Tubo LMIH inclusi, ita ut HI esset Tab. VI. Planum, in quo Radium per Lentem propagatorum decussatio juxta superiora contingit, tanta adeo amplitudinis, ut omnes Radios per Polyedrum refractos caperet. Radios autem Solares per aperturam Tubi HI in casu præsentis immisi.

### SCHOLION IV.

272. Magis jucunda Spectacula exhibere poteris in Camera Obscura, si Radios a Refractione in Prismate Trigono facta coloratos (§. 183 Optic.) Polyedro paulo majore, h. e. latitudinis 3 aut 4 digitorum excipias. Quod si Lens à Prismate trium vel quatuor pedum intervallo removeatur, in Pariete aut Charta vicina macula, de quibus dixi, colorata multo illustrior apparuit, Gemmarum quemvis splendorem longe superantes. In Foco autem Polyedri, hoc est, ubi Radii decussantur (in hoc enim Experimento Radii excipiuntur a Superficie Convexa Polyedri) Stella quadam splendoris prorsus admirandi conspicitur. Non tamen in Radium concursu colores ita confunduntur, ut in Lumen abeant, sed ubi rursus divergunt, distincti denuo observantur.

### SCHOLION V.

Tab. V. 273. Ceterum quamvis in Demonstratione Fig. 46, supposuerimus, Vitrum Polyedrum esse regulare & habere Planum unum HI alteri LM parallelum, haud difficulter tamen apparet, eas quoque aliis Polyedris Sphæra circumscriptæ Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

tibilibus applicari posse, modo Radius unus Tab. V. AG supponatur Axis Sphæra. Quodsi Pla- Fig. 46. num unum fuerit ipsi LM parallelum, Radii per ipsum refracti non erunt colorati.

### SCHOLION VI.

274. Ut Objectum verum digito attingere possis, ita quidem dirigendus, ut ad singulas Imagines digiti singuli tendere videatur: ita nimirum verus quoque digitus ad Objectum tendet. Hoc qui non observant, frustra Objectum attingere conantur. Nonnulli Polyedrum movent in gyrum observantes, quodnam Visibilem maneat immotum: id enim Objectum verum est, apparentibus loca mutantibus, si Plana refringentia loca mutant.

### SCHOLION VII.

275. Quodsi duas Lentes Polyedras in Conspicilla aptes, ut instar aliorum Conspicillorum naso imponi possint; gemino Oculo aperto Objecta multiplicata videntur: quod gratius accidit, quam si Oculo uno per Polyedrum transpiciente alter claudi debet.

### SCHOLION VIII.

276. Si in Planis Polyedri in Convexitatem dispositis pingantur Imagines coloribus aqua dilutis, & Lens ad Foramen Camera obscura aptetur; Radii Solares per eam transcurrentes secum ferent species istarum Imaginum easque in Parietem oppositum projicient, multo quidem nitidiores, si Lente Convexa in Foco Polyedri posita denuo Refractio fiat (§. 268). Hoc artificium simile est alteri, quo Candela pariter ac Solis Lumine Imago in Charta depicta in Camera obscuram projicitur. Scilicet Charta, in qua Imago depicta, Oleo perungitur & ne rugas contrahat, Tigillis ligneis agglutinatur: quo facto ante Foramen Camera obscura constituitur, Candela accensa pone illam collocata, nisi Solis Lumine illustretur. Radii nimirum Luminis per Chartam pellucidam transientes speciem Imaginis cum suis coloribus in Camera obscuram secum ferent.

## PROBLEMA XXV.

Tab.V. 277. *Imaginem deformare, quæ per Fig.49. Vitrum Polyedrum adspecta formosa appareat.*

## RESOLUTIO.

1. Super Tabula Horizontali ABCD erigatur alia AFED ad Angulos rectos.
2. Tabula tam Horizontalis, quam Verticalis habeat incisuras juxta longitudinem dispositas, ita ut intra incisuras Horizontalis AB & DC Fulcrum BHC huc illucque moveri; intra incisuras vero Verticalis ED & FA Charta munda alii compactiori agglutinata de-mitti & denuo extrahi possit.
3. Ad Fulcrum BHC aptetur Tubus ductitius IK, Lente Polyedra Plano-convexa, ex 24. Planis Triangularibus non nimis magnis in Parabolæ fere Convexitatem dispositis constante, in I instructus. In K Tubus sit obturatus & exiguo tantum Foramine præditus, quod paulo ultra Focum a Lente remotum.
4. Fulcrum BHC a Tabula Verticali removeatur, ut ultra Foci intervallum ab ea distet, eo quidem magis, quo major Imago dissipata per Lentem recolligenda.

5. Ante foramen Tubi K Lampas collocetur (non Candela, quia hujus flamma non constanter eadem) & Areolæ Luminosæ in Tabula Verticali seu Charta eidem applicata Plumbagine notentur. Ne tamen facile aberres, in iis designandis, Oculari continuo opus est Observatione, ut nimirum appareat, utrum per Lentem conspectæ unum continuum exhibeant, necne.

6. In Arcolis istis pingantur partes, quæ conjunctæ totius cujusdam Imaginem exhibeant, Oculari semper adhibita Observatione, ut per Lentem singulæ bene ordinatæ compareant. Interjecta vero spatia alia Pictura repleantur, opera inprimis data, ut libero etiam Oculo conspecta Pictura Imaginem rei cujusdam ab ea, quæ per Polyedrum videtur, diversæ exhibeat.

Quodsi per Foramen K Picturam contuearis, partes per Areolas dispersæ unam continuam exhibebunt Imaginem, quæ verò in spatiis intermediis depicta sunt, plane non videntur.

## SCHOLION.

278. Si Basis Tubi K amplior fiat & pluribus Foraminibus pertundatur, in eadem Tabula EFDA plures Imagines dissimulati possunt, ita ut per singula foramina insipienti singule diversæ appareant Imagines: Sed majori Artificio opus est ad plurimum, quam ad unius dissipationem.



# CAPUT V.

## De Refractione Luminis in Lentibus Conca- & Meniscis.

### THEOREMA LXV.

Tab. 279. *SI* Radii paralleli in Lentem  
VL. Plano-concavam KL incidunt  
Fig. 51. & FC ad FB fuerit in ratione Refrac-  
tionis; erit F Focus virtualis.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam Radius HI Axi FB paral-  
lelus, per *hypoth.* Axis vero FB ad KL  
perpendicularis (§. 21 *Dioptr.*); erit  
etiam Radius HI ad KL perpendicu-  
laris (§. 230 *Geom.*), adeoque irrefractus  
transit usque ad E (§. 25). Quare cum  
FC ad FB sit in Ratione Refractionis  
per *hypoth.* erit F Focus virtualis (§. 98).  
*Q. e. d.*

### COROLLARIUM I.

280. Si Lens fuerit Vitrea, erit  $FB = 2BC$   
(§. 99); hoc est, Focus virtualis F a Lente  
KL Diametri intervallo 2BC distat.

### COROLLARIUM II.

281. Si Refractio in Aqua contingit, erit  
 $FB = 3CB$  (§. 100); hoc est, Focus virtua-  
lis F a Lente KL intervallo sesquidiamet-  
ri 3BC distat.

### THEOREMA LXVI.

Tab. 282. *SI* Radius AE Axi FP paralle-  
VL. lus incidat in Lentem utrinque Conca-  
Fig. 52. vam, & tam FC ad FB quam IP ad  
PH Rationem Refractionis habeat; at-  
que  $FP : PH = FB : BG$ ; erit G Punc-  
tum dispersus seu Focus virtualis.

### DEMONSTRATIO.

Quia Radius AE per Medium rarius Tab. VI.  
in Superficiem Cavam Diaphani den-  
sioris incidit, & FC ad FB Rationem Fig. 52.  
Refractionis habet, per *hypoth.* Radius  
refractus DE ex Puncto F dispergitur  
(§. 104). Cum itaque in Superficie  
Convexa ex Diaphano densiori in Me-  
dium rarius refringatur, & IP ad PH  
in ratione Refractionis, atque  $FP : PH$   
 $= FB : BG$ , per *hypoth.* erit G Punc-  
tum, unde post alteram Refractionem  
DN dispergitur (§. 136). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM I.

283. Si ergo Ratio Refractionis  $= n : m$ ,  
 $CB = a$ ,  $IH = b$ ; erit  $FB = na : (n - m)$  &  
 $PI = nb : (n - m)$  (§. 190 *Aritbm.*), conse-  
quenter neglecta Lentis crassitie  $FP = FB$   
 $+ IP = (na + nb) : (n - m)$  &  $PH = PI$   
 $- IH = nb : (n - m) - b = (nb - nb$   
 $+ mb) : (n - m) = mb : (n - m)$ . Quare  
(§. 282)  $\frac{n(a+b)}{n-m} : \frac{mb}{n-m} = \frac{na}{n-m} : BG$

h. e.  $a + b : \frac{mb}{m-m} = a : BG$  (§. 183, 184  
*Aritbm.*) seu  $(n-m) (a+b) : mb = a : BG$   
(§. 178 *Aritbm.*), hoc est,  $(n-m)$   
 $(CB + IH) : mIH = CB : BG$ .

### COROLLARIUM II.

284. Si Refractio in Lente Vitrea con-  
tingit, erit  $m = 2$ ,  $n = 3$  (§. 26), adeoque  
 $a + b : 2b = a : BG$ , hoc est, summa Semi-  
diametrorum CB & HI ad Diametrum  
Concavitatis alterius 2 HI, ita Semidiamete-



Tab. V. rer alterius CB ad distantiam Foci virtua-  
Fig. 52. lis a Lente BG.

### COROLLARIUM III.

285. Quodsi  $a = b$ , hoc est, si Semidia-  
metri HI & CB æquales, erit  $BG = 2a^2 : 2a$   
 $= a$ , seu distantia Foci virtualis a Lente BG  
Semidiametro CB vel HI æqualis.

### COROLLARIUM IV.

286. Si Refractio in Lente Aquea con-  
tingit, erit  $m = 3$ ,  $n = 4$  (§. 28), adeoque  
 $a + b : 3b = a : BG$ , hoc est, summa Se-  
midiametrorum CB & HI ad sesquidiametre-  
trum Concavitate alterutrius  $\frac{3}{2}HI$ , ita Se-  
midiameter alterius CB ad Foci virtualis a  
Lente distantiam BG.

### COROLLARIUM V.

287. Si  $a = b$ , hoc est,  $HI = CB$ , erit  
 $BG = 3a^2 : 2a = \frac{3}{2}a = \frac{3}{2}CB$ , hoc est, di-  
stantia Foci virtualis a Lente BG est ad Se-  
midiametrum BC in ratione sesquialtera.

### THEOREMA LXVII.

288. Si Radii Solares in Lentem  
Concavam incidunt, Lumen post Re-  
fractionem debilitatur.

### DEMONSTRATIO.

Cum enim Radii Solares ad sensum  
sint paralleli (§. 94 *Optic.*), post refrac-  
tionem in Lente Concava factam diver-  
gunt (§. 279). Lumen igitur debilita-  
tur (§. 87 *Optic.*). Q. e. d.

### COROLLARIUM.

289. Effectus igitur Lentium Concava-  
rum effectui Convexarum contrarius est  
(§. 197).

### PROBLEMA XXVI.

Tab. VI. 290. Invenire Punctum dispersus F  
Fig. 53. Radii CD ex Puncto Axis C in Len-  
tem Plano-concavam AB incidentis, Su-  
persficie Plana Puncto C obversa.

### RESOLUTIO.

1. Quia Radius CD ex Puncto C in Tab. VI.  
Superficiem Planam Diaphani den-  
sioris per Medium rarius incidit; Fig. 53.  
Punctum G, ex quo post primam  
Refractionem dispergitur, invenitur  
per Theor. 8. (§. 62).
2. Quare cum Radius simplicem Refrac-  
tionem passus DI veluti ex Puncto  
Axis G in Superficiem Convexam  
incidat & ex Medio densiori in ra-  
rius refringatur; Punctum F, ex  
quo Radius IK, post alteram Refra-  
ctionem, dispergitur; seu Focus vir-  
tualis invenietur per Probl. 12.  
(§. 133) aut per Theor. 29. (§. 136).

### COROLLARIUM.

291. Quoniam per ea, quæ Cap. 2 & 3,  
tradita sunt, semper determinari potest  
Punctum dispersus vel Concurfus Radii in  
Superficie Plana, Convexa & Concava ex  
Medio rariori in densius & ex densiori in  
rarius refracti, & ante Refractionem vel  
ex Puncto quodam Axis divergentis, vel  
ad id convergentis; eodem prorsus modo  
Focum Lentium Concavarum in omni casu  
reliquo invenire licet, sive Radii ex Puncto  
quodam Axis ante primam Refractionem  
emanent, sive ad Punctum quoddam Axis  
tendant.

### SCHOLIUM.

292. Ne igitur præter necessitatem pro-  
lixī simus, cum speciales Regule de Refractio-  
ne Radium divergentium & convergentium  
in Lentibus Concavis non tam frequenter usui  
sint, quam quæ de Lentibus Convexis Capite  
superiori habentur; eas eruat, qui opus iis-  
dem habuerit.

### THEOREMA LXVIII.

293. Objectum AB per Lentem Ca-  
vam videtur situ erecto, & imminutum in  
ratione

Tab. V. L. si nempe F sit Punctum, ad quod Radius  
Fig. 54. BE irretractus tendit, G vero Oculus.

DEMONSTRATIO.

Quia Radius refractus GI, per quem Punctum B videtur, post Refractionem in I ad Punctum G tendit, per hypoth. incidens EI ante Refractionem in I factam ad Punctum Lenti vicinior K tendebat (§. 161, 162). Similiter cum Radius EI post refractionem in E ad Punctum K tendat, per demonstrata BE ante Refractionem in E factam ad Punctum F Axi vicinior quam K, consequenter multo vicinior quam G, tendebat (§. 77). Ergo Radius BG, qui irretractus ad G perveniret, Lente remota, secabit Lentem in Puncto Nab Axe LM remotiori, quam BE; consequenter Angulus LGE, sub quo refracte videtur MB, minor est Angulo LGN, sub quo eadem MB directe in G videtur. Nec absimili modo idem in aliis casibus ostenditur, si Lens utrinque Concava, vel Plano-concavae Superficies Cava Objecto obvertatur. Quare Objectum per Lentem Cavam imminutum videtur (§. 209 Optic.). Quod erat primum.

Et quia Punctum M videtur per Radium GM utpote irretractum (§. 25); B vero per Radium dexteriores GI: Objecti extremum superius loco superiore, inferius inferiore videtur. Objectum itaque situ erecto apparet. Quod erat secundum.

Quoniam LE videtur sub eodem Angulo, quo MB refracte; & LN sub eodem, quo MB directe; Diameter Objecti apparens erit ad Diametrum veram

ut LE ad LN (§. 209 Optic.). Est vero LN perpendicularis ad MG (§. 21): quare cum etiam MB ad MG normalis ponatur, erit MB ipsi LN parallela (§. 256 Geom.), & hinc GM:GL=MB:LN & FM:FL=MB:LE (§. 268 Geom.), adeoque LN=GL. MB:GM & LE=FL. MB:FM. Ergo

$$LE:LN = \frac{FL}{FM} : \frac{GL}{GM}$$

h. e. LE:LN=FL. GM:GL. FM (§. 178, 181 Arithm.). Quod erat tertium.

COROLLARIUM.

294. Quodsi Objectum MB adeo procul distet, ut GF respectu ipsius FM fiat parvitas contemnenda; erit GM ipsi FM ad sensum æqualis, adeoque LE:LN=FL:GL (§. 181 Arithm.).

THEOREMA LXIX.

295. Si Radius EH Axi AF parallelus Tab. VI. in Menisco LM refringatur, atque Diameter Convexitatis CB Diametro Fig. 55. Concavittatis OD æqualis; refractus GI erit Axi AF iidem parallelus.

DEMONSTRATIO.

Quia Radius EH Axi parallelus incidit in Superficiem Convexam Diaphanidensisioris per Medium rarius, post Refractionem in H factam ad aliquod Axis Punctum veluti F tender (§. 87). Sed quia OD=CB per hypoth. & crassities Lentis BD supponitur parvitas contemnenda; ad idem Punctum F Radius EH tenderet, si in Puncto I ex Medio rariori in densius refringeretur (§. 90). Quare cum Radius HF contraria ratione refractus cum incidente coincidat (§. 37); erit GI axi AF parallelus. Q. e. d.

## COROLLARIUM I.

296. Cum adeo Menisci, quarum Diameter Concavitate Diametro Convexitatis æqualis est, Radios nec colligant, nec dispergant; earum in Dioptrica nullus est usus.

## COROLLARIUM II.

297. Quoniam Radii paralleli in Vitro utrinque Plano refracti post refractionem itidem sunt paralleli (§. 49); Menisci, quarum Diameter Convexitatis æqualis est Diametro Concavitate, Vitris utrinque Planis æquipollent.

## PROBLEMA XXVII.

Tab. 298. *Invenire Focum Q, ubi Radius KO Axi Menisci Semidiametrum*  
 VI. *Concavitate HE Semidiametro Convexitatis CB majorem habentis parallelus & vicinus cum Axe concurrat.*  
 Fig. 56.

## RESOLUTIO.

1. Sit Ratio Refractionis  $= m : n$ ,  $HE = b$ ,  $CB = a$ . Quoniam Radius KO post primam Refractionem in O ad Punctum I tendit, ita ut  $n : m = IB : IC$  (§. 88), erit quoque  $n - m : n = CB : IB$  (§. 193 *Arithm.*), adeoque  $IB = na : (n - m)$ .

2. Quodsi KO in Superficiem Convexam PE incideret, distantia Foci à Lente NE foret  $nb : (n - m)$ , *vi demonstratorum*, atque hinc Focus N longiori intervallo a Superficie PE distat, quam I, adeoque ob NI: IH = IB : IQ (§. 161 *Dioptr.* & §. 173 *Arithm.*), erit (§. 190 *Arithm.*) neglecta Lentis crassitie NI : NH = IB : EQ. Habemus itaque

$$\frac{nb - na}{n - m} : \frac{nb}{n - m} - b = \frac{na}{n - m} : EQ$$

$$h. e. b - a : \frac{mb}{n - m} = a : EQ \quad (\S. 183, 184, 235 \text{ } Arithm.). \text{ Est itaque } EQ = \frac{mab}{(n - m)(b - a)}.$$

## COROLLARIUM I.

299. Si Meniscus ex Vitro constet, erit  $m : n = 2 : 3$  (§. 26), adeoque  $EQ = \frac{2ab}{(b - a)}$ ; consequenter  $b - a : a = 2b : EQ$ , hoc est, ut differentia Semidiametrorum Convexitatis CB & Concavitate HE ad Semidiametrum Convexitatis CB, ita Diameter Concavitate 2HE ad Foci a Menisco distantiam EQ.

## COROLLARIUM II.

300. Aquea si fuerit Meniscus, erit  $m : n = 3 : 4$  (§. 28), adeoque  $EQ = \frac{3ab}{(b - a)}$ ; consequenter  $b - a : a = 3b : EQ$ ; hoc est, neglecta Lentis crassitie, HC : CB = 3HE : EQ, seu ut differentia semidiametrorum Convexitatis & Concavitate ad Semidiametrum Convexitatis, ita sesquidiameter Concavitate ad distantiam Foci a Menisco.

## COROLLARIUM III.

301. Si Semidiameter Concavitate HE tripla fuerit Semidiametri Convexitatis CB, hoc est,  $b = 3a$ ; erit distantia Foci a Menisco Vitrea  $EQ = 6aa : 2a = 3a = HE$ , hoc est Semidiametro æqualis (§. 299), adeoque Meniscus æquipollet Lenti utriusque æqualiter Convexæ (§. 193).

## COROLLARIUM IV.

302. Eodem modo, si Meniscus Aquea fuerit, in eadem Hypothesi reperitur  $QE = 9aa : 2a = \frac{9}{2}a = \frac{5}{2}a + \frac{2}{2}a = HE + \frac{1}{2}HE$  (§. 300), hoc est, distantia Foci a Menisco EQ est ad Semidiametrum Concavitate HE in ratione sesquialtera, adeoque Meniscus Lenti utrinque æqualiter Convexæ æquipollet (§. 195).

SCHOLION.

Tab. VI. 303. *Haec obscurum est Artificio quo modo inveniatur, quando Meniscus Lenti utrinque aequaliter Convexæ æquipollet. Tum enim in presenti casu*  $QE = \frac{1}{2} HE$  (§. 195), hoc est,  $3ab : (b - a) = \frac{1}{2} b$ . *Hæc æquatio redunda dat*  $b = 3a$ . *Eodem modo in Lente Vitrea*  $QE = HE$  (§. 193), hoc est,  $2ab : (b - a) = b$ . *Unde reperitur*  $b = 3a$ , ut ante. *Et hoc Artificio utendum quoque est, ubi reperire volueris, quando Meniscus Lenti Plano-convexæ, quando Sphæræ, quando Lenti quomodocunque Cavæ æquipollet.*

COROLLARIUM V.

304. Si Semidiameter Concavitätis HE dupla fuerit Semidiametri Convexitatis CB, hoc est  $b = 2a$ : erit distantia Foci a Menisco Vitrea  $EQ = 4aa : a = 4a = 2 HE$ , hoc est Diametro æqualis (§. 299), adeoque Meniscus æquipollet Lenti Plano-convexæ (§. 168).

COROLLARIUM VI.

305. Eodem modo, si Meniscus Aqueæ fuerit, in eadem Hypothesi  $EQ = 6aa : a = 6a = 3HE$  (§. 300), adeoque Meniscus denuo æquipollet Lenti Plano-convexæ (§. 169).

COROLLARIUM VII.

306. Si Diameter Concavitätis HE quinquapla fuerit Semidiametri Convexitatis CB, hoc est, si  $b = 5a$ : erit distantia Foci a Menisco Vitrea  $= 2.5aa : 4a = \frac{5}{2}a = \frac{1}{2} HE$  (§. 298) adeoque Meniscus Sphæræ Vitreae æquipollet (§. 182).

COROLLARIUM VIII.

307. Eodem modo si Meniscus Aqueæ fuerit & Semidiameter Concavitätis HE quadrupla Semidiametri Convexitatis CB, hoc est, si  $b = 4a$ : erit distantia Foci  $= 3.4aa : 3a = 4a = HE$ , adeoque Meniscus Sphæræ Aqueæ æquipollet (§. 183).

COROLLARIUM IX.

Tab. VI. 308. Quodsi distantia Foci fuerit ad Semidiametrum Concavitätis in ratione data  $m : 1$ : erit in Menisco Vitrea  $2ab : (b - a) = mb$  (§. 298), adeoque  $b = \frac{(2+m)}{m}a$ , seu  $b : a = m + 2 : m$ . E. gr. Si Focus distare debet a Menisco triplo Semidiametri Concavitätis intervallo: erit  $m = 3$ , consequenter semidiameter Concavitätis in ratione 5 ad 3 existit.

COROLLARIUM X.

309. Similiter si distantia Foci a Menisco Vitrea fuerit ad semidiametrum Convexitatis in ratione data  $m : 1$ : erit  $2ab : (b - a) = ma$  (§. 298), adeoque  $b = ma : (m - 2)$ , seu  $b : a = m : m - 2$ . E. gr. si Focus distare debet triplo Semidiametri Convexitatis intervallo, erit Semidiameter Concavitätis illius tripla.

COROLLARIUM XI.

310. Data igitur Semidiametro Convexitatis inveniri potest Semidiameter Concavitätis, quæ Focus a Menisco removeat dato intervallo.

SCHOLION.

311. Eadem omnia inveniuntur, si ponamus Menisci Superficiem Cavam Lumini obverti.

PROBLEMA XXVIII.

Tab. VI. 312. *Invenire Punctum dispersus Radiorum Axi parallelorum in Meniscum incidentium, quæ habet Semidiametrum Concavitätis KI minorem Semidiametro Convexitatis BC.*

RESOLUTIO.

I. Quoniam Radius DE Axi AB vicinus & parallelus in Superficiem Convexam Diaphani densioris per Medium rarius incidit, posita Ratione Refractionis  $= n : m$ , Axi AF in F

post.

Tab.  
VI.  
Fig. 57.

post Refractionem occurret, ita ut sit  $n : m = FB : FC$  (§. 88), consequenter  $n - m : n = BC : FB$  (§. 183 *Aritbm.*). Quare si fiat  $BC = a$ ; erit  $FB = na : (n - m)$ .

2. Quia Semidiameter Concavitas IK minor Semidiametro Convexitatis CB, *per hypoth.* si Radius DE in Convexitatem Superficieci LIM incidere ac inde in Medium densius refringeretur, Focus O ab ea minori intervallo distaret quam F, foretque (si  $KI = b$ )  $OI = nb : (n - m)$  *per modo demonstrata*. Quare Radius EH tendens ad Punctum F ex Diaphano densiori in rarius refractus dispergetur ex A, ita ut sit  $FO : FI = FK : FA$  (§. 160) seu  $FO : FK = FI : FA$  (§. 173 *Aritbm.*), consequenter (§. 190 *Aritbm.*).

$$FO : OK = FI : BA ; \text{ hoc est, } \frac{na - nb}{n - m} : \frac{nb}{n - m} = \frac{na}{n - m} : BA$$

$$a - b : \frac{mb}{n - m} = a : BA \quad (\S. 178, 181$$

*Aritbm.*), quia nempe neglecta Lentis crassitie  $FI = FB$  &  $FO = FI - OI$ , atque  $OK = OI - IK$ .

Habemus igitur  $BA = mab : (n - m)(a - b)$ .

#### COROLLARIUM I.

313. Quodsi Meniscus fuerit Vitrea, erit  $BA = 2ab : (a - b)$ , hoc est, ut differentia Semidiametrorum Convexitatis & Concavitatis ad Semidiametrum Convexitatis, ita Diameter Concavitatis ad distantiam Foci virtualis (§. 26).

#### COROLLARIUM II.

314. Quodsi Meniscus Aquea fuerit, erit  $BA = 3ab : (a - b)$  hoc est, ut diffe-

rentia Semidiametrorum Concavitatis & Convexitatis ad Semidiametrum Convexitatis, ita sesquidiameter Concavitatis ad distantiam Foci virtualis (§. 28).

#### COROLLARIUM III.

315. Si Meniscus fuerit Vitrea & Semidiameter Concavitatis IK Semidiametri Convexitatis BC subtripla; erit  $a = 3b$ , consequenter  $AB = 6bb : 2b = 3b = 3IK = CB$ , hoc est, distantia Foci virtualis a Menisco est Semidiametro Convexitatis æqualis (§. 313). Æquipollet adeo Meniscus Lenti utrinque Concavæ (§. 285).

#### COROLLARIUM IV.

316. Si Meniscus Aquea fuerit, erit, in eadem Hypothesi,  $9bb : 2b = \frac{9}{2}b = \frac{3}{2}a = \frac{1}{2}CB$  (§. 313), adeoque Meniscus denuo æquipollet Lenti Aqueæ utrinque Concavæ (§. 286).

#### COROLLARIUM V.

317. Si Meniscus Vitrea fuerit & Semidiameter Concavitatis Semidiametro Convexitatis subdupla, hoc est,  $a = 2b$ , erit  $AB = 4bb : b = 4b = 2a = CB$  (§. 313), hoc est, distantia Foci virtualis a Menisco est Diametro Convexitatis æqualis. Æquipollet adeo Meniscus Lenti Vitreae Plano-Concavæ (§. 280).

#### COROLLARIUM VI.

318. Si Meniscus Aquea fuerit, erit, in eadem Hypothesi,  $6bb : b = 6b = 3a = 3CB$  (§. 313), adeoque Meniscus æquipollet Lenti Aqueæ Plano-concavæ (§. 281).

#### COROLLARIUM VII.

319. Si distantia Foci virtualis a Menisco Vitrea ad Semidiametrum Concavitatis in ratione data  $m$ ; 1; erit  $2ab : (a - b) = ma$  (§. 313).

Unde elicitur  $b = \frac{ma}{m + 2}$ . E. gr. si Focus virtualis distare debet triplo Semidiametri Convexitatis intervallo; erit  $b = \frac{2}{5}a$ .

#### COROLLARIUM VIII.

320. Data igitur Semidiametro Convexitatis inveniri potest Semidiameter Concavæ



cavitatis, quæ Focum virtualem a Menisco removeat dato intervallo.

SCHOLION I.

321. Eadem omnia inveniuntur, si ponamus Menisci Superficiem Cavam Lumini obverti.

SCHOLION II.

322. Solent autem Menisci, quæ Diametrum Convexitatis minorem habent Diametro Concavitatis, a nonnullis dici Menisci propriæ: quæ vero Diametrum Convexitatis majorem habent Diametro Concavitatis, Menisci impropriæ appellantur.

SCHOLION III.

323. Ceterum quæ Methodo Focum Radium parallelorum in Meniscis investigavimus; eadem quoque investigantur Foci Radium divergentium & convergentium; ut adeo iis expressius docendis merito supersedeamus.

SCHOLION IV.

324. Quia Menisci propriæ Lentibus Convexis æquipollent (§. 301. & seqq.), in numero Vitrorum Casticorum locum habent & in Cameris quoque obscuris adhiberi possunt.

SCHOLION V.

325. CARTESIUS Lentis Hyperbolicas

Plano-convexas & Convexo-convexas, itemque Meniscos Ellipticas & Hyperbolicas commendat (a), quia Radios Axi parallelos vel ab aliquo ejus Puncto emanantes in eodem præcisè Puncto unirent. Enimvero cum non modo difficillimum sit Lentis istiusmodi satis exactas parare, verum etiam Radios a Puncto extra Axem Lentis sito emanantes minus accurate colligant quam Lentis Sphæricæ; Vira Objectiva Sphærica iis præferuntur, non refragante Viro summo NEWTONO (b) & Experientia id comprobante MILLIETO DECHALES (c). Supervacaneum igitur ducimus de hoc Lentium genere in his Elementis agere. Alias enim haud difficile foret Theoriam Refractionis in Superficiebus Sphæricis ope Algebrae extendere ad quamlibet Curvam & inde Lentium istarum proprietates demonstrare. Dedit jam istiusmodi Theoriam generalem GUINÉE (d) & aliam ab ea diversam JOANNES CRAIGE (e).

(a) In Dioptr. Cap. 8. p. m. 111.

(b) In Princip. Phil. Nat. Mathem. Lib. I. Prop. 98. Schol. p. 229. Edit. tert. London.

(c) Dioptr. Lib. II. Prop. 69. fol. 686. Tom. III. Mund. Math.

(d) In Comment. Acad. Reg. Scient. Paris. Ann. 1704. p. 31. Edit. Amstelod.

(e) In Optica Analytica, Lib. II.

CAPUT VI.

De Tubis seu Telescopiis.

DEFINITIO XXIV.

326. **T**elescopium seu Tubus est Instrumentum Dioptricum ex Lentibus compositum, per quod remota tanquam vicina spectantur.

SCHOLION.

327. Telescopiorum inventum longe utilis-  
Wolffii Oper. Math. Tom. III.

sinum portenta Universi nobis revelavit & eam Astronomiæ perfectionem conciliavit, quam antea sperare nefas erat. Casui autem debetur, non meditationi, ut adeo in inventore felicitatem magis prædicent, quam ingenium admirantur, qui ultra vulgi captum sapiunt. Hinc parum interest nosse, cuinam primum contigerit esse tam felici, ut in inventum nunquam pro dignitate deprædicandum primum  
Gg inci-



inciderit. Primus dubio procul Tubum Opticum construxit JOANNES BAPTISTA PORTA Neapolitanus, ita enim (a): Si utrumque, inquit, (Vitrum nempe Concavum & Convexum) recte conjungere noveris, & longinqua, & proxima majora & clara videbis: Non parum multis amicis auxilii præstitimus, qui & longinqua obsoleta, proxima turbida conspiciebant, ut omnia perfectissime contuerentur. Enimvero PORTA inventum suum, quod casui acceptum ferebat, non satis intellexit, adeoque nec magis id industria perfecit, nec ad Observationes Cælestes transulit. Quindecim ab hinc annis, postquam liber PORTÆ prodierat, in quo illa scripserat, H. GENIO Autore (b) circa annum 1609. Artifex quidam Medioburgensis apud Selandos Tubum construxit & MAURITIO Principi Nassoviæ obtulit quem JOANNEM LIPPERSEIN fuisse, SIRTURUS (c) contendit, PETRO BORELLO (d) hanc gloriam vindicante ZACHARIÆ HANSEN Artifici itidem Middelburgensi. Post eos quoque Telescopia confecit JACOBUS METIUS Alcmariensis, cui ADRIANUS METIUS Matheseos Professor Franeckeranus frater JACOBI laudem inventionis tribuit. Sed cum Tubos Jesquipedalibus non majores conficerent Artifices isti, mox in Germania SIMON MARIUS, in Italia GALILÆUS majores paravere ac meliores & ad contemplanda Phænomena Cælestia iisdem usi sunt: quorum Observationes inexpectata invento tam egregio magis perficiendo ansam dedere.

## DEFINITIO XXV.

328. Vitrum Objectivum est Lens, quæ Objecto obvertitur.

## DEFINITIO XXVI.

329. Vitrum Oculare est Lens, quæ Oculo vicinior.

(a) Magiæ Natur. Lib. XVII. Cap. 10.

(b) In Dioptrica, p. 163. 164.

(c) In Telescopio An. 1618. edito Part. II. C. 1.

(d) In Tractatu de vero Telescopiorum inventore An. 1655. Edit. C. 12.

## SCHOLION.

330. Quodsi Telescopium ex pluribus quam duabus Lentibus componatur, nonnisi una dicitur Objectiva, reliquæ omnes dicuntur Oculares.

## DEFINITIO XXVII.

331. Tubus Hollandicus seu Galileanus est Telescopium ex Lente Objectiva Convexa & Oculari Concava compositum.

## SCHOLION.

332. Nomen inde est, quod in Batavia primum constructus (S. 327); GALILÆUS autem primus fuit, qui Observationes Telescopicas publici juris fecit ac plurima in Calamæa nobis ignota revelavit (e).

## DEFINITIO XXVIII.

333. Tubus Astronomicus est Telescopium ex Lente Objectiva Convexa & Oculari itidem Convexa compositum.

## SCHOLION.

334. Nomen Astronomici inde est, quia hoc Tuborum genus ad contemplationem rerum Cælestium seu Observationes Astronomicas adhibetur, propterea quod majorem Visionis campum admittat, quam Telescopium Galileanum, etsi Objecta inverse repræsentet.

## DEFINITIO XXIX.

335. Tubus Terrestris est Telescopium ex pluribus, quam duabus Lentibus, communiter ex Objectiva Convexa & tribus Ocularibus itidem Convexis, compositum, seu Telescopium Objecta situ erecto spectanda exhibens ab Hollandico tamen diversum.

## SCHOLION.

(e) In Nuncio Sidereo.

## SCHOLION.

336. *Nomen inde est, quod ad spectanda Corpora Terrestria remota adhibetur, quia Objecta sunt erecto representat.*

## PROBLEMA XXIX.

337. *Tubum ductitium in usum Telescopii construere.*

## RESOLUTIO.

In constructione horum Tuborum sollicite cavendum est, ne pondere fiant molesti & ne facile distorqueantur situm Lentium eversuri. Unde non quilibet Tubi in quolibet casu commendantur.

I. Si Tubi fuerint minores, ex Laminis Ferreis Stanno obductis parantur, fistulis pluribus pro longitudine Telescopii sibi invicem immixtis, ita ut, nec nimis facile, nec difficulter nimis diduci possint.

II. Quodsi Tubi fuerint longiores, minime consultum est, ut ex Laminis Ferreis parentur: ponderosiores evadunt, nec commode de loco in locum transportari, nec ad Visibile dirigi possunt. Unde aliqui eos ex Charta conficere solent hunc in modum.

1. Ex ligno tornetur Cylindrus Ligneus ejus longitudinis, quanta est Charta, ex qua Tubus fieri debet. Diameter vero tanta sit, quanta esse debet Cavitationis Fistulae minimae.

2. Cylindro circumducatur Charta nigra & huic agglutinetur alia, donec Fistula consueatur satis firma: quae tandem Charta Turcico more colorata obducatur. Ut citius at-

que commodius istiusmodi Fistulas parare possis; duo aut tria folia in usum futurum super Tabula conglutinentur. & sub prelo compressa siccentur.

3. Fistula una exsiccata, eodem artificio parentur aliae, & una super aliam compingatur, donec diductae exhibeant Tubum longitudinis desideratae.

4. Denique Annuli Lignei Tornatoris arte parati Fistularum extremis exterioribus agglutinentur, ut Tubus extrahi possit.

III. Cum Tubi Chartacei id incommodi habeant, ut, si ductus fuerint angusti, tempestate humida adeo coarctentur, ut vix ac ne vix quidem extrahi possint; si vero ductus fiant satis laxi, tempestate sicca nimis amplientur, consequenter in utroque casu situs Lentium facile depravetur; praeterea iidem facile distorqueantur damnumque patiantur; optimam Tuborum construendorum rationem hanc ego judico.

1. Cylindro Ligneo Membrana tenuis (Pergamenam vulgo vocant), circumducatur & conglutinetur, ne pulvisculis detritis Lentes maculentur. Sitque Membrana ista nigredine infecta, ne Radii reflexi confusionem aliquam pariant.

2. Ex ligno Fagino parentur asserculi admodum tennes & in Cylindrum curvati Membranae cum cura agglutinentur.

Tab.  
VI.  
Fig. 58.

3. *Fistula hæc Ligneæ vestiatur Membrana Pergamena alba & circa extremum exterius fiat Annulus exiguus AB ex duplici Membrana Pergamena conglutinator, ut Tubus commodè diduci possit.*

4. *Eodem artificio fiat Fistula alia super priore & ita porro, donec ductæ exhibeant Tubum longitudinis desideratæ.*

5. *Singularum Fistularum extremis interioribus aptetur annulus ligneus, ut Radii spurii ad latera Tubi allisi arceantur: id quod majoris momenti deprehenditur in Telescopiorum usu, quam Experientia nondum convictis videri poterat. Juvat autem Annulos istos Cochleis foeminis instrui iis in locis, ubi Lentès aptandæ.*

6. *Denique ex Ligno rariori Tornatoris manu paretur Operculum CD, quo Vitrum Objectivum contra pulverem tegi possit, ipsumque Vitrum Annulo ligneo inclusum mediante Cochlea ad Tubum firmetur.*

7. *Ejusdem Tornatoris industria ex eodem Ligno fiat Tubulus EFG tantæ longitudinis, quanta esse debet Oculi a Lente Oculari distantia, & alteri Tubi extremo decenter aptetur.*

IV. *HEVELIUS (a) commendat Tubos ex Ligno sicco tornatos, nec e multis partibus ductibusque compactos, ut parallela Lentium Linea non turbetur.*

(a) Selenogr. Proleg. f. 16.

### SCHOLION I.

338. *Si ductus Tubi juxta tertium Artificium parati commodè extrahi nequeant, Sapone Veneto affricari debent.*

### SCHOLION II.

339. *Gluten, quo ad Tubos ex Charta conficiendos opus est, ita preparatur. Aqua calidæ, sed nondum ferventi, immittatur farina triticea & Cochleari agitur, donec ab eodem extracta instar fli defluat. Hinc igni admodum coquatur & continuo Cochleari agitur, donec satis spissum evaserit.*

### PROBLEMA XXX.

340. *Telescopium Batavum construere.*

### RESOLUTIO.

1. *Tubo constructo (§. 337) inferatur Lens Objectiva Convexa, sive Plano-Convexa, sive utrinque Convexa, modo sit majoris Sphæræ segmentum.*
2. *Eidem inferatur Lens Ocularis utrinque Concava quæ sit minoris Sphæræ segmentum, ita ut ante Imaginem Lentis Objectivæ in distantia Foci virtualis collocetur.*

*Dico, Oculo valentes & Presbytas per Telescopium visuros Objectum distincte, situ erecto & auctum in ratione distantia Foci virtualis Lentis Ocularis ad distantiam Foci Lentis Objectivæ: ut vero Myopes videant Objectum distincte, Lentem Ocularem Objectivæ propius admovendam esse.*

### DEMONSTRATIO.

*Quoniam per Telescopium Objecta valde remota spectantur (§. 327), Radii ab eodem Puncto in Lentem Objectivam*

*tiyam*

Tab. VI. *Optic.* Fig. 59. tivam incidentes sunt paralleli (§. 94), consequenter cum Lens Objectiva sit vel Plano-Convexa, vel utrinque Convexa *per construct.* post Lentem concurrunt (§. 166, 172, 184). Jam cum Focus virtualis Radium parallelorum in Lente Oculari utrinque Concava *per construct.* Semidiametri intervallo distet (§. 285), Radii in eam incidentes, *vi construct.* ad Centrum Concavitate inferioris A tendunt. Quodsi ergo fiat  $AN = AB = BC$ ; habebit NC ad NB rationem Refractionis 3 : 2 (§. 26), consequenter Radius GD ad Punctum A tendens post refractionem Axi occurrat in F, ita ut  $NA : AB = CA : AF$  (§. 164), hoc est, ob  $NA = AB$ , *per demonstrata*, adeoque  $CA = AF = 2BA$  in Foco virtuali Radium parallelorum in Cavitatem inferiorem incidentium (§. 280). Refractus ergo in egressu ML erit Axi CF parallelus (§. 37). Quamobrem cum Oculi valentes atque Presbytae distincte videant Objecta per Radios parallelos (§. 94, 379, 381 *Optic.*); per Telescopium ita dispositum distincte vident Objecta valde remota. *Quod erat unum.*

Tab. VII. Fig. 60. Ponamus in A esse Focum Lentis Objectivæ BC. Quoniam illorum Radium, qui ab extremo dextro Objecti per Tubum visi ad Lentem pertingunt, unus per A transire debet; sit Radius iste AC. Erit ergo refractus CE Axi BI parallelus (§. 203), consequenter post Refractionem in Cava factam, ex Foco virtuali F, hoc est, Centro Concavitate superioris dispergetur (§. 285). Quare cum omnes Radii ab eodem ex-

tremo ad Oculum post Lentem Cavam constitutum pertingentes sint ipsi EL, qui vero a Puncto medio adveniunt, Axi FG paralleli, per ea, quæ primo loco demonstrata sunt, Punctum medium videbitur in directum Axi GA, dextrum vero extremum versus dextram, in directum Lineæ LN vel ipsi parallelæ, hoc est, situ erecto. *Quod erat secundum.*

Quoniam vero rectæ ipsi LN parallelæ Axem sub eodem Angulo secant (§. 233 *Geom.*), Semidiameter Objecti per Telescopium sub Angulo AFN, seu EFI (§. 156 *Geom.*), videtur: Radii nimirum LE & GI Oculum perinde ingrediuntur, ac si Pupilla in F constitueretur. Quodsi Oculus nudus esset in A, Semidiameter Objecti videret sub Angulo *cAb*, seu CAB (§. 156 *Geom.*). Quoniam vero Objectum valde remotum supponitur, distantia AF ejus respectu evanescit, adeoque Oculus nudus etiam in F sub Angulo ipsi A æquali, hoc est, ducta FM ipsi AC parallela, sub Angulo IFM (§. 233 *Geom.*), Objecti Semidiameter videt. Est itaque Semidiameter Objecti nudo Oculo visa ad eam, quæ armato videtur, ut IM ad IE. Ducatur KE ipsi FM parallela: erit  $IM : IE = IF : IK$  (§. 268 *Geom.*). Quare cum EK etiam ipsi AC parallela existat (§. 232 *Geom.*); & CE sit ipsi AK parallela *per demonstr. n. 1*, erit  $AK = CE$  (§. 257 *Geom.*). Sed quia situs Lentium supponitur parallelus,  $EC = BI$  (§. *cit.*). Ergo  $IB = AK$  (§. 87 *Arithm.*), consequenter  $IK = AB$  (§. 88 *Arithm.*). Quamobrem  $IM : IE = IF : AB$ , *per*

Tab. *demonstr.* hoc est, Semidiameter nudo  
 VII. Oculo visa est ad Semidiametrum per  
 Fig. 60. Telescopium visam, in ratione distantiae  
 Foci virtualis Lentis Ocularis FI ad  
 distantiam Foci Lentis Objectivæ AB.  
*Quod erat tertium.*

Quoniam Myopes habent Retinam  
 ab humore Crystallino nimis remotam  
 (§. 401 *Optic.*), Radii vero divergentes  
 ad majorem distantiam colliguntur,  
 quam paralleli (§. 223), qui denique  
 paralleli erant, divergentes evadunt, si  
 Lens Ocularis Objectivæ propius ad-  
 moveatur (§. 164): ut Myopes per Te-  
 lescopium Objecta distincte videant,  
 Lens Ocularis Objectivæ propius ad-  
 moveri debet. *Quod erat quartum.*

#### COROLLARIUM I.

341. Ut Objectum integrum videatur,  
 Semidiameter Pupillæ non minor esse de-  
 bet distantia Radiorum LE & GI, alias  
 enim ab extremo dextro Objecti Radios  
 non excipiet, adeoque nec illud videbit  
 (§. 42 *Optic.*).

#### COROLLARIUM II.

342. Quo magis itaque Pupilla fuerit  
 ampliata, eo major Area per Telescopium  
 uno obtutu comprehenditur, & contra.

#### SCHOLIUM I.

343. Hinc si Oculum claudas, antequam  
 eundem Telescopio admoveas, ut Pupilla in  
 tenebris multum dilatetur, intuitu primo  
 latiore Campum comprehendes, quam ubi  
 ob Lucis fulgorem rursus coarctatur.

#### COROLLARIUM III.

344. Quia Radiorum EL & IG major  
 distantia in loco a Lente remotiore; major  
 quoque erit Area uno obtutu comprehen-  
 sa, si Oculis fuerit propior Lenti Concavæ.

#### COROLLARIUM IV.

345. Quia Focus Lentis Objectivæ Pla-

no-concavæ & Focus virtualis Lentis Ocu-  
 laris Plano-concavæ est in distantia Dia-  
 metri (§. 168, 280), Focus vero Lentis Ob-  
 jectivæ utrinque Convexæ & Focus virtua-  
 lis Lentis Ocularis utrinque Concavæ in  
 distantia semidiametri (§. 193, 285), si Lens  
 Objectiva fuerit Plano-concavæ & Ocu-  
 laris Plano-concavæ, Telescopium augeat  
 Diametrum Objecti in ratione Diametri  
 Concavittatis ad Diametrum Convexitatis:  
 si Lens Objectiva utrinque Convexa & Ocu-  
 laris utrinque Concavæ, amplificatio con-  
 tingit in ratione Semidiametri Concavita-  
 tis ad Semidiametrum Convexitatis: si Lens  
 Objectiva Plano-concavæ & Ocularis utrin-  
 que Concavæ, Semidiameter Objecti cres-  
 cit in ratione Diametri Convexitatis ad  
 Semidiametrum Concavittatis: si denique  
 Lens Objectiva utrinque Convexa, Ocu-  
 laris Plano-concavæ, augmentum fit in  
 ratione Diametri Concavittatis ad Semidia-  
 metrum Convexitatis (§. 340).

#### COROLLARIUM V.

346. Quoniam Semidiametrorum ea-  
 dem est ratio, quæ Diametrorum (§. 181  
*Arithm.*), Telescopia eodem modo Dia-  
 metrum Objecti amplificant, siue fuerit  
 Lens Objectiva Plano-concavæ & Ocu-  
 laris Plano-concavæ; siue illa utrinque Con-  
 vexa, hæc utrinque Concavæ (§. 345).

#### COROLLARIUM VI.

347. Quia Semidiameter Concavittatis  
 ad Diametrum Convexitatis minorem ra-  
 tionem habet, quam ejus Diameter (§. 203  
*Arithm.*), Telescopium magis amplificat,  
 si Lens Ocularis utrinque Concavæ quam  
 si Plano-concavæ (§. 345 *Dioptr.* & §. 205  
*Arithm.*).

#### COROLLARIUM VII.

348. Quia Semidiameter pariter atque  
 Diameter Concavittatis ad Diametrum Con-  
 vexittatis minorem rationem habet quam,  
 ad ejus semidiametrum (§. 203 *Arithm.*),  
 Telescopium magis amplificat, si Lens Ob-  
 jectivæ Plano-concavæ, quam si utrinque Con-  
 Con-



Tab. Convexa (§. 345 Dioptr. & §. 205  
VII. Aritbm.).

Fig. 60. COROLLARIUM VIII.

349. Quo major fuerit Diameter Lentis Objectivæ & quo minor Semidiameter Lentis Ocularis; eo minorem rationem habet Diameter Objecti nudo Oculo visa ad Semidiametrum armato visam (§. 345), consequenter eo major videtur Diameter Objecti per Telescopium (§. 205 Aritbm.).

COROLLARIUM IX.

350. Quia Objecti Semidiameter amplificatur pro ratione Anguli EFL (§. 340), quo major vero Angulus EFL, eo minorem Objecti partem Oculis uno obtutu comprehendit (§. 341); Telescopium eo minorem Objecti partem Oculo spectandam exhibet, quo magis ejus Diametrum amplificat.

SCHOLION II.

351. Atque hac est ratio, cur de alio Telescopio inventiendo cogitaverint Mathematici, postquam imperfectionem ejus, quod casu inventum fuerat, distincte cognoverunt: nec successu caruit eventus, quemadmodum ex subsequentibus plenius constabit.

SCHOLION III.

352. Quodsi rationem nimis parvam habuerit Semidiameter Virri Ocularis ad Semidiametrum Objectivi; Objectum per Telescopium non satis clarum apparet, quia nimia fit Radiorum distractio, ut Penicilli quotlibet Objecti Puncta in Retina depingentes ex nimis paucis Radiis consent. Defectu vero claritatis confunditur Visio. Illud quoque compertum est, Lentes Objectivas aequales non eandem ferre Lentem Ocularem, si vel Diaphaneitatis fuerint diversa, vel non eadem industria elaborata. Certe Lens Objectiva minus Diaphana, vel etiam minus accurate elaborata, Lentem Ocularem requirit Spharicitatis majoris quam magis Diaphana, vel etiam accuratius elaborata. Neque difficulter Ratio reddi potest. Etenim si Lens Objectiva fuerit minus Diaphana, pauciores Radii transmittuntur. Quam-

obrem cum constet, Lentes Oculares acutiores obscurius exhibere Objectum, quia pauciores Radios ab eodem Objecti Puncto ad Oculum refringunt, & easdem magis dispergere Radios, quam minus acutas, consequenter Radios a diversis Objecti Punctis venientes & per Lentem Objectivam non satis a se invicem separatos facile confundere; Lentes Oculares nimis acuta nocent Visioni distincta. Et quoniam si Lens Ocularis fuerit acutior, manente eadem Objectiva, Objectum magis amplificatur, quam ubi minus acuta fuerit (§. 349), si vero magis amplificatur, navi ex irregulari Refractione orti magis sunt conspicui; patet Lentem Ocularem minus acutam esse debere, si Lens Objectiva non fuerit adeo perfecte elaborata.

SCHOLION IV.

353. Quamvis adeo per Experimentiam constet [quemadmodum observat DECHALES] (a), Telescopium bonum haberi, si distantia Foci Lentis Objectivæ fuerit sex digitorum, Diameter Lentis Ocularis Plano-Concava digiti unius & linea unius, vel utrinque aequaliter Concava digiti unius cum dimidio; non tamen suadendum est Artifici, ut huic vel alteri cuicumque combinationi, quæ experientia fide laudatur, nimis fidat. Præstat igitur cum eadem Lentem Objectivam conjungere Oculares & majores, & minores data, & ex iis eam eligere, per quam Objectum maxime clarum atque distinctum videtur. Ita demum obtinentur Tubi præstantes, ut adeo errent præstantiam ex sola longitudine æstimantes.

SCHOLION V.

354. HEVELIUS (b) commendat Lentem Objectivam utrinque Convexam, cujus Diameter 4 pedum Gedanensium, Lentem Ocularem utrinque Concavam, cujus Diameter  $4\frac{1}{2}$  digitorum. Ait autem pedem Gedanensem esse ad Parisiensem Regium ut 914 ad 1055, ad Rhenanum ut 914 ad 1000. Juxta eundem Vitro Objectivo utrinque aequaliter Convexo, cujus Diameter 5 circiter pedum, convenit Oculare, cujus Diameter  $5\frac{7}{8}$  digi-

(a) Dioptr. Lib. II. Prop. 54. fol. 711. Tom. III. Mund. Math.

(b) In Proleg. Sclenograph. f. 12. & 13.



digitorum. Idem Oculare satisfacere observat Objectivo utrinque Convexo, cujus Diameter 8 pedum, immo majori, cujus nempe Diameter 10 pedum. Egregium prorsus Telescopium haberi & quod Siderum Observationibus perquam idoneum sit, monet, si eidem Oculari jungatur Vitrum Objectivum 12 pedum vel utrinque Convexum, vel Plano-Convexum. Enimvero cum nimis angusta sit Area, quam istiusmodi Telescopia uno obtutu spectandam exhibent, si ultra tres aut quatuor pedes extendantur; nunc quidem nullus eorum amplius est in Observationibus Astronomicis usus: nec ad Objecta Terrestria spectanda adhibentur, nisi quæ 4 aut 5 digitorum longitudinem non excedunt. Et ad tam exigua Telescopia HUGENIUS (a) commendat Rationem Semidiametri Lentis Objectivæ ad Semidiametrum Ocularis quadruplam, immo dupla non majorem.

#### COROLLARIUM X.

355. Quoniam distantia Lentis Objectivæ & Ocularis est differentia inter distantiam Foci virtualis Ocularis & distantiam Foci Objectivæ (§. 340); longitudo Telescopii habetur, si illam ab hac subtrahas: nempe longitudo Telescopii est differentia inter Diametros Lentium Objectivæ & Ocularis, si illa Plano-convexa, hæc Plano-concava (§. 168, 280); differentia inter Semidiametros Lentis Objectivæ & Ocularis, si illa utrinque Convexa, hæc utrinque Concava, (§. 193, 285); differentia inter Semidiametrum Objectivæ & Diametrum Ocularis, si illa utrinque Convexa, hæc Plano-concava (§. 193, 280); differentia denique inter Diametrum Objectivæ & Semidiametrum Ocularis, si illa Plano-convexa, hæc utrinque Concava (§. 168, 285).

#### SCHOLIUM VI.

356. E. gr. Si Lentis Objectivæ utrinque Convexæ Diameter 4 pedum, Ocularis utrinque Concavæ Diameter  $4\frac{1}{2}$  digitorum; longitudo Telescopii erit 1 pedis &  $7\frac{1}{2}$  digitorum seu 1'. 7". 6<sup>III</sup>.

(a) Diopt. Prop. 49. p. 178.

#### COROLLARIUM XI.

357. Quoniam denique per hoc Telescopium Objectum videtur magnum, clarum atque distinctum (§. 340); vicinum quoque apparere debet (§. 21, 314 Optic.).

#### PROBLEMA XXXI.

358. Telescopium Astronomicum construere.

#### RESOLUTIO.

1. Tubo constructo (§. 337) inseratur Lens Objectiva Convexa, sive Plano-convexa, sive utrinque Convexa, modo sit majoris Sphæræ segmentum.
2. Eidem inseratur Lens Ocularis utrinque Convexa, quæ sit minoris Sphæræ segmentum, in distantia communi Focorum.

Dico Oculum prope Focum Lentis Ocularis constitutum visurum Objectum distincte, situ everso & auctum in ratione distantiae Foci Lentis Ocularis ad distantiam Foci Lentis Objectivæ.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam per Telescopium Objecta valde remota spectantur (§. 326), Radii ab eodem Puncto in Lentem Objectivam incidentes sunt paralleli (§. 94 Optic.); consequenter post Lentem concurrunt (§. 166, 172, 184). Jam cum concursus fiat in Foco Lentis Ocularis, per construct. iidem Radii Refractione in hac facta evadent paralleli (§. 203). Quamobrem cum Oculi valentes atque Presbyta distincte videant Objecta remota (§. 379, 381 Optic.), adeoque per Radios parallelos (§. 94 Optic.); per Telescopium ita dispositum distincte vident Objecta valde remota. Quod erat unum.

Sit

Tab. VII. Fig. 61. Sit jam Focus communis Lentium in F, fiatque  $AB=BF$ . Quia Radium unus AC, qui a dextro Objecti latere emanant, per A transire debet; erit Radius CE Axi AI parallelus (§. 203), adeoque a Lente Oculari refractus concurret in ejus Foco G. Quare cum Oculus prope cum constituatur per *hypoth.* & omnes Radii reliqui ab eodem Puncto Objecti egressi, ad quod pertinet Radius EG, huic paralleli refringantur, per modo demonstrata; Punctum in latere dextro Objecti videbitur in recta EG. Et eodem modo patet, Punctum medium videri in Axe GB. Objectum ergo situ everso apparet. *Quod erat secundum.*

Constat vero ex hactenus demonstratis, Semidiametrum Objecti per Telescopium videri sub Angulo EGI, quæ nudo Oculo in A, hoc est, quia Objectum valde remotum supponitur, etiam in G sub Angulo  $bAc$ , seu BAC (§. 156 *Geom.*), spectatur. Fiat jam IF distantia Foci IG æqualis. Quoniam Anguli recti ad I æquales (§. 145 *Geom.*); erit  $EGF=EFI$  (§. 179 *Geom.*). Ducatur FM ipsi AC parallela: erit  $IFM=BAC$  (§. 233 *Geom.*). Est igitur Semidiameter nudo Oculo visa ad Semidiametrum armato visam, ut IM ad IE. Ducatur KE ipsi FM parallela: erit  $IM:IE=IF:IK$  (§. 264 *Geom.*). Sed ob Lentium parallelismum  $CE=BI$  (§. 230, 226 *Geom.*)  $=BF+FI=AB+FI$  (§. 91 *Arithm.*) ob  $AB=BF$  per construct. & ob parallelismum rectarum CA & EK per construct.  $CE=AK$  (§. 257 *Geom.*). Ergo  $BI=AK$  (§. 87 *Arithm.*), *Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.*

consequenter ob  $AK+KI=AB+BI$  Tab. VII. Fig. 61.  $(\S. 87 \text{ Arithm.}) AB=KI (\S. 91 \text{ Arithm.})$ . Quare  $IM:IE=IF:AB$ , hoc est, Semidiameter nudo Oculo visa est ad Semidiametrum armato visam, in ratione distantia Foci Lentis Ocularis IF ad distantiam Foci Lentis Objectivæ AB. *Quod erat tertium.*

### COROLLARIUM I.

359. Quia Telescopium Astronomicum situ everso Objecta exhibet (§. 358), ad contemplanda Sidera commode quidem eodem utimur (quæ an situ erecto contemplerur, an inverso parum interest), sed non æque ad spectanda Objecta Terrestria, quia situs everfus sæpe non permittit, ut Objectum agnoscat.

### COROLLARIUM II.

360. Quodsi inter Lentem Ocularem & ejus Focum G Speculum Planum LN, ex Metallo paratum probeque politum (§. 201 *Catoptr.*), longitudinis pollicaris, Figuræ Ovalis, sub Angulo semirecto ad Axem inclinetur; Radii EP & MQ ita reflectentur, ut in g concurrentes efficiant Angulum ipsi PGQ æqualem. Est enim  $LPE=gPQ$  (§. 24 *Catoptr.*)  $=GPQ$  (§. 156 *Geom.*) &  $IQP=GQN$  (§. 156 *Geom.*)  $=gQN$  (§. 24 *Catoptr.*), adeoque  $PQG=PQg$  (§. 147 *Geom.*) consequenter  $PGQ=PgQ$  (§. 246 *Geom.*). Oculis itaque in g ejusdem magnitudinis Objectum videt, quantæ ipsi apparet in G (§. 209 *Optic.*), situ tamen erecto (§. 71 *Catoptr.*). Addito igitur Speculo, Telescopium ad spectanda Objecta Terrestria commode adhibetur.

### SCHOLIUM I.

361. Speculum Metallicum esse debet, non Vitreum, quia multiplex refractione in Speculis Vitreis confusionem parit (§. 89 *Catoptr.*).

### COROLLARIUM III.

362. Quia Focus Vitri utrinque Convexi Semidiametri (§. 193), Plano-Convexi H h Dia-

Diametri intervallo a Lente distat (§. 168, 174); si Lens Objectiva utrinque Convexa, Telescopium Semidiametrum Objecti amplificat in ratione Semidiametri Lentis Ocularis ad Semidiametrum Lentis Objectivæ; si vero Lens Objectiva Plano-convexa, in ratione Semidiametri Lentis Ocularis ad Diametrum Lentis Objectivæ (§. 358).

## COROLLARIUM IV.

363. Quare cum Semidiameter Lentis Ocularis ad Semidiametrum Objectivæ majorem rationem habeat, quam ad ejus Diametrum (§. 205 *Aritlm.*); Telescopium Semidiametrum Objecti magis amplificat, si Lens Objectiva fuerit Plano-convexa, quam si utrinque Convexa existat (§. 206 *Aritlm.*).

## COROLLARIUM V.

364. Ratio Semidiametri Lentis Ocularis ad Diametrum vel Semidiametrum Objectivæ eo minor, quo minoris Sphæræ segmentum fuerit Vitrum Oculare & quo majoris Objectivum: Telescopium itaque eo magis amplificat Diametrum Objecti, quo Lens Objectiva majoris, Ocularis vero minoris Sphæræ segmentum fuerit.

## SCHOLION II.

365. Necessè tamen est, ne ratio Semidiametri Lentis Ocularis ad Semidiametrum Objectivæ sit justa minor; alias enim pauciores Radios ab eodem Objecti Puncto ad Oculum refringet, nec a diversis Punctis emanantes probe separabit, sicque Visio evadet obscura & confusa. Præterea hic quoque valent, quæ de Telescopio Batavo Schol. 3 & 4. Probl. 30 (§. 352, 353) monuimus. DECHALES (a) observavit, Leni Objectivæ  $2\frac{1}{2}$  pedum convenire Ocularem  $1\frac{1}{2}$  digiti; Lenti Objectivæ 8, imo 10 pedum, Ocularem 4 digitorum. Lenti Objectivæ 8 pedum Ocularem 4 digitorum junxit EUSTACHIUS DE DIVINIS, qui in elaborandis propria manu Perspicillis excelluit. HUGENII Telescopium, quo veram Saturni faciem & unum e Comitibus ipsius primus detexit,

(a) Dioptr. Lib. II. Prop. 21. Cor. 1. f. 699. Tom. III. Mund. Mathem.

constat ex Vitro Objectivo 12 pedum & Oculari paulo minori, quam 3 digitorum: mox tamen ad eadem Phenomena observanda usus est Telescopio 23 pedum, quod duo habebat Vitra Ocularia  $1\frac{1}{2}$  digitorum Diametro æquantia juncta invicem, ut æquipollerent uni Radios parallelos ad intervallum 3 circiter digitorum cogenti (b). Idem observavit (c) Lenti Objectivæ 30 pedum convenire Ocularem  $3\frac{1}{10}$  digitorum & Tabulam sequentem a nobis contractam pro Telescopiis Astronomicis construendis exhibet:

Foci distantia Vitri Objectivi.	Diameter aperturæ.	Foci distantia Vitri Ocularis.	Amplific. sec. Diam.
Pedes Rhemani.	Decim. & cent. dig.	Dec. & centes. digiti.	
1	0.55	0.61	20
2	0.77	0.85	28
3	0.95	1.05	34
4	1.09	1.20	40
5	1.23	1.35	44
6	1.34	1.47	49
7	1.45	1.60	53
8	1.55	1.71	56
9	1.64	1.80	60
10	1.73	1.90	63
15	2.12	2.33	72
20	2.45	2.70	89
25	2.74	3.01	100
30	3.00	3.30	109
40	3.46	3.56	126
50	3.87	4.26	141
60	4.24	4.66	154
70	4.58	5.04	166
80	4.90	5.39	178
90	5.05	5.56	183
100	5.48	6.03	199

Construxit autem hanc Tabulam per Regulam sequentem: Foci distantia Lentis exterioris quem numerum pedum habebit, is numerus ducatur in 3000; facti Radix erit

(b) System. Saturnin. p. 3. & 4.

(c) Dioptr. Prop. 56, p. 211.

erit Diameter apertura quæsitæ in centesimis pollicum (seu digitorum). Eadem si augeatur decima fui parte, dabit Foci distantiam Lentis Ocularis iisdem centesimis expressam. Apparentes vero rei visæ latitudines sunt sicut Diametri aperturarum. Demonstrationem vide apud Inventorem HUGENIUM.

## COROLLARIUM VI.

366. Si in duobus vel pluribus Telescopiis eadem fuerit ratio Lentis Ocularis ad Objectivam; Objectum eodem modo amplificatur (§. 358).

## SCHOLIUM III.

367. Forte hinc concludunt nonnulli, in elaborandis Perspicillis majoribus inanem operam sumi. Enimvero probe tenendum ex Scholiis superioribus, quod Lens Ocularis ad Objectivam majorem in ratione minore esse possit quam ad Objectivam minorem. E. gr. In Telescopio HUGENIANO 25 pedum Vitrum Oculare est trium digitorum. Servata hac proportionem, in Telescopio 50 pedum idem foret 6 digitorum: sed Tabulæ inspectio docet, sufficere Vitrum Oculare  $4\frac{1}{2}$  digitorum: Hinc vi ejusdem Tabulæ Telescopium pedum 50 amplificat in ratione 1: 141; Telescopium pedum 25 nonnisi in ratione 1: 100. Negandum tamen non est, Lentem Objectivam minorem exacte elaboratam præferendam esse majori minus exacte elaboratæ. Cum enim illa non modo acutior Lentem Ocularem ferat, verum etiam aperturam majorem, Radiosque satis accurate colligat; fieri sane potest, ut Telescopium minus, si non magis amplificent Objectum, quam majus, idem tamen & clarius, & magis distinctum exhibeat: quod utrumque facit, ut rectius agnoscat. Sane non apparet, quid tandem HEVELIUS (a) prægrandi suo 140 pedum Telescopio Lente, ut apparet, non satis exacte elaborata instructo, fuerit affectus, cum non modo HUGENIUS Telescopio 23 pedum veram Saturni figuram & ejus Satellitem quartum; verum etiam

CASSINUS Telescopiis 35, 40 & 70 pedum reliquis Saturni Lunas aliæque Phenomena detexerit (b). Enimvero si Lentes prægrandes accurate fuerint elaboratæ, qualis est illa 123 pedum, quam HUGENIUS Societati Regiæ Anglicanæ donavit, & illa CAMPANICENTUM palmarum, quæ maculas Veneris contemplatus FRANCISCUS BLANCHINUS (c), ipsa Experientia loquitur, iisdem patere, quæ aliis minoribus latent.

## COROLLARIUM VII.

368. Quia Lentium distantia aggregato ex distantis Focorum Lentis Objectivæ & Ocularis æqualis (§. 358), Focus vero Vitri utrinque convexi Semidiametri (§. 193), Plano-convexi Diametri intervallo a Lente distat (§. 168, 174); Longitudo Telescopii æquatur aggregato Semidiametrorum Lentium, si Objectivæ utrinque Convexa; summa Semidiametri Lentis Ocularis & Diametri Objectivæ, si Objectivæ Plano-convexa.

## SCHOLIUM IV.

369. Quoniam Semidiameter Lentis Ocularis respectu Diametri vel Semidiametri Objectivæ admodum exigua (§. 365); longitudo Telescopii ex distantia Lentis Objectivæ ordinariæ censetur, hoc est, ex ejus Diametro, si fuerit Plano-convexa, ex ejus Semidiametro si utrinque Convexa. Ita dicimus Telescopium 12 pedum, si Lentis Objectivæ utrinque Convexæ Semidiameter 12 pedum, aut Lentis Plano-convexæ Diameter iidem 12 pedum, Semidiameter 6 pedum.

## COROLLARIUM VIII.

370. Cum Myopes probe videant Objecta vicina (§. 384 Optic.), per Radios divergentes radiantia (§. 337 Optic.); Lentem Ocularem Objectivæ propius admoveere debent, ut Radii per eam refracti fiant magis divergentes.

Hh 2

SCHO-

(b) Vid. Du Hamel in Philos. Vet. & Nov. Tom. V. Phys. Part. 2. Tract. 1. Diss. 3. C. 9. p. m. 109. & seqq.

(c) Vid. Hæleri & Phosphori nova Phenomena.

(a) Vid Machin. Cœlest. Tom. I. C. 21. f. 403. & seqq.

## SCHOLIUM V.

371. Ut majorem Campum uno obtutu comprehendere liceat, quidam Lentem Ocularem geminant, ita tamen ut prior sit majoris Sphæræ segmentum, quam posterior. Neque tamen eadem ratione Lentes Oculares collocant. Quidam nimirum Tubo Astronomico juxta Problema præsens constructo addunt Lentem Ocularem alteram acutiorē, ita ut intra Focum prioris constituantur: alii contra Lentem Ocularem priorem ita collocant, ut sit intra Focum Objectivæ. Sed de his fusius agere non attinet, quia Tubi ex binis Vitris ordinariè adhibentur.

## SCHOLIUM VI.

372. Illud tamen notatu dignum est, si duæ Lentes immediate jungantur, ita ut una alteram contingat, Focum ad duplam distantiam ejus removeri, ad quam Focus unius pertingit. Hinc & HUGENIUS, ut supra notatum est, loco Vitri Convexi Ocularis unius duo adhibuit Contigua & acutiora.

## COROLLARIUM IX.

373. Quia Tubus Astronomicus Objecta clara, distincta & aucta exhibet (§. 358), ideo etiam vicina apparere debent.

## COROLLARIUM X.

374. Cum Objectum veluti ex Foco Objectivæ, ubi Imago ejus consistit, in Lentem Objectivam radiet; si in Foco communi Lentium Objectivæ atque Ocularis collocetur Objectum aliquod, illud cum altero per Tubum visum eodem in loco apparere debet (§. 348 Optic.).

## SCHOLIUM VII.

375. Non difficultate caret Fulcrorum constructio, quibus Tubi majores imponendi, ne pandare possint, nec nimia difficultate buc illuc moveantur. Multum ea in re defudavit HEVELIUS (a), & P. CHERUBIN (b) duplex excogitavit istiusmodi Fulcrorum genus: quorum minus postea describemus. Si enim Lentes Objectivæ fuerint maximarum Sphæræ-

(a) In Machina Cœlesti, Tom. I. C. 19. 20. 21. 22. f. 379. & seqq.

(b) Dioptrique Oculaire. Part. 3.

rum segmenta; Telescopia a Tubi molimine liberari præstat ex HUGENIANO invento, paulo post distinctius exponendo. Aliam adhuc Machinam erigendi & dirigendi Telescopia majora a CAMPANO inventam repræsentat BLANCHINUS (c). Quidam Telescopia in brevitate contrahere allaborarunt: quemadmodum sequenti Problemate docetur.

## PROBLEMA XXXIII.

376. Telescopium Astronomicum contrahere, hoc est, Tubum Astronomicum construere, qui minoris sit longitudinis communi, visibilis tamen Diametrum aque amplifcet.

## RESOLUTIO.

1. Tubo ductitio constructo (§. 337) Tab. inferatur Lens Objectiva EO, mediocris Sphæræ segmentum. VII Fig.
2. Lens Ocularis prima BD sit utrinque Concava & ita collocetur in Tubo, ut Focus Objectivæ A sit pone ipsam, Centro tamen Concavitate G propior. Dico Imaginem jam fore in Q, ita ut sit GA: GI=AB: QI.
3. Denique Lens Ocularis altera utrinque Convexa, Sphæræ minoris segmentum, ita collocetur, ut ejus Focus sit in Q.

Dico, hunc Tubum magis amplificaturum Diametrum Objecti, quam si Lens Objectiva Convexa ad eandem distantiam EQ Imaginem exprimeret; consequenter breviorē hac ratione constructum æquipollere longiori communi.

## DEMONSTRATIO.

Fiat NC:NB=3:2, ut nempe NC ad NB habeat Rationem Refractionis (§. 26); erit NC:BC=3:1 (§. 193 Arithm.), consequenter si fiat BC=GI

(c) In Libro paulo ante laudato Tab. VIII.



Tab. VII. Fig. 62.  $=GI=a$  &  $AB=d$ , erit  $NC=3a$ ,  
 $NA=2a-d$ , &  $NA:AB=AC:$   
 $AF$  (§. 164). Quamobrem  $NA:AC$   
 $=AB:AF$  (§. 173 *Arithm.*) & ideo  
 (§. 100 *Arithm.*).

$$NA:NC=AB:FB$$

$$2a-d:3a=d:\frac{3ad}{2a-d}$$

Quodsi esset  $d=a$ , tum foret  $FB$   
 $=3a$ :  $a=3a$ . Sed quia  $d < a$ ,  
 nempe  $AB < GB$  *per construct.* (sup-  
 ponimus enim  $GB=GI$ , quia crassities  
 Lentis censetur parvitatē contemnen-  
 dā): erit  $FB < 3a$  (§. 180, 182 *Arithm.*).  
 Quare si fiat  $LI=3a$ , Punctum  $L$   
 ultra  $F$  cadet, cumque sit  $LG:LI=2:$   
 $3$ , hoc est, in ratione Refractionis (§.  
 26); post alteram Refractionem Radius  
 Axi occurrit in  $Q$ , ita ut sit  $LF:FI$   
 $=FG:FQ$  (§. 161), hoc est,  $LF:FG$   
 $=FI:FQ$  (§. 173 *Arithm.*), & hinc  
 (§. 190 *Arithm.*)  $LF:LG=FI:QI$ .

Est vero  $LF$  minor quam  $LG$ : ergo  
 etiam  $FI$ , hoc est (neglecta crassitie  
 Lentis  $BI$ )  $FB$  minor quam  $QI$  aut  $QB$ .

Patet adeo Focum per Lentem Con-  
 cavam removeri ex  $F$  in  $Q$ , atque adeo  
 Imaginem objecti in  $Q$  existere. *Quod*  
*erat unum.*

Ponamus jam Lentem aliquam Con-  
 vexam  $OE$  ad eandem distantiam  $QE$   
 Imaginem Objecti exprimere  $Qm$ , ita  
 ut Radius ab altero ejus extremo ad-  
 veniens sit  $Em$ , Axem intersecans intra  
 Lentem  $E$  & incidenti in directum ja-  
 cens (§. 241). Jam Radius  $EH$  in in-  
 gressu in Lentem Concavam frangitur  
 ad perpendiculum  $HC$  (§. 25) & hinc  
 refractus  $HK$  ab Axe  $EQ$  magis diver-

git, quam  $Em$ . Porro  $HK$  in egressu Tab.  
 a perpendiculo  $KG$  refrangitur, (§. 37), VII.  
 adeoque refractus  $KM$  ab Axe magis Fig. 62.  
 divergit quam  $KH$ , consequenter mul-  
 to magis quam  $Em$ . Radii igitur  $KM$   
 &  $BQ$  majorem Imaginem intercipiunt,  
 quam  $Hm$  &  $DQ$ , consequenter Lens  
 Concava  $HD$  & Convexa  $EO$  æqui-  
 valent Lenti Objectivæ, quæ majoris  
 Sphæræ segmentum & Imaginem ipsi  
 $QM$  æqualem ad majorem distantiam  
 quam  $EQ$  exprimit. *Quod erat alterum.*

*Aliter.*

Vir summus, ISAACUS NEWTO- Tab.  
 NUS (a) compendiosam Tuborum VII.  
 constructionem invenit. Fig. 63.

1. Fiat Tubus  $ABCD$  in  $AD$  apertus,  
 in  $BC$  vero clausus, intus nigerrimus,  
 tantæ circiter longitudinis,  
 quanta est Foci a Speculo Conca-  
 vo  $EF$  distantia.
2. Ad fundum  $BC$  aptetur Speculum  
 Metallicum Concavum maximo,  
 quo fieri potest, studio politum,  
 aut, ut Objecta clariora exhibean-  
 tur, Speculum Vitreum, ab ante-  
 riore sui parte Concavum, a poste-  
 riore ex æquo Convexum, Conve-  
 xa Superficie argento vivo induta.  
 Nisi enim ubique eandem habuerit  
 crassitiem, species Objectorum co-  
 loratas & minus distinctas reflectit.
3. Ab altera Tubi extremitate ad ejus  
 fere medium descendat Ansa Fer-  
 rea  $HL$ , cui agglutinetur Speculum  
 Planum Metallicum, vel, quod me-  
 lius est, Prisma Trigonum Vitreum  
 aut Crystallinum  $G$ ; cujus Angu-  
 lus  
 Hh 3



Tab.  
VII.  
Fig. 63.

lus superior  $G$  rectus, reliqui duo semirecti. Facies in Angulum  $G$  coeuntes debent esse quadrata: tertii figura est Parallelogrammum Rectangulum. Ita autem collocari debet hoc Prisma, ut Radius a Speculo reflexus per mediam faciem  $GM$  transiens eam fecerit ad Angulos rectos, ad Rectangulum vero  $MN$  inclinetur sub Angulo semirecto, ea vero sit illius a Speculo Concavo  $EF$  distantia, ut Radii reflexi  $ac$  &  $bd$  a Concavo post alteram reflexionem in Basi Prismatis factam concurrant in  $e$ , hoc est, ut distantia Foci  $e$  a Superficie reflectente Prismatis & hujus a Speculo Concavo distantia sit distantia Foci a Speculo Concavo æqualis, vi eorum, quæ supra (§. 360) demonstrata sunt.

4. In  $I$  sit Lenticula Plano-convexa, cuius Focus in  $e$ , ut Radii Reflexi Oculum ingrediantur paralleli (§. 203).
5. Hæc denique Lenticula tegatur Lamella Plumbea vel Orichalcea, tenui foramine rotundo instructa, ut Radii peregrini arceantur, confusionem cauaturi (§. 76 Optic.) Sit vero Foramen ea magnitudine, quæ tantum Luminis transmittat, quantum ad claram Visionem sufficit.

#### SCHOLION I.

377. Primum Telescopii genus egregium est, modo Lentes sint satis accurate elaboratæ, quia Lens Concava, præsertim quæ minoris Sphæræ segmentum, Radios valde dispergit: unde & minus clarum, & confusum apparere solet Objectum, si Lens Objectiva non satis separat Radios ab eodem Puncto venientes & Cava nimium eisdem dispergit.

#### COROLLARIUM.

378. Quia Lens Concava Convexæ juncta magnam Objecti Imaginem in exigua distantia exprimit (§. 376); hoc Artificium egregie conducit ad Cameras obscuras portatiles (§. 236).

#### SCHOLION II.

379. Quoniam usus Camera obscura postulatur, ut Imagines delincentur clare & distinctæ quantum fieri potest; ideo & danda opera, ut Lentes probe elaborentur, & cavendum, ne Lens Concava nimis acuta Radios nimium dispergat. Quid fieri conducat, tentando rectius definitur, quemadmodum jam supra (§. 353) in casu simili annotavimus.

#### SCHOLION III.

380. Cum Vir excelsi ingenii NEWTONUS de constructione Telescopii sui primum cogitaret, non tam de Tubo contrahendo, quam de imperfectionibus Tuborum ex Refractione oriundis tollendis sollicitus erat. Quoniam enim Radios diversæ refrangibilitatis esse primus repperat (§. 199 Optic.); facile quoque videbat, fieri non posse, ut omnis aberratio Radiorum avertatur, quantacunque cum cura Lentes poliantur. In primo, quem construxit, Tubo Speculi Cavi Metallici Semidiameter erat  $12\frac{1}{2}$  digitorum, a quo adeo Focus distabat  $6\frac{1}{2}$  digitorum intervallo: Lenticula Ocularis Diameter erat  $\frac{1}{2}$  unius digiti, ut adeo Diametrum Objecti amplificaret in ratione 1 ad 38 (a). Deprehendit autem, Objecta aliquanto obscuriora exhiberi. Unde suavit postea (b), ut Vitrea Specula Metallcis substituantur: nec quicquam amplius in hoc negotio desiderari putat, quam ut Ars Vitra poliendi magis perficiatur; observavit enim inæqualitates quasdam, quæ Lentibus Objectivis non officiant, Speculis tamen multum obesse ac impedire, quo minus Objecta distincte cernantur. Prima inventi hujus idea ex JACOBI GREGORII Optica promota ipsi ad-

(a) Philof. Transact. n. 81. P. 4004.

(b) Optic. l. c. p. 89.

venit, qui simile quid ante ipsum medita-  
tus.

SCHOLIUM IV.

381. Monet praterea NEWTONUS (a)  
si longitudo Instrumenti sit 6 pedum, adeo-  
que Semidiameter Speculi Concavi pedum 12  
(§. 209 Catoptr.), aperturam in Speculo  
esse debere 6 unciarum, & rem Objectam am-  
plificari in ratione 1 ad 200 vel 300. Si lon-  
gus breviusque fiat, aperturam esse debere ut  
Cubum Radicis Quadrato quadrata longi-  
tudinis & amplificandi potentiam ut aperturam.  
Speculum fieri jubet uncia una aut duabus lat-  
tius quam aperturam. Olim (b) pro con-  
structione istiusmodi Telescopiorum sequentem  
exhibuit Tabellam.

Semid. Speculi Conca- vi.	Aper- tura.	Diamet- er Vi- triOcu- laris.	Semid. Speculi Conca- vi.	Aper- tura.	Diamet- er Vi- triOcu- laris.
$\frac{1}{2}$ ped.	100	100	6 ped.	645	186
1	168	119	8	800	200
2	283	141	10	946	211
3	338	157	12	1084	221
4	476	168	16	1345	238
5	562	178	20	1591	251

Nullum tamen est dubium, quin eadem hic  
valeant, quæ superius de Ocularibus Vitris ad  
Objectiva rite proportionandis dicta sunt. JO-  
HANNES HADLEIUS istiusmodi Telescopium  
Catadioptricum maximo successu construxit:  
etenim cum esset nonnisi pedum quinque cum  
parte quarta, in Observationibus tamen As-  
tronomicis Satellitum Jovis atque Saturni,  
nec non Annuli Saturnini paria præstitit cum  
HUGENIANO centum & viginti trium pe-  
dum (c). Erat nimirum Radius Concavita-  
tis Speculi 10'  $5\frac{1}{4}$ ". Speculum Planum ex  
eodem cum Concavo Metallo confectum erat  
Ovale: Crassities ejus  $\frac{1}{15}$  seu  $\frac{1}{16}$  unius digiti,  
latitudo dimidii circiter digiti, longitudo ad

latitudinem ut 1 ad  $\frac{1}{2}$ . Vitrum Oculare  
triplex adhibuit; uni erat distantia Foci  
 $\frac{1}{2}$ , alteri  $\frac{3}{10}$ , tertio  $\frac{11}{40}$  circiter unius digiti,  
ita ut in casu primo Diameter Objecti ampli-  
ficaretur in ratione 188 vel 190 ad 1, in  
altero in ratione 208 ad 1, in tertio denique  
in ratione 228 seu 230 ad 1 (d).

PROBLEMA XXXIV.

382. Fulcrum construere, quo Te-  
lescopia 15, 20 aut 25 pedum susten-  
tari, commode ad Objectum datum dirigi  
& in situ suo immota retineri possunt.

RESOLUTIO.

Placet nobis illud Fulcri genus, quod Tab.  
R. P. CHERUBIN (e) invenit. En VII.  
ejus constructionem. Fig. 64.

1. Basis fiat ex tribus partibus A, B, C  
in figuram Trianguli firmiter inter  
se junctis: ut ex Schemate satis  
patet.
2. Basi infigatur Columna lignea intus  
Cava DE: cui
3. Immittatur Virga Ferrea dentata EF,  
cujus ope Tubus elevari ac deprimi  
potest.
4. Hæc Virga ex cavitate Columnæ  
educenda & in eam reducenda ope  
Manubrii G, cujus Axis, ut in  
Antlia Pneumatica (§. 40 Aerom.)  
rotula dentata, ex altera Figuræ  
parte latente, instructa.
5. Ne autem eadem sua sponte rela-  
batur, pondere Tubi pressa, vel  
opæ Rotæ hamatæ, qualis in Molis  
ferrariis (§. 992 Mechan.) occur-  
rit, atque Elateris, vel aliis Artifi-  
ciis Mechanicis impediendum.

6. Fiat

(a) Loc. cit. p. 91. 92.

(b) Phil. Transact. n. 82. p. 40. 32.

(c) Philos. Transact. n. 378. p. 382. & seqq.

(d) Ibid. n. 376. p. 303. 304. 306.

(e) Dioptr. Oculaire Part. 3. Sect. IX. Cap. 1.  
fol. 271. & seqq.

- Tab. VII. Fig. 64. 6. Fiat Globus Concavus ex Ligno nuceo H Tubulo TF affixus, & circa Axem convertibilis, ut Telescopium in omnem plagam dirigi possit.
7. Huic Globo immittatur alius Convexus, cui Cochlea afferruminetur, ut Tubi sustentaculum ad eum aptari possit, sitque Concavus crena aliqua instructus, ut Tubus sub Angulo quocunque ad Horizontem facile inclinari queat: quod artificium cum in Fulcris Instrumentorum Geodaticorum obvium sit, ut hic distinctius exponatur opus non est.
8. Sustentaculum ML ex tribus partibus componatur, quarum media IK est quadrata intusque cava instar Canalis, altitudine & latitudine 3 digitorum, longitudine duorum circiter pedum cum dimidio, ut Telescopium in cavitate reponi possit. Duæ laterales MI & KL ex assere non nimis tenui paratæ, ne mediæ similes pondus præter necessitatem augeant.
9. Ut tamen Telescopium firmiter incumbat, non modo Segmenta annularia lignea prope extremitates affigenda, sed Telescopium quoque in medio utriusque partis V & X alligandum.
10. Ut vero idem in situ suo retineri possit, Hastæ Ferreæ NO sustentaculo insigendæ immittatur Cubus Orichalceus intus Cavus Q, ut sursum deorsumque libere protrudi possit. Superficie superiori afferruminatus sit Axiculus rotundus per

foramen in Basi inferiore Cubi Orichalcei alterius P trajiciendus, ut is circa hunc libere moveri possit. Tab. VII. Fig. 65.

11. Denique per Cubum P trajiciatur Regula Lignea ER, mediantibus Cochleis partim ad Cubum P, partim ad Columnam ED parte sui superiore Ferro obductam firmanda.

Ita nimirum Telescopium elevari ac deprimi, in quamcunque plagam dirigi, ad Horizontem quomodocunque inclinari & in omni suo situ firmiter retineri facile potest: quæ singula ex ipsa structura per se manifesta sunt. Neque quicquam amplius a Tubi Fulcro desiderari potest.

#### PROBLEMA XXXV.

383. *Telescopia longiora a Tubi molimine liberare.*

#### RESOLUTIO.

Egregii hujus Problematis solutionem sequentem dedit Celeberrimus HUGENIUS (a):

1. Malus AB ejus fere longitudinis, quæ foret Tubi, normaliter in Terram desigatur & antequam erigatur, latus unum Dolabra complanetur atque ibi Regulæ binæ affigantur inter se parallelæ ac sesquipollice distantes, itaque Canalem efficientes, interius paulo latiore, qui a summo Malo ad imum fere pertingat. Tab. VIII. Fig. 66.
2. In cacumine Mali imponatur Orbiculus A circa Axem mobilis & in eum Funis Gg ducatur dupla Mali longitudine, crassitudine minimi digiti dimidia,

(a) In Astrosopia compendiaria.

Tab.  
VIII.  
Fig. 65.

dimidia, in se rediens & Plumbum H pondere æquali adjectum habens; quantum est Brachii mobilis cum Lente imposita; utque, si opus sit, ascendi possit, Triangula Lignea æqualibus spatiis defigantur, quæ in Schemate omiſſa sunt.

3. Asſerculus bipedalis CD uno latere ita incidatur, ut intra Canalem liberime moveri queat.

4. Hujus medio affigatur Brachium E Lignum, pedem unum a Malo exſtans, in cujus extremo aliud ſeſquipedale Ff media ſui parte ad Angulos rectos conjungatur. Utrumque Horizonti parallelum extendatur.

5. Lens Objectiva includatur in Cylindrum Cavum IK, 4 digitos longum & ex Braſtea Ferrea fabricatum.

6. Huic Cylindro affigatur Bacillus pedalis KL digiti craſſitudine inſiſtens, Globulo æneo M avellanae magnitudine, qui in ſubjecto Moduli ſui cavo liberime volvi poſſit. Cavum, uti fieri ſolet, ex duabus partibus conſtat, Cochlea conſtringendis.

7. Ut Lens æqualiter librata exigua vi moveri poſſit, Pondus unius circiter libræ N ex filo æneo craſſiore ſempedali ſuspendatur, cujus flexu facile obtinetur, ut Centrum commune gravitatis ejus & Lentis coincidat cum Centro Sphæraulæ M.

8. Bacillo KL inſigatur Stylus æneus L digiti longitudine & deorſum flexo, donec cuspide ſua tantumdem ac Centrum Globuli M infra Bacillum deſcendat, ſilum tenue bombyci-

num LV aſſigetur, quod adeo erit Tab.  
Bacillo KL parallelum. VIII.

9. Lens Ocularis O Cylindro brevi includatur, eique Bacillus PV aſſigatur. Fig. 65.

10. Infra eum appendatur Pondus exiguum S, quantum; opus eſt ad faciendum libramentum.

11. In Q ſit Capulus R, qui Axiculum tranſverſum ferat, manu Obſervatoris apprehendendus & Bacillus PV verſus Lentem Objectivam directus filo LV aſſigetur.

12. Filum per foramen V trajectum Verticillo T circumvolvatur, qui medio Bacillo inſixus, ut ejus converſione longitudo ſili contrahi produciſque poſſit, quantum opus fuerit.

13. Ut Obſervator Lentem Ocularem immotam tenere poſſit, Fulcrum X brachiis ſupponatur, cujus ſtructure ac inſpectione figura ſatis manifeſta. Ejus altitudo 4' 9".

14. Ut in tenebris Stellæ Teſcopio facile reperiantur, Laterna opus eſt, cujus conſtructionem ſupra docuimus (§. 208).

15. Denique ut Lux quædam tenuis ab Aëre ad Oculum manans excludatur, perforatus apponatur Orbiculus Y, Brachiolo mobili flexilique aſſixus.

#### SCHOLIUM.

384. Quanti fieri debeat præclarum hoc HUGENII inventum, non illi modo experientur, qui Teſcopiis majoribus Sidera contemplari animum inducunt; verum etiam a præxi alienus facile judicabit, qui Speculam HEVELII (a) Regiis ſumitibus eam in ſinem extruendam conſideraverit.

(a) Machin. Cœleſt. Tom. I. C. 22. f. 419.

## PROBLEMA XXXVI.

385. *Telescopium Catadioptricum construere, quo in Observationibus Cælestibus commode uti licet.*

## RESOLUTIO.

Constructio, quam dedit HADLEJUS  
(a) huic redit:

- Tab. XII. Fig. 98. n. 1.
1. Speculum Concavum A collocetur in fine Tubi Octangularis BB, tantæ longitudinis, quantam requirit distantia Foci Speculi, v. gr. 6. pedum & amplius, si Diameter Speculi  $10\frac{1}{2}$  circiter pedum; tantæ vero latitudinis, ut Speculum commode recipere possit.
  2. Tubi interior Superficies nigredine inficiatur, & in fine, ubi Speculum A collocatur, fiat incisio longitudinis 6 vel 7 digitorum, ut Tubus ope Operculi C ibidem operiri & claudi possit, quando Speculum eidem vel inferere, vel ex eo eximere volueris.
  3. In fundo Octangulari D fiat itidem incisura  $d\frac{2}{3}$  circiter unius digiti lata & ad Centrum usque extensa, ut Ansæ Speculo affixæ locus sit, quæ idem tenetur, dum Tubo inferitur, vel ex eo eximitur, extra hunculum claudenda.
  4. Speculum ita collocetur, ut Axis ejus congruat Axi Tubi, ope trium Confusularum Lignearum, quarum duæ conspiciuntur in aa, tertia fundo Tubi affixa, & in situ suo detineatur ope trium Cochlearum, quarum una in b conspicitur. Cavendum tamen, ne Cochleæ nimia vi Speculum ad confusulas apprimant.

Speculum autem hoc pacto inferitur Tubo, ut extra usum eximi possit, ne splendor ejus obfufcetur.

5. Speculum Planum ope Cochlearum affigatur Brachio Ferreo B, quod altero sui extremo firmetur intra Lignum mobile EE, ut ope Cochleæ GG secundum Tubi longitudinem ab ejus fundo removeri, vel eidem propius admoveri possit, donec exacta Speculorum a se invicem distantia obtineatur pro diversa Vitrorum Ocularium, quibus uteris distantia (§. 376).
6. In medio Ligni mobilis EE fiat Cavitas Cylindrica D, cujus Axis ad Superficiem internam & exteriorem exacte perpendicularis, ut Lens Ocularis eidem immitti possit.
7. Brachium Ferreum ad distantiam duorum circiter digitorum ad Superficiem Ligni EE perpendicularare Planis terminetur Superficiebus, ita ut latus alterutrum obvertat Radio a Puncto radiante ad Speculum tendenti; in b vero Plana Superficies eundem respiciat, latere contrarium situm obtinente & ita inflectatur, ut, si averfa Speculi Plani Superficies ope Cochlearum Cc ad idem firmetur, Axis Cavitatis Cylindricæ D incidat in Centrum Superficiæ anterioris Speculi sub Angulo semirecto (§. 376).
8. Ut situs Speculi Plani A accurate obtineri possit, in ii duæ adsunt Cochleæ, quarum auxilio Speculum elevare ac deprimi tantillo potest Brachio immoto, donec Axis cum eodem Angulum semirectum faciat.

(a) Philosoph. Transact. num. 376.



- Tab. XII. Fig. 98. n. 2.
9. Tubulus H, cui inferitur Lenticula Ocularis, Cochlea instruatur, ut eidem aptari possit segmentum Sphæræ Cavæ, quod Oculi bulbum recipiat, ne Lumine a latere illabente officiatur Visioni Objecti Telescopici.
- n. 1.
10. In superiori Tubi parte affigatur Telescopium Dioptricum commune H, cujus longitudo octodecim digitorum, ita ut Axis ejus sit parallelus Axii Tubi, & in Foco Communi Vitri Ocularis & Objectivi erigantur duo capilli in Axe sese interfecantes.
11. In Foco Vitri Ocularis non procul a Speculo Plano collocetur Circulus, qui determinet partem Objecti visibilem; in altero vero ejusdem Foco, qui Oculum respicit, Lamina Ferrea exiguo foramine pertusa, ne ab interioribus Tubi parietibus reflexi Radii in Oculum illabantur; consequenter ne distinctæ Visioni officiatur.
12. Apertura denique limitetur Annulo Chartaceo ante Speculum Conca-  
vum intra Tubum collocando: quæ cum pro diversitate visibilis eadem non sit, plures istiusmodi Annuli ad manus esse debent. Diameter aperturæ in iis, quibus usus est HADLE-  
JUS, fuit  $5\frac{1}{2}$ , 5 & 4. digitorum. Jam ut Tubus commode ad Objec-  
tum dirigi & in situ suo immotus detineri possit, peculiari machina-  
mento opus est. Itaque
- n. 1. & 3.
13. Basis FF fiat ex robusto assere lon-  
gitudinis trium aut duorum ac dimi-  
dii pedum, latitudinis 14 digitorum.
14. In altero ejus extremo excitetur

perpendiculariter Arca quadrilatera III, cujus altitudo duorum circiter pedum, lateribus duobus asseri in *aa* & Operculo in *dd* infixis, reliquis vero ad hæc ope Cochlea-  
rum firmatis.

15. In Operculo fiat Foramen Circula-  
re, cujus Diameter paulo major 3  
digitis, per quod transeat Columna  
versatilis P Axiculo Ferreo in *c* in-  
structa & Ferro excavato in *b* in-  
sistens.
16. Pars Columnæ superior ultra Oper-  
culum unius circiter ac dimidii di-  
giti intervallo emineat & Capitulo  
K inferatur, cujus longitudo 8, la-  
titudo & crassities 4 vel 5 digito-  
rum.
17. Capitulo affigantur sustentacula den-  
tata LL 14 vel 15 digitos alta,  
quæ ab Axe Columnæ distant utrin-  
que 5 digitorum intervallo, denti-  
bus a se invicem æqualibus interval-  
lis remotis, quibus incumbit Axis  
Ferreo C Tubum sustentans, juxta  
Tubi inferiora latera incurvatus.  
Habent autem dentes diversas alti-  
tudines, ut Tubus pro diversa Ob-  
jecti elevatione supra Horizontem ad  
commoditatem Oculi elevari possit.
18. Axis Tubi  $2\frac{1}{2}$  circiter digitis altior  
Axe motus & Centrum gravitatis  
Speculo Cavo A intus collocato ab  
eodem 3 digitis retro distet. Et ne  
Tubus, dum elevatur, retro descen-  
dat, duabus confibulis retineatur.
19. Affricus Columnæ, dum in gyrum  
agitur intra Foramen Operculi im-  
pediatur Sectore Cylindrico, 65  
circiter vel 70 gradus continente

Tab. XII. Fig. 98. n. 1. & 3.



Tab.  
XII.  
Fig. 98.

& digitum circiter alto in parte superiori D: intra cujus cavitatem in Angulo quadrati applicetur Lamina Chalybea in medio juxta eundem Angulum incurvata *oo* & vertex Anguli internus intra duas Laminæ partes sit in Axe Columnæ & gyretur super Apice indurato Ferri Cuneiformis *f*, cujus Basis Cochleis robustis ad Cistam firmetur.

- n. 1. 20. Capitulum secum vehat Brachium Planum, cujus longitudo 27 circiter, latitudo anterior, quæ altera paulo minor, 4 digitorum, sustentatum Ligno tenui O ad latus infra agglutinatum & Fulcro N a Columna rotatili per aperturam Cistæ in P procedens & extremo Brachii occurrens intervallo 9 digitorum ab ejus extremo.
21. In altero Basis FF extremo perpendiculariter erigatur Tabula Q 12 circiter digitos lata, 26 vel 27 vero alta, retinaculo R in situ suo firmiter detinenda.
22. Pars superior Tabulæ in Superficie exteriori referat Segmentum Cylindri, cujus Axis idem est cum Axe Columnæ versatilis, ut sustentare possit sustentaculum Brachii, in quo ejus extremum incedit, dum Columna convertitur.
23. Sustentaculum SS eandem habeat Figuram Cylindricam, quæ ope quatuor Cochlearum eidem conciliatur transeuntium per utrumque ejus extremum & aliud frustum Ligni T ejusdem cum illo longitudinis. Latus ejus superius est complana-

tum, ne scabrities affrictum causetur in incessu Brachii: ad quem imminuendum, porro

24. Brachium in V duobus instruitur Rotulis circa Axiculos suos versatilibus (§. 956 *Mech.*), qui in Linea per Axem Columnæ versatilis transeunte siti.
25. Ad Orbiculos illos sustentaculum SS admotum fervetur ope Cochlearum WW, quarum matrices XX Tabulæ Q affigantur.
26. Motus Tubi dirigatur ope duorum Paxillorum Ferreorum Y & Z. Primus Y a Brachii extremo distet intervallo 10 vel 11 digitorum, & Filum, quod eidem circumvolvitur, infra Trochleam *f* verticaliter Tabulæ extremo affixam ductum, alligetur Tubo in *g*. Ope hujus Paxilli anterior Tubi pars debite elevatur. Quodsi vero contingat Obiecti elevationem supra Horizontem esse magnam; Filum alligetur Baculo quadrato levi in *h*, cujus pars inferior incumbit Brachio, ut impediatur, ne motu vibratorio Fili Tubus vacillet motum tremulum visibili conciliaturus: huc enim facit & Fili brevitās, & Baculi Brachio adjacentis levis affricus.
27. Paxillus alter Z inservit motui Tubi Horizontali: quem in finem Filum, quod eidem circumvolvitur, juxta Trochleam pone alteram horizontaliter erectam, quam in Figura exprimere non licuit, ductum pendeat a Clavo capitulo minori *k* infixo. Ita autem collocetur Paxillus Z, ut altera

Tab.  
XII.  
Fig.  
n. 1.

Tab.  
XII.  
Fig. 98.  
n. 1.

altera manu Observatoris facile moveri possit, dum altera circa Paxillum Y occupatur.

28. Ut Paxilli Y & Z commodè moveri possint, in inferiori Brachii Superficie firmentur frustra ligni foramine instructa, ita ut unum quodque ope ferræ in altero Foramine extremo scindatur in duas partes ut ope Cochleæ *m* Paxilli pede inserto coarctari possit foramen, quantum usus requirit.

29. Agit autem Paxillus Z adversus, duos elateres *m* & *n* intra Cistam III collocatos, quorum dexter *m* Columnam vertit versus sinistram, ope funis Elateri alligati & Verticillo P circumvoluti, vi cuius debite extenditur. Et eodem modo sinister *n* inservit Columnæ in partem contrariam vertendæ.

### SCHOLIUM.

386. Quoniam Telescopium NEWTONIANUM quinquaginta propemodum annos neglectum fuit, quod tamen insignem prorsus usum spondet in Observationibus Astronomicis, ita ut non melius a Tuborum Opticorum prægrandium molimine liberari queamus, quam ubi ab hac imperfectione liberetur Telescopium Catadioptricum, quod Specula Metallica nitorem suum facile amittant; ideo consultum duximus apparatus illum prolixius describi, qui cura HADLEII accessit & quo Telescopii hujus usus promptus redditur & expeditus.

### PROBLEMA XXXVII.

387. Telescopium Terrestre construere.

### RESOLUTIO.

I. Tubo constructo (§. 337), inseratur Lens Objectiva vel utrinque Con-

vexa, vel Plano-convexa, quæ sit majoris Sphæræ segmentum.

2. Eidem jungantur tres Lentes Oculares utrinque Convexæ & æqualium Sphærarum segmenta; ita quidem ut binarum quarumcunque distantia sit aggregatum ex distantibus Focorum earundem.

Dico, Oculum Lenti ultimæ in distantia Foci ejus admotum videre Objectum distinctum, situ erecto & amplificatum in ratione distantie Foci Lentis unius Ocularis ad distantiam Foci Objectivæ.

### DEMONSTRATIO.

Cum per Tubum Objecta remota spectentur (§. 326), adeoque Radii ab uno Puncto emanantes in Lentem Objectivam paralleli incident ( §. 94 Optic.), in distantia Foci principalis delineabitur Objecti Imago, situ inverso (§. 224). Quare cum hæc Imago sit in Foco Lentis Ocularis primæ, *per construct.* Radii post refractionem alteram erunt paralleli (§. 203), qui in Lentem tertiam incidentes post tertiam refractionem Imaginem inversam Imaginis inversæ, hoc est, erectam Objecti in Foco ejus formabunt (§. 224). Quoniam itaque hæc Imago in Foco Lentis Ocularis tertiæ existit, *per construct.* Radii post quartam refractionem erunt paralleli. Oculus adeo Objectum per Radios parallelos videt: unde liquet ex Demonstrationibus anterioribus, quod idem distinctum videre debeat. *Quod erat unum.*

Quando Imago inversa in Foco Lentis Oculo proximæ constituta in eam radiat.

diat, Objectum situ inverſo apparet (§. 358). Ergo cum Imago erecta ibidem conſtituta in eandem radiat, Objectum ſitu erecto apparere debet. *Quod erat alterum.*

Tab. VII. Radius AQ, ex Foco Q, Lentis Objectivæ AB incidens poſt refractionem fit Axi IL parallelus (§. 203); conſequenter a Lente Oculari prima CD unitur Semidiametri intervallo cum Axe in M (§. 193). Et cum in Metiam ſit Focus Lentis Ocularis ſecundæ EF, *per conſtruct.* Radius FH poſt refractionem erit Axi NO parallelus (§. 203), adeoque ab Oculari tertia cum Axe unitur in P ad diſtantiam Semidiametri PO (§. 193). Sunt vero Semidiametri Lentium GH & CD æquales, *per conſtruct.* Ergo PO = LM vel PH = MC. Quare cum demiffis perpendicularibus Cl & Ho anguli recti ad o & l etiam ſint æquales nec minus Ho = Cl (§. 289, 291 *Geom.*); erit Angulus OPH ipſi CML æqualis (§. 235 *Geom.*). Objecti adeo Semidiameter tanta apparet in P, quanta videtur in M (§. 209 *Optic.*). Enimvero ſi IQ fuerit diſtantia Foci Lentis Objectivæ, Oculus in M poſitus videt Semidiameterum Objecti amplificatam in ratione ML vel PO ad IQ (§. 358). Ergo & in P Semidiameter Objecti aucta cernitur in ratione LM vel PO ad QI. *Quod erat tertium.*

#### COROLLARIUM I.

388. Tubus adeo Aſtronicus facile convertitur in Terreſtrem; Lentem Ocularem triplicando, & Terreſtris contra in Aſtronicum abit, duas Lentes Ocula-

res auferendo, eadem tamen manente potentia amplificandi.

#### COROLLARIUM II.

389. Quia diſtantia Lentium Ocularium exigua eſt, longitudo Teſcopii parum mutatur, ſi tribus Ocularibus loco unius utaris.

#### COROLLARIUM III.

390. Patet autem ex conſtructione longitudinem Teſcopii haberi, ſi Diametro Lentis Objectivæ Plano-convexæ vel Semidiametro utrinque Convexæ IK addas quintuplum Semidiametri Lentium Ocularium KR.

#### SCHOLIUM I.

391. HUGENIUS primum invenit in *Tubo Aſtronomico* non minus, quam in *Terreſtri* multum conducere ad Teſcopii perfectionem, ſi eo in loco, ubi haret Imago in Lentem Oculo proximam radians, conſtituatur Anulus vel ex Ligno tornatus, vel ex Lamina Metallica conſectus cum foramine paulo anguſtiore, quam eſt Vitri Ocularis latitudo (a). Ita nimirum Colores arcentur Viſionem diſtinctam turbaturi & tota Area, quæ uno obtutu comprehenditur, termino ſuo circumſcribitur.

#### SCHOLIUM II.

392. Sunt equidem, qui Tubos Terreſtres ex tribus Lentibus conſtruunt, Objecta non minus erecta & amplificata exhibentes: ſed talia Teſcopia minus perfectæ cenſeri debent, tum quia Imagines Coloribus inſciunt, tum quia circa marginem diſtorquent.

#### SCHOLIUM III.

393. Nonnulli quatuor & pluribus Lentibus Ocularibus utuntur. Sed cum in tranſitu per ſingulas Lentes pars quædam Radiorum intercipiatur, Objectiva non ſatis clara apparent. Sufficit itaque nobis optimum Teſcopii genus expoſuiſſe.

#### PRO-

(a) In *Systemate Saturnino* p. 82. conf. *Dioptr. Prop.* 53. p. 195.

## PROBLEMA XXXVIII.

394. *Aperturam Lentis Objectivæ in Telescopio definire.*

## RESOLUTIO.

1. Ex Charta compacta & nigredine infecta excindantur plures Annuli, ita ut Diameter minoris foraminis pisi majoris Diametrum adæquet, Diameter vero foraminum in reliquis continuo crescat. Totius vero Annuli Diameter sit latitudini Vitri Objectivi æqualis.
  2. Telescopium interdiu versus Objectum aliquod procul distans, noctu versus Lunam, Planetam aliquem atque Stellarum fixas diversæ magnitudinis dirigatur, & adhibitis diversis aperturis notetur, per quamnam Objectum non modo clarum, sed & maxime distinctum appareat.
- Ita nimirum aperturam convenientissimam deprehendens.

## SCHOLION I.

395. *Quantum momenti situm sit in apertura Vitri Objectivi conveniente, Experientia clarissime loquitur. Nec difficulter idem ratione assequi datur. Radii enim ab Axe remotiores a Foco aberrant, nec in eo colliguntur: unde Objecti Imago in Retina fit confusa. Major vero aberratio est, quæ a diversa Radium refrangibilitate pendet. Radium enim unum per refractionem in plures diversicoloris discesci, diversos adeo Angulos cum Catheto refractionis efficientes, dudum observavit NEWTONUS (§. 199 Optic.). Atque ex his fundamentis HUGENIUS deduxit (a), constituta per Experientiam apertura Lentis Objectivæ 30 pedum, esse ut 30 ad 3, hoc est, ut 10 ad 1 ita radicem ex distantia Foci Lentis cujuscunque per 30 multiplicatam ad ejus aperturam, distantias vero Focorum Lentium Ocularum esse aperturis proportionales.*

(a) Dioptr. Prop. 56. p. 205. & seqq.

## SCHOLION II.

396. *Quoniam interdiu Oculi majori Lumine occupatus minus vivide afficitur a debiliore, ut plures Radii per Tubum ad Oculum pertinent, aut amplianda erit apertura, aut Lente Oculari, quæ sit majoris Sphæræ segmentum, utendum. Sed ne aberratio Radium, NEWTONIANA præsertim, Visioni distincta officiat; medelam posteriore afferre præstat, quam priorem. Hinc interdiu Lentem Ocularem adhiberi consultum est, cujus Diameter sit dupla Diametri nocturnæ. Cum enim hac ratione Imago interdiu in Retina delineata sit subdupla ejus, quæ noctu ibidem exhibetur, quoad Diametrum (§. 358 Dioptr. & §. 181 Arithm.); claritatem quoque multo majorem quam illa habebit (§. 89 Optic.).*

## SCHOLION III.

397. *Illud quoque notatu dignum est, quod Lentes Objectivæ majorem aperturam admittant, si Tubi intus denigrentur & eorum ductus Annulis Ligneis muniantur (§. 337).*

## SCHOLION IV.

398. *Cum tanta sit Lentis Objectivæ obtegenda circa marginem necessitas, mirum sane videri poterat, quod per Lentes Vitreas, quæ majorum Sphærarum segmenta existunt, solitisque multo latiores sunt, in ipsa Luce meridiana, sine ullo Tubi molimine, Objecta valde diffusa & per amplum spatium diffusa clare atque distincte videri possint, tam situ erecto, si intra Focum & Vitrum Oculi constituantur, quam situ everso, si ultra Focum Spectator consistat. Etenim jam ante aliquot annos notatum est in Actis Eruditorum (b), me per Tabulam Vitream Plano-convexam, cujus Convexitatis Diameter 30 pedum, longitudo duorum, latitudo unius cum dimidio existeret, ad distantiam duorum milliariarum Germanicorum in ipsa Luce meridiana, sine ullo Tubi molimine, duobus Oculis apertis sine Vitro Oculari adificia monti superstructa distinctissime vidisse. Nec credo*

(b) A. 1710. mens. Octobr. p. 466. 467.

credo ab hoc diversum esse illius Tschirnhusii inventum, quod ab ipso celatum tantopere commendatur a Celeberrimo Fontenellio (a). Eadem enim observavi per Vitrum non satis exacte politum, quæ de sua Lente singulari ad Illustrem Academiam Regiam Scientiarum perscripsit Tschirnhusius, ut adeo secretum nullum sit, quod hic subesse suspicatur Fontenellius.

### PROBLEMA XXXIX.

399. *Rationem experimentaliter describere, quam habet Diameter Objecti nudo oculo visi ad Diametrum per Telescopium visi.*

### RESOLUTIO.

1. Dirigatur Tubus versus tectum aliqujus domus & per eum Oculi superiorem regularum seriem contineatur.
2. Oculi alter sit apertus, ut eadem regulæ quoque videantur nudo.
3. Telescopium tamdiu vertatur, donec unius regulæ extremum per Telescopium visum incidat in extremum ejusdem nudo oculo visum.

(a) Hist. Acad. Reg. Scient. A. 1701. p. 165. Edit. Bat.

4. Numerentur regulæ nudo oculo visæ, quæ uni vel pluribus tegulis per Telescopium conspectis congruant. Erit enim ut numerus prior ad posteriorem, ita Diameter Objecti oculo armato visi ad Diametrum nudo oculo visi.

### SCHOLION I.

400. *Ne manu vacillante Observatio irrita fiat, Tubus fulcro cuidam firmo imitti debet. Oculi non minus immotus sit necesse est.*

### SCHOLION II.

401. *Quæ de Tubis binoculis primum Antonius Maria Schyrleus De Reita (b) & post ipsam alii, veluti Cherubin Capucinus (c), meditati sunt: curiositati magis, quam utilitati servire videntur. Unde non mirum, quod Vir in hoc studiorum genere præstantissimus & de Tuborum perfectione tantopere sollicitus Hugentius, nullam eorum in suo de Dioptrica Opere mentionem injiciat. Uno nimirum oculo satis bene distinguimus objecta, modo Lens Objectiva sit exacte elaborata & aperturam habeat Lentemque Ocularem convenientem.*

(b) In Oculo Enochii atque Eliæ Lib. IV. f. 354. & seqq.

(c) In Dioptricæ Ocularis Tom. 2. qui sub titulo: *La Vision parfaite* prodit.

## CAPUT VII.

### *De Microscopiis seu Engyscopiis.*

### DEFINITIO XXXI.

402. *Microscopium seu Engyscopium est Instrumentum Dioptricum, per quod Objecta minuta valde aucta & distincte spectantur.*

### SCHOLION.

403. *Quando & a quonam Microscopia fuerint inventa non liquet. Certe anno 1618.*

ea adhuc incognita fuisse, inde manifestum est, quod Hieronymus Syrturus, qui eo ipso anno de origine & fabrica Telescopiorum Librum edidit, nullam eorum mentionem ejicit.

### DEFINITIO XXXII.

404. *Microscopium simplex est, quod unica Lenticula aut Sphærula constat.*

DE-



DEFINITIO XXXIII.

405. *Microscopium compositum* est, quod ex pluribus Lentibus constat.

SCHOLIION.

406. *Microscopia composita* anno 1621. apud DREBBELIUM Batavum jam conspecta esse cumque tum pro inventore habitum fuisse, autor est HUGENIUS (a). Anno 1646. in Libro *Observationum* hoc inventum sibi arrogavit FRANCISCUS FONTANA, Neapolitanus, quasi in id jam anno 1621. incidisset. Cum Tubus inversus sit Microscopium, hand difficilis fuit Microscopii compositi inventio. Sed casu, non minus quam Tubus, reperiri potuit.

THEOREMA LXXVI.

Tab. VII. Fig. 67. 407. Si Objectum AB ponitur in Foco Lenticule Convexæ Microscopii simplicis DE & Oculus Lenticule ab altera parte proxime admovetur; videbis Objectum distinctum, situ erecto, atque auctum in ratione distantia, Foci ad eam distantiam, in qua collocanda sunt Objecta, quæ nudo Oculo cernuntur distincte.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Objectum AB in Foco Lenticulæ Convexæ DE collocatur, per hypoth. Radia a singulis Punctis emanantes post refractionem erunt inter se paralleli (§. 203). Oculus ergo valens Objectum videre debet distincte, vi eorum, quæ de Tubis demonstrata sunt (§. 358). Quod erat primum.

Porro cum Radium unus AF a Puncto A emanans post refractionem sit incidenti parallelus, adeoque, neglecta particula crassitie Lenticulæ, eidem in directum situs (§. 240), & idem eodem modo constet de aliquo Radium ex Puncto B in Oculum delatorum; Radia

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

AF & BF, quibus reliqui ex iisdem Tab. VII. Fig. 67. Punctis A & B emanantes sunt paralleli, per demonstrata, eodem modo Oculum ingrediuntur, ac si Lenticula removeretur. Sed Lenticula remota, Objectum apparet situ erecto, ut Experientia constat. Ergo etiam per Lenticulam situ erecto apparere debet. Quod erat secundum.

Ex demonstratis autem simul manifestum est, Objectum AB sub eodem Angulo AFB videri, sub quo ab Oculo nudo cerneretur. Quoniam tamen distinctum apparet, per demonstrata, cum nudo Oculo in eadem distantia videatur valde confusum: perinde est, ac si Objectum aliquod ad distantiam FH remotum videretur; in qua æque distincte sub eodem Angulo cernitur. Est ergo Diameter Objecti AB ad Diametrum apparentem IK ut FC ad FH, hoc est, ut distantia Foci Lenticulæ ad eam distantiam, in qua collocandum est Objectum aliquod, ut ab Oculo nudo distincte videatur. Quod erat tertium.

SCHOLIION I.

408. HUGENIUS (b) assumit, Objectum nudo Oculo tum apparere distinctum, si 8 digitorum intervallo removeatur. Iterata Observatione didici, cum primum hæc scriberem, hoc est, A. 1714, ad 5 digitorum intervalum me quidem legere posse scripturam eo charactere expressam, quo Corollaria in his Elementis excusa sunt; sed tamen nebulam quandam adhuc Oculo observari, in distantia 8 digitorum prorsus evanescentem. Unde HUGENIO assentior, quæ ab Oculo valente (ego enim, quo hæc scribo tempore, nempe A. 1714. neque in Presbyterum, neque in Myopum numero sum) distincte videntur, 8 digitorum intervallo minimum distare debere. Atque hinc inferitur:

Kk

Co

(a) In Dioptrica, p. 221.

(b) In Dioptr. Prop. 59. p. 222.



## COROLLARIUM I.

Tab. 409. Microscopia simplicia amplificant  
VII. Diametrum Objecti AB in ratione distan-  
Fig. 67. tiæ Foci FC ad 8 digitorum intervallum.  
E. gr. sit Semidiameter Lenticulæ utrinque  
Convexæ digiti dimidii, erit AB: IK =  $\frac{1}{2}$ : 8  
= 1: 16, hoc est, Diameter Objecti æuetur  
in ratione sedecupla.

## COROLLARIUM II.

410. Cum distantia FH sit constans,  
octo nimirum digitorum (§. 409); quo mi-  
nor fuerit distantia Foci FC, eo minorem  
ad FH rationem habebit (§. 203 *Arihm.*),  
consequenter eo minorem quoque ratio-  
nem habebit Diameter vera Objecti AB ad  
apparentem IK (§. 406), adeoque eo minor  
Diameter videbitur respectu ipsius IK (§.  
204. *Arihm.*) Eo itaque magis amplifica-  
bitur Diameter Objecti.

## COROLLARIUM III.

411. Quia in Lenticulis Plano-convexis  
distantia Foci Diametro (§. 168, 175), in  
utrinque Convexis Semidiametro æqualis  
(§. 193); Microscopia simplicia eo magis  
Diametrum Objecti amplificant, quo mino-  
ris fuerint Sphæræ segmentum (§. 410).

## COROLLARIUM IV.

412. Si Diameter Convexitatis in Lenti-  
cula Plano-convexa & utrinque Convexa  
eadem fuerit, nempe = 1; erit distantia Fo-  
ci prioris 1, posterioris  $\frac{1}{2}$ , consequenter Se-  
midiameter Objecti AB ad apparentem in  
casu priore, ut 1 ad 8; in posteriore, ut  $\frac{1}{2}$  ad 8  
(§. 409), hoc est, ut 1 ad 16, Diameter er-  
go Objecti in casu posteriore duplo major,  
quam in priore. Lenticula itaque duplo  
magis eam amplificat, si fuerit utrinque  
Convexa, quam si Plano-convexa.

## COROLLARIUM V.

413. Si Semidiameter Convexitatis ma-  
joris in Lenticula utrinque inæqualiter Con-  
vexa fuerit  $a$ , Semidiameter minoris  $b$ ; erit  
Foci distantia  $2ab: [a+b]$  (§. 189). Cum  
adeo sit ad distantiam Foci Lenticulæ utrin-

que æqualiter Convexæ, cujus Semidiameter  
=  $a$ , ut  $2ab: a + b$  ad  $a$  (§. 193), hoc est; ut  
 $2ab$  ad  $aa + ab$ , sitque  $2ab < aa + ab$ , ob  $a$   
 $> b$  per *hypoth.* adeoque  $aa > ab$  (§. 180.  
*Arihm.*); distantia Foci Lenticulæ inæqua-  
liter Convexæ minor est distantia Foci  
æqualiter Convexæ, cujus Semidiameter  
æqualis Semidiametro Convexitatis mayo-  
ris, consequenter illa magis Objectum am-  
plificat quam hæc (§. 410).

## COROLLARIUM VI.

414. Ex adverso cum distantia Foci Lenti-  
culæ utrinque inæqualiter Convexæ sit ad  
distantiam Foci utrinque æqualiter Conve-  
xæ, cujus Semidiameter æqualis Semidiami-  
etro Convexitatis minoris, ut  $2ab: (a+b)$   
ad  $b$ , hoc est, ut  $2ab$  ad  $ab + bb$  sitque  $2ab$   
 $> ab + bb$  (§. 180 *Arihm.*) ob  $a > b$  per *hy-*  
*poth.* distantia Foci Lenticulæ inæqualiter  
Convexæ major est distantia Foci æqualiter  
Convexæ, cujus Semidiameter æqualis est  
Semidiametro Convexitatis minoris; conse-  
quenter illa minus amplificat Objectum,  
quam hæc (§. 410).

## COROLLARIUM VII.

415. Quoniam Convexitas e Sphæra ma-  
jore majorem aperturam admittit (§. 395);  
consequenter per eam plures Radii ad Ocu-  
lum transmittuntur, quam per Convexitate  
e Sphæra minore; Objectum clarius cer-  
nitur, si Convexitas major Microscopii Ob-  
jecto obvertitur, quam si minor.

## COROLLARIUM VIII.

416. Quia in Lenticula Aquea major est  
Foci distantia, quam in Vitrea, si nempe fue-  
rint Sphærarum æqualium segmenta, (§. 174,  
173, 192 & seqq.); Aquea Objectum minus  
amplificat, quam Vitrea (§. 407).

## COROLLARIUM IX.

417. Quoniam Myopes per Radios diver-  
gentes distincte vident Objecta (§. 384 *Op-  
tic.*), Objectum AB propius Lenticulæ ad-  
movere debent, ut intra Focum & Lenticu-  
lam collocetur.

SCHOLION II.

Tab. 418. Si quis rationem expendit, cur Microscopia simplicia Objectum amplificent; illi non mirum videbitur, quod per idem Microscopium idem Objectum eodem in loco collocatum diversimode autem apparere possit, prout intentio fuerit illud in viciniore aut remotiore loco videnti: id quod facile experiri datur, si unus Oculus ad Microscopium applicatus ad Objectum, alter vero apertus in locum nunc remotiorem, nunc viciniorem dirigatur.

COROLLARIUM X.

419. Cum Radii intra angulum *b* Fa comprehensius magis a se invicem discedant, quo magis Oculus a Lenticula remouetur; eo minorem Objecti partem is uno obtutu comprehendit, quo longius a Lenticula distat; unde consultum est, Oculum quam proximè eidem admoverti.

SCHOLION III.

420. Ut Objecta commode in distantia conveniente ad Lenticulam admoverti & in suo situ immota detineri possint; variae excogitatae sunt Microscopiorum simplicium structurae, quarum precipuas exponere libet.

PROBLEMA XL.

421. Microscopia simplicia construere.

RESOLUTIO.

Ad usum Microscopiorum simplicium commodam Machinulam Æneam variorumque Instrumentorum apparatus invenit JOHANNES DE MUSCHENBROEK, Artifex insignis Batavus: Machinula Instrumentorumque fabrica ex Schematis, quod exhibemus inspectione satis obvia, ut magis singulorum usum indicari, quam illam prolixis verbis describi opus sit.

1. Lenticulæ utrinque Convexæ diversæ Sphæricitatis, ut diversimode amplificent Objecta (S. 407), superim-

positis utrinque Annulis Orichalceis, ne iusto major sit apertura, Tab. VIII. Capsulæ A ex nigro Cornu tornatæ includuntur. Possunt tamen eadem Capsulæ ex Ebore, Ossibus Lignoque duriori & rariori tornari. Capsula foramine pertusa, ut ad Machinulam aptari possit. Fig. 68.

2. Machinula ex Orichalco confecta ope trium Globorum B, C & D in omnem situm convenientem facile disponitur & ope Manubrii E commode manu tenetur.

3. Instrumenta, quibus Objecta debita ratione aptata, Tubulo F insignuntur, Capsula vero A Stylo GH. Ita nimirum Stylum Instrumenti, quod Objectum sustentat, versus Lenticulam protrudendo, vel retrahendo, Machinulamque ope Globulorum B, C & D huc illucque versando, Objectum in loco conveniente facile constituitur ibique immotum retinetur.

4. Stylo I agglutinantur Objecta tenuia, plana & exigua, veluti Insecti alicujus Ala vel Foliolum Flosculi.

5. Stylo acuto K insignuntur Objecta parva, non nimis lata, veluti caput aut pes Muscæ, Pulex, Pediculus, frustulum Ligni.

6. Stylo bifurcato L agglutinantur Objecta plana tenuia, oblonga, veluti Fasciola chartæ, lintei, panni, Folia Arborum & Plantarum, Crines.

7. Stylo bifurcato M insignuntur Objecta oblonga & crassiora, veluti Insecta, quæ uni Stylo infixæ se contorquent, qualia sunt Erucæ, Papilio-

Tab. VIII. Fig. 68. nes & Insecta crassiora, veluti Scarabæi, Muscæ.

8. Instrumento N applicantur Tubuli Vitrei Capillares, liquoribus pleni, veluti si Aquam Pipere conditam, Acetum, Sanguinem, Lac contemplari libuerit.

9. Vasculum O, quod beneficio Cochleæ aperiri potest, ex Ligno duriori tornatum continet duo Vitra Plana, non polita, Annulo Chartaceo interposito, ut Animalcula viva, veluti Pulices, Culices, Acari, Pediculi &c. includi possint.

10. Disco Q imponuntur Objecta, quæ reliquis Instrumentis non commode aptantur, veluti granula arenæ, Pulvis farinaceus, salia. Quodsi Objectum non satis firmiter incumbit, Malleo ST in Tubulo P defixo retinetur, parte quidem lata S, si objectum fuerit homogeneous, v.gr. filum, plumula, particula cuticulæ; parte vero acuta, si nullam ejus partem tegi consultum sit, veluti si Alam Insecti, e. gr. Muscæ, Papilionis, Scarabæi, aut integrum quoddam folium Plantæ vel Arboris contemplari libuerit.

11. Fuscina R, ex Lamina Orichalcea elastica parata, Objectis apprehendendis inservit, quæ digitis apprehendi commode nequeunt.

*Aliter.*

Tab. IX. Fig. 69. 1. Torno ex Orichalco paretur Tubulus Cavus Orichalceus AB, cujus Superficies exterior in Cochleam efformatur, longitudinis paulo minoris, quam est distantia Foci Vitri

utrinque Convexi, ad illuminandum Objectum, mediante Annulo Cochleæ instructo DE ad Basin ejus AC aptando.

2. Fiat Tubulus alius paulo amplior FG itidem ex Orichalco, ad utrumque latus apertum, ut Objectum Microscopio admoveri possit.

3. Ejus Basi superiori GH afferruminetur Elater ex Filo Ferreo in Spiram contorto I, ut Objectum inter Lamellas rotundas K & Leo, quem mox dicemus, modo collocatum & ope Cochleæ BC Lenti Microscopice decenter admotum in situ suo firmiter retineri queat.

4. Ad Basin HG Cochleæ foemina M instructam firmanetur Scutellæ N Cochleæ mari O instructæ, in quibus Lenticulæ diversarum Sphæricitatum annulis Orichalceis præmunitæ, ut justa sit apertura, reconduntur.

5. In P afferruminetur Cochleæ foemina, ut Stylus Eburneus PQ, quo Microscopium commode tenetur, aptari possit, mediante Cochleæ transversim acta R in situ suo immotus retinendus.

6. In regula Eburnea T excaventur foramina rotunda, ita ut intra ea Circelli ex Vitro Moscovitico excisi glutine aliquo firmari queant, quibus Objecta exigua & pellucida præsertim, veluti minima Insecta, aut majorum alæ, partes cuticulæ, squamulæ Piscium &c. agglutinari possint.

7. Quodsi Insecta includere vuleris, Vitrea Lamella Y testæ, intra Canaliculum quadratum ex Orichalco

con-

Tab. confectum & foraminibus pertusum  
IX. X reponatur.

Fig. 69. 8. Regula ista five solitaria, five Canalicula inclusa, inter Lamellas rotundas K & L reposita mediante Cochlea AB Lenticulæ admoveatur, donec Objectum distincte conspici possit.

9. Quodsi Objecta quædam alia tenuia, & oblonga, veluti linteum, cuticulam, alam Insecti majoris, e. gr. Papilionis, crinem, filum contemplari volueris; Regulæ loco utendum est Instrumento V, cujus structura ex ipsa Figuræ inspectione satis manifesta.

Si quis sumptibus parcat, idem Microscopium ex Ligno parare poterit.

*Aliter.*

Tab. 1. Lenticula utrinque Convexa in Cap-  
VII. sula AC ex Ligno vel Osse tornata  
Fig. 70. reponatur & mediante Cochlea H  
ibidem firmetur.

2. Per pedunculum Ligneum vel Osseum CD trajiciatur Stylus Æneus, cujus superficiei aliqua pars in Cochleam efformata, ut in quolibet situ mediante Cochlea foemina I firmiter detineri possit.

3. Stylus sit in E Tubulo exiguo instructus, cui diversa Instrumenta cum variis Objectis superius in apparatu *Muschenbroekiano* descripta immittere licet.

Ita nimirum varia Objecta ad idem Microscopium commode applicari & in suo situ firmiter detineri possunt.

Quodsi eidem Capsulæ varias Lenticulas successive indere libuerit, idem

eodem modo efficies, quo in Microscopio præcedente.

*Aliter.*

1. Ex Osse vel Ligno torquetur Tubulus AB.

2. Ad Basin BC aptetur Vitrum Planum, cui Objectum agglutinari debet, v. gr. Pulex, Vermiculus, ala Insecti, particula lintei, seminis granulum exiguum.

3. Ad Basin alteram AD in debita a Vitro distantia applicetur Lenticula utrinque Convexa, cujus Semidiameter dimidii circiter digiti.

4. Vitrum Planum Lumini Solari, vel Candelæ ardenti obvertatur.

Quodsi Tubulus ductitius fiat, Lenticulæ diversarum Sphæricitatum, uti in Microscopio altero, applicari possunt. Solet autem hoc *Microscopium* vulgo appellari *Pulicare*, & loco Lenticulæ adhiberi potest nodulus Convexus ex Vitro potorio nodoso confracto.

# SCHOLIION.

422. *Pulicare Microscopium cum SCHEINERUS in itinere e Batavia per inferiorem Austriam in Tyrolim febris correptus ibidemque in pago extinctus secum in sarcinula haberet; Prætor & Seniores Pulicem Microscopio inclusum pro Demone & ideo SCHEINERUM pro Viro venefico habuere, eum hoc nomine indignum sepultura pronunciantes, donec tandem aperto Instrumento Pulicem agnovissent (a).*

## THEOREMA LXXVII.

423. *Si Objectum AB fuerit positum Tab. VII. in Foco Sphærule Vitree F & Oculis post eam, e. gr. in Foco G constitutus; Objectum videtur distincte & situ erecto, autem*

Kk 3

(a) Schottus Mag. nat. Part. 1. Lib. X. Synagm. 4. Cap. 1. p. 534. & Zahnus in Oculo Fund. 3. Synagm. 3. Cap. 4. Probl. 1. F. m. 534.

Tab.  
VIII.  
Fig. 71.

Tab.  
VII.  
Fig. 72.

Tab. VII. Fig. 72. *Etum quoad Diametrum in ratione  $\frac{3}{4}$  Diametri EI ad eam distantiam, in qua collocanda sunt Objecta, quæ nudo Oculo distincte videntur.*

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Objectum AB in Foco Sphærulæ F collocatur. *per hypoth.* Radii post reflexionem sunt paralleli (§. 203). Oculus ergo sanus Objectum videre debet distincte, vi eorum, quæ de Tubis demonstrata sunt (§. 358). *Quod erat primum.*

Porro quia Oculum in Foco Radiorum parallelorum constitutus, *per hypoth.* Radius incidens AL, qui post duplicem refractionem a Puncto A ad Oculum pertingit, Axi FG parallelus est. Quodsi ergo LD continuetur, donec Axi in H occurrat, ita ut Punctum H sit illud, in quo post primam refractionem Radius AL concurrat (§. 90); erit HG=GI (§. 91, 182) vel GD; adeoque Angulus DGI duplus Anguli DHI (§. 239 *Geom.*) cumque sit FE=GI *per hypoth.* HG=FE (§. 78 *Arithm.*)=AL (quia distantia rectarum AL & FE exigua). Quare cum AL ipsi GH, seu FH parallela, *per demonstrata*; erit AG ipsi LH parallela (§. 257 *Geom.*), adeoque LHI=AGI (§. 233 *Geom.*), consequenter DGI duplus Anguli AGI, (*per demonstr.* & §. 168 *Arithm.*). Et quoniam EC=CI (§. 40 *Geom.*) & EF=IG *per hypoth.* adeoque CG=CF (§. 88 *Arithm.*)=CA, ob differentiam contemnendam rectarum AC & CF; Angulus ACF duplus est Anguli AGF (§. 184, 239 *Geom.*), & hinc ipsi DGI æqualis

(§. 177 *Arithm.*). Videtur ergo Semidiameter Objecti AF sub Angulo ACF: unde ex iis, quæ ad Propos. 76 demonstrata sunt, patet esse Diametrum veram ad apparentem, in Ratione CF, hoc est, cum in F sit Focus Sphæræ *per hypoth.*  $\frac{3}{4}$  Diametri EI (§. 182), ad distantiam, in qua collocanda sunt Objecta, quæ Oculo nudus distincte cernit. *Quod erat alterum.*

## COROLLARIUM I.

424. Qui valet Oculis, Objectum distincte non cernit, nisi 8 digitorum intervallo distet (§. 408); amplificat ergo Sphærulæ Vitreæ Diametrum Objecti in ratione  $\frac{3}{4}$  Diametri ad intervallum 8 digitorum.

## SCHOLIUM I.

425. Sit e. gr. Diameter Sphærulæ EI  $\frac{1}{10}$  unius digiti, erit CE= $\frac{1}{20}$  & EF= $\frac{1}{40}$  adeoque FC= $\frac{1}{20} + \frac{1}{40} = \frac{3}{40}$ . consequenter Diameter Objecti vera ad apparentem, in ratione  $\frac{3}{20}$  ad 8, hoc est, 3 a 320, seu 1 ad 103 fere.

## COROLLARIUM II.

426. Lenticula utrinque Convexa auget Diametrum in ratione Semidiametri EC= $\frac{1}{2}$  EI ad intervallum 8 digitorum (§. 409); Sphærula autem Vitrea in ratione  $\frac{3}{4}$  EI ad idem 8 digitorum intervallum (§. 424): Quare cum  $\frac{1}{2}$  EI ad intervallum istud minorem rationem habeat quam  $\frac{3}{4}$  EI (§. 203 *Arithm.*) si Lenticula & Sphærula eandem Diametrum habuerint, Diameter Objecti minoris per Lenticulam ejusdem magnitudinis videtur, quantæ apparet Diameter majoris per Sphærulam (§. 204 *Arithm.*), consequenter Diameter Objecti per Lenticulam visa major, quam per Sphærulam visa; seu Lenticula magis amplificat Objectum quam Sphærula.

SCHO-



SCHOLION II.

Tab. 427. Sit e. gr. Diameter Lenticule utrin-  
que Convexæ EI  $\frac{1}{10}$  unius digiti; erit Diamo-  
ter vera ad apparentem in ratione  $\frac{1}{10}$  ad 8,  
hoc est, 1 ad 160. Ast in Vitrea Sphærule est  
ut 1 ad 103 (§. 425).

COROLLARIUM III.

428. Quia distantia Foci FE in Sphærule  
Aqueæ  $\frac{1}{2}$  EI (§. 183), adeoque CF = EI;  
Diameter Objecti per eam visa amplificatur  
in ratione EI ad intervallum 8 digitorum  
(§. 423). Quare cum Vitrea ejusdem  
Diametri eadem amplifcet in ratione  $\frac{3}{4}$  EI  
ad intervallum idem 8 digitorum (§. cit.);  
eodem quo ante modo patet, Sphærulem  
Aqueam minus amplificare Objectum,  
quam Vitream.

SCHOLION III.

429. Sit e. gr. Diameter Sphærule Aqueæ  
EI  $\frac{1}{10}$  unius digiti, erit FC itidem  $\frac{1}{10}$ , adeoque  
Diameter Objecti vera ad apparentem in ratione  
 $\frac{1}{10}$  ad 8, hoc est, 1 ad 80. Sed si Vitrea  
foret, illa ad hanc haberet rationem 1 ad 103  
(§. 425).

COROLLARIUM IV.

430. Nec absimili modo colligitur, Sphæ-  
rulem minorem magis amplificare Obje-  
ctum, quam majorem.

PROBLEMA XLI.

431. Sphæulas Vitreas quantumlibet  
exiguas conficere.

RESOLUTIO.

1. Vitri puri frustulum valde exiguum,  
quod Filo Ferreo tenuissimo made-  
factum adhæret, ad imam Cerei  
flammam cœruleam aut, quod om-  
nium optimam, ad flammam Spi-  
ritus vini accensi admoveatur, ne  
nigredine inficiatur.

2. Ibi cum statim liquefiat & in guttu-  
lam rotundam abeat, guttula a  
flamma removeatur, quæ extemplo  
fluiditatem amittet.

3. Lamella Orichalcea admodum te-  
nuis complicata perforetur & fora-  
mina perquam exigua lævigentur,  
ne ulla in Peripheriis eorum scabrities  
superfit, quæ ulterius ad tollen-  
dum fulgorem fuligine inficere juvat.

4. Sphærule filo adhærens intra Lamel-  
las O ad foramina aptetur, ut ex Fi-  
gura inspectione satis liquet. Tab.  
VIII.  
Fig. 73.

COROLLARIUM.

432. Quoniam Sphærule longe mino-  
res fieri possunt, quam Lenticulæ; ex iis  
Microscopia omnium præstantissima com-  
ponuntur, quæ nempe omnium maxime  
amplificant Objectum.

SCHOLION.

433. Ponamus enim Diametrum Sphæru-  
læ esse  $\frac{1}{10}$  unius digiti, erit distantia Foci  
 $\frac{1}{10}$  adeoque Diameter vera ad apparentem ut  
ut  $\frac{1}{10} + \frac{1}{80}$ , hoc est ut  $\frac{1}{80}$  ad 8, seu ut 3 ad  
512, vel denique ut 1 ad 170 fere. Superfi-  
cies ergo amplificabitur in ratione 1 ad 28900.  
(§. 406 Geom.) & ipsum Corpus in ratione 1  
ad 4913000 (§. 578, 579 Geom.): quod sane  
insigne est augmentum.

PROBLEMA XLII.

434. Microscopia ex Sphæruleis Vi-  
treis componere.

RESOLUTIO.

Per quam commoda sunt Microscopia  
JOHANNIS DE MUSCHENBROEK, quæ  
adco primo loco describere libet. Tab.  
VIII.  
Fig. 74.

1. Lamina plana AB, ornatus gratia cir-  
ca marginem excisa, Tubulo extus  
quadrato, intus cavo CD ita junga-  
tur mediante clavo B, ut Tubulus  
ope Cochleæ E propius ad eam ad-  
moveri & ab ea rursus removeri  
possit.

2. Quare ut in eodem situ firmiter deti-  
neatur Tubulus CD, beneficio ejus-  
dem



Tab. VIII. *Fig. 74.* dem clavi B inter eum & Laminam AB aptetur Lamina Elastica ex Chalybe parata, qualis est altera FG in usum alium lateri ejusdem Tubuli annexa, ut nempe beneficio Cochleæ L lateraliter protrusus Tubulus CD in situ suo firmiter persistat.

3. Laminæ AB afferruminetur Tubulus I cum Brachiolo mobili IMK, cui

4. Lamella Orichalcea MN cum geminis limbis *ab*, frusto cornu nigricantis in modum Hemisphærii excavato & foramine pertuso utrinque affixa infigatur, ut

Tab. VIII. *Fig. 73.* 5. Sphærula Microscopica intra binas Lamellas O debite conclusa in limbos *ab* immitti & ad Objectum adduci possit.

6. Per Tubulum CD trajiciatur alius Capulo P ex Cornu nigricante confecto infixus, cui omnes Styli superius (§. 421) descripti & Tab. VIII. *Fig. 68.* delineati immitti possunt cum suis Objectis.

7. Ope hujus Styli Objectum attollatur & deprimatur, ope Cochleæ L lateraliter ad Lenticulam promoveatur, ope denique Cochleæ E ad eandem admoveatur, donec Oculo in Q applicato distincte cernatur.

8. Denique ut lumen peregrinum, arceatur, Machinamentum S in modum Cistulæ ex Orichalco effictum cum Lamella variis foraminulis pertusa & circa clavum V mobili limbis *ab* Lamellæ Corneæ substantiæ MN affixæ immittatur.

9. Et ut fluida accuratius contemplari

liceat, Instrumento X inseratur frustulum Vitri Moscovitici & Uncello firmetur, eique guttula affundatur, a Microscopio avertenda, ne Sphærulæ Superficies sordibus inficiatur & pelluciditatem amittat.

10. Similiter Vitrum Moscoviticum agglutinari potest Circello Z, recepturum Objecta exigua pellucida.

*Aliter.*

Elegans quoque est Microscopii structura, quod manu Viri plurimum Reverendi & Matheseos apprime periti GODFREDI TEUBERI manu elaboratum dono ipsius possideo. Ecce tibi eam:

1. Ex Orichalco parentur duæ Lamellæ fere rotundæ AB & CD, quarum una AB Stylo Eburneo BE firmiter affixa, altera CD mediantibus apicibus D eidem infigi & Cochlea F cum Rotula G circa eundem Axem mobili per foramen H trajecta alteri, quantum sufficit, admoveri potest.

2. In I aptetur Sphærula exigua ex Vitro confecta (§. 431).

3. Superficiæ interiori ejusdem Lamellæ AB affigatur Lamina Elastica M, ut Objectum in situ conveniente immotum detineri possit.

4. Alterius vero Lamellæ Superficiæ externæ affigatur Orbiculus K variis foraminibus pertusus & circa Axiculum fixum mobilis, ut per foramen in Lamella CD e regione Sphærulæ effectum nunc major, nunc minor Luminis quantitas ad illuminandum Objectum immitti queat.

- Tab. X. Fig. 74. 5. Denique Objecta, veluti Insecta exigua, Alæ majorum, Lintea, Fila, Membranulæ &c. agglutinentur, vel sola saliva madefacta, Orbiculo Vitreo ex altera parte polito, ex altera saltem lavigato, &
6. Orbiculo cum Objectis inter binas Lamellas interjecto, ita ut Sphærolæ respondeat Objectum, & Oculo ad Sphærolam L applicato, ope Rotulæ G Cochleæ F affixæ Objectum in situm convenientem disponatur, tamdiu scilicet Sphærolæ admovendum, vel iterum ab eadem removendum, donec satis distincte cernatur.

SCHOLION.

435. *Qui structurâ Microscopiorum simplicium ex Lenticulis constantium consideraverit paulo attentius, haud difficulter plures structurâs ex Sphærolis conficiendorum ipsemet comminiscetur: ut adeo mihi sufficiat eorum præcipua delineasse, quæ in meorum Instrumentorum apparatu habentur.*

PROBLEMA XLIII.

436. *Microscopium Aqueum conficere.*

RESOLUTIO.

- Tab. VIII. Fig. 75. 1. Ex Lamina Orichalcea, cujus spissitudo  $\frac{1}{12}$  circiter digiti adæquat, paretur Orbiculus AB cum Stylo longiore BD, Capulo Corneo, Ligneo, vel Osseo DE infigendo.
2. In facie Orbiculi antica paulo ultra dimidiam ejus spissitudinem excavetur segmentum Sphæricum, cujus latitudo  $\frac{1}{8}$  circiter digiti.
3. In facie postica fiat Cavitas alia Sphæ-
- Wolffii Oper. Math. Tom. III.*

- rica, cujus latitudo nonnisi  $\frac{1}{10}$  unius digiti, dimidia nempe prioris.
4. In contactu Cavitatum Sphæricarum fiat exiguum foraminulum rotundum, cujus Diameter  $\frac{1}{30}$  unius digiti non excedit.
5. Guttula Aquea ope aciculæ complanata aut per exiguum Tubulum immittatur, quæ in foraminulo Sphærolæ figuram exactam assumet.
6. Ut Objecta ope omnis generis Styolorum in apparatu Microscopii MUSCHENBROEKIANI superius (§. 421) descriptorum ad Focum Sphærolæ decenter applicari & in situ suo immota detineri possint; Brachium IFG cum Tubulo K, qui Stylos cum Objectis recipit, in G affigatur, ope juncturarum I & F quaquaversum mobile & ope Cochleæ L ac Rotulæ M Laminaeque Chalybeæ Elasticæ H ad Sphærolam adducendum ac quovis in situ firmiter retinendum.

SCHOLION I.

437. *Sphærolas Aqueas in usum Microscopii primus adhibuit in Anglia STEPHANUS GRAY (a). Qui idem Auctor est, guttulam fluidi, cui Animalcula innascent, simili foramini immisam, ad Candela aut Lana plena Lumen sine ullo Microscopio adhibito Animalculum mirifice auctum exhibere, quia nempe Radii a Superficie guttulae interiori anterioris Hemisphærii ita reflectuntur, ut sub eodem angulo in Superficiem Hemisphærii posterioris, cui Oculus applicatur, incidant, ac si ex Foco Sphærolæ emanassent. Unde eodem modo ad Oculum propagantur, ac si Objectum extra Sphærolam in ejus Foco constitueretur. Stru-*

L1. Etu-

*Etiam tamen GRAYIANAM Microscopii Aquei immutare libuit, quia ea, quam exposuimus, in reliquis quoque Microscopiis simplicibus, sive ex Sphærlis, sive ex Lenticulis Vitreis componendis perquam commoda existit. Ceterum me non monente apparet, Sphærlam Aqueam in superioribus quoque Microscopiis omnibus adhiberi posse.*

### SCHOLION II.

Tab. VIII. 438. Solent etiam Sphærlæ Vitreæ Cavæ  
Fig. 76. Q, quarum Diameter dimidii circiter digiti, Spiritu vini repleti & Microscopii loco adhiberi: sed Objecta non adeo multum amplificant. (S. 423).

### PROBLEMA XLIV.

Tab. X. 439. Microscopium ex duabus Lentibus componere.  
Fig. 77.

### RESOLUTIO.

1. Lenticula Objectiva vel Plano-convexa, vel utrinque Convexa DE sit minimæ Sphære segmentum habeatque Objectum AB extra Focum F positum.
2. Lens Ocularis GH utrinque Convexa sit majoris, non tamen nimis magnæ Sphære segmentum & ita collocetur post Objectum, ut, si fiat CF: CL = CL: CK, in K sit Focus Lentis Ocularis.
3. Denique fiat LK: LM = LM: LI. Dico, si O fuerit locus, ubi Objectum nudo Oculo distincte videtur, Oculum in I constitutum visurum Objectum AB distincte, situ inverso atque auctum in ratione composita MK ad LK & LC ad CO.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam CF: CL = CL: CK per hypoth. erit CF: FL = CL: LK (S. 193 Arith.), adeoque Radii ex Puncto C emanantes in K uniuntur (S. 214, 217); con-

sequenter Imago Objecti situ inverso ibi Tab. X. delineatur (S. 224). Est vero in K Fo- Fig. 77. cus principalis Lentis Ocularis GH per hypoth. Radii ergo ad singula Objecti Puncta pertinentes ad Oculum remittuntur paralleli (S. 203). Unde ex iis, quæ de Tubis demonstrata sunt (S. 358), liquet Objectum videri distincte. Quod erat unum.

Quia Radium a Puncto B emanantium unus post refractionem incidenti ad sensum in directum jacet (S. 243); sit Radius iste BG seu LG. Unietur ergo post refractionem in Lente Oculari GH factam in Puncto I, ita ut sit LK: LM = LM: LI (S. 217). Sed ibi collocatur Oculus per hypoth. Ergo Punctum B videtur per Radium IG. Quare cum C videatur per Radium IC; Objectum situ inverso apparet. Quod erat secundum.

Hinc vero ulterius patet, Semidiametrum Objecti CB videri sub angulo GIM, quæ per hypoth. in O sub angulo COB vel AOC distincte cerneretur. Quod si ergo NI ducatur ipsi AO parallela; erit angulus NIM ipsi AOC æqualis (S. 233 Geom.), adeoque ducta GM ad IM perpendiculari, Semidiameter Objecti vera ad apparentem, ut NM ad GM (S. 209 Optic.), hoc est, sumtis GI & IN, ad Sensum æqualibus, pro Sinu toto, ut Sinus anguli NIM seu COB ad Sinum anguli GIM (S. 2 Trigon.); consequenter in ratione composita Sinus anguli COB ad Sinum anguli GLI, & Sinus anguli GLI ad Sinum anguli GIL (S. 178, 159 Arithm.). Sed sinus anguli GLI ad Sinum anguli GIL, ut GI ad GL (S. 33 Trigon.), hoc est, quia

Tab.X  
Fig.77. quia GI & IM, itemque GL & LM ad  
sensum æquales sunt, ut IM ad LM, &  
Sinus anguli COB ad Sinum anguli GLI  
sen CLB (§. 156 *Geom.*), vel BLO,  
ut BL ad BO (§. 35 *Trigon.*), hoc est,  
quia BL & CL, itemque BO & CO,  
ob exiguam Objecti Semidiametrum  
CB, ad sensum æquales, ut CL ad CO.  
Ergo Semidiameter vera ad apparen-  
tem, in ratione composita IM ad LM,  
& LC ad CO, hoc est, ob LK: LM  
= LM: LI *per demonstrata*, adeoque  
KM: LK = IM: LM (§. 193 *Aritm.*).  
in ratione composita KM ad LK & LC  
ad CO. *Quod erat tertium.*

Si Objectum longe ultra Focum dis-  
stat, Imago ejus paulo ultra eundem a  
Lente removetur (§. 223). Quare si  
Objectum Foco sit vicinum, Imago  
ejus ultra Focum principalem longius  
distabit (§. 37). In eadem vero Objecti  
a Foco principali remotioris distantia  
Imago intervallo minore post Lentem  
delineatur, si ea segmentum Sphæræ  
minoris fuerit, quam ubi majoris seg-  
mentum extiterit (§. 214): ergo Imago  
Foco vicini in eadem distantia inter-  
vallo majore post Lentem delineatur,  
si ea segmentum Sphæræ minoris fue-  
rit. Unde manifestum est, rationem  
KM ad LK fore minorem in illo casu  
(§. 205 *Aritm.*); consequenter, cæte-  
ris manentibus iisdem, etiam compo-  
sitam ex KM ad LK & LC ad CO mi-  
norem esse in isto casu, quam si Len-  
ticula Objectiva Sphæræ majoris seg-  
mentum fuerit (§. 180, 159 *Aritm.*).  
Præstat adeo Lenticulam Objectivam  
valde exiguæ Sphæræ segmentum esse.  
*Quod erat quartum.*

Denique si Lens Ocularis GH parvæ Tab.X  
fuerit Sphæræ segmentum, ratio ipsius Fig.77.  
KM ad LK, minor est, quam si magnæ  
segmentum extiterit (§. 203 *Aritm.*);  
consequenter, cæteris manentibus iis-  
dem, in eodem casu compositam quo-  
que ex KM ad LK & LC ad CO mi-  
norem esse (§. 189, 159 *Aritm.*). Ob-  
jectum adeo magis amplificatur, si Lens  
Ocularis GH exiguæ fuerit Sphæræ  
segmentum, *per demonstrata*. Quoniam  
tamen Lens, quæ est segmentum Sphæræ  
majoris, majorem Imaginis partem sub-  
tendit, quam quæ segmentum minoris  
existit, in illo casu major Campus uni  
obutui patet, quam in altero. Præstat  
igitur Lentem Ocularem GH esse seg-  
mentum Sphæræ nec nimis magnæ, nec  
nimis parvæ. *Quod erat quintum.*

#### COROLLARIUM I.

440. Quo magis Objectum per Micro-  
scopium amplificatur, eo minor ejus pars  
uno obtutu comprehenditur.

#### COROLLARIUM II.

441. Eidem Lenti Oculari jungi possunt  
successive diversarum sphericitatum Len-  
ticulæ Objectivæ, ut & Objecta integra,  
sed minus amplificata, & ejus partes figil-  
latim tantum, sed multum auctas per eadem  
Microscopium contemplari liceat; quo in  
casu ob diversam Imaginis distantiam Tu-  
bum ductitium esse oportet, cui Lentes im-  
mittuntur.

#### SCHOLIUM I.

442. Commendatur ratio subdupla, itemque  
subsesquisepta Lentis Objectivæ ad Ocularem.  
Semidiametrum Convexitatis in Objectiva ad  
summum esse jubet DE CHALES (a) digiti dimidii  
aut  $\frac{1}{2}$  ejus; in Oculari digiti integri, vel unius

LI 2 cum

(a) Dioptr. Lib. II. Prop. 58. f. 720. Tom. III.  
Mund. Math.

Tab. X. cum dimidio. Alii tamen Vitrum Objectivum Fig. 77. trium digitorum, Oculare digitorum sex admittunt. R. P. CHERUBIN (a) Vitri Objectivi Semidiameter facit  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  aut  $\frac{1}{2}$  digiti; Semidiameter vero Vitri Ocularis  $1\frac{1}{2}$ , vel  $1\frac{1}{2}$  digiti.

### COROLLARIUM III.

443. Quoniam per eas, quæ ad Problema 33 (§. 376) demonstrata sunt, distantia Imaginis LK a Lente Objectiva DE major est, si Lenti Objectivæ ante Focum ejus jungatur utrinque Concava; ex Demonstratione Propositionis præsentis colligitur, Objectum magis amplificari, si inter Lenticulam Objectivam DE & Ocularem GH, concava dicta ratione ponatur.

### SCHOLION II.

444. Præstantiam hujus Microscopii prædicat Cl. JOHANNES MICHAEL CONRADI (b), usus Lente Objectiva utrinque Convexa, cujus Semidiameter 2 digitorum, apertura grano sinapi æqualis; Lente utrinque Concava 12, ad summum 16 digitorum, & Lente Oculari utrinque Convexa 6 digitorum.

### COROLLARIUM IV.

445. Cum Imago ad majorem distantiam projiciatur, quo propius Lenticulæ Objectivæ jungitur alia majoris Sphæræ segmentum (id quod facillime non modo experiri, verum etiam ex superioribus Principiis demonstrare licet); ex tribus Lentibus Microscopium componere licet, quod insigniter amplifcet Objecta.

### COROLLARIUM V.

446. Ex Demonstratione Propositionis præsentis liquet, Objectum magis amplificari, si Lens Ocularis fuerit minoris Sphæræ segmentum, sed Campum visionis majorem esse, si eadem majoris Sphæræ segmentum extiterit (§. 439). Quodsi itaque duæ Lentes Oculares, quorum altera majoris, altera minoris Sphæræ segmentum, ita com-

binentur, ut per eas Objectum valde vicinum, hoc est, non ultra Focum primæ distant, videatur admodum distincte, & sic combinatæ jungantur Lenticulæ Objectivæ; Objectum & valde ævsum videbitur, & major erit Campus visionis, quam si unica Lente Oculari utaris.

### COROLLARIUM VI.

447. Magis adhuc amplificabitur Objectum & major simul haberi poterit Campus Visionis, si & Lens Objectiva, & Ocularis geminentur (§. 445, 446).

### SCHOLION III.

448. Quoniam tamen Objectum videtur obscurum, si Lentes plures adhibeantur, quia pars aliqua Radiorum in transitu per singulas Lentes reflectitur: Lentium multiplicatio probari nequit. Unde præstantissimum inter composita habetur, quod ex una Lenticula Objectiva & duabus Ocularibus juxta Cor. 5. (§. 456) componitur.

### SCHOLION IV.

449. DECHALES (c) pro Microscopio ex tribus Lentibus componendo commendat Lentem Objectivam  $\frac{1}{2}$  vel  $\frac{1}{3}$  digiti, Lentem Ocularem primam duorum digitorum aut digitorum duorum cum dimidio. Distare autem jubet Lentes Oculares intervallo 20 circiter linearum. Sed puto, distantiam optime per Experimentum definiri eo, quem Cor. 5. (§. 446) exposui, modo. Idem pro Microscopio 4 Lentium laudat Lentem Objectivam 6 linearum, Ocularem primam 21, secundam 18, tertiam 15 linearum. Describit etiam (d) Microscopium DEMONCONIIS ex tribus Lentibus compositi. Lens Objectiva in eo erat digiti unius cum una circiter linea, ejus apertura linea unius cum dimidia; Lens Ocularis prima digitorum duorum cum dimidio, ab Objectiva quindecim digitorum intervallo remota; Lens Ocularis altera digiti unius cum quinque lineis, distans ab Oculari prima, uno digito

(a) Dioptr. Oculaire Part. 3. C. 3. f. 217.

(b) Im Dreifach gearteten Sehe - Strahle, Part. 3. C. 3. §. 78. p. 109.

(c) Dioptr. Lib. II. Prop. 58. f. 721. Tom. 3. Mend. Mathem.

(d) Dioptr. Lib. II. Prop. 30. Mund. Math. Tom. 3. fol. 705.



gito & novem lineis, Oculo dimidii digiti intervallo remoto. Cl. CONRADI (a) testatur, se felici successu fabricasse Microscopium ex Lenticula Objectiva digiti dimidii & duobus Ocularibus valde vicinis digitorum quatuor. Excellentissimum deprehendit, cum in locum Lenticulae Objectivae substitueret duas Lentis utrinque Convexas digitorum duorum aut unius cum dimidio se mutuo fere contingentes cum apertura vix lineae dimidiae. EUSTACHIUS DE DIVINIS (b) loco Lentis Objectivae utrinque Convexae usus est duabus Lenticulis Plano-convexis, quarum Convexitates se mutuo contingebant. JOANNES FRANCISCUS GRINDELIUS AB ACH (c) etiam pro utraque Lente Oculari substituit geminam utrinque Convexam, quarum unius Convexitas Convexitatem alterius fere, non tamen prorsus contingit. R. P. ZAHNIUS (d) Microscopium Binoculum non sine successu construxit, idque duplici modo, quod apud ipsum videri potest, cum magis curiosum, quam utile sit. Nos aliquot Microscopiorum compositorum fabricam externam adhibere exponemus.

## PROBLEMA XLV.

450. Microscopia composita ad Observationes instituendas commoda construere.

## RESOLUTIO.

Tab.X. 1. Quodsi Lentium situs immotus esse potest (qualis est in Microscopio trium Lentium, quod Anglicanum appellari solet), Tubus BH ex Ligno tornetur, ita tamen ut ex tribus partibus ABCD, CDEF & EFH constet, mediantibus Cochleis inter se jungendis.

(a) In Dreyfach gearteten Seh-Strahle, Part. 3. C. 4. §. 83. p. 113. 114.

(b) Philosoph. Trans. N. 42. p. 842.

(c) In Microgr. nova, p. 7.

(d) In Oculo Artific. Fund. 3. Synt. 5. C. 2. f. m. 706. 707.

2. Lenticula Objectiva aptetur in H, Tab.X. Ocularis prima in EF, altera in CD: Oculus vero applicetur in AB. Fig. 78. Unde data, per Problema antecedens & ejus Corollaria, structura interna longitudo partium Tubi facile definitur.
3. Pars superior ABCD operculo muniat, ne Lens Ocularis CD pulvere conspersa vitium contrahat.
4. Pars inferior EH in Cochleam destinat, qua mediante intra Fulcrum firmari & Lenticula Objectiva nunc Objecto ad moveri, nunc ab eodem removeri possit, prout usus postularit.
5. Orbiculus I cum Brachiolo circa Centrum S mobilis, cui Objecta imponenda, alteram Superficiem habeat albam, alteram nigram, quia Objecta clara ac pellucida nigrae, Objecta vero obscurioris coloris albae imponi consultum est.
6. In R affigatur cum Brachio RP ex variis articulis composito Lens utrinque Convexa Q Annulo Orichalceo conclusa ad Objectum vel Lumen Solis, vel Candela aut Lampadis nocturno tempore illuminandum.
7. Quodsi situs Lentium mutabilis esse debet, Tubus ductitius ex Charta construendus, quemadmodum supra Probl. 29. (§. 337) docuimus.
8. Si Tubum Fulcro firmiter affixum Tab.X. esse malueris, Orbiculus Microscopio AB circa Cochleam L in gyrum acto Lenticulae Objectivae proprius ad movendus. Fig. 79.

*Aliter.*

- Tab. X. 1. *Fig. 80.* Fiat Tubus ductitius ABC Chartaceus (§. 337), eidemque in D Cochlea Orichalcea aptetur, ut Lenticulæ Oculares diversæ Spharicitatis ibidem firmari possint, prout magis, aut minus amplificari debet Diameter Objecti (§. 441), tum etiam ut Tubus Microscopicus AE ipse ad Pedamentum suum firmari queat.
2. Eum itaque in finem paretur ex Orichalco Annulus D Cochlea foemina instructus & Laminæ EGH ad angulum rectum incurvatæ cohærens. Eidem vero Laminæ afferminetur in H Cochlea foemina alia, quæ
3. Cochleam I Globuli Orichalcei K intra Matricem M mobilis recipiat, Cochleola L impediens, ne Tubus Brachio forsan impingente vacillet.
4. Jam ut Objectum Lenticulæ Objectivæ admoveri possit, quantum sufficit; ex Lamina Orichalcea fiat Tubulus N mediante Cochlea nunc coarctandus, nunc laxandus, prout usus postulaverit.
5. Eidem afferminentur duæ Laminæ O exiguuo intervallo a se invicem distantes, inter quas immittendum Brachium perforatum Annuli Q cum Orbiculo Vitreo, mediante Cochlea V in hoc situ firmandum. Imponuntur autem Orbiculo Vitreo Objecta pellucida & fluidorum guttulæ, in quibus Animalcula observare libuerit.
6. Ad Objecta alia applicanda inservit Orbiculus S, cujus altera Superfi-

cies candida, altera nigra, & acicula Tab. d: quem in finem non modo Stylus *Fig. 81.* dS huc illucque protrudi & vi Lammellæ Chalybeæ elasticæ e in situ suo firmiter retineri, sed & sustentaculum Styli circa Axem suum moveri potest.

7. Si Circulationem sanguinis in Pisciculo observare volueris, Instrumentum TW Annulo Q aptandum.
8. Ad illuminandum Objecta inservit Lens utrinque Convexa X mediante Brachio plicatili Y in omnem situm facile disponenda & ope Cochleæ P ad Pedamentum Microscopii firmanda.
9. Columellæ Eburnæ partes duæ in Z ita jungantur, ut Microscopium, si commodum fuerit, inclinari possit.
10. Basis denique Triangularis abc ita construenda, ut inspectio Figuræ doceat, quo perinde ac partes reliquæ, si quando commodum fuerit visum, removeri ac in Capsa modicæ magnitudinis totum Instrumentum reponi & de loco in locum transportari possit.
11. Quomodo Lentes in Tubo sint disponendæ, ex superioribus (§. 439) satis manifestum.

*Aliter.*

Cum in structura præcedente satis ingeniosa id desiderari possit, quod distantia Objecti a Lente Objectiva paulo difficilius inveniatur, eidem jungere placet aliam Artificis insignis *Angli* MARSCHALLI, ubi directio Objecti admodum expedita.

1. Tubi, cui Lentes Oculares in A & B, immit-

immittuntur, Objectiva vero in C aptatur, constructio partim ex Probl. 29 (§. 337), partim ex inspectione Figuræ satis manifesta.

2. Columella DE mediante Globo E intra Matricem F mobilis, ut Microscopium in quemlibet situm disponere liceat.
3. Eadem in tot partes 1, 2, 3, 4, 5, &c. divisa, quot Sphæricitatum Lenticulis uti libuerit in contemplandis Objectis, ut citra difficultatem distantia Objecti a Lente Objectiva inveniri possit.
4. Cum vero ita non satis exacte determinetur, mediante Cochlea GH Tubus Objecto adeo prope admoveberi potest, quantum sufficit.
5. Objecta vel imponantur Orbiculo I, vel insigantur aut aptentur ad Instrumenta illis similia, quæ supra (§. 421) descripsimus, Stylo eorum per Tubulum LM trajecto.
6. Denique ad illuminandum Objectum in convenientem situm disponatur Lens utrinque Convexa NO eo modo ad Pedamentum Microscopii aptanda, qui ex inspectione Figuræ satis manifestus.

#### SCHOLIION.

451. *Alias Microscopiorum fabricas excogitarunt R. P. PHILIPPUS BONANNI (a) & CL. CHRISTIANUS GOTTLIEB HERTELIIUS (b): sed prolixum nimis foret omnes describere. HERTELIIANUM describitur etiam in Actis Eruditorum (c).*

(a) Micrograph. curios. C. 4. p. 26. & seqq.

(b) In novo invento Microscopio.

(c) Mense Julio. A. 1713. p. 316. & seqq.

#### PROBLEMA XLVI.

452. *Microscopium reflectens construere.*

#### RESOLUTIO.

1. Prope Focum Speculi Concavi AB Tab. X. collocetur Objectum minutum C, Fig. 82. ut Imago ejus ipso major formetur in D (§. 253 Catoptr.).
2. Jungatur Speculo Lenticula utrinque Convexa EF, ita ut Imago D sit in Foco ejus.

Videbit ergo Oculus Imaginem inversam (§. 252 Catoptr.) seipsa majorem atque distincte (§. 407); consequenter Objectum magis augmentum apparebit, quam per Lenticulam solam.

#### SCHOLIION.

453. *Microscopii hujus Inventor est Vir incomparabilis ISAACUS NEWTONUS (d). Sed verendum videtur, ne Objecta appareant minus clara, nisi quis Speculo Concavo Metallico nitorem conciliare, conciliatum conservare docuerit: quo facto geminus successus sperandus, quem experimur in Telescopio Catadioptrico (§. 380).*

#### PROBLEMA XLVII.

454. *Telescopium quodlibet in Microscopium convertere.*

#### RESOLUTIO.

Quia Imago Objecti Foco vicini longiori intervallo a Lente distat, quam remoti (§. 226), eadem vero in Foco Viri Ocularis constitui debet (§. 439); Telescopium erit Microscopium, si Lentem Objectivam majori intervallo ab Oculari removeris, quod per Experimentum haud difficulter definitur.

Co-

(d) Philos. Transact. N. 80. p. 380.

## COROLLARIUM.

455. Quia distantia Imaginis varia pro diversa Objecti a Foco distantia (§. 226), magnitudo vero Imaginis major est, si ejus a Lente Objectiva distantia major (§. 245); eundem Tubum in Microscopia diversimode Diametrum Objecti multiplicanti successive convertere licet (§. 439).

## PROBLEMA XLVIII.

456. *Microscopia optima parare vel sibi comparare.*

## RESOLUTIO.

1. Quoniam multiplex refractionis in transitu Luminis per plures Lentis officit Visioni claræ, Lentibus quippe singulis aliquam Luminis partem reflectentibus; Microscopia simplicia ceteris paribus præferantur compositis & minus composita magis compositis.
2. Quia ad distinctam Visionem non modo requiritur, ut Imago sit magna, verum etiam ut sit satis clara; Lenticulæ accurate elaboratæ præse-

rantur Sphærlis (§. 426), inprimis cum clariora Sphærlis exhibeant Objecta ob polituram eximiam, etiam si non magis quam Sphærlæ amplificent Objecta (§. 431).

3. Lenticulæ omni diligentia elaboratæ ad contemplationem eorundem Objectorum adhibeantur & quæ Objecta magis clare & distincte ceteris representant, seligantur.
4. Observationes propriæ ope alicujus Microscopii factæ comparentur cum Observationibus ab Autoribus factis, quorum Microscopia & in observando dexteritas celebrantur: ita enim innotescet, quam prope ad illorum Microscopia accedant, ex quibus aliquod seligendum.

## SCHOLIUM.

457. Hoc pacto LEEUWENHOEKIUS, qui in Observationibus Microscopicis parem vix habet, superissem neminem, Microscopia exquisitissima adeptus, non aliis unquam usus nisi Lenticularibus iisque simplicibus (a).

(a) Philos. Transact. Num. 380. p. 451.

## CAPUT VIII.

*De Machinis quibusdam aliis, præsertim Catoptrico-Dioptricis.*

## DEFINITIO XXXIV.

458. **P**ER Machinam Catoptrico-Dioptricam intelligo talem, quæ ex Speculis & Lentibus componitur.

## SCHOLIUM.

459. Tales igitur sunt, quas superius jam descripsimus, Camera obscura, in quibus Speculorum ope Species Objectorum eriguntur (§. 234), Lucerna Lumen valde intensum projici-

ciens (§. 208), Tubus HUGENIANUS (§. 360), Telescopium reflectens NEWTONIANUM (§. 376) & Microscopium reflectens iidem NEWTONIANUM (§. 452).

## DEFINITIO XXXV.

460. *Polemoscopium* est Tubus recurvus ad spectanda Objecta Oculo non in directum jacentia idoneus.

SCHOLION.

461. *Inventor ejus est JOHANNES HEVELIUS (a), qui a. 1637. in id incidit & hoc nomen eidem imposuit, quia in bello ejus esse potest usus.*

DEFINITIO XXXVI.

462. *Vas Hydromanticum est Vas Aqua plenum, Imagines Objectorum foris existentium in Aqua innatantes exhibens.*

SCHOLION.

463. *Speſtacula hujus jucundi Inventor eſt R. P. ZAHN ſepius jam a nobis laudatus (b).*

DEFINITIO XXXVII.

464. *Laterna Magica est Laternæ quoddam genus, Imagines exiguas, in opposito pariete quantumlibet auctas depingens.*

DEFINITIO XXXVIII.

465. *Helioscopium est Tubus Astronomicus, per quem Solem contemplari licet.*

DEFINITIO XXXIX.

466. *Polyoptrum est Tubus, per quem Objectum videtur multiplicatum: sed minutum.*

PROBLEMA XLIX.

467. *Helioscopium construere.*

RESOLUTIO.

Quoniam per Vitra colorata citra Oculi læsionem Solem intueri licet; non alia re opus est, quam ut Lens tam Objectiva, quam Ocularis ex Vitro colorato fiat, illa e. gr. ex rubro, hæc ex viridi. Necesse autem est, ut Vitra sint satis pellucida, nec inæqualiter colorata.

(a) Selenograph. Prolegom. f. 24. & seqq.  
(b) Ocul. Artific. Fund. 3. Synt. 5. C. 1. Tech. 7. f. m. 694.

Aliter.

HEVELIUS, cum intelligeret, raro Vitra colorata pellucida & æqualiter colorata haberi posse, duo Vitra Plana quomodolibet colorata interjecta Charta cum exiguo foramine vel filo, vel glutine (quo in poliendis Vitris utimur) firmiter connectere & in Tubo ibidem, ubi Oculus admoveretur, applicare maluit (c).

Aliter.

Vitrum Oculare Tubi Astronomici super Candela accensa fuligine inficiatur: ita eum in Helioscopium convertes. Vel præstat Vitrum fuliginē infectum alteri puro jungere, Annulo Chartaceo crassiori interjecto, & inter Oculum & Vitrum Oculare constituere.

PROBLEMA L.

468. *Polemoscopium construere.*

RESOLUTIO.

Telescopium quodlibet erit Polemo- Tab. X. scopium, si Tubus fiat recurvus instar Fig. 83. Siphonis rectanguli ABDM & inter Lentem Objectivam AB & Ocularem primam GH (si plures fuerint) ita collocetur Speculum Planum in K, ut ipsum quidem ad Horizontem inclinetur sub Angulo semirecto, Imago vero reflexa sit in Foco Ocularis Vitri GH. Ita nimirum Objecta Lenti AB opposita perinde apparebunt, ac si Speculum K abesset & Lens Objectiva cum Objectis in directum jaceret Vitris Ocularibus, vicorum, quæ superius (§. 360) demonstrata sunt.

COROLLARIUM.

469. Quodsi in O introspicere libuerit, non in M, Speculum Planum alterum N  
M m aljungi

(c) Selenogr. Prolegom. f. 23.



adjungi potest eo, quem supra exposuimus (§. 360) modo.

### PROBLEMA LI.

470. *Vas Hydromanticum construere.*

#### RESOLUTIO.

Tab. IX. Fig. 84. 1. Fiat Vas Cylindricum ABDC per Diaphragma Vitreum EF non prorsus politum in duas cavitates divisum.

2. In G applicetur Lens utrinque Convexa & in H inclinetur Speculum Planum Figuræ Ellipticæ sub angulo semirecto, sitque IH & HG distantia Foci Lentis G paulo minor, ita ut locus Imaginum Objectorum per eam radiantium sit intra cavitatem Vasis superiorem.

3. Cavitas inferior intus denigretur, superior autem Aqua limpida repleatur.

Quodsi jam in loco subobscuro Vas collocetur, ita ut Lens Objecto a Sole collustrato obvertatur; Imaginem ejus in Aqua natantem videbis (§. 233).

#### SCHOLIION.

471. *Vas Hydromanticum esse quandam Camera Obscura speciem, satis liquet, si ejus structuram cum structura hujus (§. 233) conferre libuerit.*

### PROBLEMA LII.

472. *Polyoptimum construere.*

#### RESOLUTIO.

Tab. X. Fig. 85. 1. In Vitro utrinque Plano AB, cujus Diameter 3 circiter digitorum, excaventur segmenta Sphærica, quorum latitudo vix quintam digiti partem adæquat. Quodsi enim Vitrum

sufficienter ab Oculo removeris, Tab. donec cavitates omnes uno obtutu Fig. comprehendas, veluti per totidem Vitra Cava, Objectum idem toties videbis, quot sunt cavitates, idque valde minutum (§. 293).

2. Vitrum hoc Objectivum aptetur in Tubo ABCD, apertura AB Diametro ejus æquali, altera vero CD tanta existente quanta latitudo Vitri Ocularis (e. gr. unius circiter digiti). Longitudo vero Tubi AC tanta esse debet, quanta est distantiā Vitri Ocularis ab Objectivo, per Experientiam facile definienda.

3. In CD aptetur Vitrum Oculare Convexum vel ejus loco Meniscus, habens distantiam Foci principalis paulo majorem longitudine Tubi, ut nempe Punctum, ex quo Radii post refractionem in Lente Objectiva factam divergunt, in Foco ipsius existat.

Quodsi Oculum ad Vitrum Oculare propius admoveris, Objectum unicum toties videbis, quot cavitates Vitro Objectivo sunt intritæ, sed magnitudine minuta.

### PROBLEMA LIII.

473. *Laternam Magicam construere.* Tab. XL. Fig. 86.

#### RESOLUTIO.

1. Ex Lamina Ferrea Stanno obducta paretur Laterna ABCD cum Tubo ductio FG prorsus ut in Probl. 19 (§. 208).

2. In H constituatur Speculum Metallicum Concavum e Diametro unius pedis ad summum, ad minimum e Dia-

Diametro 4 digitorum. Vel ejus loco prope extremitatem Tubi aptetur Lens convexa, quæ sit segmentum Sphæræ exiguæ, cujus scilicet Diameter paucorum digitorum.

3. In foco Speculi Concavi vel Lentis collocetur Lampas L cum Ellychnio Gossypino spissiore.

4. Tubo ad januam Laternæ afferruminate inferatur Lens utrinque Convexa, quæ sit minoris Sphæræ segmentum, seu Focum habeat 3 circiter digitis distantem.

5. Tubi ejusdem pars extrema FM sit quadrata & crena latiore utrinque instructa, per quam Asserculus quadratus oblongus NO commodè trahij & hunc illucque moveri possit.

6. In Asserculo fiant foramina rotunda P unius vel alterius digiti; ita tamen ut in parte averfa Cavitates sint quadratæ.

7. Pro amplitudine foraminis delineetur in Vitro Plano quadrangulæ ac tenui Orbiculus & in eo coloribus aqueis ac pellucidis pingatur Imago quæcunque.

Quodsi Imaginem cavitati Asserculi immissam & inversam ita constituas, ut non procul a Foco Lentis I distet; in opposito pariete albo prodigiosa magnitudine, suis cum coloribus, situ erecto, in loco obscuro depingetur.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam Lampade in Foco Speculi Concavi vel Vitri alicujus Convexi collocata Radii paralleli propagantur (§. 224 Catoptr. & §. 203 Dioptr.), Ima-

go multo Lumine illustratur (§. 213 Ca. Tab. toptr. & 86 Opt.), adeoque multos Radios in Lentem I emittit. Quoniam vero prope Focum Lentis I collocatur, per hypothes. ex Demonstratione Probl. 44 (§. 439) manifestum est, quod Picturæ inversæ Imago inversa, ipsaque multo major, post refractionem in Lente I factam in opposito pariete formari debeat, tanto nempe major, quo minoris Sphæræ segmentum Lens fuerit, & quo propius Pictura Foco Lentis admovetur. In loco igitur obscuro Pictura prodigiosa magnitudine & satis clare representatur. *Q. e. d.*

#### Aliter.

Factis singulis, quæ ante præcepimus, Tubo ductitio FG inferatur Lens altera Convexa K, quæ sit paulo majoris Sphæræ segmentum quam I. Quodsi enim Pictura Lenti I propius admoveatur, quam in distantia Foci, Radii divergentes ita propagantur, ac si ex P emanarent. Quare si Lens K ita constituitur, ut locus P sit Foco ejus valde vicinus, eodem, quo ante, modo patet, Imaginem Picturæ multo majorem in opposito pariete exhibitum iri.

#### SCHOLION I.

474. Ad Lumen intendendum Specula præferuntur Lentibus, quia Focus minori intervallo removetur a Speculo quam a Lente (§. 209 Catoptr. & §. 168, 193 Dioptr.).

#### SCHOLION II.

475. DECHALES (a) Lentem primam I probat, si fuerit e Diametro 2, 4 aut 5 digitorum

Mm 2 rum

(a) Dioptr. Lib. II. C. 20. f. 608. Tom. III. Mund. Mathem.

Tab. rum & ad alteram K in ratione subdupla, e.  
 XI. gr. si I fuerit 5 digitorum, ut K sit 10 digito-  
 Fig. 86. rum. Speculi Diameter juxta eundem 2 di-  
 gitorum esse debet. ZAHNIUS (a) Lentem I  
 jubet esse ex Diametro  $\frac{2}{10}$  unius pedis &  
 Lentem K ex Diametro unius pedis &  $\frac{1}{2}$ ; in  
 majoribus illam ex Diametro unius pedis &  
 $\frac{3}{4}$ , banc ex Diametro pedum duorum &  $\frac{1}{4}$ .  
 Enimvero in genere notandum est, quacun-  
 que in Instrumentis Dioptrici de Vitrorum  
 proportionibus dicta sunt, non ita præcipi,  
 quasi iis stricte sit inhaerendum, sed ut faci-  
 lius ad Vitrorum commodam combinationem  
 in praxi pervenire detur.

(a) In Oculo Artific. Fund. 3. Synt. 5. C. 5. f. 7. 8.

## SCHOLION. III.

476. Quodsi Animalcula quædam eo arti-  
 ificio includas, quod supra in Microscopiorum  
 doctrina exposuimus (§. 421), vel etiam Ob-  
 jecta alia transparentia Selenitidis folio agglu-  
 tinata in Imaginum loca substituas; Latera  
 Magica Microscopii vicem præstabit.

## SCHOLION IV.

477. Denique si eundem Tubum cum suis  
 Vitris Convexis & Imaginibus ad foramen  
 Camera obscuræ applices; in ea quoque repræ-  
 sentationes ad Lumen Solare fieri poterunt.

## CAPUT IX.

## De Perspicillis &amp; Dioptrica Analytica.

## DEFINITIO XL.

478. *Perspicilla* dicuntur Lentes  
 Dioptricæ, quibus utimur ad  
 corrigenda Optica Oculorum vitia. Di-  
 cuntur etiam *Conspicilla*.

## THEOREMA LXXVIII.

479. *Myopibus* conveniunt *Perspi-*  
*cilla Concava*, sive *Plano-concava* fue-  
 rint, sive utrinque *Concava*.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Objecta remota per Radios  
 ad sensum parallelus (§. 23 *Optic.*),  
 vicina per divergentes in Oculum ra-  
 dian (§. 59 *Optic.*); Myopes vero vici-  
 na distincte, remota nonnisi confuse vi-  
 dent (§. 384 *Optic.*); iidem non vident  
 distincte nisi per Radios divergentes,

confuse vero per parallelus. Quamob-  
 rem cum Lentes tam Plano-concavæ  
 (§. 280), quam utrinque Concavæ Ra-  
 dios parallelus per refractionem effi-  
 ciant divergentes (§. 282), ut perinde  
 sit ac si ab Objecto vicino venirent; Myo-  
 pes per Perspicilla Cava, sive fuerint  
 Plano-Concava, sive utrinque Conca-  
 va, Objecta remota distincte videre pos-  
 sunt. Medetur itaque Perspicillum isti-  
 usmodi ipsorum vitio (§. 384 *Optic.*);  
 consequenter Myopibus conveniunt  
 Perspicilla Concava, sive Plano-Con-  
 cava fuerint, sive utrinque Concava.  
 Q. e. d.

## DEFINITIO XLII.

480. *Magis Myops* dicitur, qui ad  
 minorem distantiam Objectum videt  
 distincte. SCHOLION

SCHOLIION.

481. Ponamus distantiam, ad quam collocatum Objectum distincte videtur primum a Titio, esse ad distantiam, qua ab Oculo Sempronii idem removeri debet, ut distincta evadat Visio, in ratione dupla; erit Sempronius magis Myops quam Titius.

THEOREMA LXXIX.

482. Magis Myopi conveniunt Perspicilla minoris Diametri seu Radii; ast minus Myopi Perspicilla majoris. Diametri seu Radii.

DEMONSTRATIO.

Perspicilla enim minoris Diametri aut Radii Radios parallelos, adeoque ab Objecto remoto advenientes (§. 93. Optic.), efficiunt magis divergentes, quam quæ sunt Diametri aut Radii majoris (§. 280, 284). Quamobrem cum magis Myops ad minorem distantiam Objecta videat distincte (§. 480.), adeoque magis Myopem per Radios magis divergentes distincte videre constet, quam minus Myopem; Perspicilla minoris Diametri conveniunt magis Myopi, quæ vero sunt majoris Diametri minus Myopi. Q. e. d.

PROBLEMA LIV.

483. Determinare Semidiametrum Perspicilli utrinque Concavi, vel Diametrum Plano-concavi pro Myope quocunque.

RESOLUTIO.

Removeatur Objectum aliquod ab Oculo, quoad absque ullo incommodo distincte videri potest, ut appareat; quanto distare ab Oculis intervallo debeat Objectum, ut distincte a Myope, cujus vitio mederi volueris, videri possit.

Dico hanc ipsam distantiam esse Diametrum Perspicilli Plano-concavi, vel Semidiametrum utrinque Concavi Oculo Myopis applicandi.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim Objecta remota radiant per parallelos Radios (§. 93. Optic.), si Perspicillum fuerit Plano-concavum, Punctum dispersus refractorum Diametri Concavitate intervallo ab eodem distat (§. 280); si vero fuerit utrinque Concavum, idem Semidiametri Concavitate intervallo abest (§. 285). Enimvero in casu priori, distantia Objecti a Myope distincte videndi Diametro Concavitate; in posteriori autem Semidiametro ejusdem æqualis per construct. Ergo objectum remotum a Myope in casu priore distincte videtur per Perspicillum Plano-concavum; in posteriore autem per utrinque Concavum. Q. e. d.

SCHOLIION.

484. Quodsi Perspicillum ponatur inæqualiter Concavum, Diameter Concavitate unius pro arbitrio assumenda, quemadmodum ex Problemate sequente apparet.

PROBLEMA LV.

485. Data distantia, ad quam Myops distincte videt Objectum, invenire Specillum utrinque inæqualiter Concavum Myopi conveniens ad distincte videndum Objecta remota.

RESOLUTIO.

Sit distantia data =  $d$ , Semidiameter Concavitate unius =  $x$ , alterius =  $y$ . Quoniam illa distantia æqualis est distantia Puncti dispersus, quemadmodum ex Demonstratione Propositionis præcedentis patet; erit (§. 284)

$$Mm \ 3 \quad x+y:$$

$$\begin{array}{r} x + y : 2x = y : d \\ \hline 2xy = dx + dy \\ \hline 2xy - dy = dx \\ \hline dx \\ \hline y = \frac{dx}{2x - d} \end{array}$$

Quodsi ergo Semidiameter Concavitas unius  $x$  pro arbitrio assumatur, altera  $y$  per Regulam trium invenitur inferendo scilicet:

Ut differentia distantie, ad quam Myops distincte videt Objecta, a Diametro Concavitas unius, ad eandem distantiam; ita Semidiameter istius Concavitas, ad Semidiametrum Concavitas alterius.

#### SCHOLIUM.

486. Quoniam quæ de Perspicillis Presbytarum demonstranda sunt, ex Theoria superiori non sine ambagibus deducerentur; igitur placet præmittere, quæ ad Dioptricam Analyticam spectant. Etsi enim in superioribus quoque usi fuerimus hinc inde Analyti ad Demonstrationes vel contrahendas, vel facilitandas; potest tamen Focus, & Punctum dispersus generali quadam Formula determinari, ut specialia Theoremata, ex eadem per modum Corollariorum deducantur.

#### PROBLEMA LVI.

Tab. XII. Fig. 99. 487. Invenire distantiam Foci a Lente Ef, in quo Radii post duplicem Refractionem in Lente utrinque, sed inæqualiter Convexa concurrunt.

#### RESOLUTIO.

Sit Axis Lentis KL recta AF, Radius incidens AD, Centrum Convexitatis inferioris C, superioris e. Sit F Punctum, ad quod tendit Radius post primam Refractionem in D passam, f vero Focus,

Tab. XII. Fig. 99. seu Punctum, in quo post alteram Refractionem in H factam Axi occurrit. Ex centro e demittantur in Radium in superiorem Convexitatem incidentem & in Radium semel refractum, perpendiculares eP & eQ, itemque ex Centro C in Radium semel refractum FM & bis refractum fN perpendiculares CM & CN; tandem ex H & D perpendiculares ad Axem DI & HG. Quoniam Radius AD ab Axe parum distat, adeoque Angulus A contemnibilis parvitatæ existit; erit ID etiam ad AD & GH ad FH perpendicularis. Ex eadem ratione AD = AB = AI, DF = IF = BF, HF = EF = GF & Hf = Ef = Gf.

Sit jam AB = d, Bc = a, EC = b, BE = f, BF = x, EF = v, Ef = z, eP = r, CM = t : erit Ac = d + a, FC = v + b, fC = x - a = b + z.

Quoniam sumto eD pro Sinu toto, eP est Sinus Anguli inclinationis eDP (§. 12 Dioptr. & §. 2 Trigon.) & eQ Sinus Anguli refracti eDF (§. 14 Dioptr. & §. 2 Trigon.); erit eP : eQ = 3 : 2 (§. 26), adeoque eQ =  $\frac{2}{3}r$ . Similiter cum CM sit Sinus Anguli inclinationis in egressu CHM & CN Sinus Anguli refracti ibidem CHN; adeoque CM : CN = 2 : 3 (§. 41); erit CN =  $\frac{3}{2}t$ .

Quia ID & eP perpendiculares ad eandem tertiam AP per demonstr. erunt inter se parallelæ (§. 256 Geom.), adeoque (§. 268 Geom.)

$$Ac : eP = AI : ID$$

$$d + a : r = d : \frac{dr}{d + a}$$

Simi-



Tab. XII. Fig. 99. Similiter quia ID & cQ parallelae (§. 256 Geom.); erit (§. 268 Geom.),  
FI : ID = Fc : cQ

$$x : \frac{dr}{d+a} = x-a : \frac{2}{3}r$$

$$\begin{aligned} \text{Unde } \frac{drx - adr}{d+a} &= \frac{2}{3}rx \\ 3drx - 3adr &= 2rdx + 2arx \\ drx - 3adr &= 2arx \\ \frac{drx - 2arx}{d-2a} &= 3adr \\ x &= \frac{3ad}{d-2a} \end{aligned}$$

Porro cum CM sit ipsi GH parallela (§. 256); erit (§. 268 Geom.)

$$FC : CM = FG : GH$$

$$v+b : t = v : \frac{tv}{b+v}$$

Denique quia CN ipsi GH parallela (§. 256 Geom.); erit (§. 268 Geom.)

$$fC : CN = fG : GH$$

$$b+z : \frac{2}{3}t = z : \frac{tv}{b+v}$$

$$\frac{2}{3}tz = \frac{btv + ztv}{b+v}$$

$$3bz + 3tzv = 2btv + 2tzv$$

$$3bz = 2bv - zv$$

$$\frac{3bz}{2b-z} = v = x - f$$

$$\frac{3bz}{2b-z} + f = x = \frac{3ad}{d-2a}$$

$$3bdz - 6abz + (2b-z)(df - 2af) = 6adb - 3adz$$

hoc est.

$$3bdz - 6abz + 2bdf - dfz - 4abf + 2afz = 6adb - 3adz$$

$$3adz + 3bdz - 6abz + 2afz - dfz = 6adb + 4abf - 2bdf$$

$$z = \frac{6adb + 4abf - 2bdf}{3ad + 3bd - 6ab + 2af - df}$$

Tab. XII. Fig. 99. Quodsi crassities Lentis *f* respectu Radiorum *a* & *b* atque distantiae Puncti radiantis *d* fuerit parvitatē contem-  
nendae, quemadmodum plerumque accidit & in Demonstrationibus Dioptrici supponi solet; erit

$$\begin{aligned} Ef &= \frac{6adb}{3ad + 3bd - 6ab} \\ &= \frac{2abd}{ad + bd - 2ab} \end{aligned}$$

### COROLLARIUM I.

488. Si Lens fuerit utrinque æqualiter convexa, erit  $a=b$ , adeoque  $Ef = \frac{2a_2d}{2ad - 2aa} = \frac{ad}{d-a}$ . Unde  $d-a : d = a : Ef$ , hoc est, ut differentia Semidiametri Convexitatis a distantia, quam habet Punctum radians a Lente, ad hanc ipsam distantiam; ita Semidiameter Convexitatum ad distantiam Foci a Lente.

### SCHOLIUM.

489. Cum Semidiameter Convexitatum sit distantia Foci principalis, Punctum vero Radicans in Lentem radiet per Radios divergentes; Corollarium hoc etiam ita esse potest: ut differentia distantiae Foci principalis a distantia Puncti divergentiae ad distantiam priorem, ita distantia posterior ad distantiam Foci minus principalis.

### COROLLARIUM II.

490. Quodsi Punctum radians minore intervallo a Lente distet quam Semidiametri Convexitatum; erit  $a > d$ , adeoque  $ad : (d-a)$  quantitas negativa (§. 33 Analysis); consequenter Focus cadit in eam partem, ad quam est Punctum radians, adeoque virtualis est, seu Radii ex eodem disperguntur post duplicem Refractionem. Est vero quemadmodum ante (§. 488): ut differentia Semidiametri Convexitatum seu distantiae Foci principalis & distantiae Puncti radiantis ad distantiam Puncti radiantis, ita

Tab. XII. ita distantia Foci parallelorum ad distantiam Puncti dispersus seu Foci virtualis minus principalis. Fig. 99.

### COROLLARIUM III.

491. Si Lens fuerit Plano-convexa, Semidiameter Convexitatis unius  $b$  evadit infinita, adeoque in formula  $\frac{zabd}{ad + bd - 2ab}$  quantitas  $ad$  respectu ceterarum evadit infinite parva, consequenter nihilo æqualis (§. 3. *Analys. infin.*). Habemus adeo pro distantia Foci Radiorum ab Axe divergentium seu minus principalis,  $\frac{zabd}{bd - 2ab}$  seu

$\frac{zad}{d - 2a}$ . Quamobrem & in hoc casu, ut differentia Diametri Convexitatis a distantia Puncti divergentiæ seu Puncti radiantis ad hanc ipsam distantiam, ita Diameter Convexitatis, hoc est, distantia Foci principalis ad distantiam minus principalis; quemadmodum supra demonstravimus (§. 214).

### COROLLARIUM IV.

492. Quod si etiam hic Punctum Radians per Radios divergentes fuerit inter Lentem & Focum principalem seu a Lente minore intervallo distet, quam Focus principalis, erit  $2a > d$ ; consequenter patet ut paulo ante Formulam esse negativam, adeoque post duplicem Refractionem Radios dispergi. Est autem denuo, ut differentia distantie Puncti radiantis a Diametro Convexitatis seu distantia Foci principalis ad distantiam priorem, ita Diameter Convexitatis seu distantia Foci principalis ad distantiam Puncti dispersus, ex quo post duplicem Refractionem divergent Radii, seu distantiam Foci virtualis minus principalis.

### COROLLARIUM V.

493. Sive igitur Lens fuerit Plano-convexa, sive utrinque æqualiter Convexa, Radii ex Puncto inter Lentem & Focum principalem in Axe constituto divergentes post

duplicem Refractionem ita disperguntur, ut distantia Puncti dispersus sit ad distantiam Foci principalis, uti distantia Puncti divergentiæ ad differentiam ejus a distantia Foci principalis (§. 490, 492 *Dioptr.* & §. 173 *Arith.*), adeoque Lentium Convexarum, sive Plano-convexæ, sive utrinque æqualiter Convexæ fuerint, ea est proprietas, quod Radios ex vicinia advenientes ita inflectant ac si e Puncto remotiori emanassent.

### SCHOLION.

494. Atque hæc est illa ipsa proprietas, qua nititur usus Perspicillorum Convexorum pro Presbytiis: quæ cum per Dioptricam Analyticam citra difficultatem pateat, ex Principiis autem superioribus difficulter demonstretur, quemadmodum ex HUGENII Demonstratione Syntetica palam fit (a); Analytica demonstrari debuit, ut rectius pateat, quam amplius fit Dioptrice Analytica usus, & quantum conducatur illis, qui brevi labore omnem Theoriam complecti voluerint.

### COROLLARIUM VI.

495. Quoniam  $b$  est Radius Convexitatis inferioris CE; si  $b$  supponatur quantitas infinita, Convexitas Lentis Plano-convexæ Puncto radiantis opponitur. Quod si vero  $a$  seu Semidiameter Convexitatis superioris cB fuerit infinita, Superficies Lentis Plana Obiecto obvertitur. In casu posteriori cum distantia Foci minus principalis sit  $2bd$ : ( $d - 2b$ ) & ubi  $2b > d$ , Focus minus principalis tantummodo virtualis est; perinde esse apparet, sive Lentis Plano-convexæ planities, sive Convexitas Puncto radiantis ex quo Radii divergunt, obvertatur (§. 49 & seqq.).

### COROLLARIUM VII.

496. Si Vitrum fuerit utrinque Planum, erit uterque Radius Convexitatis infinitus, hoc est, tam  $a$ , quam  $b = \infty$ , consequenter

(a) Dioptr. Prop. 20. p. 67. & seqq. Opusc. Posth.

consequenter foci distantia  $= \frac{2abd}{-2ab} = -d$ .

Cadit adeo, ob signum negativum, Focus versus eam partem, ad quam est Punctum radians, adeoque nonnisi virtualis est, & distantia ejusdem a Vitro est æqualis distantia Puncti radiantis, hoc est, Radii post Refractionem adhuc ex eo Puncto divergunt, ex quo ante Refractionem divergebant; consequenter situs eorum ad se invicem per Refractionem in Lente non immutantur.

### COROLLARIUM VIII.

497. Si Radii sint paralleli, distantia Puncti radiantis  $d$  infinita evadit, adeoque  $2ab$  respectu quantitatum ceterarum evanescit, consequenter distantia Foci principalis  $\frac{2abd}{ad+bd} = \frac{2ab}{a+b}$ , hoc est, summa Semidiametrorum Convexitatis est ad Diametrum alterutram, sicuti Semidiameter altera ad distantiam Foci principalis, sicuti supra demonstratum (§. 189).

### COROLLARIUM IX.

498. Quodsi porro Lens fuerit utrinque æqualiter Convexa; hoc est, si  $a = b$ ; erit distantia Foci principalis  $= \frac{2a^2}{2a} = a$ , hoc est, Semidiametro Convexitatis æqualis, quemadmodum itidem supra evicimus (§. 193).

### COROLLARIUM X.

499. Si vero fuerit Semidiameter alterutra, veluti  $b$ , infinita, erit distantia Foci principalis  $= \frac{2ab}{b} = 2a$ , vel si  $a$  ponatur infinita,  $= \frac{2ab}{a} = 2b$ , hoc est, Diametro æqualis; siue Superficies Convexa, siue Concava Puncto radianti opponatur: id quod denuo convenit iis, quæ in Superioribus demonstrata sunt (§. 192, 196).

### SCHOLION.

500. Eadem Formula facile quoque applicatur ad Meniscos & Vitra Concava, mutatis tantummodo signis, quemadmodum ex sequentibus apparet.

### COROLLARIUM XI.

501. Quodsi Lens fuerit utrinque Concava, Centrum Concavitatis superioris est superius, inferioris inferius, adeoque uterque Radius fit in Formula negativus. Quamobrem si pro  $a$  &  $b$  substituas  $-a$  &  $-b$ ; procedit distantia Foci  $\frac{2abd}{-ad-bd-2ab}$ ; qui valor cum sit negativus, evidens est, Focum esse nonnisi virtuale. Nempe Focus virtualis eodem intervallo distat a Lente Concava, quo Focus seu Punctum concursus in Convexa (§. 487).

### SCHOLION.

502. Nimirum si valores negativi sumantur ut positivi (id quod in determinanda distantia Foci principalis fieri debet, cum signum negativum tantummodo indicet Foci distantiam sumendam esse ex altera parte, scilicet hic ante Lentem) terminus ultimus  $2ab$  retinet signum negativum, quod habet ex Formula, non ex valore Radiorum  $a$  &  $b$  negativo (§. 34 Analyt.).

### COROLLARIUM XII.

503. Quodsi jam fiat  $a = b$ , seu Lens ponatur utrinque æqualiter Concava;

erit distantia Foci virtualis  $\frac{2a^2d}{-2ad-2a^2} = \frac{ad}{-d-a} = \frac{-ad}{d+a}$ , hoc est, ut differentia

Semidiametri Concavitatis seu distantia Foci virtualis principalis a distantia Puncti radiantis ad hanc ipsam distantiam, ita distantia Foci virtualis principalis ad distantiam Foci virtualis minus principalis; consequenter in Lente utrinque æqualiter Concava Focus virtualis minus principalis tanto intervallo a Lente distat, quanto ab utrinque æqualiter Convexa removetur principalis (§. 488).

## COROLLARIUM XIII.

504. Quodsi Radius Concaviratis superioris  $a$  evadat infinitus, Lens fit Plano-concava & Superficies Plana obvertitur Puncto radianti, consequenter in Formula (§. 501)  $bd = 0$  & hinc distantia Foci virtualis minus principalis  $= \frac{2abd}{ad - 2ab} = \frac{2bd}{d - 2b}$ .

Et si  $b = \infty$ , erit  $ad = 0$ , adeoque distantia Foci virtualis minus principalis  $= \frac{2ad}{d - 2a}$ . Focus adeo virtualis minus principalis eodem intervallo distat a Lente Plano-concava, quo Focus minus principalis removetur a Lente Plano-convexa (§. 495), ac perinde est, sive Superficies Plana, sive Concava Lentis obvertatur Puncto radianti.

## COROLLARIUM XIV.

505. Quodsi distantia  $d$  infinita evadat, Radii evadunt paralleli: tum vero  $2ab$  evadit infinite parva quantitas respectu ceterarum, & hinc distantia Foci virtualis

$= \frac{2abd}{ad + bd} = \frac{-2ab}{a + b}$ , hoc est, ut summa Semidiametrorum Concaviratis ad Diametrum alterutram, ita Semidiameter altera ad distantiam Foci virtualis.

## COROLLARIUM XV.

506. Si porro Lens fuerit utrinque æqualiter concava, nempe  $a = b$ ; erit distantia Foci virtualis  $\frac{2a^2}{2a} = a$ ; hoc est, Semidiametro Concaviratis æqualis.

## COROLLARIUM XVI.

507. Si Lens fuerit Plano-concava, erit Semidiameter alterutra infinita, veluti  $b = \infty$ , tuncque Semidiameter altera  $a = 0$ , consequenter distantia Foci virtualis  $= -\frac{2ab}{b}$   $= 2a$ . Et eodem modo patet, si  $a = \infty$ , fore distantiam Foci virtualis  $= -2b$ . Sive igitur Lentis Plano-concavæ Superficies concava, sive plana Puncto radianti ob-

vertatur, Focus virtualis Diametri intervallo ab eodem removetur. Tab. XII. Fig. 39.

## COROLLARIUM XVII.

508. Quodsi Radius  $CB = a$ , evadit negativus, Superficies superior evadit concava, adeoque Lens convertitur in Meniscum, cujus Superficies concava Objecto ob-

vertitur & distantia Foci erit  $= \frac{-2abd}{ad - bd + 2ab}$ .

si vero Radius  $CE = b$  evadit negativus, Superficies inferior evadit concava, adeoque Lens convexa in Meniscum abit, cujus Superficies convexa Puncto radianti obvertitur, eritque distantia Foci  $= \frac{-2abd}{bd - ad + 2ab}$ .

Perinde igitur est, sive Menisci pars convexa, sive concava Puncto radianti obvertatur. Valor Formulæ positivus est, si  $ad > bd + 2ab$ ; negativus, si  $ad < bd + 2ab$  (§. 33, 34 Anal. fin.), adeoque in casu prioris Focus realis, in posteriori nonnisi virtualis.

## COROLLARIUM XVIII.

509. Sit  $a = b$ , seu Semidiameter Concaviratis Semidiametro Convexitatis æqualis; erit

distantia Foci  $= \frac{-2a^2d}{ad + 2a^2 - ad} = \frac{-2a^2d}{2a^2} = -d$  vel  $= \frac{-2b^2d}{bd + 2b^2 - bd} = \frac{-2b^2d}{2b^2} = -d$ , adeoque

Focus virtualis est in loco Puncti radiantis & tum Meniscus æquivalet Vitro Plano, sive Convexitas, sive Concavitas Puncto radianti obvertatur.

## COROLLARIUM XIX.

510. Sit  $b = 3a$ , seu Semidiameter Concaviratis tripla Semidiametri Convexitatis, erit distantia Foci  $= \frac{-6a^2d}{ad - 3ad + 6a^2}$ .

$= \frac{-6a^2d}{6a^2 - 2ad} = \frac{-3ad}{3a - d}$ , quæ quantitas positiva, si  $d > 3a$ , negativa si  $d < 3a$ , adeoque in casu primo Focus realis, in altero virtualis est, & Meniscus æquipollet Lenti utrinque æqualiter Convexæ, cujus Semidiameter Convexitatis  $= 3a$ , seu tripla Semidiametri Convexitatis Menisci  $a$ .

COROL.

COROLLARIUM XX.

511. Sit  $b = 2a$ , seu Semidiameter Concavitatis dupla Semidiametri Convexitatis, erit distantia Foci  $= \frac{-4a^2d}{ad-2ad+4a^2} = \frac{-2ad}{2a-d}$ , quæ quantitas positiva, si  $d > 2a$ , negativa si  $d < 2a$ , adeoque in casu priori Focus realis, in posteriori virtualis & Lens æquivalet Vitro utrinque æqualiter Concavo, cujus Semidiameter Concavitatis  $= 2a$  seu dupla Semidiametri Convexitatis (§. 491, 492).

COROLLARIUM XXI.

512. Fiat  $d = \infty$ , hoc est, Radii incident Axi paralleli; erit distantia Foci  $= \frac{-2ab}{a-b}$ , adeoque ut differentia Semidiametrorum Radium Convexitatis & Concavitatis ad Diametrum alterutram, ita Semidiameter altera ad distantiam Foci vel realis, vel virtualis, prouti  $b > a$  vel  $b < a$ , quemadmodum supra reperimus (§. 299).

COROLLARIUM XXII.

513. Sit  $a = b$ , seu Semidiameter Convexitatis Semidiametro Concavitatis æqualis; erit  $\frac{-2a^2}{a-a} = -\frac{2a^2}{0} = \infty$  (§. 110 Anal. infin.), seu Focus virtualis infinito intervallo distat, hoc est, Radii post Refractionem adhuc manent paralleli.

COROLLARIUM XXIII.

514. Sit  $b = 3a$ , seu Semidiameter Concavitatis tripla Semidiametri Convexitatis, erit  $\frac{-6a^2}{a-3a} = -\frac{a^2}{-2a} = 3a$ , hoc est, distantia Foci realis Semidiametro Concavitatis æqualis, adeoque Meniscus æquipollet Vitro utrinque Convexo, cujus Semidiameter tripla Semidiametri Convexitatis Menisci, quemadmodum supra reperimus (§. 304).

COROLLARIUM XXIV.

515. Sit  $b = 2a$ , seu Semidiameter Concavitatis dupla Semidiametri Convexitatis, erit  $-\frac{4a^2}{a-2a} = 4a$ , adeoque Focus realis Diametri Concavitatis intervallo distat; consequenter Meniscus æquipollet Lenti Plano-convexæ; cujus Semidiameter dupla Semidiametri Convexitatis Menisci, quemadmodum supra reperimus (§. 304).

COROLLARIUM XXV.

516. Si  $a = 3b$  vel  $a = 2b$ , hoc est, Semidiameter Convexitatis fuerit tripla, vel dupla Semidiametri Concavitatis, erit in casu priore distantia Foci  $= -\frac{6b^2}{b-3b} = 3b$ , in altero  $= 6b$ , adeoque in casu priore Meniscus æquipollet Lenti utrinque Convexæ, cujus Semidiameter tripla Semidiametri Concavitatis Menisci, in posteriori Lenti Plano-concavæ, cujus Semidiameter dupla Semidiametri Concavitatis.

COROLLARIUM XXVI.

517. Menisci igitur minoris Diametri cum æquipolleant Lentibus convexis majoris Diametri adeoque Focum a Lente magis removeant (§. 514 & seqq.), immo cum haud difficulter inveniantur Meniscus, quæ Focum dato intervallo removeat (§. 310); illarum usus commodus videtur in Tubis prægrandibus, cum Lentibus convexæ majoris Diametri admodum difficulter poliantur.

SCHOLION.

518. Enimvero minuunt Menisci Campum Visionis, quemadmodum Telescopia Batava, adeoque Tubis longioribus minime conducunt.

THEOREMA LXXX.

519. Presbytiis conveniunt Perspicilla convexa.

DEMONSTRATIO.

Presbyta enim remota distincte, vicina confuse vident (§. 381 Optic.).

Nn 2 Quam-



Quamobrem cum Lentes Convexæ Radii a Puncto vicino advenientes ita inflectant, ac si e Puncto longinquo emanarent (§. 593); Presbytis Perspicilla Convexa conveniunt. *Q. e. d.*

## DEFINITIO XLII.

520. *Magis Presbyta* dicitur, qui ad majorem distantiam distincte videt Visibile; *minus Presbyta* appellatur, qui distincte videt ad distantiam minorem.

## SCHOLIUM.

521. *E. gr.* Sit distantia, qui terminus distinctæ Visionis est Sempronio, dupla distantia, ad quam Objectum distincte videt Titius; erit Titius magis Presbyta, quam Sempronius.

## THEOREMA LXXXI.

522. *Magis & minus Presbytis non conveniant Perspicilla ejusdem Convexitatis.*

## DEMONSTRATIO.

Magis enim Presbyta ad minorem distantiam Visibile distincte videt, quam minus Presbyta (§. 520). Jam cum Presbyta distincte videat Objectum vicinum, si Radii ab Objecto vicino advenientes ita inflectuntur, ac si ex termino distinctæ Visionis venirent (§. 493), idem vero Perspicillum Radios eodem modo incidentes diversimode inflectere nequeat; idem Perspicillum magis & minus Presbytis convenire nequit. *Q. e. d.*

## PROBLEMA LVII.

Tab. XII. Fig. 100. 523. *Data distantia AB, ad quam Presbyta distincte absque incommodo videt Visibile, invenire Diametrum Perspicilli Convexi eidem convenientis.*

## RESOLUTIO.

Quæatur ad CB differentiam inter distantiam termini distinctæ Visionis datam & AC distantiam Objecti vicini, quod a Presbyta confuse videtur, atque hanc ipsam distantiam AC tertia proportionalis CF; dico AF esse Semidiametrum Perspicilli utrinque Convexi vel Diametrum Plano-convexi Presbytæ conveniens.

## DEMONSTRATIO.

Etenim si Presbyta distincte videre debet Objectum in C collocatum, ita inflectendus erit Radius, vi refractionis in Perspicillo passæ, ac si ex Puncto B veniret, qui terminus est Visionis distinctæ. Ponamus in F esse Focum principalem ejus Lentis, per quem Presbyta Objectum in C collocatum distincte videt; erit AC: CF = AB: AF (§. 493); consequenter AC: AB = CF: AF (§. 173 *Arithm.*). Quamobrem cum porro sit BC: AC = AC: CF (§. 193 *Arithm.*); patet AF esse Foci principalis distantiam, adeoque Semidiametrum Perspicilli utrinque Convexi (§. 498), sive Diametrum Plano-convexi pro Presbyta (§. 499). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

524. Quod si quis fuerit magis Presbyta; distantia AB major est, quam si fuerit minus Presbyta (§. 520); consequenter cum distantia AC pro utroque Presbyta sit eadem; AC ad CF majorem rationem habebit, si quis fuerit magis Presbyta, quam minus Presbyta (§. 203 *Arithm.*); consequenter in priori casu CF minor, quam in posteriori (§. 206 *Arithm.*), & hinc AF in isto minor, quam in hoc (§. 90 *Arithm.*).

*Arithm.*). Magis itaque Presbyta conveniunt Perspicilla minoris Diametri; minus Presbyta quæ sunt Diametri majoris, seu magis Presbyta conveniunt magis Convexa, minus Presbyta minus Convexa.

PROBLEMA LVIII.

525. *Perspicilla Presbytis ac Myopibus convenientia seligere.*

RESOLUTIO.

Presbyta successively Perspicilla diversæ Convexitatis, Myops Perspicilla diversæ Concavitatis Oculis præfigat. Quodsi absque ullo incommodo clare ac distincte videre possit Objectum; Perspicilla Oculo conveniunt. Quodsi vero Oculi dolent vel lachrymantur; eadem minime conveniunt.

*Aliiter.*

Quodsi commode explorare volueris, qualis Sphæricitatis Perspicillum conveniat Oculo cujuscunque Presbyta, vel Myopi, Lentes probatoriæ tam Plano-Concavæ, quam Plano-convexæ parentur hoc modo.

1. Vitrum quoddam Orbiculare exacte poliatur & ex altera parte Superficies Plana eidem inducatur:

2. Ex altera vero in diversis Catinis eidem interantur Limbi diversæ Sphæricitatis ad Centrum usque continuo crescentis, quod occupat Lenticula maximæ Sphæricitatis. Limbi isti convexi fiunt in usum Presbytarum, Concavi in usum Myopium. Quodsi Lentem istiusmodi probatoriam Oculo admoveris, extemplo apparebit, per quemnam Limbum clare & distincte videas Objectum, consequenter qualis Oculo conveniat Sphæricitas.

THEOREMA LXXXII.

526. *Presbyta distincte vident Objectum in Foco Lentis cujuscunque Convexa collocatum.*

DEMONSTRATIO.

Presbyta enim cum clare ac distincte videant Objecta remota (§. 381 *Optic.*); distincte vident quæ radiant per Radios parallelos (§. 94 *Optic.*). Quamobrem cum Objectum in Foco Lentis cujuscunque Convexæ positum radiet per Radios parallelos (§. 203); Presbyta distincte vident Objectum in Foco Lentis cujuscunque Convexæ collocatum:

C A P U T X.

*De Poliendis Vitris.*

PROBLEMA LIX.

527. *Catinos ad polienda Vitra commodos parare.*

RESOLUTIO.

- Tab. XI. Fig. 87. 1. Ex Orichalco, Cupro, Ferro vel Ligno fiat segmentum Circuli eo Radio descriptum, qui Cavitati Catini desiderati respondet. Describitur autem segmentum minus Circino X;

mediocre, cujus nempe Radius est aliquot pedum, Virga Ferrea circa Punctum fixum mobili & Stylo incisorio in altera sui extremitate instructa; maximum denique, cujus Semidiameter 12 pedibus major, Cortice Saligneo interiore per modum filii extenso & Annulo Orichal-

chalceo & Ferreo affixo, in altera vero sui extremitate Stylo incisório aut Plumbagine instructo, quia is magis extendi nequit, si multum, quam si parum trahatur.

2. Ex Lamina Ferrea vel Cuprea a Fabro cudatur Catinus, donec ejus Cavitas undiquaque congruat Convexitati segmenti. Quod si vero ex Orichalco aut Ære Catinum fundi malueris, tum ea tenenda sunt, quæ de fundendis Speculis Concavis (§. 201 *Catoptr.*) præcepimus.

Tab. 3. Catini ita formati figura perficiatur  
XI.  
Fig. 88.

- Torno, quo Figuli Vasorum stanneorum in conficiendis Patinis ac Discis utuntur, aut super Modulo lapideo A Virgæ ferreæ per Rotam radiatam BC transeunt & ope Rotæ dentatæ DE ac Manubrii F versatili.
4. Quando Catinus Convexitati Moduli lapidei arenacei, quo in Machina teritur, undiquaque congruit, a Machina removeatur & Asseri Ligneo Plumbo onusto, si opus fuerit, agglutinetur ac Arena subtiliori per Cribrum trajecta, ne grana sint inæqualia & Superficiem Catini vitient, tamdiu super Modulo lapideo teratur, donec sulci residui tollantur.
5. Tandem Vitra majora ope Arenæ subtilioris per Cribrum trajectæ in Catino terantur, donec ejus Superficies satis lævigata motum Vitri nullibi remoretur.

#### SCHOLIUM I.

528. *Segmenta lignea optime parantur*

ex pyro, & ne distorta figuram mutant, majorum crassities unius fere sit digiti; prope Peripheriam tamen ex una parte dedolandum est segmentum, ut vix decima digiti crassities margini relinquatur & Faber adeo Catinorum figuram commodius & exactius examinare queat.

#### SCHOLIUM II.

529. Ad facilitandum motum Torni Mechanica subsidia desiderata suppeditat.

#### SCHOLIUM III.

530. Latitudo Catinorum tripla esse debet latitudinis Vitri poliendi. Minorum ea sit amplitudo, quæ motui manus polientis sufficiat.

#### SCHOLIUM IV.

531. Perfectum esse Catinum deprehendes, si pili longioris per latitudinem ejus extensi Umbra in Camera præsertim Obscura minime distorta appareat.

#### PROBLEMA LX.

532. *Vitra ad poliendum apta seligere.*

#### RESOLUTIO.

1. Imponatur Vitrum Chartæ mundæ, ita enim videbis, quonam colore inficiatur, & eodem tinctum esse Vitrum colliges. Vitandus autem color nimis fuscus. Et quoniam Vitrum candidissimum venas plerumque habet, & in Aere humescens sua sponte post aliquot annos polituram omnem amittit; HUGENIUS (a) optimum cæteris paribus judicat, quod subflavum, leviter rufum aut subviride apparet. HEVELIUS (b) leviter cœruleum probat.
2. Vitrum a Vesiculis, Arenulis, Venulis, Vorticibus ac Spiribus nocivis immune deprehendes, si Lumen Solare per id transmissum Charta alba excipiat: singuli enim navi per Umbras

(a) In Commentariis de formandis Vitris p. 273.

(b) In Prolegom. Selenogr. 14.

Umbras respondentes detegentur. Quodsi eosdem distinctius cognoscere libuerit, Lumen transmissum per Lentem convexam probatæ fidei trajiciatur, antequam ipsum Charta excipias, vel Candelæ accensæ oppositum per Lentem convexam respicias. Vitrum vero a Venulis ac Vorticibus liberum obtinebis, si Forcipes longiorum brachiorum in duo segmenta Sphærica cava desinentes materiæ vitreæ in furno colligatæ immittas & massam extractam in furno reverberii refrigerari sinas. Præstat etiam Vitrum, si duobus vel tribus diebus materia vitraria immota constiterit.

PROBLEMA LX.

533. *Vitrum ad trituram aptare.*

RESOLUTIO.

- Tab. XI. Fig. 89. 1. Si Vitra Lenticularia aut saltem Orbicularia ex Officina Vitraria non obtinueris, verum Tabulas vitreas; ope Adamantis in frustula quadrata Tabulæ dividantur, & si Vitrum adeo crassum fuerit, ut distringi nequeat, Tabula panno super mensam strato ita imponatur, ut pars EFCB ultra eam promineat. Ea enim si Instrumento quodam ferreo percutiatur, juxta ductum rectæ EF dissiliet. Et eodem modo frustulum quadratum EBhg a reliquis separabis. Si minor fuerit crassities, ope Cochleæ manuariæ IK idem commode præstabis.
2. In frustulo quadrato utrinque describantur Circino, qui crure Adamantino instructus, duo Circuli Concentrici, quorum interior habeat Diametrum Lentis desideratæ latitudini æqualem, exterior vero paulo majorem

rem & Anguli eodem, quo ante, modo separentur, inæqualitates minores residuæ ope Cotis in gyrum actæ tollantur. Tab. XI. Fig. 90.

3. Examinetur Vitrum ope Cochleæ manuariæ, an ubique æqualis sit crassities. Quodsi diversa deprehendatur, ad æqualitatem est reducenda, attritione super Lamina ferrea mediante Aqua & Arena facta.
4. Tandem Vitrum agglutinetur Capulo ligneo NMO, Coemento ex Pice & quarta parte Resinæ, vel ex una parte Ceræ & undecim partibus Colophonix parato. Debet autem Basis Capuli NO Vitro æqualis esse & Centrum Vitri cum ejus Centro congruere. Tab. XI. Fig. 91.

SCHOLIION.

534. *Lenticula minores, qualem in Microscopiis est usus, Cera sigillatoria Capulis suis agglutinantur.*

PROBLEMA LXI.

535. *Vitrum Convexum atterere & ad polituram disponere.*

RESOLUTIO.

1. Catinus Arena per Cribrum trajecta, ut grana sint æqualia, & madefacta, non tamen nimis, ope Lentis huic usui destinatæ æqualiter distribuenda, conspergatur & panno crassiori aliquoties complicato imponatur.
2. Capulo manu prehensio Vitrum super Catino in orbem agatur, ita tamen, ut successive aliis aliisque viis incedat, ne figura Catini depravetur, nec contra Catinum deprimatur.
3. Ubi Vitrum figuram Catini acquisivit, ipsum cum Capulo & Catino mun-

mundetur, ne quid Arenæ pristinæ ullibi adhæreat.

4. Catinus conspergatur primum Pulvere Smiridis madefacto & tamdiu Vitrum teratur, donec omnes inæqualitates fuerint sublata. Postea usui esse potest Arena Clepsydralis rubra per Secerniculum coacta, ut grana omnia sint æqualia. Notandum vero est, quod Arena nimis attrita ejici & in ejus locum alia recens substitui debeat. Alii utuntur Pulvere Smiridis successive subtiliori, vel etiam Silicis contusi, quo ad excitandum ignem uti solemus.
5. Tandem in Catino, qui minoris Sphæræ segmentum existit, mediante simili Arena teratur Vitrum, donec marginem obtinuerit declivorem.

*Aliter.*

Quoniam pressio in medium Vitri non satis exacte determinatur, si manu sola agitur Vitrum: ideo consultius est, ut utamur Machina sequente, præfertim ubi Vitra Objectiva sunt laviganda.

- Tab. XI. Fig. 92.
1. Catinus HI super Tabula Horizontali firmiter affigatur.
  2. Hujus Centro immincat foramen D, per quod
  3. Trajiciatur Stylus Ferreus 5 vel 6 digitos longus & Baculo AB infusus.
  4. Baculi AB extremum alterum infigatur foramini in Capulo C exciso atque intra ipsum firmetur.
  5. Hinc eodem manu prehenso, Vitrum, ut ante, in Catino mediante Arena madefacta teratur.

## SCHOLIION I.

536. Ne figura Catini depravetur, Vitrum supra ejus margines in motu suo ascendere debet.

## SCHOLIION II.

537. HUGENIUS (a) primum usus est Smiride crassa per Linteum Cameracense trajecta; deinde Smiridis Pulvere, qui intra spatium 40 aut 100 secundorum in Aqua fundum petit, ita tamen ut qualibet semibora aut quadrante aliquantum Pulveris demeret. Nunquam se usum esse fatetur Smiride 50 secundorum per  $\frac{3}{4}$  boræ, & dein per  $\frac{5}{4}$  boræ Smiride 400 secundorum & postea adhuc  $\frac{5}{4}$  boræ Smiride 45 minutorum.

## SCHOLIION III.

538. Pulvis e Silicibus in Mortario Ferreo contusus diversæ subtilitatis itidem obtinetur, si eum Aquæ immittas & Spatula Ligneâ aliquamdiu agites, colligasque Pulverem ad fundum Vasis certo temporis intervallo præcipitatum, Aqua in Vas aliud decantata.

## PROBLEMA LXII.

539. Vitra Convexa polire.

## RESOLUTIO.

Si Lentes fuerint Sphærarum minorum segmenta, veluti Lentes Oculares tam in Tubis, quam in Microscopiis,

1. Catinus AB agglutinetur Capulo Ligneo BF eodem cæmento, quo Lentes Capulo suo agglutinantur.
2. Paretur pulicula ex Hostiis, quibus in Sacra Cæna utimur, & fascia Chartæ tenuis D pro latitudine Lentis Cavitati Catini agglutinetur. Glutinis quoque loco esse potest Gummi in aqua solutum.
3. Chartæ affricetur Pulvis Terræ Tripolitanae & Lente probatoria exploretur, num forte granula quædam crassiora adsint sulcos datura.

4. Tan-

(a) In Commentariis de formandis Vitris, p. 279.



Tab. 4. Tandem Vitrum Capulo suo affixum  
XI. super Charta ex D moveatur versus  
393. C & in Aerem sublatum reducatur  
in D. Atque hæc Operatio tamdiu  
continuanda, donec Vitri politura  
censeatur perfecta.

II. Si Lentæ Objectivæ, quæ majorum  
inprimis Sphærarum segmenta exi-  
stunt, perpoliendæ; libera manu id  
nunquam efficies satis accurate.  
Construenda igitur est Machina se-  
quens.

Tab. 1. Construatur Tabula rectangula AK  
XL quatuor Fulcris firmiter inter se com-  
394. pactis innixa & in medio excindatur  
foramen quadratum, cui Cistula  
CD immittatur mediante Cochlea  
E ad arbitrium attollenda vel depri-  
menda, prout nempe usus tulerit.

2. In Cistula super panno crasso aliquo-  
ties complicato reponatur Catinus,  
cui ut ante Fasciâ Chartæ Pulvere  
Terræ Tripolitanae conspersa agglu-  
tinata.

3. Capulo F agglutinetur Vitrum poli-  
endum, & ut Vitrum sufficienter  
atque æquali propemodum vi ad  
Catinum apprimatur, Capulus intus  
excavetur cavitæque massa Plumbi  
infundatur.

4. Capulus inferatur Annulo ferreo G  
duobus corrigiis GH & GI annexo,  
quorum alterum GH ambiens duos  
Cylindros circa Axes suos conver-  
tibilis in H annectatur Scabello N,  
ut pede insistentis Capulus cum Vi-  
tro versus K adduci possit; alterum  
vero GI super Cylindrum M itidem  
mobilem ductum annexum habeat

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

Pondus I, quantum ad Capulum F  
versus K adductum retrahendum  
sufficit.

### PROBLEMA LXIII.

540. *Vitra Concava polire.*

#### RESOLUTIO.

Vitra Concava eodem modo poliuntur, Tab.  
quo Convexa, nisi quod loco Ca- XI.  
tini adhibeatur vel segmentum Sphæri- Fig. 95.  
cum A, vel Sphæra integra B, prout jam  
supra in Catoptrica (§. 204) docuimus.  
Movetur autem Modulus vel ope Ma-  
chinæ supra descriptæ (§. 527); vel ope  
alterius, qua ad Vitra Polyedra polienda  
utimur (§. 543); vel denique si plures  
Moduli eidem Virgæ infixi eodem arti-  
ficio, quo in Mola acuminaria utimur  
(§. 972 *Mechan.*).

### PROBLEMA LXIV.

541. *Vitra Plana polire.*

#### RESOLUTIO.

Vitra Plana eodem modo poliuntur,  
quo supra Specula Plana polire docui-  
mus (§. 43 *Catoptr.*).

#### SCHOLIUM.

542. *Non exigua difficultatis est perfectam Vitro planitiem inducere, quia Laminæ ferreae vel orichalceae superficiem exacte planam habentes nonnisi difficillime parantur. Unde Hævelius (a) majus artificium judicat Superficiem Vitro exacte planam quam cavam reddere.*

### PROBLEMA LXV.

543. *Vitra Polyedra polire.*

#### RESOLUTIO.

I. Construatur Machina, in qua ope Tab.  
Rotæ AB, mediante Cochlea D ad Af- XI.  
serculum Planum LM firmatæ, & ope Fig. 96.  
Cochleæ alterius BC, una cum Affe-  
culo huic illucve adducendæ atque

Oo Funis

(a) In Prolegom. Selenogr. f. 14.

Tab.  
XI.  
Fig. 96.

Funis ductarii EB movetur Axis FE per Tabulam quadratam NO quatuor Fulcris innixam transiens, cui in Cochleam desinenti infixum est Corpus Hemisphæricum ex Ligno tornatum HG cum Lamina Plana & Orbiculari G firmiter agglutinata.

2. Ex Ligno paretur Quadrans *abc*, crena *bc* excisa & Limbo interiore in gradus 90 diviso, cujus Radius sit trium circiter digitorum, latus vero *ab* excavatum, ut in Cochleam PN Tabulæ NO firmiter infixam intrudi & ad datam altitudinem in situ suo mediante Cochlea foemina *b* detineri possit.
3. Capulus Coniformis Q, cui Vitrum agglutinandum, affigatur Stylo QR per Tubulos R & S trajiciendo, quorum ille in Centro Quadrantis circa Axiculum fixum, hic intra crenam *bc* mobilis & ope Cochleæ in situ suo firmatur.
4. Vitrum ex ea parte, cui Plana diversa induci debent, in Catino ruditer attritum, donec Convexitatem aliquam acquisiverit, Capulo Q ad gradum Quadrantis decimum, si illud minus crassum, vel ad decimum quintum, si satis crassum fuerit, firmato agglutinetur.
5. Discus Planus G Arena minuta madafacta conspergatur, & ope manus sinistra Capulus Q cum Vitro ad eum apprimatur, ope dextræ Rota AB circumducatur: ita prima Planities Centro vicina atteretur.
6. Radio exiguo, sed arbitrariae magnitudinis *hf* in Lamella orichalcea describatur Circulus & ex ejus Centro *b* Radio dimidio *hi* alius minor. Inte-

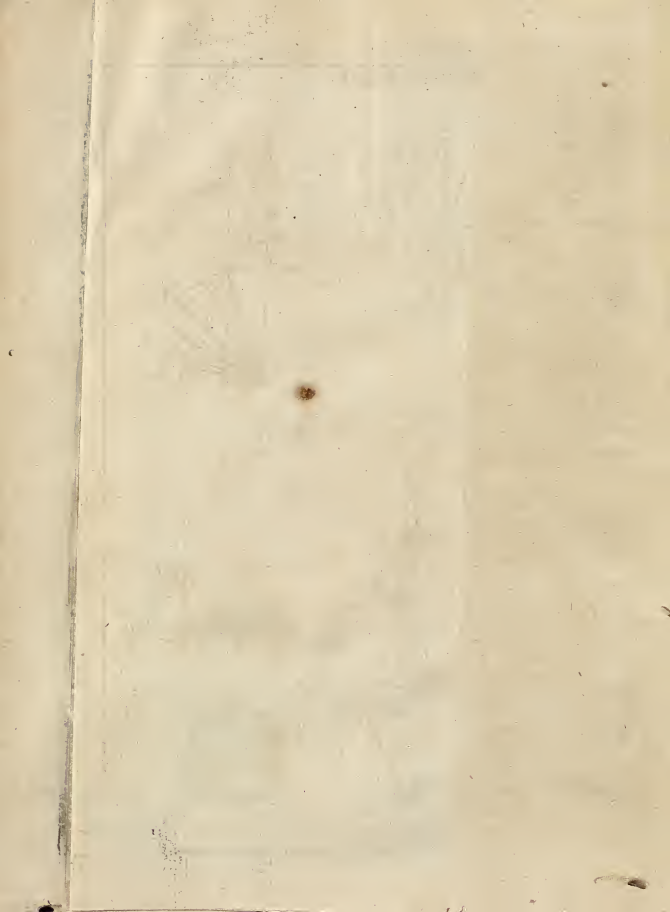
Tab.  
XI.  
Fig. 97.

rior dividatur in tot partes æquales, quot Plana circa Centrum X Lentis Polyedræ TV constitui debent, e. gr. in sex: qui idem Circulus una indicat Plana in secunda serie formanda, Circulus vero exterior dividatur in partes duplo plures, nempe 12 in nostro casu, quæ Planis in tertia serie respondent.

7. Lamella hæc, exciso foramine, applicetur ad Tubulum S & Stylo RQ prope eam infigatur ad Angulos rectos seta suilla, quæ una cum Stylo circa Centrum ejus mobilis.
8. Indiculus in prima Planitie inducenda primo divisionis Puncto Circuli interioris respondere debet; hæc vero inducta, Quadrante in eadem altitudine detento, promoveatur ad Punctum divisionis secundum & ita porro, ut reliqua primæ seriei Plana successive atterantur.
9. Ad Plana secundæ seriei inducenda Quadrans elevetur ad gradum vigesimum, si Vitrum fuerit tenue, sicut ad vigesimum quintum, immo trigessimum, si satis crassum. Reliqua fiant ut ante.
10. Ad Plana tertiæ seriei inducenda Quadrans elevetur ad gradum trigessimum si Vitrum fuerit tenue, aut ad trigessimum quintum, immo quadragesimum quintum, si satis crassum. Reliqua fiant ut ante, nisi quod Indiculus ad Puncta divisionis exterioris Circuli sit dirigendus.
11. Quod si plures Planorum series atterendæ, adhuc altius elevandus est Quadrans.

ELE:





# FIG. DIOPTR. TAB. II.

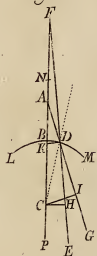
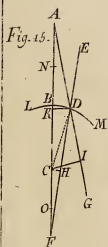
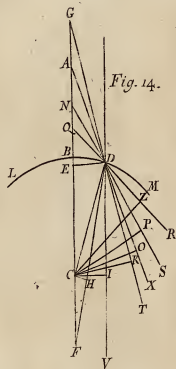
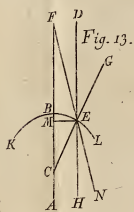
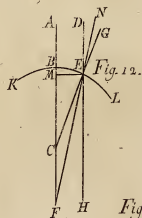
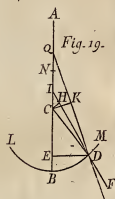
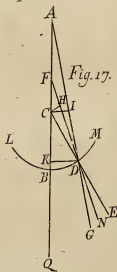
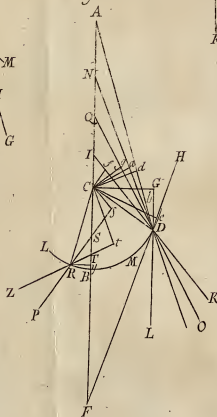
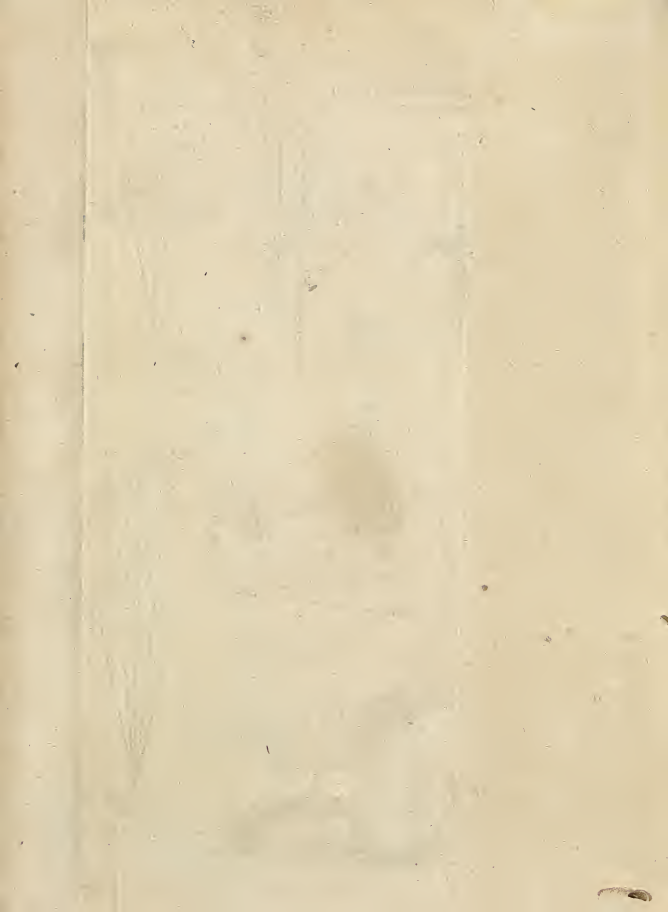


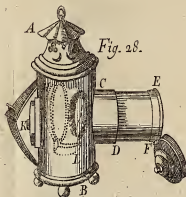
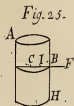
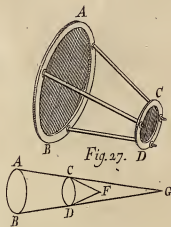
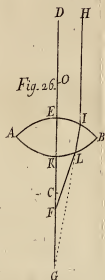
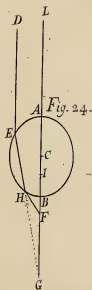
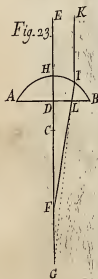
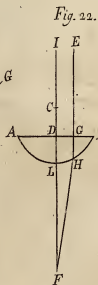
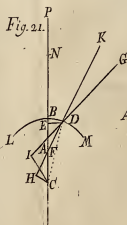
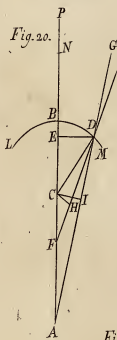
Fig. 18.

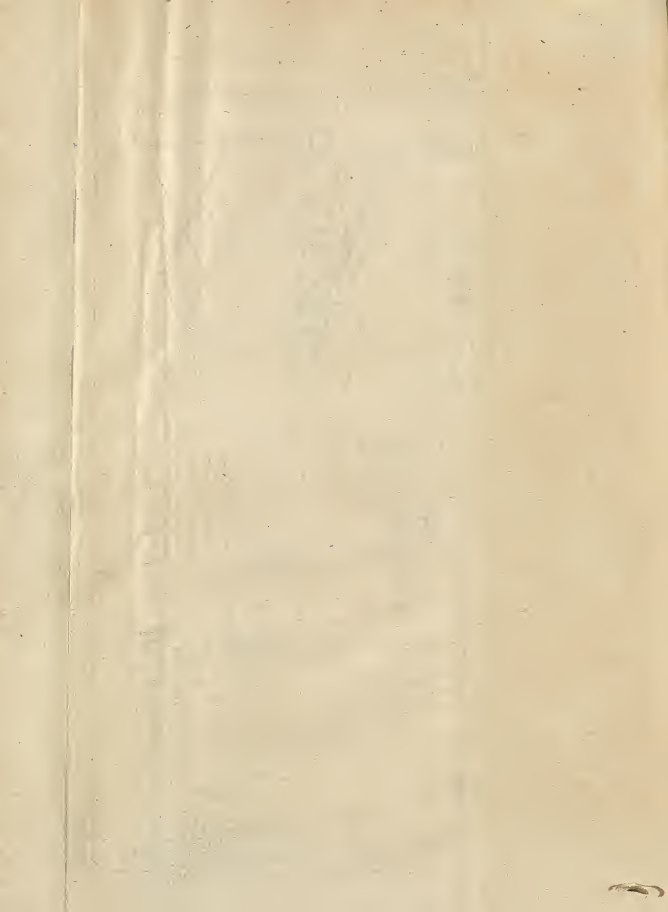




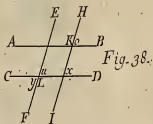
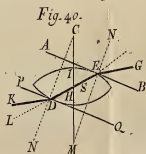
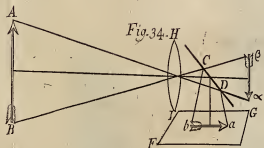
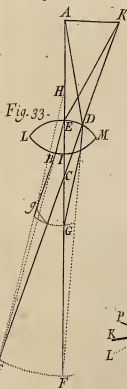
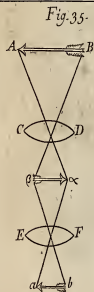
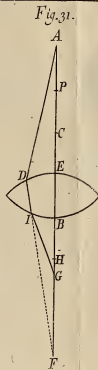
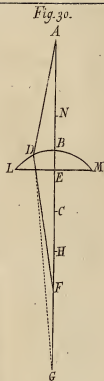


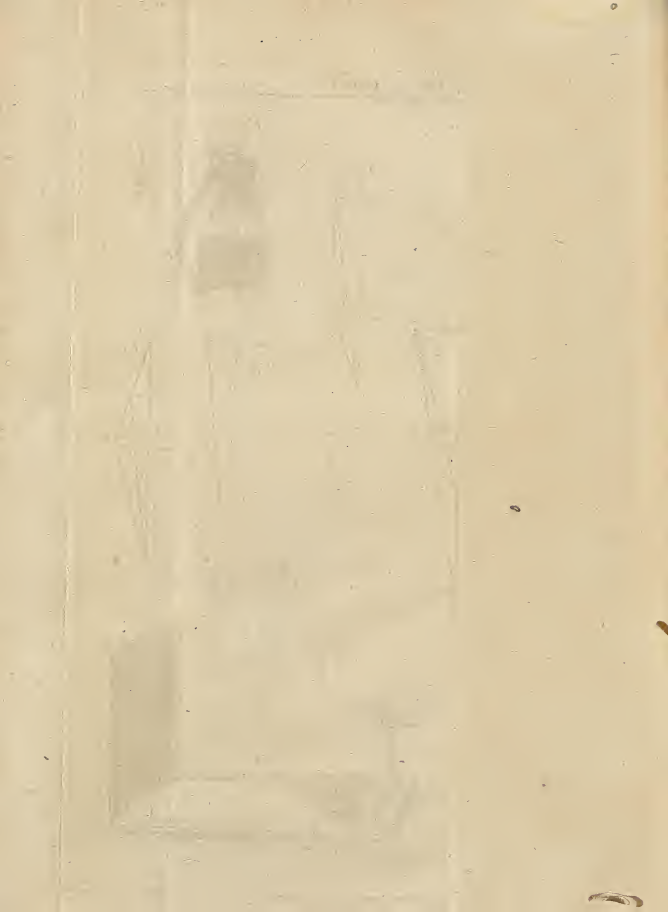
## FIG. DIOPTR. TAB. III.





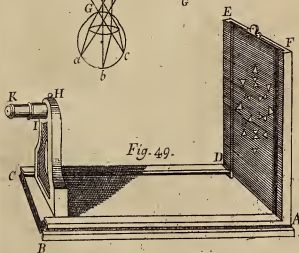
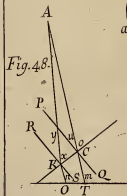
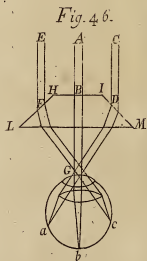
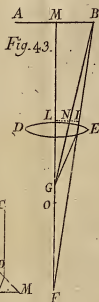
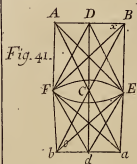
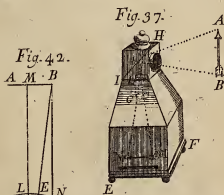
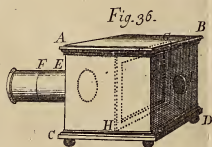
# FIG. DIOPTR. TAB. IV.

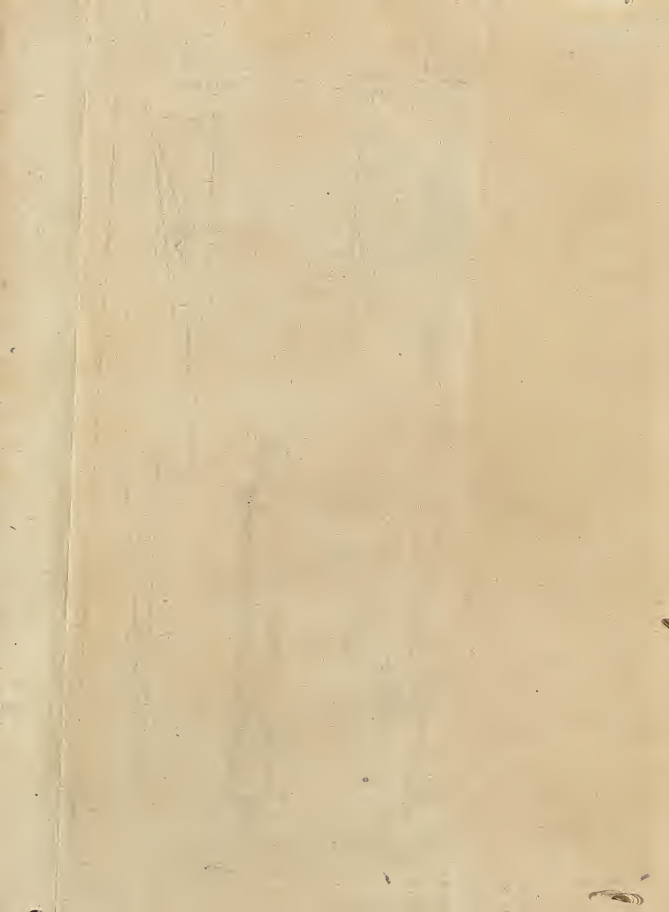






# FIG. DIOPTR. TAB.V





# FIG. DIOPTR. TAB. VI.

Fig. 50.

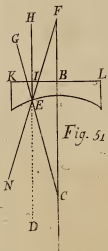


Fig. 51.

Fig. 55.

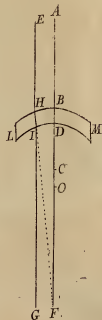


Fig. 56.



Fig. 52.

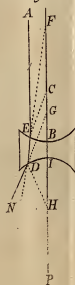


Fig. 53.

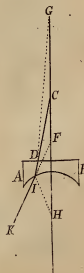


Fig. 54.

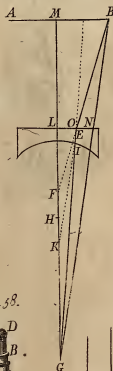


Fig. 58.



Fig. 57.

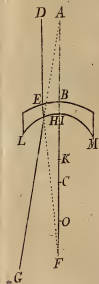
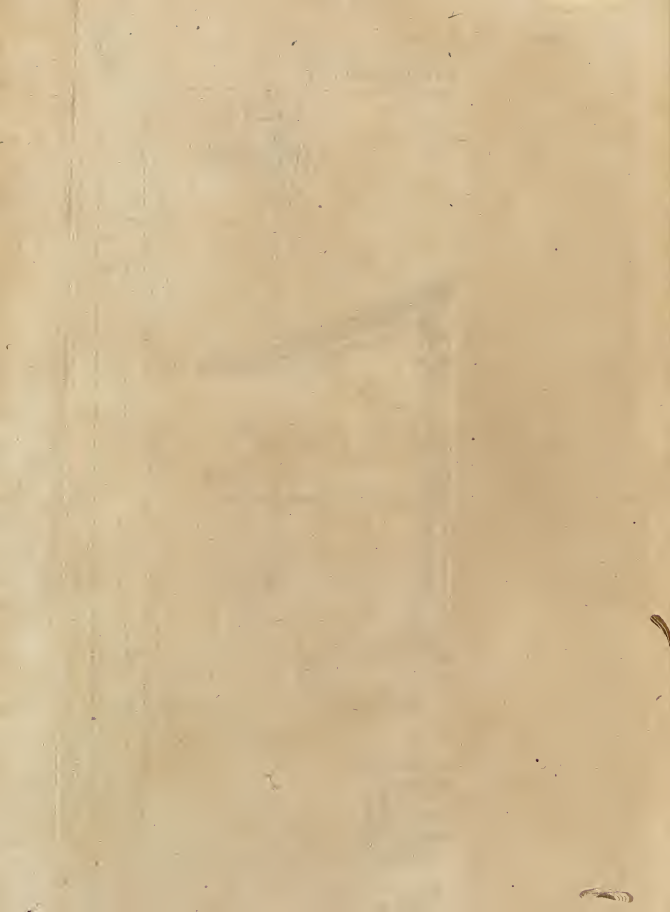


Fig. 59.





# FIG. DIO PTR. TAB. VII.

Fig. 67.

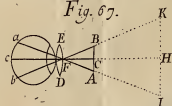


Fig. 72.



Fig. 66.

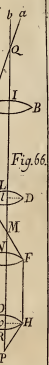


Fig. 62.



Fig. 60.



Fig. 61.

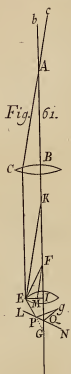


Fig. 64.

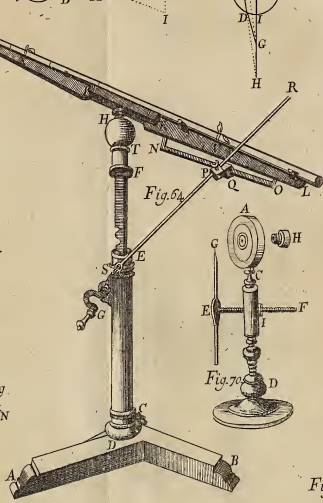


Fig. 70.

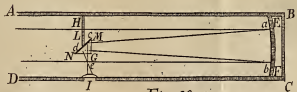
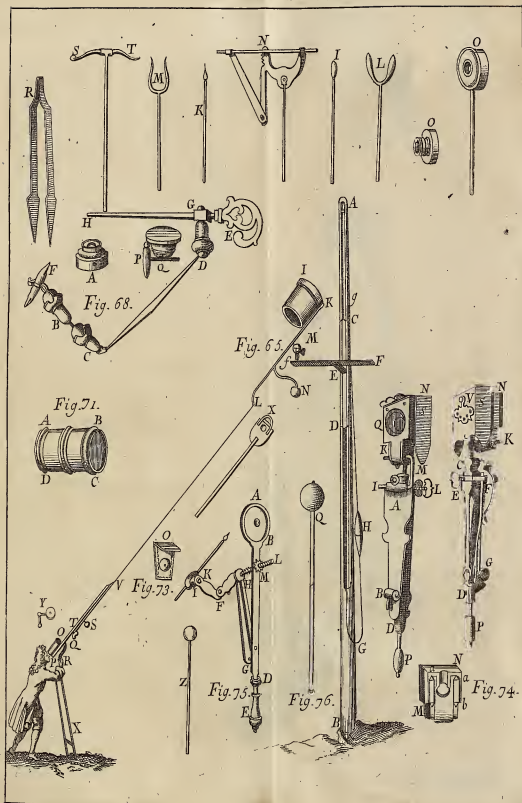


Fig. 63.





# FIG. DIOPTR. TAB. VIII.



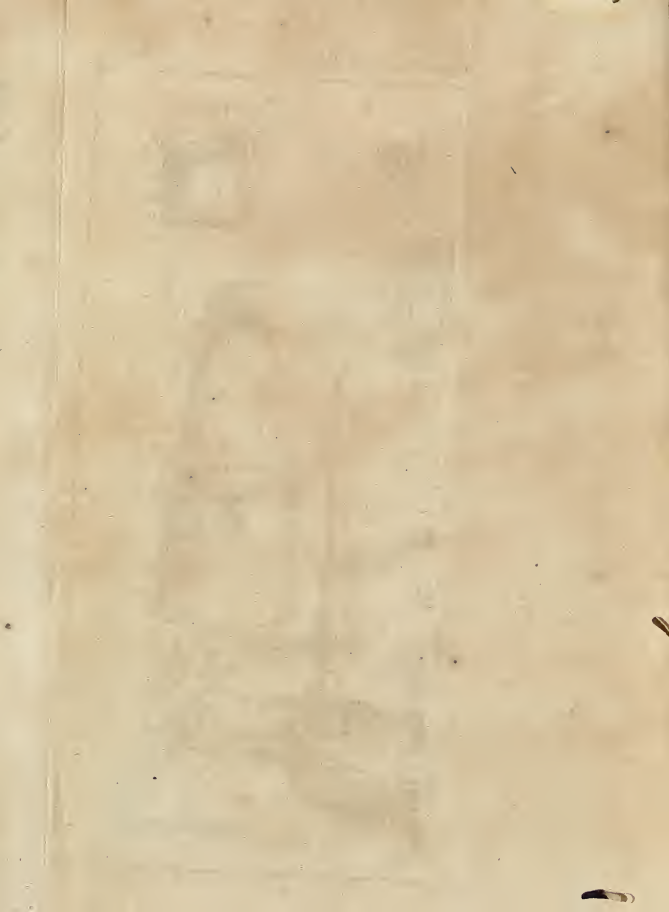
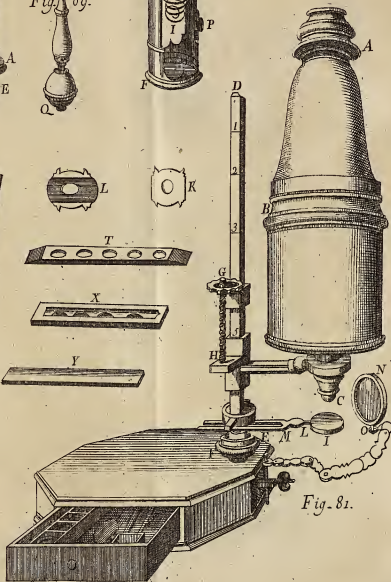
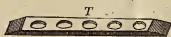
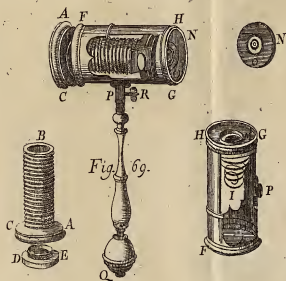


FIG. DIOPTR. TAB. IX.



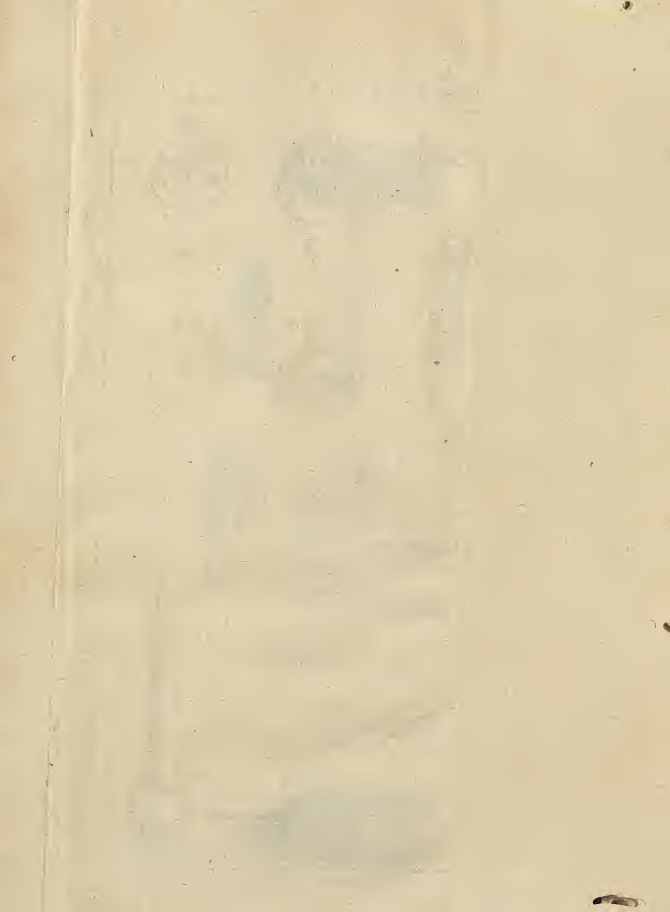
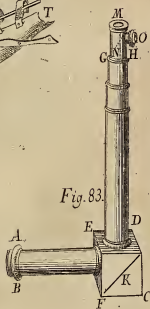
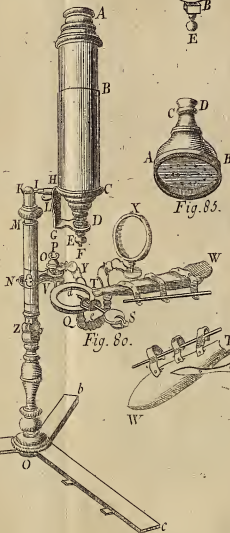
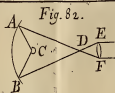
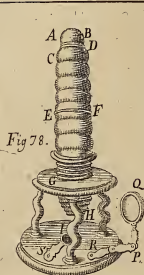
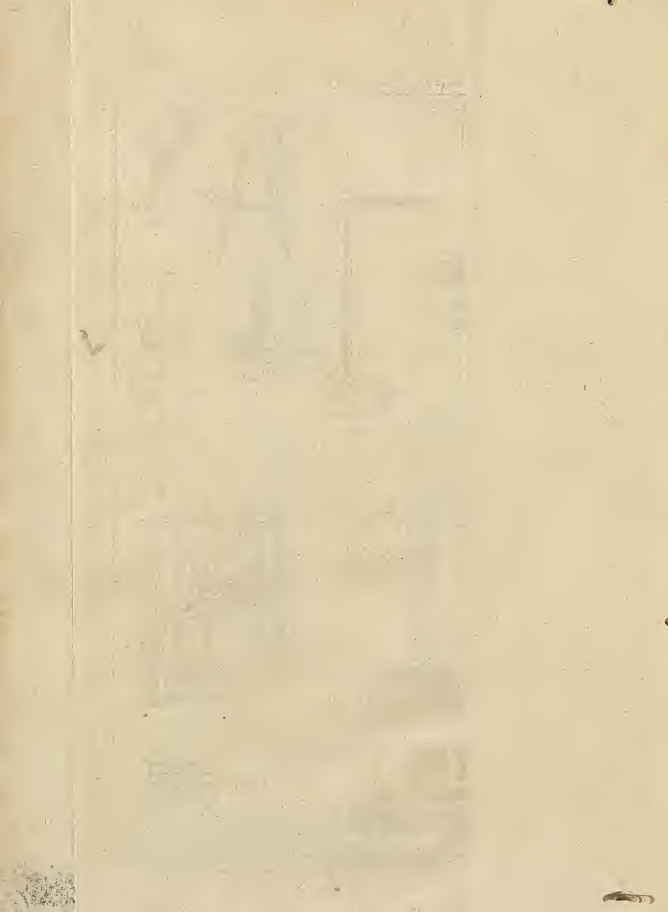


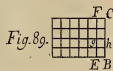
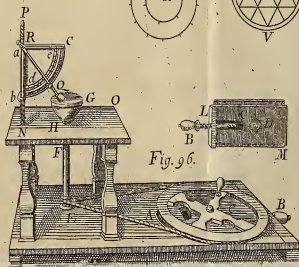
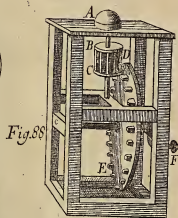
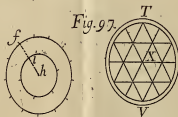
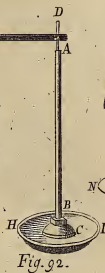
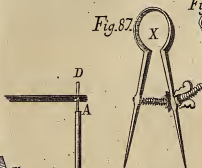
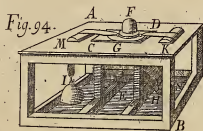
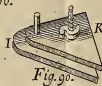
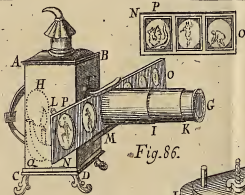
FIG. DIOPTR. TAB. X.

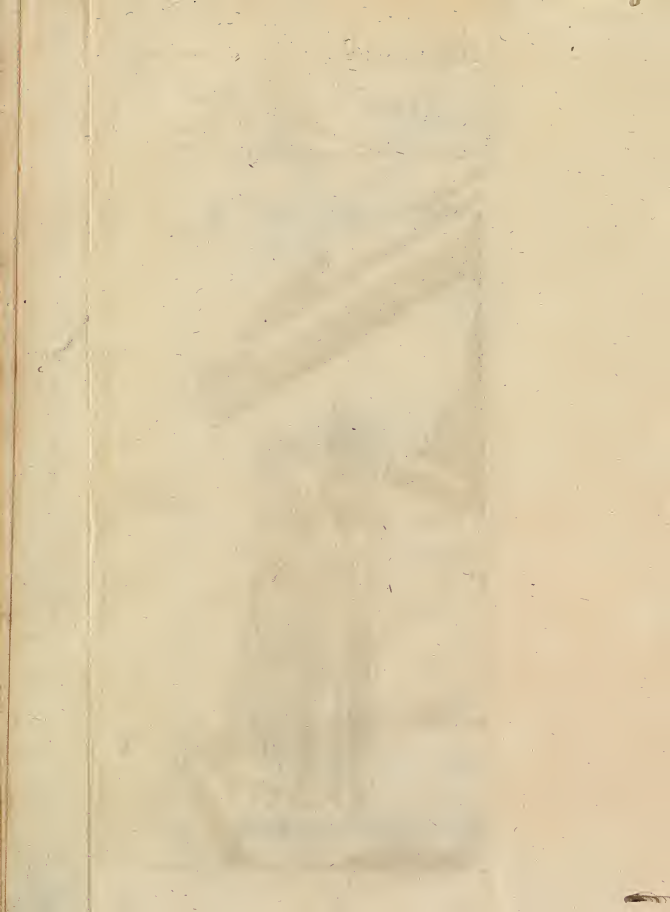




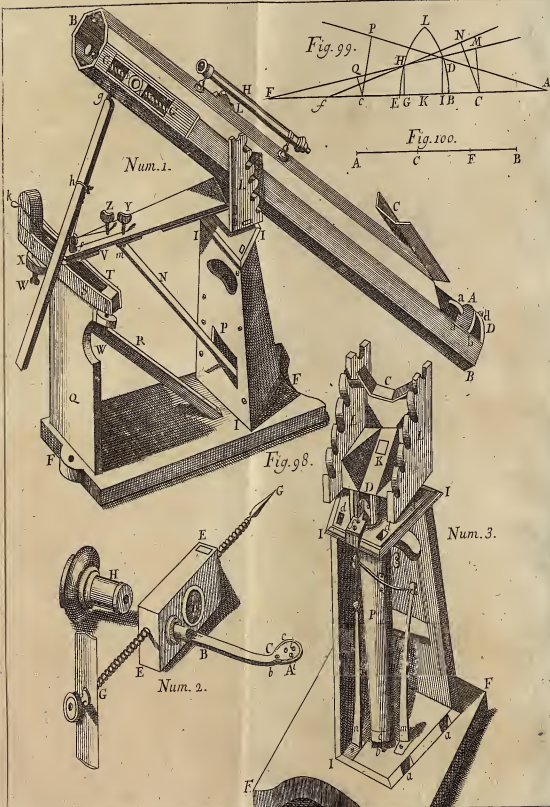


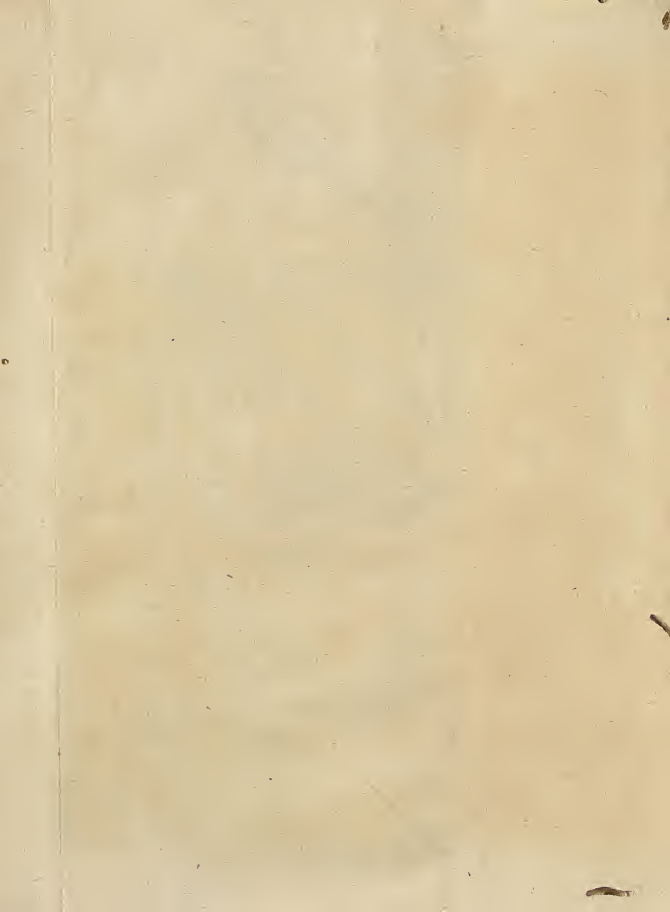
# FIG. DIOPTR. TAB. XI.





# FIG. DIOPTR. TAB. XII.





ELEMENTA  
SPHÆRICORUM  
ET  
TRIGONOMETRIÆ SPHÆRICÆ.  
PRÆFATIO.



UM TRIGONOMETRIA SPHÆRICA propter Astronomiam & ipsi agnatas Disciplinas Geographiam atque Gnomonicam unice discitur; eam quoque a Trigonometria Plana sejungere ac Astronomiæ immediate præmittere placuit. Usus autem ejus in Phænomenis Motus diurni ad computum revocandis elucescit: unde ab eadem prorsus abstinere possunt, quotquot Calculos Geometricos in Astronomia insuper habentes, nonnisi Universi structuram ac pendentes inde Phænomenorum rationes cognoscere gestiunt. Perfecta Trigonometriæ Sphæricæ cognitio absque Sphæricorum doctrina non datur. Necessa-

rium igitur duxi, ut præcipua ex Sphæricis THEODOSII Theoremata, quamvis alia plerumque ratione, demonstrarem & una Triangulorum Sphæricorum proprietates explicarem, præsertim cum utriusque Doctrinæ ad accuratam Astronomiæ Sphæricæ Tractationem non minor sit, quam ipsius Trigonometriæ Sphæricæ usus. Sphæricorum Elementa cum Trigonometria Sphærica conjunxi, ne numerus Disciplinarum præter necessitatem multiplicaretur. Ob ingentem numerum casuum Trigonometria Sphærica vulgo admodum difficilis habetur; sed omnem difficultatem a me sublatam esse mihi persuadeo. Neque enim solum ostendo, quomodo per Regulam Sinuum atque Tangentium omnibus Triangulorum Rectangulorum casibus satisfiat more vulgari: verum etiam Regulam vere Catholicam propono memoriæ facile mandandam, qua in Trigonometria non minus Plana, quam Sphærica omnia de Triangulis Rectangulis Problemata solvuntur. Triangula Obliquangula non majori opera solvuntur, quam in Trigonometria Plana, ita ut Problema omnium difficillimum, quo ex datis tribus lateribus Anguli investigantur, non plus negotii facessat in Trigonometria Sphærica quam in Plana. Etsi vero non opus esse videatur, ut ex Elementis Sphæricorum omnia ei perspecta sint, qui Regulas Trigonometriæ Sphæricæ sibi familiares reddere earumque veritatem intueri decreverit; integra tamen perlegisse juvat, quia in iis nihil continetur, nisi quod vel ad subsequenda demonstranda, vel ad Partem Astronomiæ Sphæricam firmandam conducatur. Cæterum omnia in his Elementis facilius intelligentur, si ad manus fuerit Sphæra ex Circulis ligneis vel chartaceis se mutuo interfecantibus, compacta, cujus structura ex Figura vigesima quinta satis manifesta.



# ELEMENTA SPHÆRICORUM

## E T

### TRIGONOMETRIÆ SPHÆRICÆ.

#### CAPUT PRIMUM.

*De Symptomatis Circularum in Superficie Sphæræ descriptorum.*

#### DEFINITIO I.

1. *SPHÆRICA* est Scientia Circulorum in Superficie Sphæræ descriptorum.

#### DEFINITIO II.

2. *Trigonometria Sphærica* est Scientia ex tribus Trianguli Sphærici partibus inveniendi reliquas, e. gr. ex duobus Lateribus atque Angulo uno, duos Angulos reliquos cum Latere tertio.

#### DEFINITIO III.

3. *Triangulum Sphæricum* est Triangulum tribus Arcubus Circulorum maximorum Sphæræ in ejus Superficie se mutuo interfecantium terminatum.

#### SCHOLION.

4. *Quinam Circulorum in Superficie Sphæræ descriptorum sint maximi* infra demonstratur (§. 15).

#### DEFINITIO IV.

Tab. I. Fig. 1. 5. *Angulus Sphæricus* ACE est inclinatio Planorum CAF & CEF, quibus Sphæra secatur.

#### DEFINITIO V.

Tab. I. Fig. 2. 6. *Sphæra* est Solidum ex rotatione Semicirculi ADB circa Diametrum AB descriptum.

#### COROLLARIUM I.

7. Quia Semicirculus ADB Superficiem Tab. I. Sphæræ describit, omnes rectæ a Superficie Fig. 2. Sphæræ ad Centrum ejus ductæ sunt inter se æquales (§. 37 Geom.).

#### COROLLARIUM II.

8. Quodsi ergo eas ultra Centrum continuaveris, donec Puncto opposito Superficie Sphæræ occurrant; erunt quoque sic continuatæ tum inter se, tum Diametro Circuli genitoris AB æquales.

#### DEFINITIO VI.

9. *Axis Sphæræ* est Diameter Semicirculi genitoris AB, circa quam tanquam quiescentem Sphæra rotari concipitur. Ejus vero *Diameter* est recta a Puncto quodam Superficie ad Punctum oppositum per Centrum ducta.

#### COROLLARIUM.

10. Axis igitur est una e Diametris (§. 8, 9).

#### DEFINITIO VII.

11. *Poli Sphæræ* sunt Puncta Axis extrema A & B.

#### DEFINITIO VIII.

12. *Polus Circuli in Sphæra* est Punctum in Superficie Sphæræ, ad quod e singulis Peripheriæ Circuli Punctis ductæ rectæ sunt inter se æquales.

## THEOREMA I.

13. Si Sphæra quomodocunque secetur, Planum Sectionis erit Circulus, cuius Centrum in Diametro Sphærae.

## DEMONSTRATIO.

Quodsi Planum Sectionis per Centrum Sphærae transit, rectæ omnes ex ejus Perimetro ad hoc Centrum ductæ sunt æquales (§. 7). Est igitur Planum Sectionis Circulus (§. 37 *Geom.*) & ejus Centrum in Diametro Sphærae, quippe cum Centro Sphærae idem (§. 9). Quodsi Planum intersectionis FGE non transeat per Centrum C; ex hoc ad illud demittatur perpendicularis CD, quæ erit ad rectas quocunque DG, DE, DF &c. perpendicularis (§. 484 *Geom.*). Quare cum CE, CG, CF &c. sint inter se æquales (§. 7); in Triangulis CDE, CDG, CDF &c. etiam Bases DE, DG, DF &c. æquales sunt (§. 235 *Geom.*). Est igitur Planum FGE Circulus (§. 37 *Geom.*) & ejus Centrum D in Diametro Sphærae AB (§. 9). *Q. e. d.*

Tab. I.  
Fig. 3.

## COROLLARIUM I.

14. Diametæ itaque Circuli per Centrum C transeuntis HI est Diametro Circuli genitoris AB; Diametæ vero Circuli per Centrum non transeuntis FE Chordæ alicui Circuli genitoris æqualis (§. 6 *Sphæ.* & §. 38 *Geom.*).

## COROLLARIUM II.

15. Quare cum Diametæ sit Chordarum maxima (§. 299 *Geom.*); Circulus Sphærae maximus est, qui per Centrum ejus transit, reliqui vero sunt eodem minores.

## COROLLARIUM III.

16. Omnes adeo Circuli maximi in eadem Sphæra sunt inter se æquales (§. 172 *Geom.*).

## COROLLARIUM IV.

17. Si Circulus Sphærae maximus per Tab. I.  
datum Sphærae Punctum A transit; idem Fig. 3.  
etiam per Punctum diametraliter oppositum B transit (§. 15).

## COROLLARIUM V.

18. Si igitur duo Circuli maximi AEBF Tab. I.  
& CEDF se mutuo interfecent, Linea Sectionis EF est Diametæ Sphærae, adeoque duo Circuli maximi se mutuo interfecant in Punctis E & F diametraliter oppositis. Fig. 4.

## THEOREMA II.

19. Circulus Sphærae maximus dividit eam in duas partes æquales seu in duo Hemisphæria.

## DEMONSTRATIO.

Circulus maximus EGDE transit per Tab. I.  
Centrum Sphærae C. Erigatur ex C perpendicularis ad Planum (§. 502 *Geom.*) quæ etiam perpendicularis erit ad CD (§. 484 *Geom.*). Cum sit  $AC = CD$  (§. 15) & ACD Quadrans Circuli (§. 143 *Geom.*), Sphæra vero signatur ex rotatione Semicirculi ADB (§. 6); Hemisphærium ADGED gignetur ex rotatione Quadrantis ACD: Radius vero CD Circulum describit DGED (§. 131 *Geom.*). Circulus adeo maximus Sphæram dividit in duo Hemisphæria. *Q. e. d.*

Tab. I.  
Fig. 2.

## THEOREMA III.

20. Circuli maximi in Sphæra se mutuo bisariam secant & contra.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Circuli AEBF & CEDF Tab. I.  
sunt maximi, per *hypoth.* erit EF Diametæ Sphærae & eadem Diametæ utriusque Circuli (§. 18). Per rectam igitur EF uterque Circulus CEDF & AEBF bifa-

Tab. I.  
Fig. 4.

Tab. I. 4. bifariam secatur (§. 135 *Geom.*); consequenter Circuli maximi AEBF & CEDF se mutuo bifariam secant. *Quod erat unum.*

Quodsi Circuli CEDF & AEBF se mutuo bifariam secant, communis intersectio EF est Diameter utriusque Circuli (§. 135 *Geom.*), & hinc in medio ejus G Centrum. Ducantur rectæ DC & AB per Centrum G; erit  $DG = CG = EG$  &  $AG = GB = GE$  (§. 40 *Geom.*), adeoque etiam  $DG = CG = AG = GB$  (§. 87 *Arihm.*). Est ergo G Centrum Sphæræ (§. 7); consequenter uterque Circulus est maximus (§. 15). *Quod erat alterum.*

#### THEOREMA IV.

Tab. I. 5. 21. Recta ex Polo uno A Circuli in Sphæra DEF in alterum B per Centrum Sphæræ C transit.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam in A & B sunt Poli Circuli DEF, per *hypoth.* erit  $AD = AF$  &  $DB = FB$  (§. 12). Quare cum etiam Arcus cognominēs sint æquales (§. 289 *Geom.*), adeoque  $AD + DB = AF + FB$  (§. 88 *Arihm.*), sitque  $AD + DB + BF + FA$  Peripheria Circuli integri; erit ADB Semicirculus, consequenter AB Diameter Sphæræ (§. 135 *Geom.* & §. 9 *Sphær.*). Recta igitur AB ex Polo uno A in alterum B ducta per Centrum Sphæræ C transit (§. 39 *Geom.*). *Q. e. d.*

#### COROLLARIUM.

22. Circulus itaque ADBF transiens per Polos A & B alterius in Sphæra Circuli DEF est maximus, (§. 15).

#### THEOREMA V.

23. Recta AB ex Polo uno A Circuli DEF ducta per Centrum Sphæræ C in Polum alterum B cadit. Tab. I. Fig. 5.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam AB per Centrum C transit, ex *hypoth.* erit  $AD + DB = AF + FB$  (§. 135 *Geom.*). Et quia in A Polus Circuli DEF, per *hypoth.* erit  $AD = AF$  (§. 12), adeoque  $DB = BF$  (§. 91 *Arihm.*), consequenter B est alter Polus Circuli DEF (§. 12). *Q. e. d.*

#### COROLLARIUM.

24. Recta AB ex Polo uno A Circuli DEF per Centrum Circuli G ducta in alterum B incidit (§. 13).

#### THEOREMA VI.

25. Arcus Circuli Sphæræ maximi inter alium HIL, & ejus Polos A & B interceptus Quadrans est: qui vero inter Circulum minorem DEF & ejus Polum unum A intercipitur, Quadrante major; interceptus vero inter eundem & Polum alterum B, Quadrante minor.

#### DEMONSTRATIO.

Ducatur ex Polo A in alterum B recta AB, transibit ea per Centrum Sphæræ C (§. 21), adeoque & Circuli maximi HIL (§. 15), itemque per Centrum G Circuli minoris DEF (§. 24). Est igitur AHB Semicirculus (§. 135 *Geom.*). Quare cum Chordæ AH & AL æquales sint (§. 12) & Radii HC & CL itidem æquales (§. 40 *Geom.*), erunt Anguli ad C æquales (§. 204 *Geom.*), adeoque recti (§. 147 *Geom.*); consequenter eorum mensuræ AH, AL &c. (§. 57 *Geom.*) sunt Quadrantes (§. 143 *Geom.*) & hinc

Tab.I. hinc HB & BL sunt itidem Quadrantes, *vi demonstratorum*. Arcus adeo inter Circulum maximum HIL & ejus Polos A & B intercepti Quadrantes sunt. *Quod erat unum.*

Quoniam AH & HB sunt Quadrantes, *per demonstrata*, AD Quadrante major & BD eodem minor (§. 84 *Arithm.*). Arcus ergo Circuli maximi inter minorem DEF & Polum unum A major; inter eundem & alterum Polum B interceptus minor est Quadrante. *Quod erat alterum.*

#### THEOREMA VII.

26. Si Arcus Circuli maximi inter alium Circulum Sphæræ & ejus Polos A & B intercepti Quadrantes sunt; Circulus iste maximus erit.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam A & B sunt Poli Circuli HIL *per hypoth.* AB per Centrum Sphæræ transit (§. 21). Quare cum AH & HB, itemque AL & BL, sint Quadrantes, *per hypoth.* AB & HL sunt Diametri Circuli maximi AHBL (§. 135 *Geom.*) seu Sphæræ (§. 9). Ergo in C est Centrum Sphæræ (§. cit.); consequenter HIL est Circulus maximus (§. 15). *Q. e. d.*

#### THEOREMA VIII.

Tab.I. 27. Si Circulus maximus Sphæræ Fig. 6. ADBE transit per Polos D & E alterius Circuli maximi AFBG; hic vicissim per illius Polos G & F transit.

#### DEMONSTRATIO.

Sit DFEG Circulus maximus: quoniam in D est Polus unus, in E alter Circuli AFBG *per hypoth.* erit recta DG = DF & EG = EF (§. 12) & hinc Ar-

cus cognomines æquales sunt (§. 289 *Tab. I. Geom.*). Quare cum Circuli maximi DFEG & AFBG se mutuo bisariam secant (§. 20); erunt GD & DF, itemque GE & FE Quadrantes; consequenter recta GE = GD & recta EF = FD (§. 289 *Geom.*). Sunt igitur G & F Poli Circuli ADBE (§. 12). *Q. e. d.*

#### THEOREMA IX.

28. Si Circulus maximus ADBE *per Tab. I. Fig. 2.* per Polos A & B alterius Circuli maximi DGE transit; se mutuo ad Angulos rectos secant & contra.

#### DEMONSTRATIO.

Quoniam in A & B sunt Poli Circuli EGD *per hypoth.* erunt AE & EB Quadrantes (§. 25). Quare cum AE & EB sint mensuræ Angulorum ACE & ECB (§. 57 *Geom.*); erunt Anguli hi recti (§. 143 *Geom.*). Ergo rectæ AC & BC rectæ EC, consequenter Quadrantes ACE & ECB Circulo DEG ad Angulos rectos insistant (§. 494 *Geom.*). Secant igitur Circuli ADBE & EGD se mutuo ad Angulos rectos (§. 5). *Quod erat unum.*

Si Circulus AEBDA alterum DEGD in E ad Angulos rectos secat: Planum EAD erit ad Planum EGD perpendiculare (§. 5). Ex Centro C erigatur perpendicularis CA; erit eadem ad omnes Radios ex Centro C in Plano EGD ductos normalis (§. 484 *Geom.*), consequenter rectæ ex A ad Puncta singula Peripheriæ EGD ductæ æquales sunt (§. 179 *Geom.*). Est itaque A Polus unus Circuli EGD (§. 12), adeoque producta AC in B Polus alter Punctum B (§. 23); ideoque Circulus AEBD per Polos alterius EGD transit. *Quod erat alterum.*

THEO.

THEOREMA X.

Tab. I. 29. Si Circulus maximus Sphæræ  
Fig. 5. AFBD alterum minorem FED bifariam  
fecit; ad angulos rectos cum secat &  
per Polos ejus A & B transit.

DEMONSTRATIO.

Quoniam DEF est Semicirculus per  
hypothesis. erit DF Diameter ejus (§. 35  
Geom.). Quare si per Centrum Circuli  
minoris G & Centrum Sphæræ seu maxi-  
mi C ducatur recta AB; erunt Anguli  
AGD & AGF recti (§. 291 Geom.), adeo-  
que Planum DAF Circulo DEF ad An-  
gulos rectos insistit, hoc est, Circulus  
maximus ADBF minorem DEF ad An-  
gulos rectos secat (§. 5). Quod erat unum.

Jam cum Anguli ad G sint æquales  
(§. 79 Geom.) & GD = GF (§. 40 Geom.)  
erit AD = AF & DB = BF (§. 79 Geom.).  
Sunt ergo in A & B Poli Circuli DEF  
(§. 12). Quod erat alterum.

THEOREMA XI.

Tab. I. 30. Si Circulus maximus AFBD tran-  
Fig. 5.seat per Polos A & B alterius minoris  
DEF; secabit eum bifariam & ad angu-  
los rectos.

DEMONSTRATIO.

Quia recta AB ducta a Polo uno A in  
alterum B, transit & per Centrum Sphæ-  
ræ seu Circuli maximi C, & per Centrum  
Circuli minoris G (§. 21, 24); erit DG  
= GF (§. 40 Geom.); consequenter AG  
ad DG perpendicularis (§. 291 Geom.).  
Cum adeo Planum ADG Circulo mi-  
nori DEF ad Angulos rectos insistat  
(§. 78 Geom.); maximus minorem ad  
Angulum rectum secat (§. 5). Quod  
erat unum.

Wolffii Oper. Math. Tom. III.

Et quia DF est Diameter Circuli Tab. I.  
DEFD, per demonstrata; eundem ma- Fig. 5.  
ximus bifariam secat (§. 135 Geom.).  
Quod erat alterum.

THEOREMA XII.

31. Mensura Anguli Sphærici ACE Tab. I.  
est Arcus Circuli maximi AE, ex Vertice Fig. 1.  
C tanquam Polo descripti, inter crura  
CA & CE interceptus.

DEMONSTRATIO.

Quia Angulus Sphæricus ACE idem  
est cum inclinatione Planorum ACD &  
CDE (§. 5); ejus mensura eadem est,  
quæ inclinationis Planorum. Est vero  
inclinationis quantitas eadem, quæ an-  
guli ADE (§. 476 Geom.) & quia in D  
Centrum Circuli AEB (§. 15), Arcus  
AE est mensura Anguli rectilinei ADE  
(§. 57 Geom.). Ergo idem est mensura  
Sphærici ACE per demonstr. Q. e. d.

COROLLARIUM I.

32. Quia Plani CEF ad Planum CAF in-  
clinatio ubique eadem (§. 509 Geom.);  
Anguli in intersectionibus oppositis C & F  
æquales sunt.

COROLLARIUM II.

33. Mensura Anguli Sphærici ACE in-  
tervallo Quadrantis AC vel EC ex vertice  
C tanquam Polo inter crura describitur  
(§. 25).

THEOREMA XIII.

34. Si duo Circuli maximi AEBF & Tab. I.  
CEDF se mutuo intersectent in Polis, E Fig. 4.  
& F alterius Circuli maximi ACBD;  
transibit is per Polos H & h, I & i Circu-  
lorum AEBF & CEDF.

DEMONSTRATIO.

Quoniam in E & F sunt Poli Circuli  
ACBD, per hypothesis. Circuli AEBF &  
CEDF



Tab. I. CEDF per Polos Circuli ACBD tran-  
Fig. 4. seunt. Ergo vicissim Circulus ACBD  
tam per Polos H & h Circuli AEBF,  
quam per Polos I & i alterius CEDF  
transire debet (§. 27). *Q. e. d.*

## THEOREMA XIV.

35. Si duo Circuli maximi AEBF &  
CEDF se mutuo intersecant, erit angu-  
lus obliquitatis AEC distantia Polorum  
HI aequalis.

## DEMONSTRATIO.

Describatur ex Vertice Anguli E,  
tanquam Polo, Circulus CADB; erit  
AC mensura Anguli E (§. 31) & Circu-  
lus per Polos H & h atque I & i Circu-  
lorum AEBF & CEDF transibit (§. 34).  
Est vero CH Quadrans & AI item  
Quadrans (§. 25). Ergo CA = HI  
(§. 91 Arithm.). *Q. e. d.*

## THEOREMA XV.

Tab. I. 36. Circuli in Sphæra a Centro ejus C  
Fig. 7. aequaliter distantes GNF & LOK aequa-  
les sunt.

## DEMONSTRATIO.

Sit AIBH Circulus genitor, ad cujus  
Diametrum AB sint Chordæ GF & LK  
perpendiculares: erunt DC & EC ea-  
rum distantia a Centro C (§. 225 Geom.)  
& DF atque EK Radii Circulorum a  
Centro aequaliter distantium (§. 6 Sphæ-  
& §. 131 Geom.). Quare cum sit DF  
= EK (§. 298 Geom.); Circuli quoque  
his Radiis descripti aequales sunt (§. 171  
Geom.). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

37. Quia Chordarum parallelarum non  
nisi duæ DF & EK a Centro aequaliter di-  
stare possunt; Circulorum eidem maximo  
parallelorum nonnisi duo aequales sunt,

## THEOREMA XVI.

38. Si Arcus FH & KH itemque GI Tab. I  
& IL inter Circulum maximum IMH & Fig. 7  
minores GNF & LOK intercepti fuerint  
aequales; Circuli quoque aequales sunt.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam FH = HK & GI = IL per  
hypothes. erit etiam PF = PK & GQ = QL  
(§. 291 Geom.) & quia PF & PK, item-  
que GQ & QL ad IH perpendiculares  
(per §. cit.), erunt eadem distantia Cir-  
culorum GNF & LOK a Circulo maxi-  
mo IMH, consequenter a Centro Cir-  
culi C (§. 15). Est igitur Circulus LOK  
alteri GNF aequalis (§. 36). *Q. e. d.*

## THEOREMA XVII.

39. Circuli a Centro Sphæra C aequa-  
liter distantes sunt eidem Circulo maximo  
IMH atque inter se paralleli.

## DEMONSTRATIO.

Quia Circuli GNF & LOK a Centro  
C aequaliter distant, erit erecta DE per  
Centrum ducta ad Diametrum utrius-  
que Circuli GF & LK perpendicularis  
(§. 225 Geom.). Ergo Radii DF & EK  
Circulorum GNF & LOK sunt paralleli  
(§. 256 Geom.), qui adeo in rotatione  
Semicirculi AFKB circa Axem AB Cir-  
culos parallelos in Sphæra describunt  
(§. 6). *Quod erat unum.*

Ducatur Diameter HI per Centrum  
C ad AB perpendicularis, erit ea Dia-  
meter Circuli maximi IMH (§. 15). Eo-  
dem vero, quo ante, modo porro osten-  
ditur, utrumque Circulum GNF & LOK  
esse eidem Circulo maximo IMH paral-  
lelum. *Quod erat alterum.*



THEOREMA XVIII.

Tab. I. 40. Si Arcus FH & GI ejusdem Circuli maximi AIBH inter duos Circulos GNF & IMH intercepti fuerint æquales; Circuli sunt inter se paralleli.

DEMONSTRATIO.

Si IMH fuerit Circulus maximus, demittantur ex F & G perpendiculares FP & GQ. Quoniam Arcus FH & GI æquales sunt per hypoth. erunt etiam perpendiculares PF & GQ æquales (§. 298 Geom.). Consequenter Chorda GF Diametro IH parallela (§. 256 Geom.); describit adeo recta DF in rotatione Semicirculi AFB circa Axem AB Circulum GNF Circulo IMH parallelum (§. 6).

Tab. I. Quodsi Circulus uterque GNF & Fig. 8. IMH fuerit minor; dividantur Arcus GAF & IBH bifariam in A & B (§. 293 Geom.). Quoniam GA=AF & IB=BH, per construct. & GI=IH per hypoth. erit AGIB=AFHB (§. 88 Arithm.); consequenter AB per Centrum C transit (§. 135 Geom.). Secat igitur Chordas GF & IH bifariam & ad Angulos rectos (§. 291 Geom.); adeoque DF ipsi EH parallela (§. 256 Geom.). In rotatione adeo Semicirculi AFHB circa Axem AB Radii DF & EH describunt Circulos parallelos (§. 5). Q. e. d.

THEOREMA XIX.

Tab. I. 41. Si duo Circuli in Sphæra GNF & Fig. 8. IMH a Sphæra Centro C inæqualiter distent; minor erit GNF, cujus distantia a Centro CD major.

DEMONSTRATIO.

Ponamus Circulorum Diametros GF & IH esse inter se parallelas: Quoniam

enim Chordæ a Centro æqualiter distantes æquales sunt (§. 298 Geom.), si Tab. I. Fig. 8. Circuli GNF & IMH non fuerint paralleli, in Demonstratione facile assumi potest pro eorum uno alius ipsi æqualis & alteri parallelus. Ducatur jam CB per Centrum C perpendicularis ad GF (§. 216 Geom.), erit eadem perpendicularis ad IH (§. 230 Geom.); adeoque CD & CE sunt distantie Chordarum DF & EH a Centro C (§. 225 Geom.). Quare cum Arcus IAH major sit Arcu GAF (§. 84 Arithm.); erit etiam IH > GF (§. 301 Geom.); adeoque Circulus IMH major Circulo GNF (§. 172 Geom.). Q. e. d.

THEOREMA XX.

42. Circuli paralleli GNF & IMH eisdem habent Polos A & B, & si eisdem Polos habent, paralleli sunt, & Arcus Circulorum per Polos transeuntium FH & GI æquales sunt.

DEMONSTRATIO.

Quoniam GF ipsi IH parallela per hypoth. erit Arcus FH=GI (§. 312 Geom.). Per Centrum C ducatur recta AB Arcum GF bifecans in A (§. 293 Geom.), quæ secabit Chordas GF & IH bifariam atque ad Angulos rectos (§. 291 Geom.). Cum adeo Anguli ad D & E sint æquales (§. 145 Geom.) & GD=DF, IE=EH per demonstrata; erit AG=AF & AI=AH (§. 179 Geom.); consequenter A Polus Circulorum GNF & IMH (§. 12), & B alter eorundem Polus (§. 23). Quod erat primum.

Si A fuerit Polus Circulorum GNF & IMH; erunt Chordæ AG & AF, item-

Tab. I. que AI & AH (§. 12), adeoque etiam  
Fig. 8. Arcus cognomines (§. 298 *Geom.*),  
consequenter Arcus FH & GI (§. 91  
*Aritbm.*) æquales. Sunt itaque Circuli  
GNF & IMH paralleli (§. 40). *Quod*  
*erat secundum.*

Quia Circuli paralleli GNF & IMH  
eundem habent Polum A, *per demonstr.*  
erunt rectæ AF & AG, itemque AH &  
AI (§. 12), adeoque & Arcus cogno-  
mines æquales (§. 298 *Geom.*). Sunt  
igitur etiam Arcus FH & GI æquales  
(§. 91 *Aritbm.*). *Quod erat tertium.*

### THEOREMA XXI.

Tab. I. 43. Si Circulus in Sphæra AEBF al-  
Fig. 9. terum CEDF secet, Anguli Sphærici,  
qui sunt deinceps, AEC & AED sunt  
æquales duobus rectis; Verticales vero  
AEC & CEB æquales inter se. Prius  
etiam valet de pluribus super eodem Arcu  
CED ad idem Punctum E constitutis.

### DEMONSTRATIO.

Communis intersecctio EF est subten-  
sa Arcuum EAF & ECF, itemque FBE  
& EDF. Quodsi jam per G ducantur  
ad EF perpendiculares AB & CD, erit  
angulus AGC inclinatio Plani AEGF  
ad planum CEGF & AGD inclinatio  
eiusdem plani AEGF ad planum DEGF,  
angulus denique BGD inclinatio plani  
BEGF ad planum DEGF (§. 476 *Geom.*).  
Sunt igitur Anguli Sphærici AEC,  
AED, DEB ut anguli rectilinei AGC,  
AGD, DGB (§. 5). Sed anguli recti-  
linei AGC & AGD sunt æquales duo-  
bus rectis, etiam si plures ad idem Pun-  
ctum G super eadem recta CD constituti  
(§. 147 *Geom.*), & Verticales AGC,

& BGD inter se æquales (§. 156 *Geom.*). Tab. I.  
Ergo etiam Anguli Sphærici AEC & Fig. 9.  
AED aut plures ad idem Punctum E  
super eodem Arcu CD constituti duo-  
bus rectis æquales, & Verticales AEC  
& DEB inter se æquales sunt. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

44. Anguli igitur Sphærici quotcunque  
AEC, AED, DEB, BEC circa idem Punctum  
E constituti sunt quatuor rectis æquales.

### THEOREMA XXII.

45. Arcus Circuli paralleli IG est Tab. I.  
similis Arcui Circuli maximi AE, si Fig. 1.  
uterque inter eosdem Circulos maximos  
CAF & CEF intercipiatur.

### DEMONSTRATIO.

Quia AEB Circulus maximus, cuius  
Poli F & C; erit in D Centrum ejus &  
Sphæra (§. 15 & §. 23) & CE Qua-  
drans (§. 25), consequenter EDC rectus.  
Quoniam GK parallela ipsi ED, & IK  
ipsi AD *per hypoth.* erunt quoque GK  
& IK ad CF perpendiculares (§. 230  
*Geom.*), adeoque anguli IKG & ADE  
æquales (§. 509 *Geom.*). Sunt itaque  
Arcus AE & IG similes (§. 141 *Geom.*).  
*Q. e. d.*

### COROLLARIUM I.

46. Habent adeo Arcus AE & IG ad  
suas Peripherias eandem rationem (§. 170  
*Aritbm.*); consequenter eundem numerum  
graduum continent (§. 41 *Geom.*).

### COROLLARIUM II.

47. Arcus IG minor est Arcu AE.

### LEMMA I.

48. Si due fuerint Curvæ quæcum- Tab. I.  
que ACDB & AEFGB versus eandem Fig. 10.  
rectam

Tab. I. rectam AB cave; continens AEFGB  
Fig. 10. major est contenta ACDB.

DEMONSTRATIO.

Ducantur in Curva contenta Chordæ quotcunque AC, CD, DB: producatur BD in E, donec Curvæ continenti occurrat; ducanturque Chordæ intra continentem AE, EF, FG, GB, FB.

Quoniam

$$AE + ED > AC + CD (\$. 300 \text{ Geom.})$$

$$EF + FB > ED + DB (\$. 190 \text{ Geom.})$$

$$FG + GB > FB (\$. 190 \text{ Geom.})$$

$$\text{erit } AE + ED + EF + FB + FG + GB > AC + CD + ED + DB + FB (\$. 90 \text{ Arithm.}),$$

$$\text{adeoque } AE + EF + FG + GB > AC + CD + DB (\$. 62 \text{ Arithm.}).$$

Ergo multo magis Curva continens AEFGB major contenta ACDB (§. 91 Geom.). Q. e. d.

LEMMA II.

Tab. I. 49. Si in duobus Triangulis rectan-  
Fig. 11. gulis GDB & ACG, Bases æquales AG & GB habentibus, Hypothenusa unius DB fuerit major Hypothenusa alterius AC; etiam Cathetus illius DG major erit Catheto alterius GC.

DEMONSTRATIO.

Quoniam  $DB > AC$  per hypoth. erit  $DB^2 > AC^2$  (§. 374 Geom.). Cumque sit  $DB^2 = GB^2 + DG^2$  atque  $AC^2 = AG^2 + GC^2$  (§. 417 Geom.); erit etiam  $GB^2 + DG^2 > AG^2 + GC^2$  (§. 89 Arithm.). Quare cum sit  $AG = GB$  per hypoth. adeoque  $AG^2 = GB^2$  (§. 374 Geom.), erit etiam  $GD^2 > GC^2$  (§. 92 Arithm.); consequenter  $GD > GC$  (§. 374 Geom.). Q. e. d.

Aliter.

Concipiamus  $\triangle GDB$ , poni super Tab. I.  $\triangle AGC$ , ita ut  $GB$  cadet in  $GA$ . Quo- Fig. 11. niam  $GB = AG$  per hypoth. Punctum B cadet in A (§. 169 Geom.). Et quia Anguli recti  $BGD$  &  $AGD$  æquales sunt; Cathetus  $GD$  cadet in  $GC$  (§. 166 Geom.). Jam Anguli  $ADG$  &  $ACG$  sunt acuti (§. 218 Geom.),  $ACH$  &  $ADH$  vero obtusi (§. 239, 66 Geom.). Quare cum sit  $AD > AC$  per hypoth., Punctum D ultra C cadet (§. 189 Geom.). Est igitur  $GD > GC$  (§. 84 Arithm.). Q. e. d.

COROLLARIUM.

50. Quodsi ergo duo Circuli se mutuo intersecant in A & B, quia recta ad medium Chordæ communis AB perpendicularis GH per utriusque Centrum transiit (§. 291 Geom.) & majoris Radius AD major est Radio minoris AC (§. 172 Geom.); distantia vero Puncti a recta est recta ad illam perpendicularis (§. 225 Geom.); distantia Centri majoris Circuli DG a Chorda communi AB major erit distantia Centri minoris GC.

LEMMA III.

51. Si Circulus minor AFBIA majorem AEBHA secat, Arcus majoris AEB Semicirculo minor, inter Chordam communem AB & Arcum minoris AFB Semicirculo itidem minorem cadit.

DEMONSTRATIO.

Ponamus AFB esse Arcum Circuli majoris: quia Centrum majoris D a Chorda AB longius distat, quam Centrum minoris C (§. 50); erit  $AD = DF$  &  $AC = CE$  (§. 40 Geom.), adeoque  $DAF = DFA$  &  $CAE = CEA$  (§. 184 Geom.). Est vero  $CEA > CFA$  (§. 188 Geom.),

Tab. I. *Geom.*), ergo  $CAE > DAF$  (§. 87  
Fig. 11. *Arith.*): Quod cum sit absurdum (§. 84  
*Arith.*), AFB Arcus Circuli minoris,  
AEB vero majoris esse debet. *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

52. Quia duo Circuli communem Chordam habentes sibi mutuo ita superimponi possunt, ut se mutuo secant; eadem Chorda AB ex Circulo majori Arcum minorem AEB aufert, ex minore autem majorem AFB, si uterque Arcus fuerit Semicirculo minor (§. 48).

## THEOREMA XXIII.

53. *Arcus Circuli maximi est Linea brevissima, quæ in Superficie Sphæra ab uno Puncto usque ad alterum duci potest.*

## DEMONSTRATIO.

Si Sphæra secetur Plano, Planum istud vel per Centrum Sphærae transit, vel Centrum non attingit. In priori casu Linea ab uno Puncto ad alterum in Superficie Sphærae ducta est Arcus Circuli maximi, in posteriori Arcus mi-

noris (§. 15). Quare si Sphæra Plano secatur, Linea brevissima inter duo Puncta intercepta est Arcus Circuli maximi (§. 52). Quodsi vero Superficie Curva secetur, cujus Perimeter versus unam partem Cava, versus alteram Convexa; tum Linea, quæ in Superficie Sphærae per duo Puncta data transit, necessario versus Arcum Circuli maximi Cava est; consequenter Arcus Circuli maximi minor est Curva quacunque versus eandem partem Cava (§. 48). Quoniam vero per se patet, Curvam flexuosam ab uno Puncto usque ad alterum ductam esse majorem Arcu Circuli maximi inter eadem Puncta contento; Arcus Circuli maximi est Linea omnium brevissima, quæ in Sphæra Superficie a Puncto uno ad alterum duci potest. *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

54. Ergo distantia duorum Punctorum in Superficie Sphærae est Arcus Circuli maximi inter ea interceptus (§. 15 *Geom.*).

## CAPUT II.

## De Triangulis Sphericis.

## THEOREMA XXIV.

Tab. I. 55. *SI in duobus Triangulis Sphericis fuerit*  $A=a$ ,  $BA=ba$  &  $CA=ca$ ; *erit etiam*  $BC=bc$ ,  $B=b$  &  $C=c$ .  
Fig. 12.

## DEMONSTRATIO.

Non differt a Demonstratione Theorematis 19. *Geometria* (§. 179).

## THEOREMA XXV.

56. *Si in duobus Triangulis Sphericis fuerit*  $A=a$ ,  $C=c$  &  $AC=ac$ ;

*erit etiam*  $B=b$ ,  $AB=ab$  &  $BC=bc$ .  
Tab. I. Fig. 11.

## DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione Theorematis 43. *Geometria* (§. 251).

## SCHOLIUM.

57. Nimirum Theoremata de congruentia Triangulorum Rectilineorum ad quavis alia Curvilinea extenduntur, modo latera supponantur similia, e. gr. similes Arcus Parabolici. Quodsi enim ulterius supponantur æqualia,

Tab. I. Fig. 12. 162. Geom.). Universaliter etiam verum est, quod similes Lineæ, quarum extrema coincidunt, tota coincidunt seu æquales sint: alias enim Perpendicularia ex Punctis eodem modo determinatis ad rectam positione datam demissa non forent æqualia, consequenter ille per eorum rationem ad rectam quandam constantem discerni possent, adeoque similes non forent (§. 24 Arithm.), quod Hypothesin evertit.

THEOREMA XXVI.

58. Si in duobus Triangulis Sphæricis fuerit  $AB=ab$ ,  $AC=ac$ ,  $BC=bc$ , erit etiam  $A=a$ ,  $B=b$ ,  $C=c$ .

DEMONSTRATIO.

Quoniam Arcus  $AB$  &  $ab$ ,  $AC$  &  $ac$ ,  $BC$  &  $bc$  æquales sunt, per hypoth. etiam Chordæ cognomines æquales sunt (§. 289 Geom.). Ergo Triangulum rectilineum  $abc$  congruit cum Triangulo  $ABC$ , si eidem decenter superimponatur (§. 204 Geom.), consequenter etiam Sphærica sibi mutuo congruere debent (§. 57). Q. e. d.

THEOREMA XXVII.

Tab. I. Fig. 13. 59. In Triangulo æquicruro  $ABC$ , Anguli ad Basin  $B$  &  $C$  sunt æquales; & si in aliquo Triangulo Anguli  $B$  &  $C$  ad Basin  $BC$  æquales sunt, Triangulum  $ABC$  est æquicrurum.

DEMONSTRATIO.

Fiat  $AD=AE$ , erit  $BD=EC$  (§. 91 Arithm.). Per  $C$  &  $D$ , itemque per  $B$  &  $E$  ducantur Arcus Circulorum maximorum  $CD$  &  $BE$ . Quoniam  $AC=AB$ , per hypoth. &  $AD=AE$ , per constr. Angulus vero Autrinque Triangulo  $ABE$  &  $ACD$  communis; erit  $DC=BE$  (§. 55). Quare cum etiam sit  $EC$

$=BD$ , per demonstrata & Basis  $BC$  Tab. I. utrique Triangulo  $BDC$  &  $BEC$  communis; erit  $B=C$  (§. 58). Quod erat unum.

Sit jam  $B=C$  per hypoth. Fiat  $BD=CE$ , ducanturque Arcus  $BE$  &  $CD$ ; erit  $DC=BE$ ,  $x=0$  &  $m=n$  (§. 55). consequenter  $u=y$  (§. 43) &  $i=h$  (§. 91 Arithm.). Cum adeo sit  $DA=AE$  (§. 55) &  $BD=EC$  per construct. erit  $AB=AC$  (§. 88 Arithm.). Quod erat alterum.

SCHOLIUM.

60. Facile apparet, hanc Demonstrationem valere de omni Triangulo, cujus latera sunt Linea similes.

THEOREMA XXVIII.

61. In omni Triangulo Sphærico quodlibet latus est Semicirculo minus. Tab. I. Fig. 14.

DEMONSTRATIO.

Continuentur latera  $AB$  &  $AC$ , donec sibi mutuo occurrant in  $D$ . Continuentur quoque latera  $BA$  &  $BC$ , donec sibi mutuo occurrant in  $E$ . Quoniam latera Trianguli sunt Arcus Circulorum maximorum in Sphæra (§. 5);  $ABD$ ,  $ACD$  &  $BCE$  sunt Semicirculi (§. 20). Ergo Arcus  $AB$ ,  $AC$  &  $BC$  sunt Semicirculo minores. Q. e. d.

THEOREMA XXIX.

62. In omni Triangulo Sphærico  $BAC$  Tab. I. duo latera  $AB$  &  $AC$  simul sumta sunt tertio  $BC$  majora. Fig. 15.

DEMONSTRATIO.

Compleatur latus unum  $AC$  in Circulum  $AFC$ , cujus Diameter  $AF$ . Fiat  $AD=AB$ , ducaturque Arcus  $DAC$  subtensa  $DC$ , quæ Diameter  $AF$  in  $E$  secabit. Quodsi concipiamus Semicirculum  $ADF$



Tab. I. ADF rotari circa Axem AF, donec  
Fig. 15. arcus AD ipsi AB congruat (§. 57),  
recta ED ipsi EB congruet, adeoque  
aqualiserit. Sed  $BE + EC > BC$  (§. 190  
Geom.). Ergo  $DC > BC$  (§. 89 Arith.);  
consequenter arcus DAC, hoc est, duo  
arcus AB & AC simul sumti sunt arcu  
BC majores (§. 301 Geom.). Q. e. d.

## THEOREMA XXX.

Tab. I. 63. In omni Triangulo Spherico ABC,  
Fig. 14. tria latera junctim sumta AB, BC &  
CA sunt Peripheria Circuli maximi mi-  
nora.

## DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC, do-  
nec coeant in D, erunt ABD & ACD  
Semiperipheriæ Circulorum maximo-  
rum (§. 20). Sed  $BD + CD > BC$  (§. 62),  
feu  $BC < BD + CD$ : ergo  $BA + AC$   
 $+ BC < ABD + ACD$  (§. 90 Arithm.)  
hoc est, tria latera simul sumta Peri-  
pheria Circuli maximi minora sunt.  
Q. e. d.

## THEOREMA XXXI.

64. In omni Triangulo Spherico ABC,  
majori angulo ABC opponitur majus  
latus AC, minori A latus minus BC,  
& contra.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus  $ABC > A$  per hy-  
poth. Si fiat  $o = x$  (§. 20 Arithm.):  
erit  $FA = FB$  (§. 59), adeoque  $FB + FC$   
 $= AC$  (§. 80 Arithm.). Est vero  
 $FB + FC > BC$  (§. 62): ergo  $AC > BC$   
(§. 89 Arithm.) Quod erat unum.

Sit jam  $AC > BC$ : aut erit  $A = B$ ,  
aut  $A > B$ , aut  $A < B$ . Si  $A = B$ , erit  
 $AC = BC$  (§. 59) & si  $A > B$ , erit  
 $BC > AC$ , per demonstrata. Sed utrum-

que est contra Hypothesin: ergo  $A < B$ . Tab.  
Quod erat alterum. Fig.

## THEOREMA XXXII.

65. Si in Triangulo Spherico BAC  
crura AB & BC fuerint simul sumta  
Semicirculo aequalia: Basi AC continua-  
ta in D, erit angulus externus BCD  
interno opposito BAC aqualis.

## DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC do-  
nec sibi mutuo occurrant in D: erit ABD  
Semicirculus (§. 20); consequenter cum  
 $AB + BC$  sit itidem Semicirculus, per hy-  
poth.  $AB + BC = AB + BD$ , adeoque  
 $BC = BD$  (§. 91 Arithm.). Cum adeo  
sit angulus  $BCD = D$  (§. 59) &  $A = D$   
(§. 32); erit etiam  $BCD = A$  (§. 87  
Arithm.). Q. e. d.

## THEOREMA XXXIII.

66. Si in Triangulo Spherico BAC  
duo crura AB & BC simul sumta fuerint  
Semicirculo minora: angulus externus  
BCD major erit interno opposito A.

## DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC, do-  
nec sibi mutuo occurrant in D; erit  
ABD Semicirculus (§. 20); consequen-  
ter cum  $AB + BC$  sit Semicirculo mi-  
nor, per hypoth.  $AB + BC < AB + BD$ ,  
adeoque  $BC < BD$  (§. 92 Arithm.).  
Cum adeo sit angulus  $BCD > D$  (§. 64)  
&  $D = A$  (§. 32); erit etiam  $BCD > A$   
(§. 78 Arithm.). Q. e. d.

## THEOREMA XXXIV.

67. Si in Triangulo Spherico BAC  
duo crura AB & BC simul sumta fue-  
rint Semicirculo majora: angulus exter-  
nus BCD minor erit interno opposito A.

DE.



DEMONSTRATIO.

Tab. I. Continuentur latera AB & AC, do-  
Fig. 14. nec sibi mutuo occurrant in D, erit  
ABD Semicirculus (§. 20); consequen-  
ter cum  $AB + BC$  sit Semicirculo ma-  
jor, per *hypoth.*  $AB + BC > AB + DB$ ,  
adeoque  $BC > BD$  (§. 92 *Arithm.*).  
Cum adeo sit  $BCD < D$  (§. 64) &  
 $D = A$  (§. 32), erit etiam  $BCD < A$   
(§. 87 *Arithm.*). Q. e. d.

THEOREMA XXXV.

68. Si Basi AC Trianguli Sphærici  
ABC continuata in D, fuerit  $BCD = A$ ,  
latera AB & BC sunt Semicirculo aequa-  
lia; si  $BCD < A$ , BA & BC Semicir-  
culo majora; si denique  $BCD > A$ ; AB  
& BC semicirculo minora.

DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB, & AC,  
donec in D coëant; erit  $A = D$  (§.  
32), adeoque cum sit in casu primo  
angulus BCD ipsi A æqualis, in secun-  
do eodem minor, in tertio major per  
*hypoth.* in casu primo  $BCD = D$  (§.  
87 *Arithm.*) in secundo  $BCD < D$ ,  
in tertio  $BCD > D$  (§. 64). Quare  
cum  $AB + BD$  sit Semicirculus (§. 20),  
erit in casu primo  $AB + BC$  Semicir-  
culus (§. 88 *Arithm.*), in secundo  $AB$   
+ BC major, in tertio minor Semicir-  
culo (§. 90 *Arithm.*). Q. e. d.

THEOREMA XXXVI.

69. Si in Triangulo Sphærico ABC  
duo latera AB & BC fuerint Semicir-  
culo aequalia, anguli ad Basin A & C

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

sunt æquales duobus rectis; si illa Semi- Tab. I.  
circulo majora, hi duobus rectis majores; Fig. 14.  
si illa Semicirculo, hi duobus rectis mi-  
niores.

DEMONSTRATIO.

Si AB & BC simul æquantur Semi-  
circulo, erit  $BCD = A$  (§. 65). Sed  
 $BCD + BCA =$  duobus rectis (§. 43).  
Ergo anguli ad basin A & C duobus  
rectis æquales (§. 88 *Arithm.*). Quod  
erat unum.

Si AB & BC simul sumta Semicircu-  
lo majora, erit  $BCD < A$  (§. 67); si  
minora,  $BCD > A$  (§. 66). Sed BCD  
& BCA simul duobus rectis æquales  
(§. 43). Ergo in casu priori A & C  
duobus rectis majores, in posteriori  
minores (§. 90 *Arithm.*). Quod erat  
secundum & tertium.

THEOREMA XXXVII.

70. Si in Triangulo Sphærico ABC an-  
guli ad basin A & C duobus rectis aequa-  
les, latera AB & BC simul sumta aequa-  
lia sunt Semicirculo; si illi duobus re-  
ctis majores, hæc Semicirculo majora; si  
illi duobus rectis minores, hæc Semicir-  
culo minora.

DEMONSTRATIO.

Anguli, qui sunt deinceps, BCA &  
BCD duobus rectis æquales sunt (§. 43).  
Quare si A & BCA duobus rectis æqua-  
les, erit  $A = BCD$  (§. 91 *Arithm.*);  
si A & BCA duobus rectis majores, erit  
 $A > BCD$ ; si minores,  $A < BCD$  (§.  
92 *Arithm.*). Ergo in casu primo latera  
AB & BC simul Semicirculo æqualia  
sunt, in secundo majora, in tertio mi-  
nora Semicirculo (§. 68). Q. e. d.

Qq

THEO.

## THEOREMA XXXVIII.

Tab. I. 71. In omni Triangulo Sphærico ABC  
Fig. 14. *angulus quivis est minor duobus rectis; tres A, B & C simul sunt sex rectis minores, duobus majores.*

## DEMONSTRATIO.

Angulus quivis BCA cum eo, qui est deinceps, BCD æquatur duobus rectis (§. 43). Ergo solus est minor duobus rectis (§. 84 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Similiter quia A, B & C cum suis angulis, qui sunt deinceps, æquantur sex rectis (§. 43); pars sex rectorum sunt (§. 9 *Arithm.*) adeoque sex rectis minores (§. 84 *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

Porro cum A & C simul sumti vel sint duobus rectis æquales, vel iisdem majores vel minores (§. 69) in duobus casibus prioribus statim patet, tres A, C & B simul duobus rectis majores esse. Quod vero etiam in casu tertio duobus rectis majores sint, ita demonstratur. Quia A & BCA duobus rectis minores *per hypoth.* latera AB & BC simul semicirculo minora sunt (§. 70) adeoque BCD > A (§. 66). Fiat ergo GCD = A; erunt AG & GC simul semicirculo æqualia (§. 68), adeoque BG & GC semicirculo minora (§. 90 *Arithm.*), consequenter GBC & BCG duobus rectis minores (§. 69) & hinc ABC > BCG (§. 43 *Sphæric.* & §. 92 *Arithm.*). Ergo A + ABC > GCD + GCB (§. 90 *Arithm.*) > BCD (§. 86 & §. 89 *Arithm.*). Sed BCD & BCA simul duobus rectis æquales (§. 43). Quare A,

ABC & BCA duobus rectis majores Tab. I.  
(§. 90 *Arithm.*). *Quod erat tertium.* Fig. 14

## THEOREMA XXXIX.

72. Si in Triangulo Sphærico BAC Tab. I.  
crura AB & AC sint quadrantes, an- Fig. 13.  
guli ad Basim B & C recti erunt; quodsi  
angulus interceptus A fuerit rectus,  
etiam Basis BC quadrans erit; si A  
obtusus, BC quadrante major; si A acu-  
tus, BC quadrante minor.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam AB & AC sunt quadrantes, anguli B & C inter se æquales (§. 59), & junctim sumti duobus rectis æquales sunt (§. 69). Est igitur tam B, quam C rectus. *Quod erat unum.*

Similiter quia AB quadrans *per hypoth.* BC est mensura anguli A (§. 33). Quare si A rectus, erit BC quadrans; si obtusus, quadrante major; si acutus, quadrante minor. *Quod erat alterum.*

## THEOREMA XL.

73. Si in Triangulo Sphærico BAC an-  
guli ad Basim B & C fuerint recti; cru-  
ra AB & CA sunt quadrantes.

## DEMONSTRATIO.

Quia anguli B & C sunt inter se æquales, *per hypoth.* crura AB & AC æqualia sunt (§. 59). Et quia B & C simul duobus rectis æquales *per hypoth.* AB & AC simul Semicirculo æqualia sunt (§. 70). Est igitur tam AB, quam AC quadrans. *Q. e. d.*

## THEOREMA XLI.

74. Si in Triangulo Sphærico aequicr-  
uro ABC crura AB fuerint quadrante ma-  
jora, anguli ad Basim B & C sunt obtusi;  
si minora, acuti & contra.

DEMONSTRATIO.

Tab. I.  
Fig. 13. Si AB & AC quadrante majora, erunt simul Semicirculo majora, adeoque Anguli B & C simul duobus rectis majores (§. 69); consequenter tam B, quam C recto major (§. 59), hoc est, obtusus. *Quod erat unum.*

Si AB & AC quadrante minora, erunt simul Semicirculo minora, adeoque Anguli B & C simul duobus rectis minores (§. 69); consequenter tam B, quam C recto minor (§. 59), hoc est, acutus. *Quod erat alterum.*

Conversum Theorema simili prorsus modo demonstratur. Si enim Triangulum æquicurum, anguli B & C sunt æquales (§. 59), adeoque, simul sumti duobus rectis majores, si uterque obtusus, & ex adverso duobus rectis minores, si uterque acutus. Ergo in priori casu latera AB & AC simul Semicirculo majora, in posteriori minora (§. 70); consequenter tam AB, quam AC in priori quadrante majus, in posteriori quadrante minus. *Q. e. d.*

THEOREMA XLII.

Tab. I.  
Fig. 16. 75. Si in Triangulo Spherico rectangulo angulo recto B adjacens latus BC fuerit quadrans, erit Angulus A rectus; si BE quadrante majus, Angulus A obtusus; si denique BD quadrante minus, Angulus A acutus.

DEMONSTRATIO.

Quia CB ipsi BA ad Angulos rectos insistit, Circulus, cujus Arcus CB, per Polum ejus transit ad quem BA pertinet (§. 28). Est vero BC quadrans per

*hypoth.* Ergo in C est Polus ipsius BA Tab. I. (§. 25). Cum adeo CA itidem per Polum ipsius BA transeat (§. 27): erit A Angulus rectus (§. 28). *Quod erat unum.*

Jam si BD quadrante minus, BE vero quadrante majus, in casu priore AD inter B & C, in posteriore AE ultra C cadit; adeoque in illo Angulus BAD recto BAC minor, in hoc major est (§. 84 *Arithm.*); hoc est, in illo acutus, in hoc obtusus. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XLIII.

76. Si in Triangulo Spherico ABC ad B rectangulo Angulus A fuerit obtusus, erit latus ipsi oppositum EB quadrante majus: si vero in triangulo ABD ad B rectangulo Angulus A fuerit acutus, erit latus ipsi oppositum BD quadrante minus.

DEMONSTRATIO.

Si enim latus BE esset vel quadrans, vel quadrante minus, Angulus A esset in priori casu rectus, in altero acutus (§. 75). Sed per *hypothesein* obtusus est: ergo BE nec quadrans est, nec quadrante minus, consequenter quadrante majus. *Quod erat unum.*

Eodem modo ostenditur, si A fuerit Angulus acutus, fore BD quadrante minus. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XLIV.

77. Si in Triangulo Spherico ABC Tab. II. ad B rectangulo utrumque crus AB & BC fuerit vel quadrante minus, vel quadrante majus; Hypothenusa AC erit quadrante minor. Fig. 17. & 18.

## DEMONSTRATIO.

Tab II.  
Fig. 17.  
& 18.

Continuentur crura CB & AB quadrante minora in F & D, donec CF & BD fuerint quadrantes, vel si CB & AB quadrante majora, resecentur quadrantes CF & BD ducaturque Arcus DF Hypothenusæ continuatæ in E occurrens. Quia DB secatur CB ad Angulos rectos, per Polum ipsius transit (§. 28). Quare cum BD sit quadrans, per constructionem; erit in D Polus quadrantis CF (§. 25), adeoque etiam Angulus ad F rectus (§. 28): unde eodem modo patet, esse quoque in C Polum ipsius DF; consequenter CE quadrantem (§. 25). Ergo CA quadrante minor, (§. 84 *Arithm.*). Q. e. d.

## THEOREMA XLV.

78. Si in Triangulo Spherico ABC ad B rectangulo duo Anguli reliqui A & C fuerint vel ambo acuti, vel obtusi; Hypothenusa AC quadrante minor.

## DEMONSTRATIO.

Si enim A & C fuerint acuti, erunt latera opposita BC & AB quadrante minora; si A & C obtusi, latera opposita BC & AB quadrante majora (§. 76). Ergo in utroque casu Hypothenusa AC quadrante minor (§. 77). Q. e. d.

## THEOREMA XLVI.

Tab II. Fig. 19. 79. Si in Triangulo Spherico ABC ad B rectangulo latus unum AB fuerit quadrante minus, alterum CB quadrante majus; Hypothenusa AC erit quadrante major.

## DEMONSTRATIO.

Continuetur BA in E, donec BE sit quadrans & ex latere BC resecetur quadrans CF, ducaturque Arcus EF secans

Hypothenusam necessario in D. Quo Tab. niam EB secatur CB ad Angulos rectos per Fig. *hypoth.* per Polum ipsius transit (§. 28). Quare cum BE sit quadrans, erit in E Polus ipsius CF (§. 25), adeoque etiam Angulus ad F rectus (§. 28): unde eodem modo patet, esse quoque in C Polum ipsius EF, consequenter CD quadrantem (§. 25). Ergo CA quadrante major (§. 84 *Arithm.*). Q. e. d.

## THEOREMA XLVII.

80. Si in Triangulo Spherico ABC ad B rectangulo Angulus unus C fuerit acutus, alter A obtusus: erit Hypothenusa AC quadrante major.

## DEMONSTRATIO.

Quia A recto major, C minor, per *hypoth.* erit latus BC majus, AB vero minus quadrante (§. 76). Ergo Hypothenusa AC quadrante major (§. 79). Q. e. d.

## THEOREMA XLVIII.

81. Si in Triangulo Spherico ABC ad Tab. B tantum rectangulo Hypothenusa AC Fig. sit quadrante minor, erunt crura AB & 18. BC vel quadrante majora, vel minora, 19. & Anguli A & C vel obtusi, vel acuti: si vero Hypothenusa AC quadrante major, crus alterum BC quadrante majus & Angulus ipsi oppositus A obtusus; alterum AB quadrante minus & Angulus eidem oppositus C acutus.

## DEMONSTRATIO.

Si enim in priore casu crus unum foret quadrante majus, alterum minus, & Angulorum alter obtusus, alter acutus; tum Hypothenusa necessario foret quadrante major (§. 79 & 80). Sed per *hypothesein*, quadrante minor existit; ergo

ergo crus unum quadrante majus, alterum minus esse nequit, nec Angulorum alter obtusus, alter acutus esse potest. Est igitur latus utrumque aut quadrante majus aut eodem minus, & Angulus uterque vel obtusus, vel acutus. *Quod erat unum.*

Non absimili modo ostenditur, si Hypothenusa quadrante major, fore latus alterum quadrante majus, alterum minus; Angulum alterum recto majorem, alterum minorem. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XLIX.

Tab.II. Fig.20. 82. Si in Triangulo Spharico obliquo  $\triangle ACB$  Angulus ad Basim uterque  $A$  &  $B$  fuerit vel obtusus, vel acutus, perpendicularum  $CD$  ex Angulo tertio  $C$  in latus oppositum  $AB$  demissum intra Triangulum; si unus  $B$  obtusus, alter  $A$  acutus, extra illud cadit.

DEMONSTRATIO.

Cadat enim, si fieri potest, in casu primo perpendicularum  $CF$  extra Triangulum  $\triangle ACB$ . Quoniam in Triangulo  $\triangle ACF$  angulus  $A$  obtusus *per hypoth.* erit  $CF$  quadrante majus (§.76); consequenter in Triangulo  $\triangle CBF$  Angulus  $\theta$  obtusus (§.75). Sed quia  $x$  est obtusus, *per hypoth.* erit  $\theta$  acutus (§.43). Quare cum angulus  $\theta$  non simul acutus & obtusus esse possit, perpendicularum extra Triangulum cadere nequit. Cadit ergo intra ipsum. *Quod erat primum.*

Cadat porro in secundo casu, si fieri potest, perpendicularum  $CF$  extra Triangulum  $\triangle ACB$ . Quoniam angulus  $A$  acutus, *per hypoth.* erit  $CF$  quadrante minus (§.76), consequenter in Triangulo

$\triangle CBF$  angulus  $\theta$  acutus (§.75). Sed Tab.II. quia  $x$  est acutus *per hypoth.* erit  $\theta$  obtusus (§.43). Quare cum angulus  $\theta$  non simul acutus & obtusus esse possit, perpendicularum intra Triangulum cadat necesse est. *Quod erat secundum.*

Denique in tertio casu, ubi angulus  $CBA$  obtusus, alter  $A$  acutus, cadat, si fieri potest, perpendicularum  $CD$  intra Triangulum  $\triangle ACB$ . Quoniam angulus  $x$  est obtusus, *per hypoth.* erit latus  $CD$  quadrante majus (§.76). Sed quia in Triangulo  $\triangle ACD$  *per hypoth.* rectangulo ad  $D$ , angulus  $A$  acutus *per hypoth.* erit idem latus  $CD$  quadrante minus (§.76); quod cum sit absurdum, perpendicularum intra Triangulum cadere nequit. Cadit ergo extra illud. *Quod erat tertium.*

THEOREMA L.

83. Distantia Puncti  $A$  in Sphæra a Tab.I. Circulo maximo vel minore  $BC$  est Arcus Circuli maximi  $AD$  ad ipsum perpendicularis. Fig.16.

DEMONSTRATIO.

Si Arcus perpendicularis  $AD$  fuerit quadrans; erit in  $A$  Polus Circuli maximi  $BC$  (§.26), adeoque omnes Arcus Circulorum maximorum inter Punctum  $A$  & Circulum  $BC$  intercepti sunt quadrantes (§.25). Quodsi  $AD$  fuerit quadrante minor; erit angulus  $B$  recto minor (§.75), adeoque  $AD < BA$  (§.64). Minor adeo Arcus Circuli maximi quam  $AD$  inter  $A$  &  $BC$  in utroque casu intercepti nequit. Quare cum Arcus Circuli maximi  $AD$  sit Linea brevissima, quæ in Superficie Sphære ab uno Puncto



Tab.I.to ad alterum duci potest (§. 53);  
Fig.16. erit is distantia Puncti A a Circulo BC  
(§. 15 Geom.). Quod erat unum.

Quodsi OG fuerit Circulus minor,  
CB maximus, A utriusque Polus: erit  
Arcus AD tam ad OG, quam ad BC  
perpendicularis (§.28, 30). Cum adeo  
AD sit distantia puncti A à BC, & DH  
distantia puncti H ab eodem BC, per  
demonstrata: erit AH distantia Puncti  
A ab Arcu OG. Quod erat alterum.

### THEOREMA LI.

84. Si in Triangulo Sphærico ACB  
omnes anguli A, B & C sunt acuti;  
latera singula sunt quadrante minora.

### DEMONSTRATIO.

Tab.II. Demittatur ex angulo uno C in latus  
Fig.20. AB perpendicularis CD, quæ intra  
Triangulum cadit (§. 82). Cum itaque  
in Triangulo rectangulo CDB angulus  
B sit acutus & DCB similiter acutus per  
hypoth.; erit Hypothenusa CB quadrante  
minor (§. 78). Eodem modo constat,  
Hypothenusam AC in Triangulo re-  
ctangulo ADC esse quadrante mino-  
rem. Nec absimili ratiocinio colligitur,  
perpendicularē ex B in latus AC demisso,  
latus AB esse quadrante minus. Sunt  
igitur singula latera quadrante minora.  
*Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

85. Ergo si in Triangulo Sphærico obli-  
quangulo latus unum sit quadrante majus,  
angulus unus est obtusus, (§. 84), nempe  
qui opponitur eidem lateri (§. 64).

### THEOREMA LII.

86. Si in Triangulo Sphærico ACB

anguli duo A & B fuerint obtusi, tertius Tab.II.  
vero C acutus; latera AC & CB ob- Fig.20.  
tusis opposita sunt quadrante majora,  
quod vero opponitur acuto AB, quadran-  
te minus.

### DEMONSTRATIO.

Demittatur ex angulo acuto C per-  
pendiculum CD in basin AB, quod in-  
tra Triangulum cadet (§. 82). Quo-  
niam  $x$  &  $y$  sunt anguli obtusi,  $m$  &  $r$   
acuti per hypoth. in Triangulis ACD &  
CDB ad D rectangulis per constr. erunt  
Hypothenusæ AC & CB quadrante ma-  
jores (§. 80). Quod erat unum.

Demittatur porro ex angulo obtuso  
A perpendicularum in CB, quod extra  
Triangulum cadet (§. 82). Continuetur  
perpendiculum AG donec lateri CB  
continuato in H occurrat; erit HG Se-  
micirculus (§. 20). Sed arcus CB qua-  
drante major, per demonstrata: Ergo  
BG quadrante minor. Jam cum angu-  
lus  $x$  obtusus sit, per hypoth. erit  $z$  acu-  
tus (§. 43), adeoque perpendicularum AG  
quadrante minus (§. 76), consequenter  
AB quadrante minus (§. 77). Quod erat  
alterum.

### COROLLARIUM.

87. Ergo si duo latera sunt quadrante  
minora, duo anguli sunt acuti.

### THEOREMA LIII.

88. Si in Triangulo Sphærico ABC Tab.II.  
singula latera fuerint quadrante majora, Fig.21.  
vel duo AB & AC quadrante majora,  
tertium BC quadrans; singuli anguli  
sunt obtusi.

DE-



DEMONSTRATIO.

Tab. II. Ex A tanquam Polo intervallo qua-  
Fig. 21. drantis AD describatur circulus maxi-  
mus DEF occurrēns lateri BC pro-  
ducto in F; erunt anguli ad D & E recti  
(§. 28), & quia BC vel quadrans, vel  
quadrante majus, CF quadrante minus  
(§. 20) & BF quadrante majus in casu  
utroque; consequenter cum CE sit qua-  
drante minus, quia AE quadrans, EF  
quadrante minus (§. 81). Unde angulus  
ECF acutus (§. 75), adeoque ipsi dein-  
ceps positus ACB obtusus (§. 43).  
Eodem prorsus modo ostenditur angu-  
los reliquos A & B esse obtusos. Q. e. d.

THEOREMA LIV.

Tab. I. 89. Si in Triangulo Sphærico obli-  
Fig. 14. quangulo ABC duo latera AB & AC  
sint quadrante minora, tertium BC qua-  
drante majus: erit angulus A, qui ma-  
ximo opponitur obtusus, reliqui duo B &  
C erunt acuti.

DEMONSTRATIO.

Producantur latera quadrante mino-  
ra AB & AC, donec sibi mutuo occur-  
rant in D, erunt latera BD & CD qua-  
drante majora (§. 20), adeoque omnes  
anguli obtusi (§. 88); consequenter an-  
gulus A obtusus (§. 32) & ABC atque  
BCA acuti (§. 43). Q. e. d.

THEOREMA LV.

Tab. II. 90. Si Trianguli Sphærici ABC ad  
Fig. 22. A rectanguli singula latera, quæ sunt

quadrante minora, continuentur in F, Tab. II.  
E & D, donec fiant quadrantibus CD, Fig. 22.  
CE, AF æquales; Arcus Circuli maxi-  
mi DF transiens per puncta F & D est  
quadrans, Arcum CE ad angulos rectos  
secat, & per Punctum E transit.

DEMONSTRATIO.

Quia FA secat AC ad angulos re-  
ctos per hypoth. FA per Polum ipsius  
AC transit (§. 28). Quare cum FA sit  
quadrans per construct. erit in F Polus  
ipsius DC (§. 25), consequenter FD  
quadrans est (§. cit.). Quod erat pri-  
mum.

Porro quoniam DF transit per Po-  
lum F Arcus DC per demonstrata; DC  
vicissim per Polum ipsius DF transit  
(§. 27). Quare cum DC sit quadrans  
per construct. erit in C Polus ipsius DF  
(§. 25); consequenter CE quadrans  
(§. cit.) adeoque Arcus DF per Pū-  
ctum E transit, EC etiam Arcum EF  
ad angulos rectos secat (§. 28). Quod  
erat secundum & tertium.

COROLLARIUM.

91. Quoniam DE est mensura anguli  
C (§. 31) & DF quadrans (§. 90); erit  
Arcus EF complemento anguli C ad re-  
ctum æqualis. Similiter quia DA mensura  
anguli F (§. 31) & DC quadrans (§. 90)  
erit angulus F complemento lateris AC  
æqualis.

## CAPUT III.

## De Resolutione Triangulorum rectangulorum.

## DEFINITIO IX.

Tab. II. 92. **I**N Triangulo Sphærico rectan-  
Fig. 23. gulo BAC *partem mediam* voco,  
quæ inter duas alias instar extremarum  
consideratas interjacet. Veluti si extre-  
mæ sumantur AB & BC, pars media  
erit Angulus B.

## DEFINITIO X.

93. Quodsi partes, quæ instar extre-  
marum considerantur, mediæ fuerint  
contiguæ, aut inter mediam & extre-  
marum alteram Angulus rectus A inter-  
jacet, *partes illas conjunctas* appello.  
E. gr. si B sit media, AB & BC erunt  
partes conjunctæ.

## COROLLARIUM.

94. Quodsi ergo fuerit

media	1. AB	1. { AB B
	2. B.	2. { AB BC
	3. BC erunt conjunctæ	3. { B C
	4. C	4. { BC CA
	5. AC	5. { C AB

## DEFINITIO XI.

95. Si vero inter partes, quæ extre-  
marum loco sunt, & inter mediam alia  
quædam præter angulum rectum inter-  
jacet; tum eas *sejunctas* dicere soleo.  
E. gr. si B sit media, erunt AC & C  
sejunctæ: inter partem enim mediam B

& extremam C interjacet hypothenusa Tab. II.  
BC; inter mediam B & alteram extre- Fig. 24.  
mam AC, præter rectum A, qui hic  
non attenditur, crus AB.

## COROLLARIUM.

96. Quodsi ergo fuerit

media	1. AB	1. { BC C
	2. B	2. { AC C
	3. BC erunt sejunctæ	3. { AB AC
	4. C	4. { B AB
	5. AC	5. { BC B

## LEMMA IV.

97. Si Planum EFC ad Planum GFC Tab. II.  
inclinetur, sintque FG, EF & BI ad FI, Fig. 24.  
BH ad Planum FCG perpendiculares;  
anguli EFG & BIH æquales sunt.

## DEMONSTRATIO.

Fiat FS = IB & ex S demittatur SR  
ad FG perpendicularis. Quoniam FE &  
BI perpendiculares ad FI, per hypoth. erit  
FI ipsi BS parallela (§. 26 Geom.) & BS  
tam ad FS, quam ad IB (§. 230 Geom.);  
consequenter etiam ad SR in Plano FSR  
& ad BH in Plano IBH perpendicularis  
(§. 484 Geom.). Quare cum BH sit per-  
pendicularis ad Planum GFC per hypoth.  
adeoque ad HR (§. 484 Geom.); erit HR  
ipfi

Tab. II. ipsi BS parallela (§. 256 Geom.) consequenter  $SR = BH$  (§. 226 Geom.). Quare cum etiam sit  $FS = IB$  per construct. & Angulus FSR & IBH recti per demonstr. adeoque æquales (§. 145 Geom.); erit angulus SFR alteri BIH æqualis (§. 179 Geom.). Q. e. d.

THEOREMA LVI.

Tab. II. 98. In Triangulo Spherico ABC ad Fig. 25. A rectangulo, Sinus totus est ad Sinum Hypothenusæ BC, ut Sinus anguli obliqui C ad Sinum cruris sibi oppositi AB, vel ut Sinus anguli B ad Sinum cruris sibi oppositi AC.

DEMONSTRATIO.

Producantur latera CB in E, CA in D, AB in P, donec CE, CD, AP fiant quadrantes: circulus maximus DPNO transiens per D & P etiam transit per E (§. 90), estque ED mensura anguli C (§. 31). Quare si ad Radios FD, FA & FC demittantur perpendiculares EG, BH & BI; erunt eadem Sinus arcuum ED, BA & BC (§. 2 Trigon. plan.) & cum, ob quadrantem CE, angulus EFC sit rectus (§. 143 Geom.), adeoque EF ad FC perpendicularis (§. 78 Geom.); erit angulus EFG alteri BIH æqualis (§. 97); consequenter ut FE Sinus totus ad BI Sinum Hypothenusæ BC, ita EG Sinus arcus ED, seu anguli ACB, ad BH Sinum lateris sibi oppositi AB (§. 267 Geom.). Eodem modo ostenditur, quod Sinus totus sit ad Sinum BC, uti Sinus B ad Sinum cruris AC.

Quodsi in Triangulo QAB crux unum QDA fuerit quadrante majus, erit etiam Hypothenusa QEB quadrante

major (§. 79). Quare si Arcus QD & QE Tab. II. fiant quadrantes, & reliqua ut ante; in Fig. 25. hoc etiam casu patet esse, Sinum totum FE ad Sinum BI Hypothenusæ BEQ, ut Sinus EG anguli Q ipsi nempe C æqualis (§. 32) ad Sinum BH cruris BA.

Denique si crura angulum rectum intercipientia fuerint OAB & ODE quadrante majora, erit Hypothenusa BE quadrante minor (§. 77). Continuentur latera, donec se mutuo intersecant in P, erit angulus P ipsi O æqualis (§. 32), adeoque etiam rectus & PE atque PB erunt complementa crurum ad Semicirculum (§. 18). Sed in Triangulo BPE est ut Sinus totus ad Sinum Hypothenusæ EB, ita Sinus anguli B ad Sinum cruris oppositi PE; ita etiam Sinus anguli E ad Sinum cruris oppositi PB per demonstrata. Quare cum PE atque EDO, PB atque BAO, anguli ad B itemque ad E contigui eundem habeant Sinum (§. 5 Trigon. Plan.); erit etiam ut Sinus totus ad Sinum Hypothenusæ BE, ita Sinus EBO ad sinum EO, & sinus BEO ad sinum BO.

In omni adeo Triangulo rectangulo Spherico, cujus nullum latus est quadrans, est ut Sinus totus ad Sinum Hypothenusæ, ita Sinus anguli obliqui, ad Sinum lateris sibi oppositi. Q. e. d.

COROLLARIUM.

99. Est ergo rectangulum ex Sinu toto in Sinum cruris unius æquale rectangulo ex Sinu anguli eidem oppositi in Sinum Hypothenusæ (§. 378 Geom.).

THEOREMA LVII.

100. In omni Triangulo Spherico Tab. II. rectangulo ABC, cujus latus nullum est Fig. 22. quadrans, si crurum AB & AC comple-

Tab. II. *menta ad quadrantem considerentur ut Fig. 22. crura ipsa, Rectangulum ex Sinu toto in Cofinum partis mediæ æquatur rectangulo ex Sinibus partium sejunctarum.*

### DEMONSTRATIO.

Etenim pars media vel est crus alterutrum AB aut AC, vel Hypothenusa BC, vel angulus obliquus alteruter B aut C; adeoque in primo casu partes sejunctæ sunt Hypothenusa BC & angulus obliquus C vel B mediæ AB vel AC oppositus; in secundo crura AB & AC; in tertio angulus obliquus alter C aut B cum crure adjacente AC vel AB (§. 96).

I. Est vero in casu primo rectangulum ex Sinu toto in Sinum partis mediæ æquale rectangulo ex Sinibus sejunctarum (§. 99) & Cofinus complementorum ad quadrantem sunt Sinus ipsorummet laterum (§. 11 Trig. Plan.). Quare si pro cruribus AB & AC sumantur complementa ad quadrantem; erit rectangulum ex Sinu toto in Cofinum partis mediæ, cruris AB vel AC, æquale rectangulo ex Sinibus sejunctarum, Hypothenusæ BC & anguli C vel B.

II. Si BC fuerit pars media & crura AB atque AC partes sejunctæ; continuentur singula Trianguli latera in D, E & F, donec fiant quadrantes & per F ac D ducatur Circulus maximus, erit DF quadrans & transibit etiam per E secabitque EC ad angulos rectos (§. 90). Erit vero F complemento cruris AC, EB complemento Hypothenusæ BC & FB complemento cruris AB æqualis, *per construct.* Cum adeo rectangulum ex Sinu toto in Si-

num EB sit æquale rectangulo ex Sinibus anguli F & Arcus BF, (§. 99); erit rectangulum ex Sinu toto in Cofinum partis mediæ BC æquale rectangulo ex Sinibus sejunctarum AB & AC.

III. Si C pars media, AB & B partes sejunctæ, continuatis ut ante lateribus, erit EF complemento anguli C (§. 91) & EBF suo verticali ABC æqualis (§. 43). Quare cum sit rectangulum ex Sinu toto in Sinum arcus EF æquale rectangulo ex Sinu anguli B in Sinum arcus BF (§. 99); erit denuo rectangulum ex Sinu toto in Cofinum partis mediæ C æquale rectangulo ex Sinibus sejunctarum B & AB.

Patet adeo in omni casu, rectangulum ex Sinu toto in Cofinum partis mediæ æquari rectangulo ex Sinibus sejunctarum, si complementis crurum AB & AC tanquam cruribus utaris. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM I.

101. Si itaque Sinus fuerint artificiales; seu naturalium Logarithmi; erit Sinus totus cum Cofinu partis mediæ æqualis Sinibus partium sejunctarum (§. 337 Arithm.).

### COROLLARIUM II.

102. Quia in Triangulo rectilineo rectangulo ABC Sinus totus est ad Hypothenusam BC, ut Sinus anguli B vel C ad Sinum cruris oppositi AC vel AB (§. 33 Trig. plan.); si pro laterum Sinibus sumantur latera ipsa, erit etiam hic Sinus totus cum Cofinu partis mediæ AC vel AB, hoc est, cum ipsa AC vel AB, æquale Sinibus partium sejunctarum B vel C & BC, hoc est, Sinui B vel C & ipsi BC.

### SCHOLIUM.

103. En Regulam Sinuum Catholicam; seu partem primam Regule Trigonometriæ Catho-

Catholicæ, per quam omnia utriusque Trigonometria Problemata solvuntur, quando Sinibus solis res peragitur. Equidem haud difficulter apparet, eam sine Theoremate 56 demonstrari potuisse, cum Demonstratio additis iis, quæ in Demonstrazione Casus primi Theorematis 57 occurrunt, sit ipsa Demonstratio Casus primi completa; sed ut Theoriam traderemus, quæ etiam vulgari Methodo satisfaceret, una a nobis exponenda, ideo Theorema 56 (§. 98) præmittere debuimus. NEPERUS (a) de istiusmodi Regula Catholica primus cogitavit; sed ipse utitur complementis

Tab. II. Hypothenusæ BC, & angulorum B ac C tan-  
Fig. 23. quam Hypothenusæ & angulis ipsis. Unde ipsius Regula Sinum Catholica hujus tenoris; Sinus totus cum Sinu partis mediæ æquatur Cofinibus partium oppositarum seu (nostra phrasi) sejunctarum. In hac vero Harmonia Trigonometriæ Planæ & Sphæricæ non apparet, a me per meam primum animadversa, quam inveneram, antequam NEPERIANAM vidissem (b), cum nempe CL. CRUGERUS, Mathematicum Professor Bremensis mihi significaret, sibi communicatam esse a nonnecumine Regulam universalem, per quam omnes casus Trigonometriæ Sphæricæ in Triangulis Rectangulis solvi possint, & quam instar arcani celabat, nescius eam a NEPERO dudum in publicum esse emissam a Scriptoris Anglis passim adhiberi.

### LEMMA V.

Tab. II. 104. Sinus totus CA est medius pro-  
Fig. 26. portionalis inter Tangentem AF & Cotangentem DB.

### DEMONSTRATIO.

Sit ACB quadrans & AF Tangens anguli ACF; DB vero Cotangens (§. 11 Trigon.). Quoniam Cotangens DB ad Radium BC perpendicularis (§. 8, 11 Trigon. Plan.) & AB mensura anguli

ACB (§. 57 Geom.), adeoque angulus Tab. II.  
ACB rectus (§. 143 Geom.), consequen- Fig. 26.  
ter AC ad CB iidem normalis (§. 78 Geom.); erunt AC & DB parallelæ (§. 256 Geom.). Quare si ex D demittatur perpendicularis DE, erit ea ipsi BC parallela (§. cit.), adeoque EC Cotangenti DB, & DE Sinui toti BC æqualis (§. 226 Geom.). Quare cum etiam FA sit ad AC perpendicularis (§. 8 Trigon. plan.), adeoque ipsi DE parallela (§. 256 Geom.); erit CE:ED = CA:AF (§. 268 Geom.), hoc est, DB:AC = AC:AF, vi demonstratorum. Q. e. d.

### THEOREMA LVIII.

105. In Triangulo Sphærico rectan- Tab. II.  
gulo ABC, cujus nullum latus quadrans, Fig. 25.  
est ut Sinus totus ad Sinum cruris adjacentis AC, ita Tangens anguli adjacentis C ad Tangentem cruris oppositi AB.

### DEMONSTRATIO.

Producantur latera AB, CA & CB; in P, D & E, donec fiant quadrantes & erectis perpendicularibus DL & AM ad radios FD & FA, ductaque AK ad radium FC perpendiculari; erit AK Sinus cruris AC (§. 2 Trigon. plan.), AM Tangens cruris AB & DL Tangens arcus DE (§. 7 Trigon. plan.); hoc est, quia hic mensura anguli C (§. 31), DL Tangens anguli C. Eodem vero, quo supra (§. 98), modo demonstratur, angulos DFL & AKM esse æquales. Quare cum Triangula DFL & AKM sint ad D & A rectangula per construct. erit FD:KA = DL:AM (§. 267 Geom.). Et simili modo ostenditur, esse Sinum totum ad Sinum lateris AB, ut Tangentem anguli

(a) In Canone mirifico.

(b) Vid. Præfat. ad Tabulas Sinuum a me editas.



Tab. II. adjacentis B ad Tangentem cruris oppo-  
Fig. 25. siti AC, lateribus nempe in oppositum  
productis. In reliquis casibus idem  
ostenditur ut supra (§. 98). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM I.

106. Quia Cotangens anguli C est ad Sinum totum, ut Sinus totus ad Tangentem anguli C (§. 104), & ut Sinus totus ad Tangentem anguli C, ita Sinus AC ad Tangentem AB (§. 105 *Sphæ.* & §. 173 *Arith.*); erit etiam Cotangens anguli C ad Sinum totum, ut Sinus cruris eidem adjacentis AC ad Tangentem oppositi AB (§. 167 *Arithm.*).

### COROLLARIUM II.

107. Est igitur Rectangulum ex Sinu toto in Sinum cruris unius AC æquale Rectangulo ex Tangente cruris alterius AB in Cotangentem anguli eidem oppositi C (§. 378 *Geom.*). Et similiter Rectangulum ex Sinu toto in Sinum cruris AB æquale Rectangulo ex Tangente cruris AC in Cotangentem anguli B.

### THEOREMA LIX.

Tab. II. 108. In omni Triangulo Sphærico  
Fig. 22. Rectangulo ABC, cujus nullum latius  
est quadrans, si crurum AB & AC complementa ad quadrantem vel excessus supra quadrantem considerentur ut crura ipsa, Rectangulum ex Sinu toto in Cosinum partis mediæ æquale est Rectangulo ex Cotangentibus partium conjunctarum.

### DEMONSTRATIO.

Etenim pars mediæ vel est crus alterum AB vel AC, vel angulus obliquus alteruter B & C, vel Hypothenusa BC, adeoque in illo casu partes conjunctæ sunt vel AC & B, vel AB & C, in isto vel AB & BC, vel AC & BC; in hoc denique B & C (§. 94).

I. In casu primo Rectangulum ex Sinu Tab. II. toto in Sinum cruris AC æquale est Fig. 22. Rectangulo ex Tangente cruris alterius AB in Cotangentem anguli C (§. 107). Quare cum Cosinus atque Cotangens complementi ad quadrantem sit Sinus & Tangens ipsius anguli vel arcus (§. 111 *Trigon. plan.*), si complementa crurum AC & AB ut crura ipsa considerentur, erit Rectangulum ex Sinu toto in Cosinum partis mediæ AC æquale Rectangulo ex Cotangentibus partium conjunctarum AB & C.

II. Si C sit pars mediæ, AC & BC sint partes conjunctæ; producantur latera in E, D & F, donec fiant quadrantes; erit angulus ad E re-  
ctus (§. 90), EF complemento anguli C, angulus vero F complemento cruris AC (§. 91) & BE complemento lateris BC æqualis *per construct.* Est vero Rectangulum ex Sinu toto in Sinum EF æquale Rectangulo ex Cotangente F in Tangentem EB (§. 107). Ergo Rectangulum ex Sinu toto in Cosinum Anguli C seu partis mediæ æquatur, in Hypothesi Theorematis, Rectangulo ex Cotangentibus laterum AC & BC, seu partium conjunctarum. Idemque productis lateribus Trianguli ABC in oppositam partem, eodem modo demonstratur, si angulus B fuerit pars mediæ.

III. Si denique BC fuerit pars mediæ; B & C sint conjunctæ, producantur latera AB, BC & AC in K, I & H, donec BK, BI, AH fiant quadrantes.



Tab. II. Fig. 22. drantes & per H & K ducatur arcus Circuli maximi HK, qui etiam transit per I, & AI ad angulos rectos in I secatur & quadrans est (§. 90). Quare cum KI sit mensura anguli B (§. 33), erit HI complementum anguli B. Porro CI complementum Hypothenusæ BC per construct. & angulus HCI suo verticali BCA æqualis (§. 43). Est vero Rectangulum ex Sinu toto in Sinum CI æquale Rectangulo ex Cotangente anguli C in Tangentem HI (§. 107). Ergo Rectangulum ex Sinu toto in Cosinum Hypothenusæ BC seu partis mediæ æquatur Rectangulo ex Cotangentibus angulorum C & B, seu partium conjunctarum.

In omni adeo casu Rectangulum ex Sinu toto in Cosinum partis mediæ æquale est Rectangulo ex Cotangentibus conjunctarum.

### COROLLARIUM I.

109. Si ergo Sinus & Tangentes fuerint artificiales; Sinus totus cum Cosinu partis mediæ æqualis est Cotangentibus partium conjunctarum (§. 337 Arithm.).

### COROLLARIUM II.

Tab. II. Fig. 27. 110. Cum in Triangulo rectangulo rectilineo Tangentibus utamur, si ex cruribus AB & AC inveniri debet angulus C, tum sit Sinus totus ad Cotangentem C, hoc est ad Tangentem B, ut AB ad AC (§. 40 Trigon. plan.); in Triangulo quoque rectilineo, si pro Sinibus & Tangentibus laterum sumantur latera ipsa, erit Sinus totus cum Cosinu partis mediæ, hoc est cum AC, æqualis Cotangentibus partium conjunctarum, hoc est, Cotangenti C seu Tangenti B & lateri AB.

### SCHOLIUM I.

111. En Regulam Tangentium Catholicam, quæ partem alteram constituit Regulæ Trigonometriæ Catholicæ, per quam omnia utriusque Trigonometriæ Problemata solvuntur, in quibus Tangentibus opus est. Equidem apparet, eam sine Theoremate 58. (§. 105) demonstrari potuisse, cum ejus Demonstratio additis iis, quæ in Cor. 1. (§. 106) & in Demonstratione Theorematis 59. (§. 108) habentur, ipsa sit Demonstratio casus primi Theor. 59. completa: sed ob rationem supra allatam (§. 103), consultum nobis visum est Theorema 58. distincte præmittere. Regula Tangentium NEPERIANA (a) facit ob rationem supra iidem allatam (§. 103): Sinum totum cum Sinu partis mediæ æqualem Tangentibus partium circum positarum seu (nostra phrasi) conjunctarum.

### COROLLARIUM III.

112. Est igitur Trigonometriæ Universalis Regula Catholica; In Triangulo rectangulo (notatis notandis, hoc est, complementis crurum AB & AC instar crurum consideratis & in Triangulis rectilineis pro Sinibus & Tangentibus laterum lateribus ipsis assumtis) Sinus totus cum Cosinu partis mediæ æquatur Sinibus partium conjunctarum & Cotangentibus conjunctarum.

### SCHOLIUM II.

113. Quoad Triangula rectilinea notandum, ex solis angulis datis de lateribus nil determinati concludi posse (§. 267 Geom.) & angulo uno obliquo dato alterum quoque notum esse (§. 241 Geom.): unde judicatur, quinam casus sint inutiles. Nec hoc negligendum est, non esse locum Regulæ Tangentium, si per Regulam Sinuum quesitum inveniri potest. E. gr. Ex BC & B per Regulam Sinuum invenitur AC, etiam si dentur C & BC, quia dato C datur quoque B: tum ergo Tangentium Regula locum non habet. Superest ut usum Regulæ nostræ in Triangulis Sphericis exemplis commonstremus.

Rr 3

PRO-

(a) In Canone mirifico.

## PROBLEMA I.

II4. *Datis in Triangulo rectangulo Spherico, prater angulum rectum, duabus partibus quibuscunque, invenire reliquarum quamlibet.*

## RESOLUTIO.

Tab.II. I. *Per Regulas vulgares.*

Fig. 22. 1. Ante omnia expendatur, utrum partes, quæ in quæstionem veniunt, sint sejunctæ, an conjunctæ (§. 94, 96).

2. Si partes sejunctæ sibi mutuo opponantur, veluti si Hypothenusa BC cum angulo C pro crure opposito AB detur, utendum est Analogia Theorematis 56 (§. 98), inferendo nempe :

ut Sinus totus

ad Sinum Hypothenusæ BC;

Ita Sinus anguli C

ad Sinum cruris oppositi AB.

3. Si vero partes sejunctæ sibi mutuo non opponantur, veluti si AB cum angulo adjacente B, pro angulo opposito C, detur, latera trianguli continuanda sunt versus partem alterutram, donec fiant quadrantes, ut obtineatur novum Triangulum, in quo partes, quæ in quæstionem veniunt, sibi mutuo opponuntur, veluti in nostro casu Triangulum EBF, in quo datur BF, cruris AB complementum, & angulus B, pro EF complemento anguli C (§. 90, 91). Inferitur adeo ut ante :

Ut Sinus totus

ad Sinum BF, seu Cosinum AB;

ita Sinus anguli B

ad Sinum EF, seu Cosinum C.

4. Si inter partes conjunctas Hypothenusa non reperiatur locum, veluti si

crura AB & AC pro angulo uni eo-Tab. rum opposito C dentur; Analogia Fig. Theorematis 58 (§. 105) utendum est, inferendo nempe:

Ut Sinus AB

ad Sinum totum;

ita Tangens AB

ad Tangentem C.

5. Si vero in numero partium conjunctarum Hypothenusa fuerit, veluti si Hypothenusa BC cum angulo C pro latere adjacente AC detur; latera Trianguli versus partem alterutram continuanda sunt, donec fiant quadrantes, ut novum obtineatur Triangulum, in quo Hypothenusa inter partes, quæ in quæstionem veniunt, non comparet, e. gr. in nostro casu Triangulum EBF, in quo EB complementum Hypothenusæ BC, EF complementum anguli C & angulus F complementum cruris AC (§. 90, 91). Cum adeo in Triangulo EFB Hypothenusa in quæstionem non veniat, inferendum ut ante :

Ut Sinus EF, seu Cosinus C

ad Sinum totum;

Ita Tangens EB, seu Cotangens BC ad Tangentem F, seu Cotangentem AC.

6. Quando Trianguli latera producenda, perinde est, in quamcunque partem ea produxeris, si nullus angulus acutus in quæstionem veniat: quodsi unus quæstionem ingreditur, latera continuantur per angulum obliquum alterum: quodsi uterque sit in nexu, per eum continuantur, qui lateri, quod est in quæ-

Tab. II.  
Fig. 23.

quæstione, adjacet. Hac enim ratione semper obtineri Triangulum, in quo quæstum per Regulam vel Sinuum, vel Tangentium invenitur, inductione omnium casuum constat.

11. *Per Regulam Catholicam.*

1. Expendatur, ut ante, utrum partes quæ in quæstionem veniunt, sint conjunctæ, an sejunctæ (§. 94, 96).
2. Si crux vel alterutrum, vel utrumque circa angulum rectum quæstionem ingreditur, pro eo inter data scribatur ejus complementum ad quadrantem.
3. Cum per Regulam Catholicam Sinus totus cum Cosinu partis mediæ æqualis Sinibus sejunctarum, & Cotangentibus conjunctarum; a summa datorum subtrahatur tertium datum, relinquetur Sinus aliquis vel Tangens, cui in Canone Triangulorum artificiali respondet angulus, vel latus quæstum.

SCHOLION.

115. Quoniam Regula Catholica in posterum utemur, eandem ad omnes Casus applicare & Exemplis illustrare libet: quæ in casu partium sejunctarum vulgarem Methodum una illustrant, in casu autem conjunctarum alias solutiones admittunt. Utimur autem Sinibus & Tangentibus artificialibus.

PROBLEMA II.

Tab. II.  
Fig. 23.

116. *Datis Hypothenusa BC 60°, & angulo C 23° 30'; invenire crux oppositum AB.*

RESOLUTIO.

Quia AB pars media, C & BC sejunctæ (§. 96), Sinus totus cum Cosinu

complementi AB, hoc est Sinu ipsius Tab. II. AB æqualis est Sinibus C & BC (§. 112). Fig. 23.

Ergo a Sin. C 96006997  
& Sin. BC 99375306

Summâ 195382303  
subduc. Sin. tot. 100000000

relinquitur Sin. AB 9. 5382303,  
cui in Canone, quam proxime respondent 20° 12' 6".

PROBLEMA III.

117. *Datis Hypothenusa BC 60° & crure AB 20° 12' 6" invenire angulum oppositum C.*

RESOLUTIO.

Patet per Probl. præc. a summa Sinus totius & Sinus cruris AB subtrahendum esse Sinum Hypothenusæ BC, ut relinquatur Sinus anguli C. Facile adeo Exemplum Casus præcedentis mutatur in Exemplum Casus præsentis.

PROBLEMA IV.

118. *Datis crure AB 20° 12' 6" & angulo opposito C 23° 30', invenire hypothenusam BC.*

RESOLUTIO.

Patet per Probl. 2, a Summa Sinus totius & Sinus AB subtrahendum esse Sinum anguli C, ut relinquatur Sinus Hypothenusæ BC. Exemplum Casus primi facile mutatur in Exemplum Casus præsentis.

PROBLEMA V.

119. *Datis Hypothenusa BC 60° & crure uno AB 20° 12' 16" invenire crux alterum AC.*

RESOLUTIO.

Quia BC est pars media, AB & AC partes sejunctæ (§. 96); Sinus totus cum Cosinu Hypothenusæ BC, æqualis est Sin-

Tab. II. Sinibus complementorum, hoc est, Co-  
Fig. 23. sinibus crurum AB & AC (§. 112).

Ergo a Sin. tot. 100000000  
& Cof. BC 96989700

Summâ 196989700

Subducatur, Cof. AB 99724279

relinquitur Cof. AC : 97265421,  
cui in Canone quam proxime respon-  
dent  $32^{\circ} 11' 34''$ . Ergo AC  $57^{\circ} 48' 26''$ .

#### PROBLEMA VI.

120. *Datis cruribus* AC  $57^{\circ} 48' 26''$   
& AB  $20^{\circ} 12' 6''$ ; *invenire Hypothenu-*  
*sam* BC.

#### RESOLUTIO.

Patet per Casum præcedentem, a  
summa Cosinuum crurum AB & AC  
subducendum esse Sinum totum ut re-  
linquatur Cosinus Hypothenuſæ BC.  
Exemplum Casus præcedentis facile abit  
in Casum præsentem.

#### PROBLEMA VII.

121. *Datis crure* AC  $57^{\circ} 48' 26''$  &  
*angulo adjacente* C  $23^{\circ} 30'$ ; *invenire an-*  
*gulum oppositum* B.

#### RESOLUTIO.

Quia B est pars media, AC & C par-  
tes sejunctæ (§. 96); Sinus totus cum  
Cosinu B æquatur Sinui C & Sinui com-  
plementi, hoc est, Cosinui AC (§. 112).

Ergo a Sin. C 96006997  
& Cofin. AC 97265421

Summâ 193272418

subducatur Sin. tot. 100000000

relinquetur Cofin. B 93272438,  
cui in Canone quam proxime respon-  
dent  $12^{\circ} 15' 56''$ . Ergo B  $77^{\circ} 44' 4''$ .

#### PROBLEMA VIII.

122. *Datis crure* AC  $57^{\circ} 48' 26''$  &  
*angulo opposito* B  $77^{\circ} 44' 4''$ ; *invenire ad-*  
*jacentem* C.

#### RESOLUTIO.

Patet per Casum præcedentem, a Tabl.  
Summa Sinus totius & Cosinus B sub- Fig. 24.  
trahendum esse Cosinum AC, ut relin-  
quatur Sinus C. Exemplum ejus haud  
invitum transit in Casum præsentem.

#### PROBLEMA IX.

123. *Datis angulis obliquis* B  $77^{\circ}$   
 $44' 4''$  & C  $23^{\circ} 30'$ ; *invenire crus alteri*  
*adjacens* AC.

#### RESOLUTIO.

Patet per Probl. 7. (§. 121), a Sum-  
ma Sinus totius & Cosinu B subtrahen-  
dum esse Sinum C, ut relinquatur Cofi-  
nus AC. Exemplum Problematis septi-  
mi facile huc applicatur.

#### PROBLEMA X.

124. *Datis crure* AC  $57^{\circ} 48' 26''$  &  
*angulo adjacente* C  $23^{\circ} 30'$ ; *invenire*  
*crus oppositum* AB.

#### RESOLUTIO.

Quia AC est pars media, C & AB  
partes conjunctæ (§. 94); Sinus totus  
cum Cosinu complementi, hoc est, Sinu  
AC, æqualis est Cotangenti C & Co-  
tangenti complementi; hoc est, Tan-  
genti AB (§. 112).

Ergo a Sin. tot. 100000000  
& Sin. AC 99275039

Summâ 199275039

subducatur Cotang. C 103616981

relinquitur Tang. AB 95658058,  
cui in Canone quam proxime respon-  
dent  $20^{\circ} 12' 6''$ , prorsus ut supra (§.  
116) reperimus.

#### PROBLEMA XI.

125. *Datis crure* AB  $20^{\circ} 12' 6''$  &  
*angulo opposito* C  $23^{\circ} 30'$ ; *invenire crus*  
*adjacens* AC.

RESO-

RESOLUTIO.

Tab. II. Patet per Casum præcedentem, a  
Fig. 23. summa Cotangentis C & Tangentis AB  
subtrahendum esse Sinum totum, ut re-  
linquatur Sinus AC.

Exemplum ibi propositum facile huc ap-  
plicatur.

PROBLEMA XII.

126. Datis cruribus AB  $20^{\circ} 12' 6''$   
& AC  $57^{\circ} 48' 26''$ ; invenire angulum  
C uni eorum oppositum.

RESOLUTIO.

Patet per Probl. 10 (§. 124), a sum-  
ma Sinus totius & Sinus AC subtrahen-  
dam esse Tangentem BA, ut relinqua-  
tur Cotangens C.

Exemplum ibi propositum facile huc  
applicatur.

PROBLEMA XIII.

127. Datis Hypothenusa BC  $60^{\circ}$  &  
angulo obliquo C  $23^{\circ} 30'$ ; invenire crus  
adjacens AC.

RESOLUTIO.

Quia C pars media, BC & AC par-  
tes conjunctæ (§. 94); erit Sinus totus  
cum Cosinu C, æqualis Cotangenti BC  
& Cotangenti complementi, hoc est,  
Tangenti AC (§. 112).

Ergo a Sin. tot. 100000000  
& Cosin. C. 99623978

Summâ 199623978

subducatur Cotang. BC 97614394

relinquetur Tang. AC 102009584,  
cui in Tabulis quam proxime respon-  
dent  $57^{\circ} 48' 26''$ ; prorsus ut supra re-  
perimus (§. 119).

PROBLEMA XIV.

128. Datis crure AC  $57^{\circ} 48' 26''$  &

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

angulo adjacente C  $23^{\circ} 30'$ ; invenire Tab. II.  
Hypothenusam BC. Fig. 23.

RESOLUTIO.

Patet per Casum præcedentem, a  
summa Sinus totius & Cosinu C sub-  
trahendam esse Tangentem AC, ut re-  
linquatur Cotangens BC.

Exemplum ibi propositum facile huc ap-  
plicatur.

PROBLEMA XV.

129. Datis Hypothenusa BC  $60^{\circ}$  &  
crure AC  $57^{\circ} 48' 26''$ ; invenire angu-  
lum adjacentem C.

RESOLUTIO.

Patet per Probl. 13 (§. 127) a sum-  
ma Cotangentis BC & Tangentis AC,  
subtrahendum esse Sinum totum, ut re-  
linquatur Cosinus C.

Exemplum ibi propositum facile huc ap-  
plicatur.

PROBLEMA XVI.

130. Datis Hypothenusa BC  $60^{\circ}$  &  
angulo uno C  $23^{\circ} 30'$ ; invenire alie-  
rum B.

RESOLUTIO.

Quia BC est pars media, B & C  
partes conjunctæ (§. 94); erit Sinus totus  
cum Cosinu BC æqualis Cotangenti-  
bus B & C (§. 112).

Ergo a Sin. tot. 100000000  
& Cosin. BC 96989700

Summâ 196989700

subducatur Cotang. C 103616981

relinquetur Cotang. B 93372719,

cui in Canone quam proxime respon-  
dent  $12^{\circ} 15' 56''$ . Est ergo B  $77^{\circ} 44'$   
 $4''$ , prorsus ut supra (§. 121).

PROBLEMA XVII.

131. Datis angulis obliquis B  $77^{\circ} 44'$

Ss 4°



Tab. II. 4<sup>ta</sup> & C 23° 30', invenire Hypothenu-  
Fig. 23. sam BC.

### RESOLUTIO.

Patet per Casum præcedentem, a sum-  
ma Cotangentium C & B subducendum  
esse Sinum totum ut relinquatur Cofi-  
nus BC. Exemplum casus præcedentis  
haud invitum abit in casum præsentem.

### SCHOLIUM.

132. Equidem in applicatione Trigonome-  
triæ Sphæricæ ad Quæstiones Astronomicas,  
Geographicas, Gnomonicas aliasque hujus ge-  
neris ex circumstantiis peculiaribus plerumque  
colligitur, utrum angulus inventus sit acutus,  
an vero obtusus, laus inventum vel quadran-  
te minus, vel majus; ne tamen quicquam præ-  
termisisse videamur, ostendendum nobis adhuc  
erit, quomodo species anguli vel lateris inven-  
ti innotescat.

### PROBLEMA XVIII.

133. In Triangulo Rectangulo an-  
guli vel lateris inventi speciem deter-  
minare.

### RESOLUTIO.

1. Si inter data fuerit angulus C; late-  
ris oppositi AB species innotescit per  
Theor. 43. (§. 76), anguli vero spe-  
cies per speciem lateris constat (§. 75).  
Est nempe latus quadrante majus,  
si angulus obtusus; quadrante mi-  
nus, si acutus & contra. Unde sa-  
tisfit Probl. 2. 3. 7. 9. 10. 12.
2. Si inter data fuerit Hypothenufa BC  
& vel crus unum, vel ex angulis obli-  
quis unus, species anguli vel lateris  
quæsitæ patet per Theor. 48. (§. 81).  
Nempe si Hypothenufa quadrante  
minor & angulus acutus, vel crus  
quadrante minus; erit etiam angu-  
lus alter acutus vel crus quadrante  
minus; si Hypothenufa quadrante

minor & angulus obtusus, vel crus Tab. II  
quadrante majus; erit etiam angulus Fig. 23  
alter obtusus, vel crus quadrante  
majus: si denique Hypothenufa  
quadrante major & angulus acutus  
vel crus quadrante minus; erit angu-  
lus alter obtusus, vel crus quadran-  
te majus. Unde satisfit Probl. 5. 13.  
15. 16.

3. Si dentur anguli, species Hypothe-  
nuse innotescit per Theor. 47. (§. 78,  
80). Est nempe quadrante major,  
si anguli diversæ speciei; quadrante  
minor, si ejusdem. Unde satisfit  
Probl. 17.
4. Si dentur crura, species Hypothe-  
nuse innotescit per Theor. 44. & 46  
(§. 77 & 79). Est nempe quadran-  
te minor, si illa fuerint speciei ejus-  
dem, quadrante major, si diversæ.  
Unde satisfit Probl. 6.
5. Si angulus cum latere opposito de-  
tur pro angulo adjacente, vel pro  
Hypothenufa, vel pro crure altero:  
species quæsitæ generaliter deter-  
minari nequit. Unde etiam Probl. 4.  
8. & 11. generaliter satisfieri nequit.
6. Si vero crus cum angulo adjacente  
pro Hypothenufa detur; primum spe-  
cies cruris oppositi innotescit per n.  
1. & inde porro Hypothenufa per n.  
4. Et hinc satisfit Probl. 14.

### PROBLEMA XIX.

134. Triangula Sphærica resolvere,  
in quibus duo vel tria latera sunt qua-  
drantes.

### RESOLUTIO.

1. Si latera tria AB, AC & BC fuerint Tab. II  
quadrantes; erit mensura anguli A; Fig. 23  
arcus



Tab. II. Fig. 1. arcus nempe BC, quadrans (§. 31): unde constat angulum A esse rectum. Sunt vero B & C itidem recti (§. 72). Nullo igitur calculo opus est.

2. Similiter si duo latera AB & AC

Tab. II. Fig. 21. sint quadrantes, anguli B & C erunt recti (§. 72) & BC mensura anguli A (§. 31), adeoque dato arcu BC, datur angulus A & contra; ut denuo calculo non sit opus.

## C A P U T IV.

### De Resolutione Triangulorum Obliquangulorum.

#### DEFINITIO XII.

135. *Partes laterales* in Triangulo Sphærico Rectangulo voco, quæ mediæ vel conjunguntur, vel ab ea sejunguntur.

#### THEOREMA LX.

Tab. II. Fig. 23. 136. In omni Triangulo Sphærico, Sinus laterum sunt ut Sinus oppositorum angulorum.

#### DEMONSTRATIO.

Est enim in Triangulo Rectangulo ABC, ut Sinus totus ad Hypothensam BC, ita Sinus anguli C ad Sinum cruris AB, & ita Sinus anguli B ad Sinum cruris AC (§. 98). Ergo etiam ut Sinus anguli C ad Sinum cruris AB, ita Sinus anguli B ad Sinum cruris AC (§. 167 *Arithm.*). Quod erat unum.

Tab. II. Fig. 28. & 29. Si Triangulum fuerit Obliquangulum ACB, demisso ex C perpendicularo CD ad basin AB, erit ut Sinus AC ad Sinum totum, ita Sinus CD ad Sinum anguli A, ut Sinus totus ad Sinum CB, ita Sinus B ad Sinum CD (§. 98). Ergo ex æquo, ut Sinus AC ad Sinum CB, ita Sinus B ad Sinum A (§. 198 *Arithm.*); consequenter ut Si-

Tab. II. Fig. 28. & 29. nus AC ad Sinum B, ita Sinus CB ad Sinum A (§. 179 *Arithm.*). Quod si perpendicularum ex angulo B in latus AC demittatur, eodem modo ostenditur, esse Sinum cruris CB ad Sinum A, ut Sinus AB ad Sinum C; consequenter etiam ut Sinus AC ad Sinum B, ita Sinus AB ad Sinum C (§. 167 *Arithm.*). Quod erat alterum.

#### THEOREMA LXI.

137. Si ex angulo uno C Trianguli Obliquanguli Sphærici ACB in latus oppositum AB demittatur perpendicularum CD, & illud in duo Rectangula ACD & BCD resolvatur, sitque DC in utroque pars lateralium una, ac pro AD & BD sumantur complementa; erunt Cosinus partium mediarum in iisdem Triangulis ACD & BCD, ut Sinus partium lateralium reliquarum sejunctarum, sed ut Cotangentes partium lateralium conjunctarum.

#### DEMONSTRATIO.

Est enim in Triangulo ACD, ut Sinus totus ad Sinum CD, ita Sinus partis lateralis sejunctæ alterius ad Cosinum mediæ; & in Triangulo BCD similiter,

Tab. II. ut Sinus totus ad Sinum CD, ita Sinus  
Fig. 28. partis lateralis sejunctæ alterius ad Co-  
& 29. sinum mediæ (§. 100). Ergo Sinus  
partis lateralis sejunctæ alterius ad Co-  
sinum mediæ in triangulo ACD, ut Sinus  
partis lateralis sejunctæ alterius ad Co-  
sinum mediæ in Triangulo altero BCD  
(§. 167 *Arithm.*); consequenter Cofi-  
nus mediarum sunt ut Sinus lateralium  
sejunctarum (§. 179 *Arithm.*). *Quod*  
*erat unum.*

Similiter in Triangulis ACD & BCD,  
est ut Sinus totus ad Cotangentem CD,  
ita Cotangens partis lateralis conjunctæ  
alterius ad Cofinum mediæ (§. 108).  
Ergo Cotangens partis lateralis con-  
junctæ alterius est ad Cofinum partis me-  
diæ in Triangulo ACD, ut Cotangens  
partis lateralis conjunctæ alterius in Tri-  
angulo BCD ad Cofinum partis suæ me-  
diæ (§. 167 *Arithm.*); consequenter  
Cofinus partium mediarum in iisdem  
sunt ut Cotangentes lateralium conjun-  
ctarum (§. 179 *Arithm.*). *Quod erat*  
*alterum.*

#### COROLLARIUM I.

138. Est igitur rectangulum ex sinu par-  
tis sejunctæ vel Cotangente conjunctæ in  
Triangulo ACD in Cofinum mediæ in al-  
tero CDB, æquale rectangulo ex Sinu par-  
tis sejunctæ vel Cotangente conjunctæ in  
Triangulo CDB in Cofinum mediæ in al-  
tero ACD (§. 378 *Geom.*).

#### COROLLARIUM II.

139. Quare si Sinus fuerint artificiales,  
Sinus partis sejunctæ vel Cotangens con-  
junctæ in Triangulo ACD cum Cofinu me-  
diæ in altero CDB, æqualis est Sinui par-  
tis sejunctæ vel Cotangenti conjunctæ in  
triangulo CDB & Cofinui mediæ in alte-  
ro ACD (§. 337 *Arithm.*).

#### THEOREMA LXII.

140. In Triangulo Spherico obliquan-  
gulo ACB, demisso ex angulo C perpen-  
diculo CD in basin AB; Tangentes an-  
gulorum ad basin A & B sunt reciproce  
ut Sinus arcuum DB & AD.

#### DEMONSTRATIO.

Est enim in Triangulo rectangulo  
ADC, ut Sinus totus ad Sinum AD,  
ita Tangens A ad Tangentem DC; & in  
altero, ut Sinus totus ad Sinum DB ita  
Tangens B ad Tangentem DC (§. 105).  
Quare cum etiam sit ut Sinus DB ad  
Sinum totum, ita Tangens DC ad Tan-  
gentem B (§. 179 *Arithm.*); erit ut Si-  
nus DB ad Sinum AD, ita reciproce  
Tangens A ad Tangentem B (§. 198  
*Arithm.*).

#### LEMMA VI.

141. Sinus summa duorum arcuum  
BC & CE, quorum unusquisque qua-  
drante minor, est ad summam Sinuum  
eorundem arcuum BC & CE, ut differen-  
tia eorundem Sinuum ad Sinum differen-  
tiæ arcuum.

#### DEMONSTRATIO.

Fiat CA = CB & FO = BF & AE  
= EN, ducanturque chordæ BA, AN,  
BO & diametri CD atque EF; erunt  
eædem ad illas perpendiculares, ipsæ-  
que bisecabunt (§. 291 *Geom.*); adeo-  
que BP Sinus arcus BE seu summæ ar-  
cium BC & CE, BG Sinus ipsius BC,  
AM Sinus ipsius AE seu differentiæ ar-  
cium (§. 2 *Trigon. plan.*) & quia EA  
+ AB + BF = EN + NO + FO (§. 135  
*Geom.*), AB = NO (§. 91 *Arithm.*),  
adeoque & BA + AN = AN + NO  
(§. 88 *Arithm.*); consequenter Chordæ  
AB

Tab. II. AB & NO, itemque AO & BN æqua-  
Fig. 30. les sunt (§. 298 *Geom.*). Ducatur EH  
ipfi AB parallela: erit  $AE = BH$ , (§. 312 *Geom.*)  $= EN$  (§. 87 *Arithm.*) &  
hinc  $EA + AB + BH = BA + AE + EN$  (§. 88 *Arithm.*); consequenter  
Chordæ BN & EH æquales sunt (§. 298 *Geom.*). Est vero AB. NO + AN. BO  
 $= AO$ . BN (§. 324 *Analyf. finit.*) hoc  
est, ob  $AB = NO$  &  $AO = BN = EH$   
*per demonstrata*,  $AB^2 + AN. BO = EH^2$  (§. 98 *Geom.*) & ideo  $AG^2 + AM. BP = EI^2$   
(§. 98 *Geom.*) & nempè pars quarta  
parti quartæ (§. 374 *Geom.*). Demit-  
tantur perpendiculares AL & BQ ad  
EH; erit  $AG = LI$  &  $GB = IQ$  (§. 283  
*Geom.*) &  $EL^2 + LI^2 + 2 EL. LI = EI^2$   
(§. 261 *Arithm.*)  $= AG^2 + AM. BP$   
(§. 87 *Arithm.*), adeoque  $EL^2 + 2 EL. LI = AM. BP$  (§. 91 *Arithm.*), hoc  
est,  $(EL + 2 LI) EL$  seu  $EQ. EL = AM. BP$ . Quare ut BP sinus sum-  
mæ arcuum BC & CE ad EQ summam  
Sinuum GB & EI eorundem arcuum,  
ita EL differentia eorundem Sinuum ad  
AM Sinum differentiæ arcuum AE (§. 299  
*Arithm.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

142. Ergo rectangulum ex Sinu sum-  
mæ in Sinum differentiæ duorum arcuum  
æquatur rectangulo ex summa Sinuum in  
differentiam Sinuum eorundem (§. 378  
*Geom.*).

### LEMMA VII.

Tab. II. 143. Sinus summæ duorum arcuum EB  
Fig. 31. & ED quorum unusquisque quadrante  
minor, est ad Sinum differentiæ eorundem  
ut summa Tangentium ad differentiam  
earum.

### DEMONSTRATIO.

Ducatur LG Tangens arcum DB in Tab. II.  
E (§. 311 *Geom.*) & Radiis CD atque Fig. 31.  
CB productis in L & G occurrens;  
erunt LE & EG Tangentes arcuum DE  
& EB (§. 7 *Trig. plan.*). Fiat  $EF = DE$  &  
demittantur perpendiculæ DK & FI,  
quæ erunt Sinus summæ arcuum DE &  
EB, ac differentiæ eorundem FB (§. 2  
*Trigon. plan.*), atque inter se parallelæ  
(§. 256 *Geom.*); & quia tam DH (§. 291  
*Geom.*), quam LG, ad CE perpen-  
dicularis (§. 308 *Geom.*), erit DH ipfi  
LG parallela (§. 256 *Geom.*). Duca-  
tur denique Radius CM: quia  $DE = EF$   
*per construct.* erunt eorum Tan-  
gentes EL & EM æquales, adeoque LG  
Tangentium summa, MG differentia.

Est vero ob parallelismum rectarum  
LG & DH *per demonstrata*  $LG : MG = DH : FH$  (§. 275 *Geom.*) & ob pa-  
rallelismum rectarum FI & DK, *per de-*  
*monstr.*  $DH : FH = DK : FI$  (§. 268  
*Geom.*). Ergo  $LG : MG = DK : FI$   
(§. 167 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### THEOREMA LXIII.

144. In Triangulo Spherico obliquan- Tab. II.  
gulo ACB, demisso perpendiculo CD, est Fig. 28.  
ut Sinus summae angulorum ad basin A & B ad Sinum differentiæ eorundem A-B,  
ita Tangens basis dimidia AB ad Tan-  
gentem semidifferentiæ segmentorum AD  
& DB.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam Sinus DB ad Sinum AD, ut  
Tangens A ad Tangentem B (§. 140) &  
basis AB semicirculo minor (§. 61); con- Fig. 32.  
struatur Triangulum rectilineum HIK,  
cujus crura IH & HK sint æqualia Tan-  
genti-

Tab. II. gentibus B & A, angulus ad verticem  
Fig. 28. H vero complemento basis AB ad semicirculum: erunt anguli I & K junctim  
29. & sumti basi AB æquales (§. 240 & §. 143  
32. Geom.), cumque sit ut Sinus I ad Sinum  
K, ita HK ad HI (§. 33 Trig. plan.) erit  
angulus I segmento BD, angulus K seg-  
mento DA æqualis, *vi demonstratorum*.  
Est vero & HI + HK ad HK - HI ita Tan-  
gens  $\frac{1}{2}I + \frac{1}{2}K$  ad Tangentem  $\frac{1}{2}I - \frac{1}{2}K$  (§. 40  
Trig. plan.): ergo summa Tangentium  
Angulorum A & B est ad differentiam  
Tangentium eorundem angulorum,  
consequenter Sinus Summæ angulorum  
A & B est ad Sinum differentiæ eorun-  
dem (§. 143), ut Tangens basis dimi-  
diæ AB ad Tangentem Semidifferentiæ  
arcuum AD & DB. Q. e. d.

## LEMMA VIII.

145. Si fuerint quatuor quantitates  
proportionales A : B = C : D; erit Summa  
terminorum primæ rationis A + B ad dif-  
ferentiam eorundem A - B, uti Summa  
terminorum secundæ C + D ad differen-  
tiam eorundem C - D.

## DEMONSTRATIO.

Quia A : B = C : D per hypoth. erit  
A + B : B = C + D : D (§. 190 Arithm.)  
& A - B : B = C - D : D (§. 193 Arithm.).  
Ergo A + B : A - B = C + D : C - D  
(§. 195 Arithm.). Q. e. d.

## THEOREMA LXIV.

Tab. III. 146. In Triangulo Spherico obliquan-  
Fig. 34. gulo ACB, cruribus CB & CA in F & E  
continuatis, donec fiant quadranti aqua-  
les, & ex Polo C descripto arcu FD, do-  
nec basi BA continuata in D occurrat, dif-  
ferentia Cosinum crurum AC & BC est  
ad Summam eorundem Cosinum, ut Tan-

gens basis dimidiæ AB ad Tangentem ar-  
cus dimidii compositi ex BD & AD. Tab. III. Fig. 34.

## DEMONSTRATIO.

Cum enim anguli ad E & F sint recti  
(§. 28), acideo ut Sinus totus ad Sinum  
DB, ita Sinus anguli D ad Sinum BF;  
& ut Sinus totus ad Sinum AD, ita Si-  
nus ejusdem anguli D ad Sinum AE (§.  
136); erit etiam Sinus BD ad Sinum  
AD, ut Sinus BF ad Sinum AE (§. 196  
Arithm.), hoc est, ut Cosinus cruris BC  
ad Cosinum cruris AC (§. 11. Trigon.);  
consequenter Cosinum BC & AC sum-  
ma ad differentiam eorundem, ut sum-  
ma Sinuum BD & AD ad differentiam  
eorundem (§. 145). Quod si in Trian-  
gulo rectilineo HIK anguli K & I habue-  
rint mensuras arcibus BD & AD æqua-  
les; erunt latera KH & HI ut Sinus ar-  
cuum BD & AD (§. 33 Trigon.); con-  
sequenter summa Sinuum BD & AD ad  
differentiam eorundem, ut Tangens  
summæ dimidiæ arcuum BD & AD ad  
Tangentem semidifferentiæ eorundem  
seu basis dimidiæ AB (§. 40 Trigon.).  
Est itaque summa Cosinum crurum BC  
& AC ad differentiam eorundem, ut  
Tangens summæ dimidiæ arcuum BD  
& AD ad Tangentem basis dimidiæ  
(§. 167 Arithm.); adeoque differentia  
Cosinum crurum BC & AC ad sum-  
mam eorundem, ut Tangens basis di-  
midix AB ad Tangentem summæ di-  
midix arcuum BD & AD (§. 169  
Arithm.). Q. e. d.

## LEMMA IX.

147. Si in Triangulo æquicruro spha-  
rico ABC ducatur Chorda Basis AC &  
eidem Tab. III. Fig. 36.

Tab. III. Fig. 36. *eidem per verticem B parallela DP: hac Circulum & Sphæram in B tangit.*

DEMONSTRATIO.

Quodsi neges BD tangere Sphæram & Circulum ABC in C, tangat eam in eodem recta quæcunque alia BE. Ducantur arcuum AB & BC, *per hypoth.* æqualium Chordæ; erunt hæ inter se æquales (§. 289 Geom.), adeoque anguli ad basin A & C itidem æquales sunt (§. 184 Geom.). Est vero angulus EBC æqualis ipsi A (§. 323 Geom.); consequenter etiam ipsi C (§. 87 Arithm.). Ergo BE parallela ipsi AC (§. 255 Geom.): quod cum sit absurdum (§. 260 Geom.), BD Sphæram & Circulum maximum Sphære ABC in Puncto B tangit. Q. e. d.

THEOREMA LXV.

Tab. III. Fig. 37. 148. *Si in Triangulo Spharico quocunque ABC crux minus CA continuetur in D, donec arcus CD fiat cruri majori BC æqualis, & ex crure majore CB refectur arcus CE minori CA æqualis, per Puncta vero A & E, itemque per D & B ducantur arcus. Circulorum maximorum; erit rectangulum sub Sinibus arcuum dimidiorum AGE & DHB æquale rectangulo sub Sinibus differentiarum crurum a semisumma omnium laterum.*

DEMONSTRATIO.

In arcum CD continuatum transferratur ex A in O & ex D in F basis AB. Bifecetur arcus DO in L: cum sit AO = DF *per constr.* adeoque AD = OF (§. 91 Arith.), erit etiam AL = LF (§. 88 Arith.). Sit jam AC = b, BC = a,

AB = c; erit AD = a - b & ob AO = c; Tab. III. Fig. 37. DO = c - a + b, adeoque DL =  $\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - a$ , hoc est, DL est differentia cruris majoris BC a semisumma omnium laterum. Quodsi ad DL =  $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - a$  addatur AD = a - b; prodit AL =  $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - b$ , hoc est, AL est differentia cruris minoris AC a Semisumma omnium laterum AC, CB & BA. Quoniam arcus AD = OF *per demonstr.* ex Centro Sphære, quod idem cum Centro arcus AF (§. 15), ducatur recta in Punctum L, quæ bifecabit Chordas AF & DO in N & M, atque ad angulos rectos (§. 291 Geom.), eritque AN Sinus arcus LA seu differentia cruris minoris a semisumma laterum, & DM Sinus arcus DL seu differentia cruris majoris a semisumma omnium laterum. Quoniam arcus AD = EB, *per constr.* & AD = OF, *per demonstr.* erunt Chordæ AE & DB, itemque DO & AF parallelæ (§. 312 Geom.); consequenter & plana Triangulorum DOB & AFE parallela (§. 500 Geom.) & anguli BDO & EAF æquales (§. 196 Geom.). Quia AO = AB, *per constr.* si PA ducatur Chordæ OB parallela; Sphæram in Puncto A tangit (§. 146); consequenter & Circulum FAE per Punctum A transeuntem & in Superficie Sphære descriptum. Est itaque & angulus PAF æqualis angulo AEF (§. 328 Geom.). Porro quia PA parallela ipsi OB, *per constr.* & AF ipsi DO, *per demonstr.* erit angulus PAF æqualis angulo DOB (§. 496 Geom.); consequenter angulus AEF ipsi DOB æqualis (§. 87 Arithm.). Quare



Tab. III. *Fig. 37.* Quare cum etiam sint BDO & EAF æquales *per demonstrata*; erit AE:DO = AF:DB (§. 267 *Geom.*), adeoque &  $\frac{1}{2}$ AE :  $\frac{1}{2}$ DO =  $\frac{1}{2}$ AF :  $\frac{1}{2}$ DB (§. 181 *Arithm.*); consequenter rect. ex  $\frac{1}{2}$ AE in  $\frac{1}{2}$ DB = rect. ex  $\frac{1}{2}$ DO in  $\frac{1}{2}$ AF (§. 378 *Geom.*). Sunt vero  $\frac{1}{2}$ AE,  $\frac{1}{2}$ DB,  $\frac{1}{2}$ DO,  $\frac{1}{2}$ AF Sinus arcuum dimidiorum AE, DB, DO, AF, seu arcuum GE, HB, DL & AL, adeoque Rectangulum ex Sinibus arcuum dimidiorum AGE & DHB æquale Rectangulo ex Sinibus differentiarum crurum a semisumma omnium laterum. *Q. e. d.*

## THEOREMA LXVI.

149. In omni Triangulo Spherico ABC, est Rectangulum sub Sinibus crurum AC & CB ad quadratum Sinus totius, ut Rectangulum sub Sinibus differentiarum crurum a semisumma omnium laterum ad quadratum Sinus dimidii anguli verticalis C, qui scilicet basi AB opponitur.

## DEMONSTRATIO.

Fiat CE=AC, & CA continuetur in D, donec CD=CB. Per Puncta A & E, itemque D & B ducantur arcus Circulorum maximorum AE & DB, nec non per verticem Trianguli C arcus Circuli maximi CK bifecans angulum verticalem ACB. Erit AG=GE & DH=BH atque anguli contigui ad G & H æquales (§. 55); adeoque utrobique recti (§. 43). Est vero in  $\triangle ACG$  ad G Rectangulo *per demonstr.* ut Sinus totus ad Sinum cruris AC, ita Sinus dimidii anguli verticalis ACG ad Sinum arcus AG, & in  $\triangle DCH$  ad H Rectangulo, *per demonstr.* ut Sinus totus ad Sinum cruris CD vel CB ita

Sinus dimidii anguli verticalis DCK ad Sinum arcus DH (§. 136). Quare, ut Tab. III. *Fig. 37.* quadratum Sinus totius ad Rectangulum sub Sinibus crurum AC & CB ita quadratum Sinus dimidii anguli verticalis C ad Rectangulum sub Sinibus arcuum AG & DH (§. 213 *Arithm.*). Enimvero Rectangulum sub Sinibus arcuum AG & DH æquale est Rectangulo sub Sinibus differentiarum crurum a semisumma omnium laterum (§. 149). Itaque ut Rectangulum sub Sinibus crurum ad quadratum Sinus totius, ita rectangulum sub Sinibus differentiarum crurum a semisumma omnium laterum ad quadratum Sinus dimidii Anguli verticalis (§. 168 *Arithm.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

150. Quoniam differentia cruris unius a semisumma omnium laterum  $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - a =$  semidifferentia ejusdem cruris a summa basis & cruris alterius  $\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}a$ ; rectangulum sub Sinibus differentiarum crurum a Semisumma omnium laterum est æquale rectangulo sub Sinibus semidifferentiarum cruris uniuscujuslibet a summa basis & cruris alterius. Est igitur ut rectangulum sub Sinibus crurum ad quadratum Sinus totius, ita rectangulum sub Sinibus Semidifferentiarum cruris uniuscujusque a basi & crure altero ad quadratum dimidii anguli verticalis (§. 168 *Arithm.*).

## LEMMA X.

151. Si Coni Scaleni ACB Sectio Tab. III. *Fig. 38.* Triangularis ACB fuerit ad basin perpendicularis, & Conus secetur plano FIG, ad Sectionem Triangularem perpendiculari, ea lege, ut Diameter Sectionis FG cum lateribus Coni AC & CB



DEMONSTRATIO.

Tab. II. 1638. CB eosdem efficiat angulos, quos cum iisdem efficit Diameter DE Sectionis parallela DIE, sed contraria ratione positos, scilicet ut angulus DFG sit æqualis angulo DEG; erit Sectio FIG Circulus.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus DFH=HEG per *hypoth.* & verticales ad H æquales (§. 156 *Geom.*); erit FH:DH=HE:HG (§. 267 *Geom.*); consequenter rectangulum ex DH in HE æquale rectangulo ex FH in HG (§. 378 *Geom.*). Jam Sectio Triangularis ad basin AB perpendicularis, & Sectio DIE basi parallela, per *hypoth.* Ergo & Sectio parallela DIE ad Triangularem CAB perpendicularis (§. 497 *Geom.*). Quare cum etiam sit Sectio subcontraria FIG ad Triangularem ACB perpendicularis, per *hypoth.* communis parallelæ & subcontrariæ Sectio IH erit ad rectas DE & FG perpendicularis (§. 508 *Geom.*). Est vero Sectio parallela DIE Circulus (§. 468 *Geom.*), adeoque  $HI^2 = \text{rect. ex DH in HE}$  (§. 377 *Anal. fin.*). Quamobrem cum sit  $\text{rect. ex FH in HG} = \text{rect. ex DH in HE}$ , per *demonstrat.* erit etiam Sectio subcontraria FIG Circulus. *Q. e. d.*

LEMMA II.

152. Si Axis Sphæræ fuerit perpendicularis ad aliquod Planum & ex Polo in idem projiciatur Circulus maximus per Polum transiens; Projectio in isto Plano erit Linea recta, quæ Circulum tangit. Omnis vero Circulus alius, qui per Polum Sphæræ non transit, representatur in Plano Projectionis per Circulum.

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

Sit in A Polus Sphæræ & Axis AB ad Tab. IV. rectam BG in Plano Projectionis perpendicularis (§. 484 *Geom.*). Sit porro Fig. 39. ACB Semicirculus maximus per Polum transiens & recta BG in Plano Circuli maximi. Quodsi jam Oculus fuerit in Polo & in Punctum C dirigatur; erit cum Puncto C in eodem Plano; adeoque in Plano Semicirculi ACB, consequenter recta, juxta quam dirigitur visus, AC rectam BG in Puncto E attingit. Cum eodem modo ostendatur, Punctum D representari in F & B in B; evidens est Semicirculi ACB arcum DC representari per rectam FE & arcum BC per rectam BE. Circulus adeo maximus per Polum transiens in Plano Projectionis representatur per rectam ad Diametrum perpendicularem; consequenter quæ Circulum tangit. *Quod erat primum.*

In casibus ceteris Radii ex Polo per singula Circuli in Sphæra descripti Puncta ducti Conum producent, cujus Sectio est hic ipse Circulus & Planum Projectionis eundem Conum secant (§. 467 *Geom.*). Quodsi ergo Circulo projiciendo parallelum fuerit Planum Projectionis; erit Sectio communis hujus Plani & basi Coni parallela, consequenter Circulus (§. 468 *Geom.*). Quamobrem cum hæc ipsa Sectio sit representatio Circuli in Sphæra descripti in hoc ipso Plano; idem in Plano Projectionis per Circulum representatur. *Quod erat secundum.*

Sit Circulus in Sphæra descriptus ad Tab. IV. Planum Projectionis inclinatus, adeoque Diame- Fig. 40.

Tt

Tab. IV. Fig. 40. Diameter Circuli projiciendi CG, Linea in quam projicitur, EH, & Oculus seu Polus Sphæræ in B. Cum BCA sit rectus (§. 317 *Geom.*) & Axis Sphæræ AB ad Lineam in Plano Projectionis DH in F perpendicularis, *per hypoth.* & (§. 484 *Geom.*); erit etiam EFB rectus (§. 78 *Geom.*), consequenter BCA = EFB (§. 145 *Geom.*). Quare cum porro angulus FBE utrique Triangulo FBE & ABC communis sit; erit etiam angulus BEF = BAC (§. 246 *Geom.*). Est vero BAC = CGB (§. 315 *Geom.*). Ergo BEF = CGB (§. 87 *Aritm.*). Quamobrem cum angulus CBG utrique Triangulo EBH communis sit; erit etiam BHE = GCB (§. 246 *Geom.*); consequenter cum CG repræsentet Circulum projiciendum; EH repræsentabit Circulum in Plano Projectionis, adeoque Circulus inclinatus repræsentatur per Circulum (§. 151). *Quod erat tertium.*

Sit denique Circulus projiciendus ad Planum Projectionis perpendicularis, adeoque ejus Diameter GI. Quoniam anguli BIG & BCG æquales (§. 315 *Geom.*) & BHE = BCG *per antea demonstrata*; erit BIG = BHK (§. 87 *Aritm.*). Quamobrem cum angulus GBI utrique Triangulo GBI & BHK communis sit, erit angulus BGI = BKH (§. 246 *Geom.*); consequenter cum GI repræsentet Circulum projiciendum, cujus nempe Diameter est, etiam KH Circulum in Plano Projectionis repræsentat, cujus iidem Diameter est (§. 151). Circulus itaque ad Planum Projectionis perpendicularis, sed non transiens per Polos, per Circulum projicitur. *Quod erat quartum.*

## SCHOLIUM.

153. Ne in concipienda Demonstratione Imaginatio negotium facessat, tenendum est, CB & BH esse latera Sectionis Triangularis Coni, cujus basis est circulus habens Diametrum Diametro CG Circuli projiciendi parallelam & EH esse communem Sectionem istius Trianguli & Plani Projectionis atque adeo lineam, in quam projicitur Diameter Circuli in Sphæra descripti CG: similiter IB & BH esse latera Sectionis Triangularis Coni, cujus basis est Circulus habens Diametrum Diametro Circuli projiciendi IG parallelam, KH vero esse communem Sectionem istius Trianguli & Plani Projectionis, atque adeo Lineam, in quam projicitur Diameter Circuli in Sphæra descripti IG.

## THEOREMA LXVII.

154. In Triangulo Sphærico obliquo ABC, demisso ex vertice B perpendiculariculo BD, est ut Tangens basis dimidia AC ad Tangentem semisumma crurum AB & BC; ita Tangens semidifferentiæ eorundem crurum ad Tangentem semidifferentiæ segmentorum baseos AD & DC.

## DEMONSTRATIO.

Sit Triangulum Sphæricum ABC, & HA Diameter Sphæræ: crus BA transiens per A, si ex altera parte continuetur, transibit per H, quemadmodum & basis AC (§. 17). Describatur ex B tanquam Polo in Superficie Sphæræ Circulus CFGE: erit BE = BF = BC, adeoque AE summa crurum, AG differentia crurum &, quia ex Demonstratione Theorematis 66. (§. 149), constat perpendicularum BD basin FC Trianguli æquicruri FBC secare in duas partes æquales FD & DC, erit porro AF differentia segmentorum basis AD & DC.

Con-

Concipiamus Sphæram in Puncto A tangere Planum Projectionis. Quoniam G & E sunt in eodem Circulo maximo per Polos Sphære A & H transeuntis, si per ea ducantur rectæ HM & HN, erunt Puncta M & N, in quibus Planum Projectionis attingunt, cum Puncto A in eadem recta AM (§. 152). Et ex eadem ratione si per C & F ducantur rectæ HK & HL, erunt Puncta L & K cum Puncto A in eadem recta AK. Jam cum recta HA sit ad Planum Projectionis perpendicularis; per hypoth. erit eadem perpendicularis ad rectas AK & AM (§. 484 Geom.). Quare si AH sumatur pro Sinu toto, erit AK Tangens anguli AHK, AL Tangens anguli AHL, AM Tangens anguli AHM & denique AN Tangens anguli AHN. Jam anguli AHK mensura est arcus dimidius AC seu basis dimidia, anguli AHL mensura est arcus dimidius AF seu semidifferentia segmentorum basis, anguli AHM mensura est arcus dimidius AE seu semisumma crurum, & denique anguli AHN mensura est arcus dimidius AG seu semidifferentia crurum (§. 314 Geom.), consequenter AK Tangens basis dimidiæ, AL Tangens semidifferentiæ segmentorum basis, AM Tangens semisummæ crurum & denique AN est Tangens semidifferentiæ crurum.

Quoniam Puncta E, C, F, G, quæ projiciuntur in M, K, L, N, sunt in Peripheria Circuli Sphære inscripti, sed non transeuntis per Polos H & A per constr. erunt Puncta M, K, L, N, in Peripheria Circuli (§. 152). Quamobrem cum sit ut AK ad AM ita AN

ad AL (§. 333 Geom.); evidens est esse ut Tangentem dimidiæ basis ad Tangentem semisummæ crurum, ita Tangentem semidifferentiæ crurum ad Tangentem semidifferentiæ segmentorum basis. Q. e. d.

# SCHOLIUM.

155. Demonstratio continet Artificium Analyticum, quo NAPERUS (a) hoc Theorema invenit, modo notes ipsam imitatum esse solutionem Trianguli rectilinei, qua ex tribus lateribus investigantur anguli (§. 41 Trig.).

## THEOREMA LXVIII.

156. Triangulum Sphericum ABC potest transformari in aliud MLK, in quo latera singula ML, LK, KM angulis singulis A, C, B alterius (aut eorum complementis ad duos rectos, si qui fuerint obtusi) & anguli singuli M, L, K lateribus singulis CB, BA, AC alterius (aut eorum complementis ad semicirculum, si qua fuerint quadrante majora) equalia sunt. Tab. II. Fig. 33.

## DEMONSTRATIO.

Latus unum AB continuetur in Circulum AEPA, reliqua duo BC & AC producantur, donec Circulo isti occurrant. Ex A, B & C tanquam Polis describantur, quadrantis AE, BG & CI intervallo, arcus EP, GO & IN, qui erunt partes Circulorum maximorum in Sphæra (§. 26). Quoniam Circulus ABGPA per Polos A & B Circulorum EP & GO transit per construct. hi vicissim per illius Polos transeunt (§. 27). Est ergo Circuli AEPA Polus in L, ubi EP & GO se mutuo interfecant.

Tt 2

Simili

(a) Vid. Descript. Canonis mirifici Logarithmorum Lib. II. C. 6. p. m. 49. & seqq.

Tab. II. Simili modo pater in K esse Polum Circuli AF, quia is transit per Polos A & C Circulorum EP & NI se mutuo secantium in K, & in M esse Polum Circuli BH, quia is transit per Polos B & C Circulorum GO & NI se mutuo in M secantium. Sunt adeo LE & GL, itemque MQ & MH, KD & KI, AD, BQ & CH quadrantes, (§. 25), & hinc  $ED = LK$ ,  $GQ = LM$ ,  $HI = MK$ ,  $AB = EG$ ,  $AC = DI$ ,  $BC = QH$ , ablato nempe a quadrantibus æqualibus in casu primo arcu DL, in secundo LF, in tertio HK, in quarto BE, in quinto CD, in sexto CQ (§. 91 *Arithm.*). Sed ED mensura anguli BAC, GQ ipsius EBC, HI ipsius ICQ (§. 33), consequenter verticalis BCA (§. 43); EG ipsius ELG seu MLK (§. cit.), DI ipsius LKH, QH ipsius LMK (§. 33). Ergo in Triangulo LMK latus LK angulo BAC, LM ipsi EBC, MK ipsi BCA, & angulus MLK lateri AB, LKH ipsi AC, LMK ipsi BC æquatur. Q. e. d.

## SCHOLION.

157. Ex jactis hactenus fundamentis solvuntur omnes Casus Trigonometria Sphæricæ circa Triangula obliquangula. Aut enim dantur sola latera, aut soli anguli, aut duo latera cum uno angulo, aut duo anguli cum uno latere. Duobus Casibus prioribus satisfacit per Theor. 64. 66 & 67. (§. 146: 149. 155); duobus posterioribus per Theor. 60 (§. 136), si partes in quæstionem venientes sibi mutuo opponuntur, sed per Theor. 61. (§. 137), si oppositioni locus non est. Enimvero e re esse judicamus, ut hæc expressius doceantur.

## PROBLEMA XX.

158. Datis in Triangulo Sphærico

obliquangulo ABC duobus lateribus BC Tab. II  
& AB, cum angulo uni eorum opposito Fig. 1  
A; invenire alterum C.

## RESOLUTIO.

Inferatur (§. 136):

Ut Sinus lateris BC

ad Sinum anguli oppositi A,

ita Sinus lateris BA

ad Sinum anguli oppositi C.

Si e. gr. BC  $39^{\circ} 29'$ , A  $43^{\circ} 20'$ , BA  $66^{\circ} 45'$ :  
erit

Sin. BC 98033572

Sin. A 98364771

Sin. BA 99632168

197996939

Sin. C 99963367, cui in Tabulis quàm proxime respondent  $82^{\circ} 34' 17''$ .

## PROBLEMA XXI.

159. Datis in Triangulo Sphærico Tab. II  
obliquangulo ABC duobus angulis C  $82^{\circ}$  Fig. 1  
 $34' 17''$  & A  $43^{\circ} 20'$ , una cum latere AB  
 $60^{\circ} 45'$  una eorum C opposito; invenire latus BC alteri A oppositum.

## RESOLUTIO.

Inferatur (§. 136):

Ut Sinus anguli C

ad Sinum lateris oppositi AB;

ita Sinus anguli A

ad Sinum lateris oppositi BC.

Exemplum Casus præcedentis facile mutatur in Casum præsentem.

## PROBLEMA XXII.

160. Datis in Triangulo Sphærico obliquangulo ABC duobus lateribus AB  $66^{\circ}$   
 $4' 1'$  & BC  $39^{\circ} 29'$ , una cum angulo uni eorum opposito A  $43^{\circ} 20'$ ; invenire angulum comprehensum B.

RESO-

RESOLUTIO.

Tab. II.  
Fig. 28.

Ponamus angulum C esse acutum: quia alter A etiam acutus, perpendicularum CD intra Triangulum cadit (§. 82).

1. In Triangulo itaque rectangulo ABE, ex datis angulo A & latere AB, invenitur angulus ABE (§. 130).
2. Quoniam BE pro parte laterali assumpta in Triangulo AEB, pars media est angulus ABE, conjuncta vero latus AB & in Triangulo EBC pars media est angulus EBC, conjuncta latus BC (§. 94); reperietur Cosinus anguli EBC, si a summa ex Cosinu anguli ABE & Cotangente BC subtrahatur Cotangens ipsius AB (§. 1.9).
3. Quodsi anguli ABE & EBC addantur, aut perpendicularo extra Triangulum cadente a se invicem subtrahantur; prodibit quaesitus ABC.

E. gr. Sin. tot.	1000000000
Cosin. AB	95963154
Summa	195963154
Cot. A	100252805

Cot. ABE 95710349, cui in Tabulis quam proxime respondent 20° 25' 35". Est adeo ABE 69° 34' 25".

Cos. ABE	95428300
Cotang. BC	100841529

Summa	196269829
Cotang. AB	96330985

Cosin. EBC 99938844, cui in Tabulis quam proxime respondent, 80° 24' 26".

Est ergo EBC	90° 35' 34"
Addatur ABE	69. 34. 25

erit ABC 79° 9' 59"

PROBLEMA XXIII.

161. *Datis duobus angulis A 43° 20' & B 79° 9' 59", una cum latere adjacente AB 66° 45'; invenire latus BC unicorum oppositum.* Tab. II. Fig. 28.

RESOLUTIO.

1. Ex angulo uno datorum B demisso perpendicularo EB in latus ignotum AC; in Triangulo rectangulo ABE, ex datis angulo A & Hypothenusa AB, inveniatlur angulus ABE (§. 130): qui
2. Ex angulo ABC subductus relinquit angulum EBC. Quodsi perpendicularum extra triangulum caderet, angulus ABC subtrahi deberet ex ABE.
3. Quoniam perpendicularo BE pro una partium lateralium assumto, in Triangulo ABE pars media est angulus ABE, conjuncta vero AB; in Triangulo EBC media angulus EBC; conjuncta BC (§. 94); Cotangens lateris BC invenitur, si e summa Cotangentis AB & Cosinus EBC subtrahatur Cosinus EBA (§. 139).

Exemplum Problematis praecedentis facile mutatur in Casum praesentis.

PROBLEMA XXIV.

162. *Datis in Triangulo obliquangulo ACB duobus lateribus AB 66° 45' & BC 39° 29', una cum angulo A unicorum opposito 43° 20'; invenire latus tertium AC.*

RESOLUTIO.

1. Demisso ut ante perpendicularo BE, in Triangulo rectangulo ABE ex datis angulo A & Hypothenusa AB, inveniatlur latus AE (§. 127).
2. Quoniam perpendicularo BE pro parte

Tt 3 late-



Tab. II.  
Fig. 28.

lateralis assumpto, in Triangulo AEB pars media est AB, sejuncta AE, in Triangulo BEC media BC, sejuncta EC (§. 96); reperietur Cofinus EC, si a summa Cofinum AE & CB subtrahatur Cofinus AB (§. 139).

3. Quod si segmenta AE & EC in unam summam colligantur (aut, perpendicularo extra Triangulum cadente, a se invicem subtrahantur); prodibit latus quæsitum

E. gr. Sin. totus	100000000
Cofin. A	98617576
Summa	198617576
Cotang. AB	96330985

Tang. AE 102286591, cui in Tabulis quam proxime respondent 59° 25' 52".

Cofin. AE	97063540
Cofin. BC	98875102
Summa	195938642
Cofin. AB	95963154

Cofin. EC 99975488, cui in Tabulis quam proxime respondent 83° 55' 6".

Est ergo EC	60° 4' 54"
addatur AE	59 25 52

erit AC 65 30 46

#### PROBLEMA XXV.

163. Datis duobus lateribus AC 65° 30' 46" & AB 66° 45', cum angulo intercepto A 43° 20'; invenire latus tertium BC eadem oppositum.

#### RESOLUTIO.

1. Demisso perpendicularo BE, in Triangulo rectangulo quaratur ut in Problemate præcedente segmentum AE (§. 162), quod
2. Ex AC subductum relinquit EC. Si perpendicularum extra Triangulum cadit AC ex AE subducendum.

3. Quoniam perpendicularo BE pro parte laterali assumpto, in Triangulo AEB pars media est AB, sejuncta AE, in Triangulo EBC pars media CB, sejuncta EC (§. 69); reperietur Cofinus BC, si a summa Cofinum AB & EC subtrahatur Cofinus AE (§. 139).

Exemplum Problematis præcedentis facile abit in Casum præsentem.

#### PROBLEMA XXVI.

164. Datis duobus angulis A 43° 20' & B 79° 9' 59", una cum latere CB alteri eorum opposito 39° 29'; invenire latus utrique adjacens AB.

#### RESOLUTIO.

1. Demisso ex angulo incognito C in latus oppositum AB perpendicularo CD, quod intra Triangulum cadit ob A & B acutos (§. 82), in Triangulo rectangulo BCD, ex datis angulo B & Hypothenusa BC, invenietur segmentum DB (§. 127).
2. Quoniam perpendicularo CD pro parte laterali assumpto, in Triangulo CDB pars media est DB, conjuncta vero angulus B, & in Triangulo CDA pars media AD, conjuncta angulus A (§. 94), Sinus segmenti AD reperitur, si ex summa Sinus DB & Cotangentis anguli A subtrahatur Cotangens anguli B (§. 139).
3. Quod si segmenta AD & DB addantur (aut, perpendicularo extra Triangulum cadente, a se invicem subtrahantur), prodibit latus quæsitum AB.

E. gr.



Tab. II. E. gr.	Sinus totus	100000000
Fig. 28.	Cofin. B.	92740596
	Summa	192740596
	Cotang. BC	100841529
	Tang. DB	91899067, cui in
Tabulis quam proxime respondent		8° 48' 8".
	Sin. DB	91847599
	Cotang. A	100252805
	Summa	192100404
	Cotang. B	92818698
	Sin. AD	99281706,
cui in Tabulis respondent		57° 56' 50"
	addatur DB	8 48 8
	erit AB	66 44 58

PROBLEMA XXVII.

165. Datis duobus lateribus AB 66° 45' & BC 39° 29', cum angulo intercepto B 79° 9' 59"; invenire angulum A uni eorum oppositum.

RESOLUTIO.

1. Demisso perpendicularo CD, invenitur ut in Problemate præcedente segmentum DB (§. 164): quod
2. Ex AB subductum relinquit AD. Quodsi perpendicularum extra Triangulum cadit, AB ad DB addendum.
3. Quoniam perpendicularo CD pro parte laterali assumto, in Triangulo CDB pars media est DB, conjuncta vero angulus B, & in Triangulo CDH media AD, conjuncta angulus A (§. 94); Cotangens anguli A reperitur, si a summa Cotangentis anguli B & Sinus AD subtrahatur Sinus DB (§. 139).

Exemplum Problematis præcedentis facile huc applicatur.

PROBLEMA XXVIII.

166. Datis in Triangulo Spherico

obliquangulo ABC duobus angulis A Tab. II. 43° 20' & B 79° 9' 59", una cum Fig. 28. latere adjacentē AB 66° 45'; invenire angulum eidem oppositum C.

RESOLUTIO.

1. Ex angulo uno datorum B demisso in latus oppositum AC perpendicularo BE, in Triangulo rectangulo ABE, ex datis angulo A & Hypothenusa AB, invenitur angulus ABE (§. 130); qui
2. Ex ABC subductus relinquit angulum EBC. Quodsi perpendicularum extra Triangulum cadit, ABC ex ABE auferri debet.
3. Quoniam perpendicularo BE pro parte laterali assumto, in Triangulo CEB pars media est angulus C, sejuncta angulus CBE, in Triangulo ABE media angulus A, sejuncta angulus ABE (§. 96); Cofinus anguli C habetur, si ex summa Cofinus anguli A & Sinus EBC subtrahatur Sinus anguli ABE.

E. gr.	Sinus totus	100000000
	Cofin. AB	95963154
	Summa	195963154
	Cotang. A.	100252805
	Cotang. ABE	95710349, cui in
Tabulis respondent		20° 25' 35". Est adeo
	ABE 69° 34' 25"	
	fed ABC 79 9 59	
Ergo	EBC 9° 35' 34"	
	Cofin. A	98617576
	Sin. EBC	92217908
	Summa	190835484
	Sin. ABE	09717058
	Cofin. C	91117526, cui in
Tabulis respondent quam proxime		7°
	25' 54".	
	Est vero C 82° 34' 6".	

PRO-

## PROBLEMA XXIX.

Tab. II. Fig. 28. 167. *Datis in Triangulo Spharico obliquangulo ABC duobus angulis A  $43^{\circ} 20'$  & C  $82^{\circ} 34' 6''$ , una cum latere BA uni eorum opposito  $66^{\circ} 45'$ ; invenire angulum reliquum.*

## RESOLUTIO.

1. Ex angulo quæsito B demisso perpendicularo BE, in Triangulo rectangulo AEB, ex datis angulo A & Hypothenusa BA, invenitur angulus ABE (§. 130).
2. Quoniam perpendicularo EB pro parte laterali assumto, in Triangulo ECB pars media est angulus C, sejuncta angulus CBE & in Triangulo AEB pars media angulus A, sejuncta angulus ABE (§. 94); Sinus anguli EBC habetur, si ex summa Cofinus C & Sinus ABE subtrahatur Cofinus A (§. 139).
3. Quodsi ABE & EBC addantur (aut, perpendicularo extra Triangulum cadente, a se invicem subtrahantur); prodibit angulus ABC quæsitus.

Exemplum Problematis præcedentis facile mutatur in Casum præsentem.

## PROBLEMA XXX.

168. *Datis in Triangulo Spharico obliquangulo tribus lateribus; invenire angulum uni eorum oppositum.*

## RESOLUTIO.

Tab. II. I. Si latus unum AC fuerit quadrans, & crus AB quadrante minus, quæ-  
Fig. 20. raturque angulus A;

1. Continuetur AB in F, donec AF fiat quadranti æqualis & ex Polo A du-

catur arcus CF (§. 25), qui ar-  
Tab. II. cum AF secabit in F ad angulos  
Fig. 20. rectos (§. 28).

2. Quoniam in Triangulo CBF ad F rectangulo, datur Hypothenusa BC & latus BF seu complementum ipsius AB ad quadrantem, reperietur perpendicularum CF (§. 119): quod cum sit mensura anguli CAB (§. 31), eundem repertum esse patet.

Si e. gr.  $AB = 67^{\circ}$ ,  $BC = 49^{\circ}$ ; erit Cofinus BC cum Sinu toto Sinibus complementorum BF & CF, hoc est, Sinui AB & Cofinui CF seu anguli A æqualis, (§. 112) adeoque

Sin. tot.	1000000000
Cofin. BC	98169429
Summa	198169429
Sin. AB	99640261

Cofin. A  $98529168$ , cui in Tabulis quam proxime respondent  $45^{\circ} 27' 22''$ . Est adeo  $A 44^{\circ} 32' 38''$ .

II. Si latus unum AC fuerit quadrans, alterum AB quadrante majus, quæ-  
raturque denuo angulus A;

1. Ex AB refecetur quadrans AD & ex Polo A describatur arcus CD (§. 25), qui arcum AB secabit in D ad angulos rectos (§. 28).
2. Quoniam in Triangulo CDB ad D rectangulo Hypothenusa BC & latus DB seu excessus lateris AB supra quadrantem datur, reperietur ut ante perpendicularum CD (§. 119), quod est mensura anguli quæsiti A (§. 31).

Si e. gr.  $AB = 158^{\circ}$ ,  $BC = 78^{\circ}$ , erit DB  $= 68^{\circ}$ , adeoque (§. 112) Cofinus BC cum Sinu toto æqualis Sinibus complemen-  
torum

Tab. II. torum DB & DC, hoc est, Sinui comple-  
Fig. 20. menti lateris AB ad Semicirculum & Cofi-  
nui anguli A æqualis. Ergo

Sinus totus	100000000
Cofin. BC	92805988

Summa	192805988
Cofin. BD	95735754

Cofinus A 97070234, cui in  
Tabulis quam proxime respondent 30°  
37' 16". Est ergo A 59° 22' 44".

III. Si Triangulum ACF fuerit æquicru-  
rum, ut nempe  $AC = CF$ , quæra-  
turque e. gr. angulus ACF: divida-  
tur AF bifariam in D & per D atque  
C ducatur arcus DC. Quoniam eod-  
dem modo, quo idem de Triangulis  
rectilineis demonstravimus (§. 184  
*Geom.*) ostendi potest, quemadmo-  
dum ex Demonstratione *Theorema-  
tis* 66. (§. 149) patet, esse CD ad  
AF perpendicularem, angulos A & F,  
itemque ACD & DCF æquales; ex  
datis in Triangulo rectangulo ACD  
Hypothenusa AC & crure AD inve-  
nitur angulus ACD (§. 117), cujus  
duplus est quæsitus ACF. Angulus  
vero A vel F reperiri ex iisdem datis  
potest (§. 129).

E. gr. Sit  $AC = 65^\circ$  BA =  $38^\circ$ , erit AD  
=  $19^\circ$ , adeoque

Sin. totus	100000000
Sinus AD	95126419

Subtr. Sinus AC	99572757
-----------------	----------

Sin. ACD 95553662, cui in  
Tabulis quam proxime respondent 21° 3' 9".  
Est ergo angulus ACF = 42° 6' 8".

IV. Si Triangulum ACB fuerit scale-  
num, quæraturnque angulus A;

Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

1. Ex angulo C demittatur per- Tab. II.  
pendiculum CD & quæraturn fe- Fig. 28.  
midifferentia segmentorum AD &  
DB inferendo (§. 154).

Ut Tangens Basis dimidiæ  
AB

ad Tangentem semisummæ  
crurum AC & CB

ita Tangens semidifferentiæ eo-  
rundem

ad Tangentem semidifferen-  
tiæ segmentorum AD  
& DB.

2. Addatur semidifferentia segmen-  
torum ad Basim dimidiam, ut ha-  
beaturn majus segmentum; eadem  
ab eadem subtrahatur, ut ha-  
beaturn minus (§. 39 *Trigon.  
plan.*).

3. Datis jam in Triangulo CAD  
rectangulo ad D Hypothenusa AC  
& latere AD, invenitur angulus  
A (§. 129). Eodem modo in  
altero CDB, ex datis CB & DB,  
invenitur B.

Sit e. gr.  $AB = 66^\circ 45'$ ,  $AC = 65^\circ 30'$   
 $46''$ ,  $BC = 39^\circ 29'$  erit  $\frac{1}{2} AB = 33^\circ 22'$   
 $30''$ ,  $AC + BC = 104^\circ 59' 46''$ ,  $AC - BC$   
 $= 26^\circ 1' 46''$ , adeoque  $\frac{1}{2} AC + \frac{1}{2} BC$   
 $= 52^\circ 29' 53''$ ,  $\frac{1}{2} AC - \frac{1}{2} BC = 13^\circ 0'$   
 $53''$ . Quare

Tang. $\frac{1}{2} AB$	98187224
Tang. $\frac{1}{2} AC + \frac{1}{2} BC$	101149889
Tang. $\frac{1}{2} AC - \frac{1}{2} BC$	93638728

Summa	194788617
-------	-----------

Tang.  $\frac{1}{2} AD - \frac{1}{2} DB$  96601393,  
cui in Tabulis quam proxime respondent  
24° 34' 18".

Vu  $\frac{1}{2} AB$

Tab. II.  
Fig. 28.

$$\frac{1}{2} AB = 33^{\circ} 22' 30''$$

$$24 \quad 34 \quad 18$$

$$AD = 57 \quad 56 \quad 48$$

$$\text{Corang. AC} \quad 96584473$$

$$\text{Tang. AD} \quad 102033115$$

$$\text{Summa} \quad 198617588$$

$$\text{Sin. tot.} \quad 100000000$$

Cosin. A  $98617588$ , cui in  
Tabulis quam proxime respondent  $46^{\circ} 40'$ .  
Est igitur angulus A  $43^{\circ} 20'$ .

*Aliiter.*

Inferatur (§. 149)

Ut rectangulum sub Sinibus crurum  
AB & AC,

ad quadratum Sinus totius;

Ita rectangulum sub Sinibus differen-  
tiarum crurum AB & AC a semi-  
summa omnium laterum AB, AC  
& BC,

ad quadratum Sinus dimidii anguli A  
cruribus AB & BC comprehensi.

$$\text{Sit } AB = 66^{\circ} 45' 0''$$

$$AC = 65 \quad 30 \quad 40$$

$$BC = 39 \quad 29 \quad 0$$

$$\text{Summa Lat. } 171 \quad 44 \quad 46$$

$$\text{Semif. Lat. } 85 \quad 52 \quad 23$$

$$\text{Crus AB} \quad 66 \quad 45 \quad 0$$

$$\text{Differ. I.} = 19 \quad 7 \quad 23$$

$$\text{Semif. Lat. } 85 \quad 52 \quad 23$$

$$\text{Crus AC} \quad 65 \quad 30 \quad 46$$

$$\text{Differ. II.} = 20 \quad 21 \quad 37$$

$$\text{Sin. AB} = 99632168$$

$$\text{Sin. AC} = 99590670$$

$$\text{Rectang. I.} = 199222838$$

$$\text{Sin. tot.} \quad 100000000$$

$$\square \text{ sin. tot.} \quad 200000000$$

$$\text{Sin. Differ. I.} = 95153231$$

$$\text{Sin. Differ. II.} = 95414820$$

$$\text{Rectang. II.} = 190568051$$

$$\text{Rectang. I.} = 199222838$$

$$\square \text{ sin. tot.} = 200000000$$

$$\text{Rectang. II.} = 190568051$$

$$\text{Summa Logg. } 390568051$$

$$\square \text{ Sin. } \frac{1}{2} A = 191345213$$

Sin.  $\frac{1}{2} A = 95672606$ , cui in  
Tabulis proxime respondent  $21^{\circ} 40'$ .  
Est igitur angulus A  $43^{\circ} 20'$ , quemadmo-  
dum ante repertus.

*Adbuc aliter.*

Inferatur (§. 150)

Ut rectangulum sub Sinibus crurum,  
ad quadratum Sinus totius;

Ita rectangulum sub Sinibus semidif-  
ferentiarum cruris uniuscujusque a  
basi & crure altero,

ad quadratum Sinus dimidii anguli  
verticalis.

Sit ut ante AB  $66^{\circ} 45'$  AC  $65^{\circ} 30' 46''$ , BC  
 $39^{\circ} 29'$ ; erit

$$AC = 65^{\circ} 30' 46''$$

$$BC = 39 \quad 29 \quad 0$$

$$AC + BC = 104 \quad 59 \quad 46$$

$$AB = 66 \quad 45 \quad 0$$

$$\text{Differ. I.} = 38 \quad 14 \quad 46$$

$$\text{Semidiff. I.} = 19 \quad 7 \quad 23$$

$$AB = 66^{\circ} 45' 0''$$

$$BC = 39 \quad 29 \quad 0$$

$$AB + BC = 106 \quad 14 \quad 0$$

$$AC = 65 \quad 30 \quad 46$$

$$\text{Differ. II.} = 40 \quad 43 \quad 14$$

$$\text{Semidiff. II.} = 20 \quad 21 \quad 37$$

Reliqua sunt prorsus ut ante.

*Adbuc aliter.*

Si, datis tribus lateribus AC, CB Tab. II.  
& BA, inveniendus angulus A; basis  
CB & crus alterum CA, continuen- Fig. 34.  
tur in F & E, donec fiant quadranti-  
bus æquales & ex Polo C descripto  
arcu

Tab. III. arcu FD, donec cruri alteri BA continuato in D occurrat,

Fig. 34. 1. Quærat<sup>ur</sup> arcus dimidi<sup>us</sup> compos<sup>itus</sup> ex BD & AD inferendo (§. 146). Ut differ<sup>entia</sup> Cof<sup>inus</sup>um basis CB & cruris unius AC ad summam eorundem laterum, ita Tangens cruris dimidii alterius AB ad Tangentem arcus dimidii compos<sup>iti</sup> ex BD & AD.

2. Ex arcu invento subducatur crus AB, ut relinquatur duplum ipsius AD.

3. Datis, in Triangulo AED ad E rectangulo (§. 28), Hypothenusa AD vi num. 2. & latere AE complemento cruris AC ad quadrantem vi num. 1. invenitur angulus A (§. 129), qui suo verticali BAC æqualis (§. 43).

Tab. II. Fig. 28. 4. Quodsi latera LA & LB fuerint quadrante majora, continentur ad Semicirculum & loco Trianguli ALB solvatur Triangulum ACB.

E. gr. Sit ut ante  $AB = 66^{\circ} 45'$ ,  $AC = 65^{\circ} 30' 46''$ ,  $BC = 39^{\circ} 29'$ , erit

Cofinus BC 7718096

Cofinus AC 4144902

Summa Cofin. 11862998

Differ. eorund. 3573194

Respondent in Tabulis

Summæ Tang.  $49^{\circ} 52' 19''$

Differentiæ Sinus  $20^{\circ} 56' 8''$

Cum adeo summa Cofinuum AB & BC & Tangens arcus  $49^{\circ} 52' 19''$ , itemque differentia Cofinuum AC & BC atque Sinus

arcus  $20^{\circ} 56' 8''$  eundem habeant Logarithmum, erit

Log. Differ. Cof. 95530544

Summæ Cof. 100742159

Tang.  $\frac{1}{2}$  AB 98187223

Summa 198929382

Tang.  $\frac{1}{2}$  AD +  $\frac{1}{2}$  DB 103398838

cui in Tabulis quam proxime respondent

$65^{\circ} 25' 47''$

Quare AD + AB 130 51 34

AB 66 45 0

2AD 64 6 34

AD 32 3 17

CE 90 0 0

AC 65 30 46

AE 24 29 14

Cor. AD 102032881

Tang. AE 96584473

Cofin. A 98617354,, cui in

Tabulis proxime respondent

$46^{\circ} 39' 50''$ .

Cum rædiosa sit Logarithmorum summæ ac differentia Cofinuum AC & BC inventio; præstat uti modis anterioribus.

# SCHOLIION.

169. Quodsi in illatione prima solutionis primæ Casus quarti pro Tangentibus crurum & basis sumantur ipsi crura & basis, prodibit ea, qua ex datis tribus lateribus in Triangulo rectilineo investigamus angulos (§. 41 Trigon. Plan.). Patet adeo, casum difficilimum Trigonometria Spherica eadem facilitate solvi posse, qua in Trigonometria Plana solvitur. Quare si praxin spectes, Trigonometria Spherica nunc ad eandem facilitatem reducta est, qua Plana gaudet.

## PROBLEMA XXXI.

170. *Datis tribus angulis A, B & C in Triangulo Spherico obliquangulo ABC, invenire latus quodcunque.*

## RESOLUTIO.

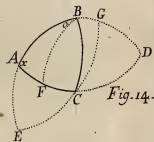
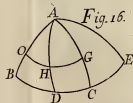
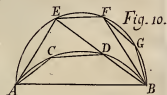
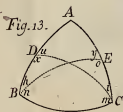
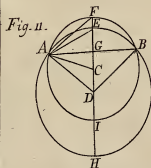
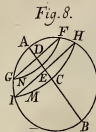
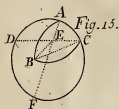
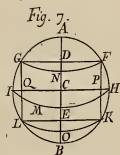
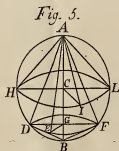
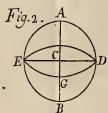
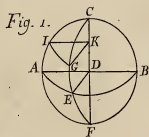
Quia loco Trianguli dati aliud assumi potest, in quo latera æqualia sunt angulis, anguli vero lateribus datis (§. 156) Problematis resolutio non differt a resolutione præcedentis.

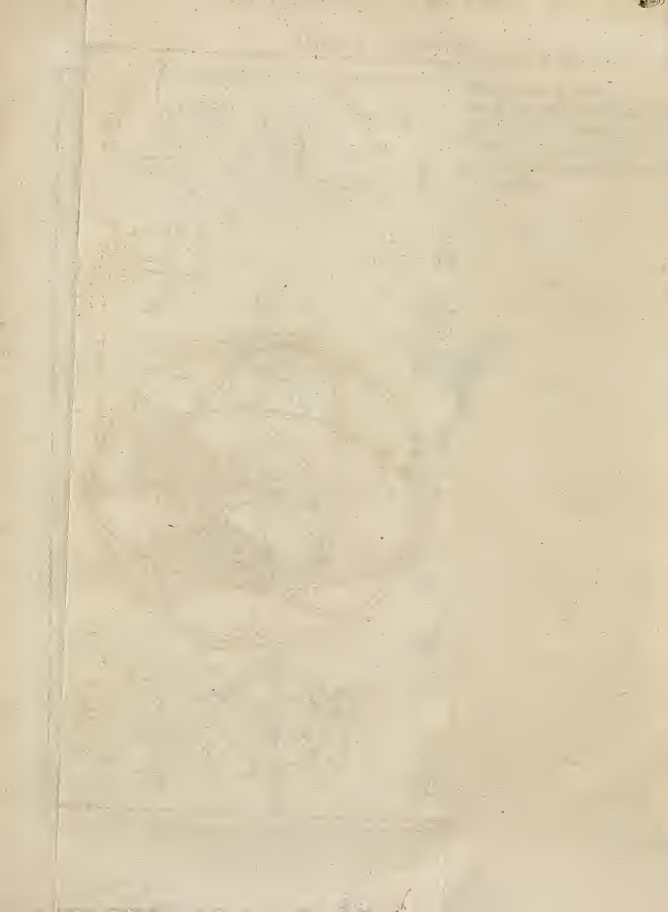
FINIS TRIGONOMETRIÆ SPHÆRICÆ.



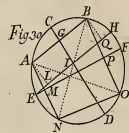
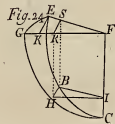
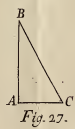
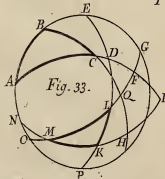
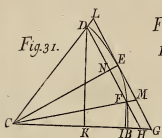
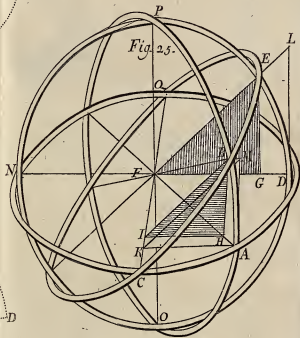
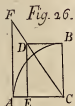
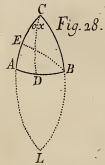
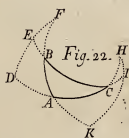
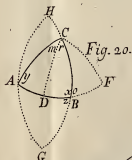
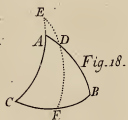
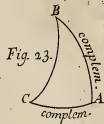
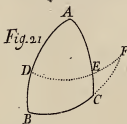
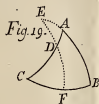
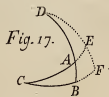


# FIG. SPHERIC. TAB. I.

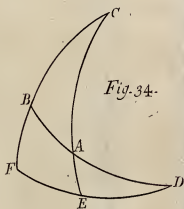
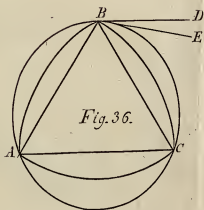
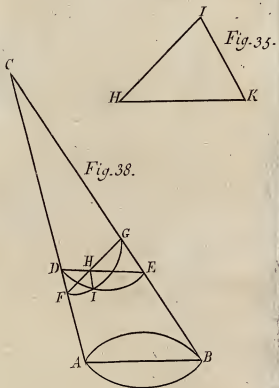
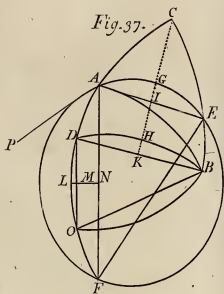




# FIG. SPHERIC. TAB. II.

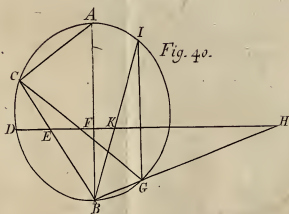
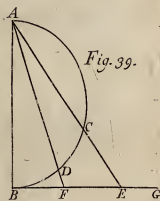
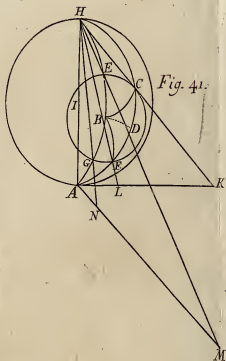


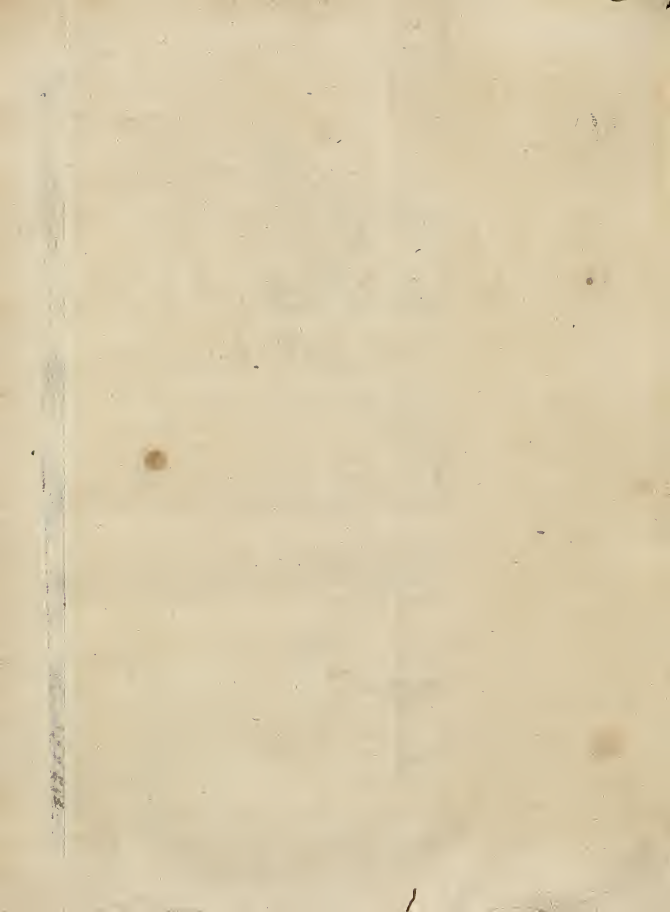












# ELEMENTA ASTRONOMIÆ.

## P R Æ F A T I O.



Umma Numinis immensi Majestas, & Excellentia Intellectus Humani prorsus insignis non aliunde clarius, quam ex Astronomia elucescit, quæ per structuram Universi simplicitate ac vastitate sua admirandam, motusque Siderum Leges Scientiæ, Sapientiæ, Potentiæ, immo Bonitatis Divinæ immensitatem, vulgo ab Hominibus nonnisi confuse cognitam, distincte cognoscendam exhibet & Intellectui Humano, si eodem rite utamur, ad abscondita maxime & a sensibus remota aditum patere exemplis evidentissimis demonstrat. Commendandum igitur est Astronomiæ Studium tum iis, qui ex cognitione perfectionum Divinarum voluptatem capiunt, ut voluptate summa perfundantur; tum etiam illis, qui propriis aliquando meditationibus veritates adhuc latentes in apicem producere & Naturalem inprimis Scientiam ulterius perficere cupiunt, ut summa Intellectus perfectio nonnisi genuino usu

comparanda ipsis concilietur. Utrique fini ut satisfacerem, omnem Astronomiam ita pertractandam esse statui, ut figmenta Veterum, quibus partim ob præjudicia nonnulla, partim ob Instrumentorum, Tubi præsertim Optici atque Micro-metri, defectum, ad veritatem liquidam pertingere non licuit, rejicerem & principiis COPERNICI atque KEPLERI, quorum ille veram Mundi fabricam restauravit, hic jura Poli primus manifestavit, totam Theoricæ Doctrinam superstruerem, singula vero more EUCLIDEO in Sphærica demonstrarem. Quoniam nimirum duplici modo considerari potest Univer-sum, tum quomodo Sensui apparet, tum quomodo Intellectui obvium, utraque vero consideratio ad accuratam Temporum rationem ineundam apprime facit; ideo dudum Astronomi Astronomiam diviserunt in Sphæricam & Theoricam, quarum partium illa priori, altera vero posteriori considerationi satisfacit, si Recentiorum inventis debite utamur. Cæterum Chronologia & Gnomonica, immo etiam Geographia, tanquam rivuli ex Astronomiæ fonte deducuntur, ut adeo in iis circa plurima cœcutiat, qui Astronomia nondum salutata ad illas Scientias digreditur: Physica vero pulcherrimam sui partem de Univerſi Systemate & natura ac proprietatibus Corporum totalium totam eidem debet, ut adeo nil sani in scriptis Physicorum de hoc argumento reperiatur, nisi quod ex Astronomia desumptum.

# ELEMENTA ASTRONOMIÆ.

## PARS PRIMÆ.

### ELEMENTA ASTRONOMIÆ SPHÆRICÆ.

#### CAPUT PRIMUM.

*Observationes communes recenset, ac inde prima Astronomiæ Sphærica Principia stabilitt.*

##### DEFINITIO I.

1. *ASTRONOMIA* est Scientia Universi ac Phænomenorum ejus, qua talis.

##### DEFINITIO II.

2. *Astronomia Sphærica* est, quæ Universum considerat, quale in Oculis incurrat.

##### DEFINITIO III.

3. *Astronomia Theorica* est, quæ Universi veram structuram considerat & ejus Phænomena inde determinat.

##### DEFINITIO IV.

4. Per *Observationes communes* intelligo ea, quæ ad perceptiones Phænomenorum Universi veluti sponte sua se offerentes attentis cognoscimus.

##### DEFINITIO V.

5. *Observationes Astronomicas* appello ea, quæ ad perceptiones Phænomenorum Universi studio nostro in nobis productas attentis cognoscimus.

##### SCHOLION.

6. *Observationes communes primæ omnium sunt & Astronomicis ansam dant. Quamobrem ut intelligatur, quomodo Astronomia enata fuerit suæque incrementa ceperit, ab Observationibus communibus ordiendum nobis erit: id quod & aliis Scientiis lucem affundit.*

##### OBSERVATIO I.

7. Si noctu Cælum Stellatum intueamur, omnes Stellæ aequalibus intervallis a nobis distare videntur: & hæc apparentia constans est quovis Anni tempore atque ubivis locorum.

##### COROLLARIUM I.

8. Quia distantiarum magnarum differentiæ, etsi admodum ingentes, visus non discernit (§. 250 Optic.); sensuum judicio constare nequit, utrum Stellæ omnes a nobis aequalibus intervallis revera distent, nec ne.

##### SCHOLION.

9. Hoc probe notandum est, ne vitio subreptionis judicij precipitantes periculo errandi nos exponamus & progressum Scientiæ impediamus.

## COROLLARIUM II.

10. Cælum igitur cuius Spectatori instar Hemisphærii cavi apparet, in cuius superficie Stellæ sint constitutæ, in Centro autem ipse sit collocatus (§. 471 Geom.): hinc tamen inferri nequit, hæc revera ita se habere (§. 8).

## OBSERVATIO II.

II. *Stella, quæ vertici nostro imminet, aliquo temporis spatio præterlapso, ab eodem distare videntur versus dextram, aliis nunc super vertice conspicuis, quæ ante versus levam distabant, facie nempe illuc versa, ubi Solem circa meridiem contuemur. Stella, quas versus dextram prope extremitatem Cæli ante conspicebamus, disparuerunt & aliæ vertici viciniore locum earundem occupant: contra quæ versus sinistram extremas Cæli partes replebant, vertici propiores videntur, in ipsorum vero locis aliæ ante nondum præsentem cernuntur. Ceterum distantia Stellarum inter se, quamdiu eas conspiciamus, eadem apparet. Postero die, iisdem horis redeuntibus, eadem Cæli facies conspiciuntur. Eadem interdiu de Sole, noctu de Luna observamus.*

## SCHOLIUM.

12. In hac Observatione recensenda consulto abstinemus a terminis Astronomicis, quibus excogitandis eadem inseruimus.

## COROLLARIUM I.

13. Stellarum igitur, Solis ac Lunæ situs respectu Puncti cuiusdam fixi in superficie Telluris continuo, sed per insensibilia incrementa mutatur.

## SCHOLIUM.

14. Repetenda hic sunt, quæ de vitando vitio subreptionis supra inculcavimus (§. 9).

## COROLLARIUM II.

15. Quoniam Spectator locum in Terra non mutat, adeoque seipsum tanquam immotum spectat; Cælum moveri videtur (§. 13), & quidem circa Terram (§. 11).

## COROLLARIUM III.

16. Cum tamen in omni situ Figuram Hemisphærii cavi referat (§. 10); Planum sectionis ubivis locorum est Circulus maximus (§. 19 Spheric.); adeoque Cælum Terræ incolis instar Sphæræ cavæ apparet (§. 13 Spher.) in cuius Centro ipsi constituti (§. 15 Spher.), & quæ circa Terram quotidie gyratur (§. 15).

## COROLLARIUM IV.

17. Et quoniam Stellæ eandem a se invicem distantiam servant (§. 11), superficiei Sphæræ cavæ quasi affixæ videntur.

## COROLLARIUM V.

18. Cum Astronomia Sphærica Mundum consideret, qualis in Oculis incurrit (§. 2); in ea recte assumitur, Mundum esse Sphæram cavam, quæ circa Tellurem in Centro ejus collocatam rotatur, Stellis ejus superficiei affixis, ac inde Phænomena reliqua determinantur, quæ ex hac apparentia consequuntur.

## DEFINITIO VI.

19. Cum Sidus apparere incipit, quod antea latebat, *oriri* dicitur: quando vero disparet, quod ante apparuerat, *occidere* dicitur. Est nempe *Ortus* apparentia Sideris ante latentis: *Occasus* vero occultatio Sideris antea conspicui. Denotant quoque vocabula *Ortus* & *Occasus* loca, ubi Sidera oriuntur & occidunt.

## SCHOLIUM.

20. *Has sane, non alias Ortus & Occasus notationes habemus (§. 19 Meth. Mathem.): quæ adeo motum Siderum non involvunt.*

DE.



DEFINITIO VII.

21. Motus, quo Stellæ cum Sphæra mundana circa Tellurem ab Ortum ad Occasum moveri videntur, vocatur *Motus Primus, communis, diurnus*, item *Motus Primi mobilis*.

SCHOLIUM.

22. Hunc motum potissimum Astronomia Sphærica expendit & , qualia inde Phænomena in Terra spectanda pendeant, determinat.

OBSERVATIO III.

23. Si Stellas notemus, quibus Luna vicina videtur; easdem die sequente ab eadem aliquo intervallo versus Occasum distare observamus; Luna vero prope Stellas alias cernitur. Atque hæc distantie mutatio quotidie accidit, donec tandem 27 circiter diebus elapsis in vicinia earundem Stellarum conspiciatur, inter quas in prima Observatione hærebat.

COROLLARIUM.

24. Luna igitur interea, dum quotidie cum Sphæra mundana circa Tellurem rotatur (§. 16), in dies certo intervallo a Stellis fociis versus Ortum digredi, adeoque motu contrario ab Occasu versus Ortum, 27 circiter dierum intervallo, circa eandem moveri videtur (§. 23).

DEFINITIO VIII.

25. Stella fixa dicuntur, quæ eandem a se invicem distantiam constanter servant.

OBSERVATIO IV.

26. Si Stellas notemus, quæ in ea Cæli parte conspiciuntur, ubi Sol visui nostro se subduxit, Observationibus per plures dies continuatis, animadvertimus, quæ

in anterioribus vertici erant propiores, eas in posterioribus Occasui esse proximias, donec tandem, annuo spatio 365 circiter dierum elapso, idem Cæli situs redeat.

COROLLARIUM.

27. Sol adeo æque ac Luna interea temporis, dum cum Sphæra mundana circa Tellurem rotatur, ad alias aliasque Fixas ab Occasu versus Ortum progredi, sicque motu contrario intra anni spatium circa Tellurem moveri videtur.

OBSERVATIO V.

28. Si Stellarum distantias a se invicem quotidie attentius contemplamur, præter Lunam ac Solem quinque adhuc Stellas situm suum quotidie mutare observamus, quamvis earum distantia a Fixa quadam data non eadem quantitate in singulis mutetur, ita ut prima nonnisi triginta circiter, secunda duodecim, tertia duobus annis præterlapsis, due autem a Sole non multum digredientes, eumque interdum præcedentes, interdum sequentes, annuo circiter spatio, in eodem Cæli loco rursus conspiciantur.

COROLLARIUM.

29. Quinque igitur Stellæ perinde ac Sol & Luna interea temporis, dum cum Sphæra mundana circa Tellurem gyranur, motu contrario ab Occasu versus Ortum inæqualibus temporum intervallis circa eandem moveri videntur.

DEFINITIO IX.

30. Motus secundus seu proprius appellatur, quo Stella ab Occasu versus Ortum indies certo intervallo promovetur.

## DEFINITIO X.

31. *Planeta* seu *Stella erratica* vocantur *Sidera*, quorum a *Fixis* distantia indices mutatur.

## DEFINITIO XI.

32. *Saturnus* est *Planeta* debiliore lumine conspicuus, intra 30 circiter annos *Periodum* suam circa *Tellurem* motu proprio absolvens.

## DEFINITIO XII.

33. *Jupiter* est *Planeta*, insigni splendore refulgens, intra 12 circiter annos motu proprio *Periodum* suam circa *Tellurem* absolvens.

## DEFINITIO XIII.

34. *Mars* est *Planeta*, lumine subrubido corruscans, intra biennium circiter motu proprio *Periodum* circa *Tellurem* absolvens.

## DEFINITIO XIV.

35. *Venus* est *Planeta*, splendore suo lumen omnium superans, Solem constanter comitans, nec ultra 47 circiter gradus ab eo digrediens. Quando Solem præcedit, *Phosphorus* seu *Lucifer*; quando sequitur, *Hesperus* vocatur.

## DEFINITIO XV.

36. *Mercurius* est *Planeta* exiguis, lumine tamen satis claro fulgens, Solis individuus comes, nec ultra 28 gradus ab eodem digrediens.

## SCHOLION.

37. Ex his Definitionibus propria quilibet marte Planetas agnoscat. Si enim post occasum Solis videat Planetam Ortui quam Oc-

casui viciniorem, inde colligit nec *Venerem*, nec *Mercurium* esse (§. 35, 36). An vero sit *Saturnus*, an *Jupiter*, an *Mars*, ex lumine ulterius dignoscit (§. 32, 33, 34). Qui *Saturnum*, *Jovem* & *Martem* agnoscit, ex lumine quoque *Venerem* & *Mercurium* distinguat (§. 35, 36). Contra si quis, illis adhuc sibi ignotis, Planetam observat a Sole recedentem, mox iterum ad eum redeuntem, is *Venerem* vel *Mercurium* esse inde colligit: utrum vero *Venus*, an *Mercurius* sit, ex lumine dignoscit (§. 35, 36). Cognitis vero *Venerem* & *Mercurio* reliquos ex solo lumine agnoscit (§. 32, 33, 34).

## DEFINITIO XVI.

38. Sol atque Planetæ certis signis indigitari solent. Est nempe

♄	signum Saturni.
♅	Jovis.
♆	Martis.
♇	Veneris.
♁	Mercurii.
☉	Solis.
☾	Lunæ.
♁	Terræ.

## OBSERVATIO VI.

39. Si distantias Solis & Planetarum a vertice minimas in maxima eorum elevatione quotidie observamus; eas ad certum usque terminum continuo crescere, dein rursus decrescere discimus: qui tamen uterque terminus in singulis diversus notatur.

## COROLLARIUM.

40. Omnes igitur sub Circulo aliquo Sphæræ mundanæ, non tamen uno eodemque motu proprio incedunt.

C A P U T II.

*De Circulis Sphæra mundana.*

DEFINITIO XVII.

41. **P**ER *Circulos Sphæra mundana* intelligo eos, qui Sphæram mundanam secant & Peripheriam habent, vel in ipsa superficie ejus mobili, vel in alia immobili isti contermina & æquidistante.

DEFINITIO XVIII.

42. *Circulus mobilis* est, cujus Peripheria in superficie Sphæra mundana mobili existit; adeoque cum Sphæra motu diurno rotatur.

DEFINITIO XIX.

43. *Circulus immotus* est, cujus Peripheria in superficie Sphæra mundana immobili existit, adeoque cum Sphæra motu diurno non rotatur.

DEFINITIO XX.

Tab. I. 44. *Axis mundi* est recta PQ, circa  
Fig. 1. quam Sphæra mundana motu diurno rotatur.

SCHOLION.

45. Nimirum illud temporis spatium, quo Sphæra mundana unam revolutionem circa Tellurem absolvit, dies dicitur in communi etiam sermone. Unde motus iste circa Axem proprium diurnus appellari solet.

DEFINITIO XXI.

46. *Poli Mundi* sunt Puncta P & Q in superficie Sphæra mundana, per quæ Axis PQ transit. *Polus* nobis conspicuus P dicitur *Arcticus* seu *Borealis*; ipsi vero oppositus Q *Antarcticus* seu *Australis*.

SCHOLION.

47. *Denominatio Poli Artici* est a *Side*. Tab. I. re vicino, quod *Ursæ minoris* fert nomen. Fig. 1. *Antarcticus* vero ita dicitur, quod *Arctico* opponatur.

DEFINITIO XXII.

48. *Æquator DA* est *Circulus Sphæra mundana* maximus, mobilis & eodem cum ipsa *Polos P & Q* habens.

COROLLARIUM I.

49. Singula *Æquatoris Puncta* a *Polis Mundi quadrantis intervallo* distant (§. 25 *Sphæric.*).

COROLLARIUM II.

50. *Æquator Sphæram mundanam* in duo *Hemisphæria* dividit (§. 19 *Sphæric.*), in quorum uno est *Polus Borealis*, in altero *Australis* (§. 46, 49).

DEFINITIO XXIII.

51. *Hemisphærium Boreale* seu *Sentrionale* est dimidium Sphæra mundana *DPA* *Æquatore DA* terminatum, in cujus vertice est *Polus Borealis P*.

DEFINITIO XXIV.

52. *Hemisphærium Australe* seu *Meridionale* est dimidium Sphæra mundana *DQA* *Æquatore DA* terminatum, in cujus vertice est *Polus Australis Q*.

DEFINITIO XXV.

53. *Circulus Æquinoctialis* est *Circulus maximus immotus*, sub cujus *Peripheria* *Æquator* motu diurno movetur.

## SCHOLIION I.

Tab. I. 54. Nempe si Semidiameter Spharæ per  
Fig. 1. Punctum Equatoris producat (quæ eadem  
est cum Semidiametro Equatoris (§. 15  
Sphæric.), in superficie immobili Peripheria  
Equinoctialis describitur, dum Sphæra circa  
Axem rotatur (§. 131 Geom.).

## SCHOLIION II.

55. Circulus Equinoctialis vulgo cum  
Equatore confunditur, quia idem sunt Pla-  
num, nisi quod Planum Equatoris mobile,  
Equinoctialis immobile spectetur & Equi-  
noctiale veluti spatium consideretur, intra  
quod Equator continetur.

## DEFINITIO XXVI.

56. Circulus diurnus est Circulus  
immutus, in cuius Peripheria Stella  
aliqua aut Punctum aliquod in Super-  
ficie mundana mobili datum motu  
diurno movetur.

## SCHOLIION.

57. Nempe si recta ex Centro Stella ad  
Axem mundi perpendicularis ultra superficiem  
Spharæ mundanæ producta concipiatur, in su-  
perficie immota Peripheriam Circuli diurni  
describit, dum Sphæra circa Axem rotatur  
(§. 131 Geom.).

## DEFINITIO XXVII.

58. Zenith seu Punctum verticale  
est Punctum Z in superficie Spharæ  
mundanæ immobili, ex quo ducta re-  
cta per verticem Spectatoris per Cen-  
trum Terræ transit. Quod ipsi diame-  
traliter opponitur N, vocatur Nadir.

## COROLLARIUM I.

59. Tot sunt Zenith, quot diversa  
in Terra loca, e quibus Cælum spectari  
potest.

## COROLLARIUM II.

60. Mutato igitur loco, mutatur etiam  
Zenith.

## DEFINITIO XXVIII.

61. Horizon rationalis five verus est Tab.  
Circulus maximus immotus HR, cuius Fig.  
Poli sunt Zenith Z atque Nadir N.  
Horizon rationalis etiam simpliciter  
Horizon dicitur.

## COROLLARIUM I.

62. Singula Horizontis Puncta a Zenith  
atque Nadir quadrantis intervallo distant  
(§. 25 Sphæric.).

## COROLLARIUM II.

63. Horizon verus Sphæram mundanam  
in duo Hemisphæria dividit (§. 19 Sphæric.).

## DEFINITIO XXIX.

64. Hemisphærium superius est di-  
midium Spharæ mundanæ HZR Hori-  
zonte HR terminatum, in cuius vertice  
est Zenith Z.

## DEFINITIO XXX.

65. Hemisphærium inferius est dimi-  
dium Spharæ mundanæ HNR Hori-  
zonte HR terminatum, in cuius ver-  
tice est Nadir N.

## DEFINITIO XXXI.

66. Horizon sensibilis five apparens  
est Circulus hr, qui partem Spharæ  
mundanæ conspicuam a latente separat.

## COROLLARIUM.

67. Quia rectæ a Zenith Z ad singula  
Horizontis apparentis hr Puncta ductæ  
æquales apparent; Horizontis sensibilis Po-  
lus est Zenith Z (§. 12 Sphæric.); conse-  
quenter cum Nadir N ipsi Zenith diametra-  
liter opponatur (§. 58), Nadir est alter Ho-  
rizontis apparentis Polus (§. 23 Sphæric.).

## DEFINITIO XXXII.

68. Horizon oriens est pars Hori-  
zontis, in qua Sol oritur.

## DEFINITIO XXXIII.

69. Horizon occidens est pars Hori-  
zontis, in qua Sol occidit.

DEFINITIO XXXIV.

Tab. I. 70. *Circulus verticalis* est Circulus  
Fig. 1. Sphæræ maximus immotus, per Zenith  
Zatque Nadir N & Punctum quodeun-  
que aliud in Sphæra mundana ductus.

SCHOLIION.

71. *Datis nempe in superficie Sphæra tri-  
bus Punctis, Circulus determinatur* (§. 294  
Geom.).

DEFINITIO XXXV.

Tab. I. 72. *Meridianus* est Circulus vertica-  
Fig. 2. lis AZBN per Polos mundi P & Q tran-  
siens. *Verticalis primarius* dicitur, qui  
per Polos Meridiani D & E transit.

DEFINITIO XXXVI.

73. *Altitudo* Stellæ vel Puncti in  
Sphæra mundana est distantia ejus ab  
Horizonte. *Profunditas* appellatur si  
Stella vel Punctum fuerit in Hemisphæ-  
rio inferiori. Utraque *vera* dicitur, si  
Horizon spectetur verus; *apparens*, si ap-  
parens.

SCHOLIION.

74. *Horizon nempe instar Basis, Centrum  
Stellæ vel Punctum quodlibet aliud in Sphæra  
mundana datum instar Verticis alicujus Obje-  
cti consideratur* (§. 115 Geom.).

DEFINITIO XXXVII.

Tab. I. 75. *Declinatio* Stellæ S aut Puncti in  
Fig. 3. Sphæra mundana dati est distantia ejus  
ab Æquatore.

COROLLARIUM I.

76. Est ergo Arcus Circuli maximi GS,  
inter Punctum datum S & Æquatorem AQ  
interceptus, atque ad eum perpendicularis  
(§. 38 Sphær.).

COROLLARIUM II.

77. Circulus adeo, cujus Arcu declina-  
tionem GS metimur, per Polos Æquatoris  
(§. 28 Sphær.); consequenter per Polos  
Mundi P & K transit (§. 48).

DEFINITIO XXXVIII.

78. Hinc *Circulus Declinationis* est Tab. I.  
Circulus maximus PGDK per Polos Fig. 3.  
Mundi P & K transiens.

COROLLARIUM.

79. Est ergo GP Arcus inter Æquatorem  
AQ & Punctum P interceptus Circuli qua-  
drans (§. 25 Sphær.).

DEFINITIO XXXIX.

80. *Cardines Mundi* sunt Puncta Ho- Tab. I.  
rizontis A, D, B, E, in quibus Meridia- Fig. 2.  
nus AZBN & Circulus verticalis prima-  
rius ZDNE Horizontem ADBE secant.  
Est autem *Cardo Septentrionis* A, Pun-  
ctum intersectionis Meridiani & Hori-  
zontis, cui Polus Borealis P vicinus.  
*Cardo Meridiei* est Cardo mundi B Car-  
dini Septentrionis A oppositus. *Cardo*  
*Orientis* E est Punctum intersectionis  
Horizontis ortivi & Verticalis primarii.  
*Cardo* denique *Occidentis* D est Punctum  
intersectionis Horizontis occidui & Ver-  
ticalis primarii.

DEFINITIO XL.

81. *Linea Meridiana* est intersectio  
AB Planorum Meridiani AZBN & Ho-  
rizontis ADBE. Eodem quoque nomi-  
ne venit recta quaecunque alia eidem in  
Plano Meridiani parallela.

COROLLARIUM.

82. Transit ergo per Cardinem Septen-  
trionis A & Meridiei B (§. 80).

THEOREMA I.

83. *Dimidia Æquatoris pars supra  
Horizontem rationalem, dimidia infra  
eum existit.*

DEMONSTRATIO.

Est enim tam Æquator (§. 48), quam  
Horizon rationalis Circulus maximus



Tab. I. (§. 61). Se mutuo itaque bifariam secant  
Fig. 2. (§. 20 *Sphar.*), consequenter *Æquatoris*  
pars dimidia super Horizontem rationalem,  
dimidia infra eum existit. *Q. e. d.*

## THEOREMA II.

84. *Meridianus Æquatorem & Horizontem rationalem bifariam & ad angulos rectos secat.*

## DEMONSTRATIO.

Meridianus est Circulus verticalis (§. 72), adeoque maximus (§. 70). Cum itaque & *Æquator* (§. 48), & *Horizon* rationalis sit Circulus maximus (§. 61); Meridianus tam *Æquatorem*, quam *Horizontem* rationalem bifariam secat (§. 20 *Sphar.*). *Quod erat unum.*

Quia *Zenith* atque *Nadir* sunt Poli *Horizontis* rationalis (§. 61), & Poli *Mundi* iidem cum Polis *Æquatoris* (§. 48), Meridianus cum per Polos *Horizontis* rationalis, tum per Polos *Æquatoris* transit (§. 70 & 72). Secat igitur *Horizontem* rationalem atque *Æquatorem* ad angulos rectos (§. 28 *Sphar.*). *Quod erat alterum.*

## THEOREMA III.

85. *Quilibet Circulus Verticalis Horizontem rationalem bifariam & ad angulos rectos secat.*

## DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Theorematis præcedentis.

## THEOREMA IV.

86. *Horizon rationalis & Æquator per Polos Meridiani transit.*

## DEMONSTRATIO.

Quia enim Poli *Horizontis* rationalis sunt *Zenith* atque *Nadir* (§. 61), *Æquatoris* vero Poli iidem cum Polis *Mundi*

(§. 48); Meridianus per Polos *Horizontis* rationalis & *Æquatoris* transit (§. 70 & 72). Ergo *Horizon* & *Æquator* vicissim per Polos Meridiani transeunt (§. 27 *Sphar.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

87. Ibi adeo sunt Poli Meridiani, ubi *Æquator* & *Horizon* rationalis se mutuo intersecant.

## COROLLARIUM II.

88. Cum Meridianus sit Circulus verticalis (§. 72), adeoque immotus (§. 70); Poli ejus erunt quoque Puncta immota (§. 25 *Sphar.*), adeoque *Æquator* *Horizontem* rationalem in eodem semper Puncto secat, dum *Sphæra* mundana circa *Axem* convertitur.

## COROLLARIUM III.

89. Arcus *Æquatoris* inter *Horizontem* & Meridianum, & Arcus *Horizontis* inter *Æquatorem* atque Meridianum interceptus est quadrans (§. 25 *Sphar.*).

## THEOREMA V.

90. *Horizontis sensibilis Poli sunt Zenith atque Nadir.*

## DEMONSTRATIO.

Recta *ZC* ex *Zenith* *Zad* Planum *Horizontis* sensibilis *ADBE* demissa perpendicularis est ad Planum (§. 58), adeoque ad singulas rectas per Punctum *C* in eodem Plano ductas (§. 484 *Geom.*). Sed rectæ *CE*, *CB*, *CD*, *CA* æquales sunt (§. 7). Ergo etiam *ZB*, *ZE*, *ZA*, *ZD* (quas ductas concipere licet), æquales sunt (§. 179 *Geom.*); consequenter *Zenith* *Z* est unus *Horizontis* sensibilis Polus (§. 12 *Sphar.*). Quare cum *Nadir* ipsi diametraliter opponatur (§. 58); erit hoc Punctum ejusdem Polus alter (§. 24 *Sphar.*). *Q. e. d.*



COROLLARIUM I.

91. Horizon ergo sensibilis & rationalis eisdem habent Polos (§. 61).

COROLLARIUM II.

92. Est adeo Horizon sensibilis rationali parallelus (§. 42 Sphæ.).

THEOREMA VI.

93. *Circuli Verticales Horizontem sensibilem bisariam & ad angulos rectos secant.*

DEMONSTRATIO.

Cum Zenith atque Nadir sint Poli Horizontis sensibilis (§. 90), Meridianus & quilibet Verticalis per Polos Horizontis sensibilis transit (§. 70, 72). Secat ergo eundem bisariam & ad angulos rectos (§. 30 Sphæ.). Q. e. d.

THEOREMA VII.

94. *Altitudo alicujus Puncti in Sphæra mundana, itemque profunditas ejus est arcus Circuli Verticalis inter ipsum & Horizontem interceptus.*

DEMONSTRATIO.

Cum altitudo & profunditas sint distantia ab Horizonte (§. 73); erunt eadem arcus Circulorum maximorum inter Puncta data & Horizontem intercepti atque ad eundem perpendiculares (§. 83 Sphæ.). Sed Circuli Verticales sunt maximi (§. 70) atque ad Horizontem perpendiculares (§. 85). Ergo eorum arcus inter Puncta in Hemisphærio superiori & inferiori data atque Horizontem intercepti sunt illorum altitudines, horum vero profunditates. Q. e. d.

COROLLARIUM I.

95. Quia Meridianus Circulus Verticalis (§. 72); altitudo meridiana, hoc est, altitudo Puncti in Meridiano constituti, est arcus Meridiani inter ipsum & Horizontem interceptus.

COROLLARIUM II.

96. Et quia Meridianus per Polos Mundi transit (§. 72); altitudo Poli itemque Æquatoris in Hemisphærio superiori & profunditas in inferiori est arcus Meridiani quadrante minor inter Polum ac Horizontem interceptus.

THEOREMA VIII.

97. *Altitudo Æquatoris cum altitudine Poli quadranti equalis. Idem valet de profunditate ejus.* Tab. I.  
Fig. 3.

DEMONSTRATIO.

Sit AQ Æquator, HR Horizon, Z Zenith, P Polus, erit HZPN Meridianus (§. 72, 70), PR altitudo Poli, HA altitudo Æquatoris & QR profunditas ejusdem (§. 97). Est vero PA quadrans (§. 49) & HA + AP + PR Semicirculus (§. 84). Ergo HA + PR quadrans. Quod erat unum.

PR + RQ esse itidem quadrantem patet per Cor. 1. Def. 22. (§. 49). Quod erat alterum.

COROLLARIUM.

98. Quia tam HA + PR, quam PR + RQ quadrans est (§. 98); erit HA = QR (§. 91 Aritbm.), hoc est, altitudo Æquatoris maxima æquatur ejus profunditati maximæ.

DEFINITIO XLI.

99. Altitudo Poli & Æquatoris PR & AH communiter etiam vocatur *Elevationis Poli & Æquatoris*.

THEOREMA IX.

100. *Mensura anguli O, quem efficit Æquator AO ad Horizontem HO sive ortivum, sive occiduum, equalis est elevationi Æquatoris HA.*

DEMONSTRATIO.

In O est Polus Meridiani HZRN (§. 87) & hinc OA & OH quadrantes (§. 25 Sphæ.).

Tab. I. *Spher.*). Est ergo HA mensura anguli  
Fig. 3. O, five O fuerit in Horizonte occiduo,  
five in ortivo (§. 31 *Spher.*). Q. e. d.

## S C H O L I O N.

101. Non mirum, quod anguli ex interse-  
ctione Equatoris & Horizontis tam ortivi,  
quam occidui orti, eandem habeant mensu-  
ram: sunt enim æquales (§. 32 *Spher.*).

## T H E O R E M A X.

Tab. I. 102. Cardines Orientis D & Occi-  
Fig. 2. dentis E sunt Poli meridiani, a Cardini-  
bus Septentrionis A & Meridiei B qua-  
drantis intervallo distant, sibi que mu-  
tuo diametraliter opponuntur.

## D E M O N S T R A T I O.

Circulus Verticalis primarius ZDNE,  
qui transit per Cardines Orientis D &  
Occidentis E (§. 80), transit etiam per  
Polos Meridiani (§. 72). Sed Poli Me-  
ridiani sunt in Horizonte (§. 86): ergo  
Cardines Occidentis D & Orientis E  
sunt Poli Meridiani, adeoque sibi mu-  
tuo diametraliter opponuntur (§. 24  
*Spheric.*) &, quoniam Cardines Meri-  
diei ac Septentrionis in intersectionibus  
Horizontis atque Meridiani A & B exi-  
stunt (§. 80), adeoque arcus Equato-  
ris inter Polos Meridiani & ipsos inter-  
ceptus quadrans (§. 89), quadrantis  
intervallo ab iisdem distant (§. 54 *Spher.*).  
Q. e. d.

## C O R O L L A R I U M.

103. Quoniam adeo recta DE ex Car-  
dine Orientis in Cardinem Occidentis du-  
cta per Centrum Sphæræ C transit (§. 470  
*Geom.*) & AD quadrans Circuli existit (§.  
102); erit ACD angulus rectus (§. 143  
*Geom.*), adeoque recta DE ad Lineam Me-  
ridianam AB perpendicularis (§. 78 *Geom.*).

## T H E O R E M A X I.

104. Altitudines apparentes MB & Tab  
mb æquales sunt & sub eodem angulo vi-  
dentur, si vera MA & ma fuerint æqua-  
les.

## D E M O N S T R A T I O.

MA = ma per hypoth. Sed Horizon  
apparens hr Horizonti vero HR paralle-  
lus (§. 92); adeoque AB & ab æquales  
sunt (§. 42 *Spher.*). Ergo etiam MB  
= mb (§. 61 *Arithm.*). Quod erat  
unum.

Cum itaque Chordæ cognomines  
MB & mb (§. 289 *Geom.*) atque re-  
ctæ TB & tb (§. 7), itemque anguli  
MBT & mbt, utpote eodem modo de-  
terminati (§. 93) & per demonst. simi-  
les (§. 120 *Geom.*) adeoque æquales  
sint (§. 174 *Geom.*); erunt quoque an-  
guli BTM & bTm, sub quibus magni-  
tudines apparentes BM & bm videntur,  
inter se æquales (§. 179 *Geom.*). Quod  
erat alterum.

## S C H O L I O N.

105. Posthac evincemus, altitudines ve-  
ras & apparentes ad sensum non differre,  
nisi fere in Luna sola. Sed antequam id con-  
stet, utendum est altitudinibus apparentibus,  
tanquam a veris diversis, ne in leges accu-  
rate Methodi, quam mihi proposui, impin-  
gatur. Et quoniam altitudinum, præsertim  
meridianarum, Observatio præcipuum totius  
Astronomiæ fundamentum existit; ideo e re  
esse videtur, ut Quadrantem Astronomi-  
cum, quali recentiores Astronomi in obser-  
vandis Siderum altitudinibus utuntur, di-  
stincte describamus. Quare cum PHILIPPUS  
DE LA HIRE, Observator celeberrimus, ta-  
lem dederit descriptionem (a); eam hic trans-  
ferre libet.

## P R O -

(a) In Tabulis Astronomicis p. 56. & seqq.

PROBLEMA I.

106. *Quadrantem Astronomicum construere.*

RESOLUTIO.

1. *Tab. II. Fig. 5. n. 1.* Fiat Quadrans ABC, cujus radius AC trium circiter pedum, ut divisiones satis minutas admittat, non tamen nimia mole molestus sit, si hinc inde transferendus aut manibus tractandus.
2. Limbus ferreus AB supra regulas ferreas AC, CB, CD, AE & EB mediocris crassitie paululum emineat ac Lamina orichalcea exacte levigata superinducatur.
3. In Centro aptetur Lamina Circularis C, ferrea & crassa, sed alia orichalcea superinducenda, ita ut cum Limbo AB exacte in eodem sit Plano.
4. In Centro Laminæ fiat foramen rotundum C, cujus Diameter  $\frac{1}{2}$  circiter unius digiti.
5. *n. 2.* Per hoc foramen adigatur Cylindrus ex orichalco tornatus & bene politus DE, cujus Basis DF ultra Laminam C paululum extet.
6. In Centro Basis Cylindri I defigatur mucro Acus tenuissimæ GI cujus caput G Anconi ferreo DG mastice agglutinetur.
7. *n. 1. 2.* Ex mucrone Acus suspendatur Capillus FH cum pondere K duarum circiter unciarum ope annuli satis amplius, ne nodus H Laminæ centrali Occurrens motui remoras injiciat: quem in finem etiam Basis DF aliqualem habere debet convexitatem.

*Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.*

8. Ne Capillus FK aeris motu agitur, *Tab. II. in Lamina centrali supra ferream Fig. 5. n. 3.* Laminam inferatur annulus planus circa Centrum volubilis; Cylindro tamen DE minime occurrens, ita ut ejus superficies ultra superficiem Laminæ orichalceæ non emineat, & eidem Tubus ex ea parte, qua Instrumentum respicit, planus duarum Cochlearum ope annectatur, cum Pendulo quaquaversum mobilis.
9. *n. 3.* Circa Centrum gravitatis Instrumenti E, ope Cochlearum, ad Regulas ferreas AE, EB & DC firmetur Cylindrus ferreus, longitudine 8 digitorum, Diametro 10 linearum, ad Planum Quadrantis perpendicularis, circa quem Quadrans in usu vertitur.
10. Fiat porro Regula ferrea EO, cujus crassities 3 linearum, longitudo 8 & latitudo  $1\frac{1}{2}$  pollicum, eique aptentur annuli ferrei elastici, ope Cochlearum P & Q ad arbitrium constringendi, intra quos immittatur Cylindrus ED seu Axis quadrantis, hoc artificio in situ quolibet firmiter detinendus.
11. Regulæ EO afferruminetur Cylindrus ferreus Axi æqualis & intra Tubum ferreum RS fulcro affixum reponendus & mediante Cochlea T ad libitum firmandus.
12. Fulcri SVXY, cujus structura ex sola inspectione Figuræ manifesta, non excedat pedes quatuor cum semisse.
13. Limbus Quadrantis AB in 90 gradus & horum quilibet in dena pri-

Y y

ma

Tab. II.  
Fig. 5.

ma seu 6 partes æquales quam accuratissime subdividatur.

- n. 4. 14. Ex Centro Quadrantis ducantur in Limbo duo Arcus concentrici, quorum distantia *bd* digiti intervallum non excedat & sexta cujusslibet gradus pars, qualis *ce* dividatur in 10 partes æquales eodem artificio, quo in Scala Geometrica dividenda utimur (§. 277 *Geom.*); nisi quod loco rectarum parallelarum ducantur Arcus extremis *ab* & *cd* paralleli, qui in uno gradu *abcd* pro lineis rectis citra errorem sensibilem haberi possunt. Immo patet, eodem prorsus modo minores divisiones in dena vel quina secunda haberi posse, siquidem amplitudo Instrumenti tales ferre queat.

- n. 3. 15. Prope Centrum Quadrantis affigatur Cochleis Quadrum ferreum *g* & eidem firmiter agglutinetur Vitrum utrinque convexum, cujus Focus Semidiametri Quadrantis intervallo circiter aut alio quocunque ab eo distat, quæ dicitur *Dioptra objectiva*.

16. In Foco hujus Lentis *A* affigatur Quadrum ferreum aliud, in quocera firmentur duo fila serica se mutuo ad angulos rectos secantia, ita ut unum eorum sit ad planum Quadrantis perpendicularare, alterum vero eidem parallelum: quæ *Dioptra Ocularis* dicitur.

17. Inter Quadrag & *A* aptetur Tubus ex lamina ferrea factus, duabus partibus constans, qualem in *Dioptrica* (§. 337) descripsimus.

18. *Dioptræ* oculari *A* jungatur Lens Tab. II. Fig. 5. ocularis utrinque convexa, objectivæ *g* proportionata (§. 365 *Dioptr.*), Tubo mobili inclusa, ut pro diversa Oculi Observatoris constitutione eidem ad moveri possit, sicque Objectum una cum filis sericis distincte videatur (§. 374 *Dioptr.*).

19. Quodsi interdum in Solem collimare libuerit, inter Lentem ocularem & Oculum collocetur Vitrum coloratum vel fuligine infectum (§. 467 *Dioptr.*): si vero noctu in stellas Oculum dirigere volueris, ut una cum iis videantur fila serica, orificium Tubi objectivum tegatur tela serica ex filis tenuissimis contexta & hæc candela eminens posita illuminetur.

20. Quoniam Perpendicularum *CK* Lineam fiduciam, juxta quam nempe fit collimatio, seu quæ ex Oculo per decussationem filorum in Objectum ducitur, sub eodem angulo secare debet, quo Quadrantem secat, necesse est Radio Quadrantis *AC* ex Centro *C* per ultimum divisionis punctum *A* ducto fit parallela (§. 255 *Geom.*), hoc est, ut primum divisionis Punctum *B* a Linea fiduciae distet intervallo 90°. Ut igitur hoc Punctum obrineas, ducatur in Quadrante recta *AC* per Centrum *Axi* Tubi ad sensum æstimato parallela & ex eodem Centro erigatur normalis *mc*. Mox elevetur Quadrans, donec Perpendicularum *CK* secet eundem in *m* & notetur Punctum in Objecto aliquo procul remo-

Tab. II.  
Fig. 5.  
n. 1.

remoto, quod decussationi florum respondet. Hinc Tubo immoto Quadrans invertatur, ita ut Radius AC sit in eadem, qua ante, altitudine constitutus & idem ejusdem Objecti Punctum florum decussationi respondeat. Quod si perpendiculum, ita applicatum ut Quadrantem in *m* secet, transeat per Centrum C; erit *m* primum divisionis punctum. Si vero Perpendiculum in alio puncto veluti *n* Quadrantem secare debet (quod tentando definitur), ut per Centrum C transeat; Arcu *nm* bifariam diviso, erit B Punctum divisionis primum (§. 910 *Mechan.*). Quadrante igitur in situm priorem restituto, Perpendiculum CK cum in B secabit.

## SCHOLION I.

Tab. I. Fig. 6. 107. Dari Lineam fiducie constantem in Dioptris Telescopicis, etiamsi decussatio florum non sit in Axe Tubi, facile demonstratur. Sit AB Axis Lentis objectiva FG & decussatio florum extra Axem in C. Quoniam in omni Lente convexa est Punctum aliquod E, per quod transiens Radius post alteram refractionem incidenti sit parallelus (§. 243 Dioptr.). sit Radius iste CE. Cum in C sit Focus Radium parallelorum per hypoth. erunt omnes Radii ab eodem Puncto egressi ad sensum ipsi CE paralleli. Quare cum crassities Lentis respectu distantie Objecti parvitatibus contemnenda existat, adeoque unus incidentium DE ad sensum in directum sit ipsi CE; Punctum aliquod Objecti habebit constanter Imaginem in decussatione florum, quamdiu ipsum & Dioptra fuerint immota. Erit igitur DC Linea fiducie.

## SCHOLION II.

108. Dioptras Telescopicas Observatores recentiores adhibent, tum quod Myopes ac Presbyta non minus distincte remota contemplari possunt, quam qui Oculis valent, tum quod per fila serica locus exactissime Stellis assignatur, ita ut Observator Celeberrimus PHILIPPUS DE LA HIRE, (a) se nescire profiteatur, an unquam in tota Astronomia practica aut industria, aut utilitatis majoris aliquid inventum fuerit. TYCHO DE BRAHE usus est Dioptris, quarum Oculo proxima duas vel quatuor habet fissuras ope Cochleæ striatæ nunc coartandas, nunc laxandas, prout usus tulerit; altera Centro Quadrantis erecta est Lamella quadrata, in Centro autem Sextantis vel Octantis constituta Cylindrus, ejus quidem latitudinis, quanta est rimularum distantia. Et has quoque adhibuit HEVELIUS (b). Ad capiendas altitudines Solis Lamellam in medio perforavit & in Dioptra oculari Circellum designavit, cujus Peripheria Lumen per foraminulum transmissum continetur, si Axis Coni luminosi fuerit in Linea fiducie. Stellæ vero accedere ad Planum Verticalis, in quo Quadrans collocatur, manifestum est, quamprimum a Dioptra objectiva teguntur.

## PROBLEMA II.

109. Observare altitudinem Sideris Tab. I. apparentem. Fig. 7.

## RESOLUTIO.

1. Quadrans ACB ita constituatur, ut filum Perpendiculari CE a pōdere D extensum tangat Limbum illius.

Yy 2

2. Hinc

(a) Loc. cit. p. 59.  
(b) Vid. Mach. Cœlest. Tom. I. Cap. XIV. f. 219. & seqq.



Tab. I. 2. Hinc circa Axem suum vertatur, do-  
Fig. 7. nec Oculo per Tubum AC aut Diop-  
tras collineanti Stella S occurrat,  
ita ut S appareat in intersectione  
florum, aut a Dioptra centrali (si  
Telescopio non utaris) tegatur.

Dico Arcum EB esse mensuram anguli,  
sub quo altitudo apparens Stellæ S vi-  
detur.

### DEMONSTRATIO.

Quia perpendicularum CD a pondere  
D extensum Quadrantem tangit, per  
*hypoth.* Quadrans cum ipso in eodem est  
plano. Quare cum Perpendicularum con-  
tinuatum per Centrum Terræ transeat  
(§. 212 *Mechan.*); Planum etiam, in  
quo Quadrans existit, per Centrum  
Terræ transit, adeoque Circulus Sphæ-  
ræ maximus (§. 15 *Sphæ.* & §. 16  
*Astron.*). Sed idem transit per Zenith  
Z Centri Quadrantis C (§. 58); est ergo  
Circulus verticalis (§. 70), consequen-  
ter Arcus hujus Circuli inter Stellam  
S & Horizontem Quadrantis HR inter-  
ceptus est altitudo apparens Stellæ su-  
per eodem Horizonte (§. 94), quæ adeo  
sub angulo SCR videtur. Est vero  
 $ACE + ECB = 90^\circ$  &, quia Planum,  
in quo Quadrans hæret, Horizontem  
sensibilem ejus HR ad angulos rectos  
secat (§. 93),  $ZCS + SCR = 90^\circ$   
(§. 143 *Geom.*). Quoniam itaque  $ZCS$   
 $= ACE$  (§. 156 *Geom.*); erit  $ECB$   
 $= SCR$  (§. 91 *Aritbm.*); consequen-  
ter cum Arcus EB sit mensura anguli  
 $ECB$  (§. 57 *Geom.*), idem quoque  
Arcus est mensura anguli  $SCR$  (§.  
142 *Geom.*), sub quo apparens alti-

tudo Stellæ S videtur, per *demonstr.* Tab.  
Q. e. d. Fig. 7.

### OBSERVATIO VII.

110. Si Fixæ cujuscunque altitudi-  
nem observes in Circulo Verticali quo-  
cunque & in eodem Quadrans per plu-  
res dies fuerit immotus; Stelle ad eum  
redeuntis eadem constanter erit altitu-  
do. Immo Stellarum non occidentium  
altitudo utraque in eodem Circulo Ver-  
ticali per dies plures non variatur.  
Quodsi ope Horologii oscillatorii (§. 994  
*Mechan.*) notaveris tempus integræ re-  
volutionis; idem quoque in pluribus Ob-  
servationibus deprehenditur.

### SCHOLIUM.

111. Equidem fieri solet, ut in minutis  
quibusdam seu scrupulis secundis differentia  
subinde aliqua occurrat; sed si plures Obser-  
vationes institui libuerit, facile apparebit,  
differentiam illam exiguam inde esse, quod  
omnimoda accurate institui nequeant. Ea-  
dem nempe nocte nunc in excessu, nunc in de-  
fectu peccabis.

### COROLLARIUM I.

112. Horizon adeo sensibilis, conse-  
quenter etiam rationalis (§. 92), Sphæ-  
ram mundanam per plures dies eodem mo-  
do secat.

### COROLLARIUM II.

113. Et quia Arcus Circuli Verticalis Tab.  
ST est altitudo Stellæ S (§. 94); Circulus Fig.  
Declinationis idem PK, per plures dies  
eundem Circulum Verticalem ZN in eo-  
dem puncto S secat.

### THEOREMA XII.

114. Polus P in eadem rotatione Tab.  
Sphæra Mundana non mutatur. Fig. 8.

### DEMONSTRATIO.

Ponamus eundem mutari: aut igitur  
ex P ascendet in p versus Zenith Z,  
aut



Tab. I. I. aut inde in  $\pi$  versus Horizontem HR  
Fig. 3. descendet. Ascendat, si fieri potest in  $p$ .

Quoniam altitudo maxima SR Stellæ nunquam occidentis S per plures dies eadem observatur (§. 110), Stella S ad Polum  $p$  continuo accedit. Sed quia altitudo minima  $fR$  ejusdem Stellæ eadem itidem deprehenditur (§. cit.); a Polo  $p$  recedat necesse est. Quare cum fieri nequeat, ut eadem Stella S ad Polum continuo accedat & una ab eodem recedat; Polus ex P in  $p$  intra plures dies non ascendit, adeoque multo minus in eadem rotatione ascendit.

Descendat Polus ex P in  $\pi$ , si fieri potest. Quoniam altitudo maxima SR Stellæ nunquam occidentis S eadem observatur (§. 110); Stella S à Polo  $\pi$  recedit. Sed quia maxima  $fR$  similiter non mutatur, ad Polum  $\pi$  accedat necesse est. Quare cum fieri nequeat, ut eadem Stella  $f$  a Polo eodem tempore recedat & ad eundem accedat; Polus ex P in  $\pi$  intra plures dies non descendit, adeoque multo minus in eadem rotatione descendit.

Quoniam itaque in eadem rotatione Polus nec versus Zenith ascendit, nec versus Horizontem descendit, per demonstrata; locum suum prorsus non mutat. Q. e. d.

#### COROLLARIUM.

Tab. I. 115. Cum idem Circulus Declinationis  
Fig. 3. PK Verticalem eundem ZN in eodem Puncto S secet (§. 113); Declinatio Stellæ SG non mutatur in una Sphæræ Mundanæ revolutione.

#### SCHOLIUM.

116. Non licet excipere, antequam Planum Meridiani determinetur, observari non

posse, utrum Stellæ semper apparentis altitudo maxima & minima perinde ac reliquæ non mutantur, nec ne. Sufficit enim illud utrumque cognitum esse, Quadrante firmato in eo situ, quando Stellæ altitudo maxima observatur. Præterea si Stella S a Polo P magis distaret, quam Polus P ab Horizonte, cum antea esset  $SP < PR$ ; quæ semper antea apparuerat, nunc occideret: quod cum de nulla Stella intra paucos dies observetur, quæ de altitudinibus immutatis extra Meridianum observantur, ad Meridianas quoque extendi debere manifestum est.

Tab. I.  
Fig. 3.

#### OBSERVATIO VIII.

117. Si Solis altitudo in Circulo Verticali quocunque eo anni tempore observetur, quo Vertici proximus in Meridie apparet, hoc est, presentii ævo circa 21 Junii, & Quadrante immoto die subsequente eadem Observatio repetatur, differentia altitudinum nonnisi in minutis secundis consistet.

#### COROLLARIUM.

118. Cum Polus P interea temporis locum non mutet; Declinatio Solis SG intra 24 horas illo tempore parum mutatur, adeoque multo magis intervallo temporis minore sensibilibiter non mutatur.

#### THEOREMA XIII.

Tab. I. 119. Si duò in Sphæra Mundana  
Fig. 9. Puncta F & f in parte Cæli Orientali & Occidentali æquales altitudines FE & fe atque Declinationes FG & fg habuerint; Arcus aquatoris AG & Ag inter Meridianum atque Circulos Declinationum PG & Pg, itemque Arcus Horizontis HE & He inter Meridianum atque Circulos Verticales ZE & Ze intercepti æquales sunt.

## DEMONSTRATIO.

Tab. I. Quia in P Polus mundi & AQ Æqua-  
 Fig. 9. tor *per hypoth.* erit P Polus Æquatoris  
 (§. 48) & PG arque Pg erunt Quadrantes  
 (§. 49). Quare cum  $GF = gf$   
*per hypoth.* erit  $PF = Pf$  (§. 91 *Aritm.*).  
 Similiter quia in Z Zenith & HR Ho-  
 rizon; erunt ZE & Ze Quadrantes  
 (§. 62). Quare cum  $FE = fe$  *per hy-*  
*poth.* erit  $ZF = Zf$  (§. 91 *Aritm.*). Est  
 vero latus PZ utriusque Triangulo PFZ  
 & PfZ commune: ergo tam anguli FPZ,  
 & fPZ, quam FZP & fZP (§. 58 *Spher.*),  
 adeoque etiam his deinceps positi EZH  
 & eZH (§. 43 *Spheric.*), consequenter  
 etiam tam illorum mensuræ AG & Ag,  
 quam horum mensuræ HE & He (§. 31  
*Spheric.*) æquales sunt. Q. e. d.

## PROBLEMA III.

120. *Invenire Lineam Meridia-*  
*nam.*

## RESOLUTIO.

1. Plaga Meridiei præter propter cog-  
 nita, in parte Orientali observetur  
 altitudo Stellæ alicujus FE, dum  
 Meridiano HZRN fuerit vicina.
2. Quadrante circa Axem immoto, ut  
 perpendicularum constanter eundem  
 in eodem gradu secet, sed in partem  
 Occidentalem verso, expectetur, do-  
 nec eandem habuerit altitudinem *fe*.
3. Angulus ECe ex intersectione Pla-  
 norum, in quibus constituitur Qua-  
 drans in duabus Observationibus,  
 dividatur bifariam per rectam HR.  
 Dico HR esse Lineam Meridianam.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Declinatio Stellæ illo tem-  
 Tab. poris intervallo, quod inter Observa-  
 Fig. tiones intercedit, non mutatur (§. 115);  
 erit  $FG = fg$ . Quare cum etiam  $FE = fe$ ,  
*per observ.* arcus Horizontis inter Me-  
 ridianum ZHNR & utrumque Vertica-  
 lem ZEN & Zen intercepti EH & He  
 æquales sunt (§. 119). Sed Circuli Ver-  
 ticales se mutuo interfecant in recta ZC  
 ex Zenith Z ad Planum Horizontis per-  
 pendiculari (§. 93) & in eadem est  
 Centrum Horizontis, consequenter Ar-  
 cus Ee (§. 10), qui est mensura anguli  
 ECe (§. 57 *Geom.*). Ergo si angulus  
 ECe bifariam dividatur per rectam HR;  
 erit ea Linea Meridiana (§. 81). Q. e. d.

## Aliter.

1. In Plano Horizontali, quod haud  
 Tab. difficulter determinatur (§. 219 *Me-*  
 Fig. *chan.*) ex eodem Centro C descri-  
 bantur aliquot Arcus Circuli BA,  
 ba &c.
2. In eodem Centro C erigatur Stylus  
 ad Planum ACB perpendicularis,  
 cujus longitudo dimidii, immo inte-  
 gri pedis.
3. Circa 21. Junii ante meridiem ab  
 hora circiter 9 usque ad 11 & me-  
 ridie ab hora circiter prima usque ad  
 tertiam notentur puncta B, b &c.  
 A, a &c. in quibus terminatur um-  
 bra Styli.
4. Arcus AB, ab &c. bifecentur in D,  
 d &c.

Quodsi eadem recta DE bifecet omnes  
 Arcus AB, ab &c. erit ea Linea me-  
 ridiana quæsita.

DE-

DEMONSTRATIO.

Tab. I. Quia Stylus in Centro Arcuum AB,  
Fig. 10. ab & c. erectus, per hypoth. umbræ in  
eadem Peripheria terminatæ AC & BC,  
aC & bC & c. æquales sunt (§. 40  
Geom.). Quamobrem cum etiam æqua-  
les sint Cotangentes altitudinum Solis  
(§. 149 Optic.) consequenter distan-  
tiæ Solis a Vertice, altitudinum com-  
plementa (§. 94), Sol in Circulis Ver-  
ticalibus, qui Horizontale Planum in  
AC & BC, aC & bC & c. secant,  
eandem habet altitudinem. Quare cum  
Declinatio Solis exiguo illo temporis  
spatio, quod inter duas Observationes  
intercedit, non mutetur (§. 115); si  
Arcus AB, ab & c. bisecentur ut nem-  
pe sit  $AD=BD$ ,  $ad=bd$  & c. erit  
DE intersectio Meridiani & Horizontis  
(§. 119), hoc est, Linea Meridiana  
(§. 81). Q. e. d.

SCHOLION I.

121. Circuli plures ex Centro C descri-  
buntur, ut plurimum Observationum consensus  
accurationem confirmet.

SCHOLION II.

122. Quia extremum umbræ difficulter  
admodum observatur; ideo consultius est, ut  
Stylus in planum desinat exiguo foramine  
pertusum & Punctum lucidum in Arcus AB  
& ab indicens loco extremitatis umbræ no-  
tetur. Aliàs quoque suadet, ut Circuli non  
atramento, sed colore flavo aut solo Circini  
ductu designentur, ut finis umbræ in Ocu-  
lum distinctius incurrat.

SCHOLION III.

123. Nonnulli peculiaria excogitarunt  
Instrumenta ad Lineam Meridianam obser-  
vandam, aut æquales potius altitudines Solis  
in parte Cæli tam Orientali, quam Occiden-  
tali deprehendendas. Enimvero cum prior  
Methodus satisfaciat Observatoribus, poste-

rior ad Praxes communes sufficiat; iis de-Tab. I.  
scribendis supersedemus. Fig. 10.

COROLLARIUM I.

124. Quoties umbra Styli Lineam Me-  
ridianam tegit, Centrum Solis in Meri-  
diano hæret (§. 125 Optic.), adeoque me-  
ridies existit.

SCHOLION IV.

125. Usus ergo est Linea Meridiana in  
momento temporis determinando, quo Cen-  
trum Solis in Meridiano existit, consequen-  
ter in motu Horologiorum ad motum Solis  
aptando. Index nimirum ad lineam Hora  
duodecimæ adducitur, quando umbra Styli  
Lineam Meridianam tegit.

COROLLARIUM II.

126. Quodsi Linea Meridiana in  
Centro C, ubi erigitur Stylus, vel in Puncto,  
cui in observandis altitudinibus Centrum  
Quadrantis perpendiculariter imminet,  
per rectam OV dividatur ad angulos re-  
ctos; erit OV intersectio Horizontis &  
Circuli maximi per Polos Horizontis tran-  
seuntis (§. 28 Spher.), adeoque Verticalis  
(§. 70, 61); consequenter cum puncta in-  
tersectionum O & V a Meridiano, qui in  
D & E secat Horizontem (§. 81), Qua-  
drantis intervallo removeantur (§. 173  
Geom.) ac ideo Poli Meridiani sint (§.  
25 Spher.), recta OV est intersectio Ho-  
rizontis & Verticalis primarii (§. 72). Hinc  
O Cardinem Orientis, & V Cardinem  
Occidentis monstrat (§. 80).

COROLLARIUM III.

127. Quando itaque umbra Styli lineam  
CO vel CV tegit; Sol in Verticali prima-  
rio existit (§. 125 Optic.).

COROLLARIUM IV.

128. Quodsi in plano quocunque alio  
Horizontali perpendiculariter, in Verti-  
cali autem seu perpendiculari ad Horizon-  
tem utcumque Stylum infigas &, dato a  
socio signo, quando umbra Styli Lineam  
Meridianam in alio Plano inventam tegit,  
in apice umbræ a Stylo altero projectæ  
Punctum

Punctum notetur; in rectam per Punctum istud & pedem Styli ductam, seu Punctum illud, in quod cadit recta ex Vertice Styli ad Planum perpendicularis, in momento meridiani umbra Solis cadet (§. 125 *Optic.*); consequenter ope Lineæ Meridianæ unius in aliquo Plano repertæ, in alio etiam Plano quocunque Lineam Meridianam designare licet.

### COROLLARIUM V.

129. Si Planum Quadrantis, hoc est, Planum, in quo Radius ejus unus Lineam fiduciæ ad angulos rectos secat, ita constituitur, ut Planum Horizontale in Linea Meridiana ad angulos rectos interfecet; altitudines siderum Meridianas observare licet.

### SCHOLION V.

130. *Altitudinum Meridianarum Observatio præcipuum tutius Astronomiæ fundamentum est; unde summa cura adhibenda, ut Planum Quadrantis exacte in Plano Meridiani existat.* TYCHO DE BRAHE in hunc usum Quadrantem ingentem muro in ipso Plano Meridiani, hoc est super Linea Meridiana perpendiculariter excitato, firmiter aptavit (a). Quadrans supra descriptus, præcipiente Observatore celeberrimo PHILIPPO DE LA HIRE (b) ad observandas altitudines Meridianas ita collocandus, ut Regula VY Lineæ Meridianæ congruat, seu ejus longitudines eidem sint parallelæ, & Cochlea Y Planum Quadrantis inclinandum, donec Observatore ad Y sedente Plano Meridiani accommodetur, duabus reliquis S & X Instrumentum paululum elevandum aut deprimentum, donec flum Penduli altitudinem optatam indicet. Addit, accidere interdum, quod in convertendis Cochleis in S vel X positis, Instrumentum a vera positione deflectatur. Suadet ergo, ut si paucula desint minuta, pondus mobile e Quadrantis compactione appendatur & ita mutato Centro Gravitatis inclinatio Quadrantis mutetur. Immo cum difficillimum sit Pla-

num Quadrantis Plano Meridiani aptare, consilium eidem videtur, (c) præsertim in peregrinationibus, ut Quadrante portatili per singula minuta temporis ante transitum per Meridianum observetur altitudo Sideris & Observationes continuentur, donec decrescere incipiant; earum enim maxima erit Meridiana.

### COROLLARIUM VI.

131. Quodsi in Limbo Quadrantis quidam gradus fuerint divisi ultra nonagesimum ipsi Zenith respondentem & ejus facie divisa in Orientem conversa observetur altitudo Meridiana Stellæ a Zenith non procul distantis (§. 129), mox nocte sequente eadem Observatio repetatur, sed Limbi facie divisa in Occidentem conversa, punctum medium Arcus inter duas Observationes intercepti, erit primum divisionis Punctum. Atque ita Dioptrarum positio probatur. Quare si contingat, Punctum illud incidere in gradum nonagesimum, Dioptrarum positio exacta erit; si minus, aut restituenda sunt in situm debitum (§. 107), aut semiarculo isto utendum est tanquam excessu vel defectu in corrigendis altitudinibus, quas Instrumento capere libuit.

### SCHOLION VI.

132. Cum A. 1671. PICARDUS, celeberrimus Astronomus Gallus in Observatorio TYCHONIS Uraniburgico Lineam Meridianam duceret, eam non sine admiratione reperit a TYCHONICA 18 minutis aberrantem: unde nonnulli, & cum his WALLISIUS (d), suspicati sunt, Polos Mundi, consequenter Meridianum, qui per eos ducitur (§. 72) esse mutabiles. Sed cum DE CHAZELLES (e) in Ægypto observaret, quatuor Pyramidis maxime latera quatuor Mundi Cardines exacte respicere, nec hac positio fortuita censeretur, evidens est, per 3000 annorum spatium nullam in Meridiano variationem contigisse: quod

(c) Loc. cit. p. 95.

(d) In Transact. Anglican. n. 255. p. 285. 286.

(e) Histoire de l'Académie Royale des Sciences, A. 1710. p. 194.

(a) Vid. Historiæ Cœlestis Prolegomena f. 113.

(b) In Tab. Astronom. p. 18.

quod etiam, quamvis minori intervallo temporis, confirmatur Linea Meridiana a Celeberrimo CASSINO 1655 in Templo S. Petronii Bononiæ ducta.

## DEFINITIO XLI.

133. *Culminatio* Stellæ est transitus ejus per Meridianum. Unde Sidus *culminare* dicitur, quando per Meridianum transit.

## PROBLEMA IV.

134. *Invenire culminationem Stelle.*

## RESOLUTIO.

Tab. I. 1. Super Linea Meridiana AB perpendiculariter extendatur filum DC & ex D in E aliud DE secans Meridianam oblique sub angulo quocunque. Secabit ergo *Triangulum filare* DCE Planum Horizontale in Linea Meridiana ad angulos rectos, eritque adeo in Plano Meridiei (§. 84).  
2. Oculo ita constituto, ut filum DE tegat filum DC, expectetur, donec Stella bifecetur per Triangulum DCE. Tum enim Oculus pariter, ac Stella cum Triangulo DCE erunt in eodem Plano, consequenter Stella in Meridiano existit, *vi num. 1.* hoc est, culminat (§. 133).

## COROLLARIUM I.

135. Quodsi Stellarum quocunque culminationem duabus noctibus immediate se invicem subsequenter observes & intervalla temporis ab una culminatione usque ad alteram interjecta ope Horologii oscillatorii exacte dimetiaris; eadem inter se æqualia deprehendes.

## COROLLARIUM II.

136. Sphæra igitur Mundana motu æquali circa Tellurem movetur (§. 24 *Mechan.*).

*Wolffii Oper. Math. Tom. III.*

## PROBLEMA V.

137. *Ope Gnomonis Astronomici ob- Tab. I.  
servare altitudinem Meridianam Solis.* Fig. 12.

## RESOLUTIO.

1. Super Linea Meridiana perpendiculariter erigatur Stylus insignis altitudinis.
2. Notetur Punctum, ubi definit umbra Gnomonis in Lineam Meridianam incidens.
3. Investigetur distantia ejus a Gnomone, hoc est, longitudo umbræ.
4. Data enim altitudine Gnomonis & longitudine umbræ invenitur altitudo Solis apparens (§. 147 *Optic.*)

*Aliiter.*

1. In Lamina orichalcea fiat foramen circulare, per quod transmissi Radii Solis Imaginem in pavimento sensibilem efficere valent.
2. Firmetur eadem in loco sublimi & ad observandum commodo, ita ut Horizonti sit parallela.
3. Demisso Plumbo quod filo alligatur, exploretur distantia foraminis a pavimento, quæ erit altitudo seu *Pes Gnomonis* (§. 227 *Geom.*).
4. Pavimentum juxta libellam complanetur, ut sit exacte Horizontale, ac dealbetur, ut Imago Solis distincte in ea expressa cernatur.
5. Ducatur in eo Linea Meridiana (§. 120, 128) transiens per pedem Gnomonis.
6. Norentur Puncta extrema Diametri Solaris in Linea Meridiana K & I, & utrinque auferatur recta Semidiametro foraminis æqualis, nempe KH ex una parte, LI ex altera: erit HL

Zz

Dia-



Tab. I. Diametri Solaris Imago, qua bifa-  
Fig. 12. riam divisa in B, habetur Punctum,  
ad quod Radius e Centro Solis  
pertingit.

7. Datis ergo recta AB & altitudine  
Gnomonis AG invenitur denuo an-  
gulus ABG (§. 40 *Trig. plan.*) seu  
altitudo Centri Solis apparens (§. 145  
*Optic.*).

#### DEMONSTRATIO.

Non aliud demonstrandum, quam  
cur a recta KI subtrahi debeant KH &  
LI Semidiametro foraminis FG æqua-  
les, ut habeatur Diametri Solaris  
Imago HL: quod et si iis pateat, quæ  
de Lumine Solis per foramen in Ca-  
meram obscuram immisso demon-  
strata sunt (§. 304 *Optic.*), idem ta-  
men etiam hoc modo demonstrari  
potest.

Sint ergo CH & DL Radii ab extre-  
mitatibus Diametri Solaris D & C per  
Centrum foraminis G propagati: sub-  
tendat HL angulum HGL; qui cum  
sit æqualis suo Verticali CGD (§. 156  
*Geom.*), etiam æqualis est Diametro  
apparenti Solis ex Centro Laminæ G  
visæ (§. 208 *Optic.*). Sit Diameter fora-  
minis EF: Radii adeo extimi DE & CE  
pertingent ad I & K. Jam cum Radii  
DL & DI ex eodem Puncto Solis D  
procedant; erunt ad sepsum paralleli  
(§. 94 *Optic.*). Est vero etiam GF ipsi  
LI parallela, *per construct.* ergo LI = GF  
(§. 257 *Geom.*). Et eodem prorsus mo-  
do patet esse KH = EG. Q. e. d.

#### SCHOLION I.

138. Hæc Demonstratio convenit quoque  
Theoremati 66 *Optica.*, ad quod provoca-  
vimus.

#### COROLLARIUM.

139. Quoniam ex datis AH & AG an-  
gulus AGH & ex datis AL & AG angulus  
AGL invenitur (§. 40 *Trigon. plan.*), si  
angulus AGH ex AGL subtrahatur, relin-  
quetur Semidiameter Solis apparens HGL  
(§. 208 *Optic.*).

#### SCHOLION II.

140. Cl. DE LA HIRE (a) observavit fora-  
minis Lamina calefacta non satis exacte ex-  
primi Solis in pavimento Imaginem. Suadet  
itaque, ut Lamina tegatur, nonnisi Obser-  
vationis momento retegenda.

#### SCHOLION III.

141. Gnomonis usum Quadrantibus mino-  
ribus præferendum esse haud inviti largiun-  
tur, qui Observationibus operam dedere, præ-  
sertim cum accurata ejus excitatio multo mi-  
nus industriæ requiratur, quam instrumento-  
rum exacta divisio, usque Gnomonis facilius  
sit, quam Quadrantem. Unde & Veteres, &  
Recentiores Gnomonibus usi sunt ad Obser-  
vationes selectissimas instituendas (b). ULUGH  
BEIGH, Rex Parthiæ ac Indiæ, magni  
TAMERLANIS nepos, circa annum Christi  
1437. usus est Gnomone, cujus altitudo 180  
pedes Romanos superavit. Gnomon IGNATII  
DANTIS in Templo S. Petronii Bononiæ  
An. 1576. erectus fuit 67 circiter pedum  
Bononiensium. Gnomon Cel. CASSINI in  
Ædibus MALVATICIS Bononiæ An. 1655.  
excitatus pedum 20, correctus vero in Ædi-  
bus S. Petronii pedum Romanorum antiquo-  
rum  $95\frac{1}{2}$ . RICCIOLI Gnomon in Templo  
S. Lucæ Bononiensi pedum 66, unciarum  
 $10\frac{7}{100}$ . R. P. HEINRICHI Gnomon Vratis-  
laviæ An. 1705. erectus pedum 35 (c).

#### PRO-

(a) In Tab. Astron. p. 102.

(b) Videatur RICCIOLUS Astronomiæ Re-  
formatæ Lib. I. f. c. & seqq. & Geogr. Reform.  
Lib. VII. C. 15. f. 185.

(c) Vid. Altitudo Poli Vratislaviæ Part. I. p. 5.



PROBLEMA VI.

142. *Altitudinem Stellæ Meridianæ ope Gnomonis observare.*

RESOLUTIO.

Tab. II. I. In Plano Horizontali ope libellæ  
Fig. 13. accuratius constructæ aut canalis  
aqua repleti determinato invenia-  
tur Linea Meridiana (§. 120) aut  
cum CASSINO super fulcris suis  
collocetur canalis ligneus, pice illi-  
tus & aqua plenus AB, ita ut li-  
nea per medium ejus ducta sit Ho-  
rizonti parallela, nec ullibi margo  
ultra aquæ superficiem emineat.

2. In fastigio Templi aut domus, vel  
in Vertice Styli perpendiculariter  
erecti C ita affigatur Regula ori-  
chalcea DE, octo circiter digitos  
aut pedem unum longa, ut ejus  
latus superius sit Horizonti paral-  
lelum.

3. Ex medio C demittatur filum cum  
appenso pondere F & notetur Pun-  
ctum G, ubi canalem aut Lineam  
Meridianam interfecat, simulque  
exploretur distantia puncti C a Li-  
nea Meridiana vel canali AB, hoc  
est altitudo Gnomonis CG (§. 284  
Geom.).

4. In M aptetur Furcula ultro citro-  
que mobilis cum filo bombycino  
tenui IL, ad Horizontem parallelo.

5. Observetur culminatio Stellæ S  
(§. 134) & mox furcula promo-  
veatur aut retrahatur, donec Oculo  
in O constituto Centrum Stellæ a  
Regula DE bisectæ in recta LC  
appareat.

6. Distantia fili a Linea Meridiana aut

aquæ in canali stagnantis superficie  
KM accurate dimensa subtrahatur  
ab altitudine Gnomonis GC, ut  
habeatur CN.

7. Porro investigetur longitudo KN &  
tandem,

8. Ex datis in Triangulo CKN ad N  
rectangulo cruribus KN & NC  
inveniaturs angulus CKN (§. 40  
*Trigon. plan.*), qui erit altitudo  
Stellæ apparens super Horizonte  
KN (§. 145 *Optic.*).

OBSERVATIO IX.

143. *Si ad umbram Sole oriente vel Tab. I.  
occidente a Stylo C ad Lineam Meridia- Fig. 10.  
nam DE perpendiculari projectam quo-  
tidie attendas; bis in anno eandem in  
intersectionem Verticalis primarii & Ho-  
rizontis OV incidere advertes. Tum  
autem tempus ab ortu usque ad occasum  
Solis elapsum, Horologio oscillatorio in-  
dice, erit duodecim horarum seu semi-  
diurnum. Tanti quoque temporis depre-  
henditur mora Stellæ supra Horizontem,  
qua ope Trianguli filaris super linea OV  
extensi eo modo, quo Stellæ culminatio  
observatur (§. 134), in Circulo Verticali  
primario oriri deprehenditur. Tales  
Stellæ sunt superior in cingulo Orionis,  
Stellæ exigua in collo Antinoi, Nodus  
piscium.*

COROLLARIUM I.

144. Quoniam Semicirculus diurnus Tab. I.  
Solis ac Stellæ tempore Observationis su- Fig. 15.  
pra Horizontem sensibilem existit (§. 56);  
Horizon sensibilis hr per Centrum Diurni  
transit. Sed Centrum Diurni est in Axe  
PQ (§. 44, 56) qui per Centrum Terræ C  
transit

Tab. I. transit (§. 44); erit ergo extra Centrum  
Fig. 15. Terræ in O, consequenter Sol & Stella non  
oritur in Cardine Orientis apparente c;  
sed ultra eum versus Septentrionem in O:  
quod cum Observationi repugnet, quia  
Verticalis primarius Horizontem in Car-  
dine Orientis & Occidentis interfecat (§.  
126) necesse est distantiam cO esse imper-  
ceptibilem; consequenter Semidiametrum  
Telluris Cc respectu motus primi Solis  
atque Fixarum evanescere.

### COROLLARIUM II.

145. In motu adeo primo Solis atque  
Fixarum Horizon sensibilis br atque verus  
HR coincidunt, hoc est, Arcus Meridiani  
Hb inter utrumque interceptus insensibi-  
lis; consequenter altitudines Solis atque  
Fixarum apparentes cum veris eadem sunt.

### COROLLARIUM III.

146. Tellus itaque, in Astronomia Sphæ-  
rica, salvis Phenomenis pro Puncto habetur.

### PROBLEMA VII.

Tab. I. Fig. 14. 147. *Observare altitudinem Poli.*

### RESOLUTIO.

1. Tempore hiberno, quando longi-  
tudo noctis horas 12 excedit, adeo-  
que Stellæ semper apparentes bis  
in Meridiano observari possunt,  
observetur altitudo Meridiana *Stel-  
læ Polaris*, hoc est, ultimæ in *Cauda  
Ursæ minoris*, cum maxima SR,  
tum minima MR (§. 109, 142).
2. Subtrahatur MR ex SR & differen-  
tia MS bifariam dividatur, ita enim  
prodibit Stellæ a Polo distantia PM  
(§. 114).
3. Addatur PM altitudini minimæ  
MR: erit summa PR altitudo Poli  
quæsitæ.

E. gr. COMPLETUS junior *Ulyssipone* A. 1697.  
circa finem Septembris observavit (a)

(a) *Mémoires de l'Acad. Royale des Sciences*, A. 1700.  
p. m. 175.

	SR ==	41° 5' 40"
	MR ==	36 28 0
Ergo	SM ==	4 37 40
	PM ==	2 18 50
	MR ==	36 28 0
	PR ==	38 46 50

### SCHOLIUM I.

148. Ut altitudo Poli, quæ cum Linea Me-  
ridiana basis est omnium Observationum Astro-  
nomicarum satis exacta habeatur, altitudines  
meridianæ SR & MR ex doctrina Refractio-  
num inferius tradenda corrigende: unde COU-  
PLETUS in Exemplo proposito subtrahit ulte-  
rius 1' 25", ut PR sit 38° 45' 25".

### COROLLARIUM I.

149. Quodsi elevatio Poli PR ex qua-  
drante seu 90 gradibus auferatur, relinque-  
tur altitudo Æquatoris AH (§. 97).

E. gr. in nostro exemplo

PR + AH ==	89° 59' 60"
PR ==	38 45 25
AH ==	51 14 35

### COROLLARIUM II.

150. Si altitudo meridianæ Stellæ vel  
Solis HD observata major fuerit altitudine  
Æquatoris AH; hæc ex illa subducta, re-  
linquit Declinationem ejus Borealem AD;  
sin vero altitudo Stellæ HT minor altitu-  
dine Æquatoris HA, illa ex hac subducta  
relinquit Declinationem Stellæ vel Solis  
Australem TA.

E. gr. TYCHO Uraniburgi observavit *Cau-  
dæ Leonis* altitudinem meridianam

	HD	50° 59' 0"
Alt. Æquat.	HA	34 5' 20"
Ergo Declinatio	AD	16 53 40

### COROLLARIUM III.

151. Si Stella fuerit in quadrante ZR;  
tum altitudo minima MR a Poli altitudi-  
ne PR subducta relinquit distantiam a Polo  
PM: quæ si porro subducatur a quadrante  
PQ (§. 49), relinquetur Declinatio MQ.

E. gr.

Tab. L. E. gr. in Observatione COMPLETI PM  
Fig. 12. erat  $2^{\circ} 18' 50''$ , his ergo ex  $90^{\circ}$  subductis,  
relinquitur  $MQ 87^{\circ} 41' 10''$ . Vel cum  $QR$   
 $= AH$  (§. 98), altitudo minima  $MR$  addi-  
tur elevationi  $\text{\AA}quatoris$ , ut prodeat Declina-  
tio  $MQ$ , veluti in dato Exemplo ubi  
neglecta refractione  $AH 51^{\circ} 13' 10''$  &  $MR$   
 $36^{\circ} 28' 0''$ ,  $MQ 87^{\circ} 41' 10''$ .

### SCHOLIUM II.

152. Et hac ratione per Observationes  
construuntur Tabulæ Declinationum Fixa-  
rum, quales exhibent RICCIOLUS (a) atque  
DECHALES (b).

### COROLLARIUM IV.

153. Collatio Observationum recentio-  
rum cum antiquioribus variabilitatem De-  
clinationis Fixarum arguit in diversis Stel-  
lis diversam. In aliis enim crescit, in aliis  
decrefcit, quantitate minime eadem. Ma-  
ximum incrementum & decrementum in-  
tra decennium minuta tria cum dimidio  
non excedit.

### COROLLARIUM V.

154. Data Declinatione Stellæ ab aliis  
observata (§. 150) & ejus altitudine meri-  
diana a nobis observata (§. 109, 142), in-  
veniri potest altitudo  $\text{\AA}quatoris$  in nostro  
Observatorio (§. 150) & inde porro alti-  
tudo Poli pro eodem (§. 97).

### COROLLARIUM VI.

155. Si altitudines Solis meridianæ per  
totum annum observatæ conferantur cum  
altitudine  $\text{\AA}quatoris$ ; Solem quotannis bis  
in  $\text{\AA}quatore$  hærare, reliquo tempore vel  
ultra eum ad certum terminum ascendere,  
deinde rursus ad eundem descendere, vel  
infra eum descendere ad terminum cer-  
tum, deinde rursus ab eodem ad illum  
ascendereprehendimus.

### COROLLARIUM VII.

156. Circulus itaque, sub quo Centrum  
Solis motu proprio incedit,  $\text{\AA}quatorem$   
duobus in punctis interfecat.

### DEFINITIO XLIII.

157. Circulus ille in Sphæræ Mun-  
danæ superficie immobili descriptus  
sub quo Centrum Solis motu proprio  
incedit, dicitur *Ecliptica*.

### DEFINITIO XLIV.

158. Puncta *Æquinoctialia* sunt  
Puncta intersectionum  $\text{\AA}quatoris$  &  
*Eclipticæ*. *Vernale* dicitur, unde Sol  
versus Polum Borealem ascendit: *Aut-  
umnale*, unde idem versum Polum  
Australem descendit. Tempus, quan-  
do Sol in Punctum  $\text{\AA}quinoctiale$  in-  
greditur, dicitur *Æquinoctium*, quod  
adeo vel *Vernale*, vel *Autumnale*.

### DEFINITIO XLV.

159. Puncta *Solstitialia* sunt Puncta  
*Eclipticæ*, in quibus terminatur ascen-  
sus Solis supra  $\text{\AA}quatorem$  & descen-  
sus infra eundem. Punctum prius di-  
citur *Æstivum*; posterius *Brumale* seu  
*Hibernum*. Tempus, quando Sol in  
Puncta *Solstitialia* ingreditur, vocatur  
*Solstitium*, quod adeo vel *Æstivum*,  
vel *Brumale*.

### DEFINITIO XLVI.

160. *Signum Cæleste* est duodecima  
*Eclipticæ* pars in 30 gradus divisa.  
Primi principium est in Puncto  $\text{\AA}qui-  
noctiali$  Vernali. Nomina Signorum  
Cælestium ac ordo his versiculis con-  
tinentur:

*Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer,*  
*Leo, Virgo,*  
*Libraque, Scorpius, Arcitenens, Capre,*  
*Amphora, Pisces.*

Signis sequentibus indignantur

$\nabla, \varnothing, \Pi, \ominus, \Omega, \text{\textcircled{+}}, \text{\textcircled{=}}, \text{\textcircled{m}}, \text{\textcircled{+}}, \text{\textcircled{x}}, \text{\textcircled{z}}, \text{\textcircled{x}}.$   
Zz 3 DE-

(a) Astron. Reform. lib. 4. c. 9. f. 288.

(b) Tom. III. Mund. Math. in Tract. de Navi-  
gat. Lib. VII. f. m. 325. & seqq.

## DEFINITIO XLVII.

161. *Signa Vernalia* sunt Aries, Taurus & Gemini: *Æstiva*, Cancer, Leo & Virgo: *Autumnalia*, Libra, Scorpius & Arcitenens seu Sagittarius: *Brumalia*, Capricornus, Amphora seu Aquarius & Pisces.

## DEFINITIO XLVIII.

162. *Signa Borealia* vel *Septentrionalia* sunt Signa Vernalia & Æstiva: *Signa Australia* vel *Meridionalia* sunt Signa Autumnalia & Brumalia.

## PROBLEMA VIII.

163. *Observare Declinationem maximam Eclipticæ.*

## RESOLUTIO.

1. Circa Solstitium Æstivum vel Brumale per aliquot dies observetur maxima cum cura altitudo Solis meridiana (§. 129).
2. Ab altitudine maxima subtrahatur elevatio Æquatoris.

Residuum est Declinatio maxima in Puncto Solstitiali (§. 149).

E. g. RICCIOLUS An. 1646. Bononiæ observavit (a) altitudinem Solis meridianam

d. 20 Jun.	68° 59' 55"
21	69 0 10
22	68 59 55

Erat ergo altitudinum meridianarum Solis maxima

	69° 0 10
Elevat. Æquat.	45 29 50
Declinat. max.	23 30 20

## COROLLARIUM.

164. Quodsi alio tempore altitudines Solis meridianæ observentur, eodem mo-

do Declinationes in aliis Eclipticæ Punctis eliciuntur.

## OBSERVATIO X.

165. *Declinationem maximam Eclipticæ observarunt.*

Ante Christ.		D. M. S.
A. 324	Pytheas	23. 52. 40
230	Eratosthenes	23. 51. 20
140	Hipparchus	23. 51. 20
Post Christ.		
A. 140	Ptolemæus	23. 51. 20
880	Albategnius	23. 35
1460	Regiomontanus	23. 30
1476	Waltherus	23. 30
1525	Copernicus	23. 28. 30
1570	Rothmannus & Byrgius	23. 30. 20
1587	Tycho	23. 30. 22
1627	Keplerus	23. 30. 30
1636	Gassendus	23. 31
1646	Ricciolus	23. 30. 20
	Hevelius	23. 30. 20
	Moutonus	23. 30
1702	Philippus de la Hire	23. 29
1715	De Louville	23. 28. 24

Eadem Declinatio reperitur in utroque Puncto Solstitiali. Ostendit autem RICCIOLUS (b) ERATOSTHENEM ex Observationibus suis falso conclusisse Declinationem maximam 23° 51' 20", cum vi earundem esse debeat 23° 31' 5". Similiter PYTHEAS Massiliæ umbram Solstitialem ad Gnomonem observavit ut 213½ ad 600, seu ut 31951½ ad 90000; GASSENDUS cum PERESCIO ibidem A. 1636 ut 31950 ad 90000 (c).

## COROL-

(a) Astron. Reform. Lib. I. c. 5. f. 18.

(b) In Astron. Reform. c. 6. §. 4. f. 19.

(c) In Vita Perescii.

## COROLLARIUM I.

166. Quia Observationes intra duo Se-  
cula postrema peractæ in scrupulis secun-  
dis tantum differunt, nec ERATOSTHENIS  
errore correcto, quem HIPPARCHUS atque  
PTOLEMÆUS retinuerunt, major differen-  
tia reperitur inter antiquissimas & recen-  
tiores, GASSENDUS insuper umbram Solsti-  
tialium ejusdem longitudinis deprehendit,  
quantam annis fere bis mille ante obser-  
vaverat PYTHEAS; Declinationem Eclip-  
ticæ immutabilem esse communiter con-  
cluditur.

## SCHOLION.

167. Qui errores ERATOSTHENIS atque  
PYTHÆ in modo, quo ex Observationibus  
suis Declinationem maximam Eclipticæ colle-  
gerint, non agnoverunt PURBACHIUS, REIN-  
HOLDUS, REGIOMONTANUS, COPERNI-  
CUS, RHETIUS, TYCHO, LONGOMON-  
TANUS, SNELLIUS, LANSBERGIUS, BULLI-  
ALDUS alique, eam variabilem statuerunt.  
Inprimis nostro tempore EUGENIUS DE LOU-  
VILLE (a) operose adstruit, Eclipticæ obli-  
quitatem singulis Seculis uno minuto primo  
decretere. HERODOTUS autor est, ex Ægyp-  
tiorum traditione Eclipticam ad Circulum  
Æquinoctialem fuisse perpendicularem: unde  
patet ipsos diminutionem obliquitatis Eclip-  
ticæ agnovisse: Cumque teste DIODORO SI-  
CULO Chaldæi jussaverint Observationes tam  
antiquas, ut a primis suis Observationibus  
usque ad ingressum ALEXANDRI M. Babi-  
lonem 403 millia annorum numerarent, ex  
mutabilitate autem Eclipticæ ab ipso asserta  
consequatur hæc Periodus, si initium statua-  
tur in eo tempore, quo Ecliptica per Polos  
mundi transit; unde concludit, Chaldæos  
quoque mutabilitatem Declinationis Eclipticæ  
observasse & quantitatem diminutionis agno-  
visse. Sed de his futuris Seculis certius quid  
statuere licebit. Samamus interim Declina-  
tionem Eclipticæ constantem.

(a) In Dissertatione de mutabilitate Eclipticæ,  
quæ legitur in Actis Eruditorum A. 1719. p. 281.  
& seqq.

## COROLLARIUM II.

168. Ob plerarumque Observationum  
consensum communiter assumitur, Declina-  
tionem eclipticæ maximam esse  $23^{\circ} 30'$ .  
Sed quia CL. DE LA HIRE eandem ex  
Observationibus prope Æquatorem habi-  
tis (ubi, per inferius independentem ab  
his demonstranda, Refractio non adeo tur-  
bat Observationes altitudinum meridianarum)  
 $23^{\circ} 29'$  colligit, nos cum ipso in  
posterum eadem utemur.

## OBSERVATIO XI.

169. Si in Solstitio Brumali obser-  
vetur transitus Stelle alicujus per Me-  
ridianum (§. 134), noteturque ope Ho-  
rologii oscillatorii tempus culminationis;  
eadem vero nocte vel aliis subsequenti-  
bus eodem modo observetur temporis in-  
tervallum, quod inter culminationes  
ejusdem aliarumque Stellarum Fixarum  
intercedit, ac tandem in Solstitio Æstivo  
observetur culminatio unius ex istis  
Stellis una cum momento, quo accidit,  
& ex anterioribus Observationibus col-  
ligatur tempus, quo Stella primæ Ob-  
servationis illo die sit culminatura; hoc  
a tempore culminationis duodecim horis  
differre deprehenditur.

## COROLLARIUM.

170. Quoniam motus Sphæræ Munda-  
næ æquabilis (§. 136) & duodecim horæ  
præterlabuntur a culminatione Puncti Sol-  
stitialis Brumalis usque ad Punctum Solsti-  
tiale Æstivum (§. 169); Puncta Solsticia  
sibi mutuo diametraliter opponuntur.

## THEOREMA III.

171. Ecliptica est Circulus Sphæræ  
maximus.

DE-



## DEMONSTRATIO.

Tab. I. Sit AEQL Meridianus, AQ Æqua-  
Fig. 16. tor, EL Ecliptica. Quoniam Puncta  
Solstitialia sibi mutuo diametraliter op-  
ponuntur (§. 170), si E fuerit Æstivum,  
erit L Brumale. Sunt vero AEQ &  
ALQ semicirculi (§. 84 *Spher.*), adeo-  
que  $AE + EQ = AL + LQ$  (§. 177  
*Arith.*). Quare cum sit  $AE = QL$  (§.  
165); erit etiam  $EQ = AL$  (§. 91  
*Arithm.*), consequenter  $EQ + QL$   
 $= EA + AL$  (§. 88 *Arithm.*). Transsit  
ergo EL per Centrum Sphæræ C (§. 135  
*Geom.*) & hinc Ecliptica Circulus ma-  
ximus Sphæræ Mundanæ (§. 15 *Spher.*).  
*Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

172. Ecliptica Æquatorem bifariam se-  
cat (§. 20 *Spher.*).

## COROLLARIUM II.

173. Puncta igitur Æquinoctialia sibi  
mutuo diametraliter opponuntur (§. 158)  
adeoque Signa Borealia sunt in Hemisphæ-  
rio Boreali, Australia in Australi (§. 51, 52,  
161, 162).

## COROLLARIUM III.

174. Cum & Meridianus (§. 70, 72) &  
Ecliptica (§. 171) sit Circulus maximus;  
se mutuo bifariam secant (§. 20 *Spher.*).  
Et eodem modo patet, Eclipticam ab Ho-  
rizonte tam rationali (§. 61), quam sensi-  
bili (§. 145) bifariam secari.

## COROLLARIUM IV.

175. Arcus adeo Eclipticæ inter Hori-  
zontem & Meridianum interceptus Qua-  
drans est.

## COROLLARIUM V.

176. Quare si ponamus Punctum Solsti-  
tiale Æstivum E esse in Meridiano, cum  
tunc alterum L etiam sit in Meridiano (§.  
174), Puncta Æquinoctialia sibi mutuo dia-

metraliter opposita (§. 173) sint in Horizon-Tab.  
te (§. 174), Puncta Solstitialia ab Æquino- Fig.  
ctialibus Quadrantis intervallo distare ma-  
nifestum est (§. 175 *Astron.* & §. 54 *Spher.*).

## COROLLARIUM VI.

177. Sunt adeo Puncta Solstitialia in  
principio Cancræ & Capricorni, Æquino-  
ctialia vero in principio Arietis atque Libræ  
(§. 160).

## COROLLARIUM VII.

178. Cum Declinatio maxima Eclipticæ  
AE sit Arcus Circuli maximi (§. 75), qua-  
drantis intervallo a Punctis Æquinoctiali-  
bus distans (§. 176); erit eadem mensura  
*Obliquitatis Eclipticæ*, hoc est, anguli EGA  
ex intersectione Æquatoris AQ & Eclip-  
ticæ EL orti (§. 33 *Spheric.*). Sunt vero  
omnes illi anguli AGE, LGQ, AHE, QHL  
inter se æquales (§. 32, 43 *Spher.*).

## COROLLARIUM VIII.

179. Cum distantia Poli Eclipticæ M ab  
Ecliptica EM quadrans sit (§. 25 *Spheric.*)  
& AP itidem quadrans sit (§. 49) distantia  
Poli Eclipticæ a Polo Æquatoris, conse-  
quenter a Polo Mundi (§. 48) PM, est Declina-  
tionis maximæ æqualis (§. 91 *Arithm.*),  
adeoque  $23^{\circ} 29'$  (§. 168).

## COROLLARIUM IX.

180. Quia angulus Obliquitatis Eclipticæ  
immutabilis (§. 166); Sol constanter  
sub eodem Circulo motu proprio incedit.

## DEFINITIO XLIX.

181. *Tropici* sunt Circuli immobiles Tab.  
ME & NL cum Æquatore AD paralle- Fig. 1  
li, per Puncta Solstitialia ducti. *Tropicus*  
*Cancræ* vocatur, qui per principium Can-  
cristæ E transit: *Tropicus* vero *Capricorni*,  
qui per principium Capricorni L transit.

## COROLLARIUM I.

182. Quoniam Declinatio Eclipticæ est  
arcus EA vel LD ad Æquatorem AD per-  
pendicularis (§. 75); erit EN distantia Tro-  
pico-  
pico-  
pico-



Tab. I. picorum (§. 83 Sphæric.). Est vero EA = LD (165) & AN = DL (§. 42 Sphæric.). Ergo EA = AN (§. 87 Arithm.), consequenter distantia Tropicorum EN Declinationis maximæ EA dupla.

### COROLLARIUM II.

183. Quare si altitudinem Solis meridianam observes cum in Solstitio Brumali, tum in Æstivo (§. 129, 237.) & illam ex hac auferas: relinquetur distantia Tropicorum, cujus dimidium est Declinatio Eclipticæ maxima, independenter adeo ab elevatione Equatoris inveniendâ.

### DEFINITIO L.

184. *Circuli Polares* sunt Circuli immobiles cum Equatore paralleli & a Polo Mundi tanto intervallo distantes, quanta est Declinatio Eclipticæ maxima. Polo Arctico vicinus dicitur *Polaris Arcticus*; qui vero Antartico proximus, *Polaris Antarticus*.

### COROLLARIUM.

185. Quia Polus Eclipticæ a Polo mundi tanto intervallo distat, quanta est Declinatio Eclipticæ maxima (§. 179); Circuli Polares sunt Circuli diurni Polorum Eclipticæ (§. 56).

### DEFINITIO LI.

186. *Coluri* sunt Circuli Sphæræ

maximi mobiles per Polos Mundi & Puncta Eclipticæ Solstitialia & Equinoctialia ducti. *Colurus Equinoctiorum* est, qui per Puncta Equinoctialia transit: *Colurus Solstitiorum* est qui transit per Solstitialia.

### DEFINITIO LII.

187. *Circuli excursuum* sunt Circuli cum Ecliptica paralleli & ab ea tanto intervallo distantes, quanto Planetarum versus Polos Eclipticæ excursus coerceri possunt, quod 10 vulgo statuitur graduum.

### DEFINITIO LIII.

188. *Zodiacus* est fascia Circulis excursuum terminata. Dividitur in 12 Signa seu *Dodecatemoria* ejusdem nominis ac ordinis cum Signis Eclipticæ (§. 160).

### SCHOLIUM.

189. *Circuli omnes optime dignoscuntur ex Sphæra armillari, in qua P & Q sunt Poli Mundi, AD Equator, EL Ecliptica cum Zodiaco, PAQD Meridianus, vel etiam Colurus Solstitiorum, T Terra, FG Tropicus Cancræ, MN Circulus Polaris Arcticus, HI Tropicus Capricorni, OV Polaris Antarticus, N & O Poli Eclipticæ, RS denique Horizon.*

Tab.  
III.

Fig. 17.

## CAPUT III.

*De motu communi Solis, indeque pendentibus Phenomenis.*

### DEFINITIO LIV.

190. *Ascensio recta* est Punctum Equatoris cum Stella aut alio quocunque in Sphæræ Mundanæ superficie dato Puncto culminans, a Puncto Equinoctiali Vernali numeratum.

*Uolffii Oper. Mathem. Tom. III.*

### DEFINITIO LV.

191. *Ascensio obliqua* est Punctum Equatoris cum Stella aut alio quocunque Puncto in Sphæræ Mundanæ superficie dato per Horizontem ortivum transiens, a Puncto Equinoctiali Vernali numeratum.

Aaa

DE-

## DEFINITIO LVI.

192. *Descensio obliqua* est Punctum Æquatoris cum Puncto in superficie Sphæræ Mundanæ dato per Horizontem occiduum transiens, a Puncto Æquinoctiali Vernali numeratum.

## DEFINITIO LVII.

193. *Differentia Ascensionalis* est differentia inter Ascensionem rectam & obliquam ejusdem Puncti: *differentia Descensionalis* est differentia inter Ascensionem rectam & Descensionem obliquam ejusdem Puncti.

## DEFINITIO LVIII.

194. *Azimuthum* est arcus Horizontis inter Circulum Verticalem datum & Meridianum interceptus.

## DEFINITIO LIX.

195. *Amplitudo ortiva* est distantia Puncti orientis a Cardine Orientis: *Amplitudo vero occidua* est distantia Puncti occidentis a Cardine Occidentis.

## COROLLARIUM I.

196. Est itaque Amplitudo ortiva & occidua arcus Horizontis inter Punctum oriens & occidens atque Cardinem Orientis & Occidentis interceptus (§. 54 *Spher.*).

## COROLLARIUM II.

197. Azimuthum est Amplitudinis ortivæ & occidvæ complementum ad quadrantem (§. 194).

## PROBLEMA IV.

198. *Datis obliquitate Eclipticæ G; Puncti cujuscunque Eclipticæ dati S Declinationem DS invenire.*

## RESOLUTIO.

Tab. I. Quoniam in triangulo SDG angulus  
Fig. 16. D rectus est (§. 75), & præter angulum  
G  $23^{\circ} 29'$  (§. 168), ob datum Pun-

ctum S, etiam arcus GS datur; reperie-  
tur DS (§. 116 *Spher.*). Tab. I  
Fig. 16

Sit e. gr. S.  $20^{\circ} 8'$ , erit GS  $50^{\circ}$ , adeoque

Log. Sin. G	96004090
Sin. GS	98842540

Sin. DS  $94846630$ , cui in Tabulis quam proxime respondent  $17^{\circ} 46' 25''$ .

## SCHOLIUM.

199. *Hoc modo construitur* Tabula Declinationum singulorum graduum Eclipticæ.

## COROLLARIUM I.

200. Si Declinatio Solis Borealis AD Tab. I  
Fig. 14 in Tabulis reperta ab altitudine Solis meridiana HD observata (§. 129) auferatur; elevatio Æquatoris residua fit (§. 150), quæ porro ex  $90^{\circ}$  subducta elevationem Poli relinquit (§. 97). Similiter Æquatoris altitudo prodit, si Declinatio Australis TA altitudini Solis meridiane HT addatur.

## SCHOLIUM.

201. *Patet ex Theoricis cognitum esse debere locum Solis in Ecliptica.*

## COROLLARIUM II.

202. Contra data elevatione Æquatoris HA & Declinatione Solis AD vel TA, invenitur altitudo ejus meridiana HD vel HT, si Declinatio Borealis AD illi addatur, Australis vero AT dematur.

E. gr. Altitudo Æquat. *Hale*  $38^{\circ} 22'$   
Declinat.  $\odot$  in  $25^{\circ} 8' 19 3 6''$

Altitudo  $\odot$  meridiana  $57^{\circ} 25 6$

## PROBLEMA V.

203. *Data elevatione Æquatoris & altitudine meridiana Solis, una cum obliquitate Eclipticæ; invenire ejus locum in Ecliptica.*

## RESOLUTIO.

1. Ex datis altitudinibus Æquatoris & Solis quæraturn ejus Declinatio (§. 150).

2. Cum

Tab. I. 2. Cum adeo in Triangulo DSG ad D  
Fig. 16. rectangulo (§. 75) dentur angulus  
obliquitatis Eclipticæ G & Declina-  
tio DS; reperietur arcus GS (§.  
118 *Spheric.*): quo dato, locus Solis  
quæsitus S innotescit, modo  
constet, in quo quadrante Eclipti-  
cæ Sol commoretur. Etenim in pri-  
mo quadrante GS est distantia a  
principio Arietis; in secundo com-  
plementum ejus ad Semicirculum;  
in tertio excessus ejusdem supra Se-  
micirculum; in quarto denique  
complementum ad Circulum inte-  
grum.

E. gr. RICCIOLUS (4) A. 1643. d. 23.  
Martii (quo tempore Sol erat in primo  
quadrante Eclipticæ) observavit

Altit. ☉ merid.	46° 33' 40"
Altit. Æquat.	45 29 50

Ergo Declinatio DS	1 3 50
Et Log. Sin. DS	82687487
Sin. tot.	100000000

Summa	182687487
Sin. G	96004090

Sin. GS. 8.6683397, cui  
in Tabulis quam proxime respondent  
2° 40' 15".

Fuit ergo locus Solis  $\varphi$  2° 40' 15".

#### PROBLEMA VI.

204. Data obliquitate Eclipticæ G,  
invenire Puncti cujuscunque S Ascen-  
sionem rectam D & angulum Eclipticæ  
cum Meridiano DSG.

#### RESOLUTIO.

Quoniam Circulus Declinationis PD  
Æquatorem AQ secat ad angulos re-  
ctos (§. 75); Triangulum DSG rectan-

gulum. Quare cum in eo detur angulus Tab. I.  
G & ob datum Punctum S arcus GS, Fig. 16.  
qui vel distantia Solis ab Ariete, si Sol  
fuerit in primo quadrante, vel com-  
plementum ad principium Libræ, si fue-  
rit in secundo; vel distantia a principio  
Libræ, si fuerit in tertio; vel denique  
complementum ad principium Arietis,  
si fuerit in quarto: reperietur angulus  
DSG (§. 130 *Spheric.*) & arcus DG  
(§. 127 *Spheric.*), qui in primo casu  
indicat ipsam Ascensionem rectam; in  
secundo ejus complementum ad Semi-  
circulum; in tertio excessum supra Se-  
micirculum; in quarto denique com-  
plementum ad Circulum integrum.

E. gr. Sit Sol in  $\varphi$  2° 40' 15". Quia  
G 23° 29'

erit Log. Sin. tot.	100000000
Cosin. G	99624527

Summa	199624527
Cotang. GS.	113311611

Tang. GD 8.6312916,  
cui in Tabulis quam proxime respondent  
2° 27'. Tanta nimirum est ascensio recta  
in 2° 40' 25"  $\varphi$ .

Porro Log. Sin. tot.	100000000
Cosin. GS	99995279

Summa	199995279
Cotang. G.	103620437

Cotang. S 9.6374842,  
cui in Tabulis quam proxime respondent  
23° 27' 38".

Est ergo angulus GSD 66° 32' 22".

#### SCHOLIUM.

205. Hoc modo construuntur Tabulæ Af-  
censionum rectarum singulorum graduum  
Eclipticæ & Tabulæ anguli Eclipticæ cum

Meridiano ad partes Orientales in Hemisphærio Boreali.

## PROBLEMA VII.

Tab. 206. Data elevatione Poli PR, una  
III. cum Declinatione Solis DS; invenire  
Fig. differentiam Ascensionalem OD, Am-  
18.19. plitudinem ortivam SO & Azimu-  
thum HS.

## RESOLUTIO.

Quia circulus Declinationis PD Æquatorem AQ ad angulos rectos secat (§. 75), Triangulum OSD rectangulum ad D. Quare cum in eo detur Declinatio DS & angulus O ob elevationem Poli datam (§. 97, 100); reperietur OD (§. 125 Sphæ.) & SO (§. 118 Sphæ.), consequenter ob OH = 90° etiam HS.

Sit e. gr. elevatio Poli, quemadmodum Halæ 51° 38' & Sol in 24° II: erit O 38° 22', DS 23° 20' 48". Unde

Log. Cotang. O	101014704
Tang. DS	96351154
Sin. OD	*97365838,
cui in Tabulis quam proxime respondent	33° 2' 27".
Log. Sin. tot.	100000000
Sin. DS	95980165
Summa	195980165
Sin. O	97928759.
Sin. OS	98051406, cui
in Tabulis quam proxime respondent	39° 4' 40".

## SCHOLION I.

207. Hac ratione construuntur Tabulæ differentiarum Ascensionum itemque Amplitudinum ortivarum pro singulis gradibus Declinationis sub singulis gradibus elevationis Poli. Et per idem Problema differen-

tias Descensionales & Amplitudines occiduas inveniri per se patet.

## COROLLARIUM I.

208. Si Sol fuerit in Signo Boreali & Tab. III. differentia Ascensionalis DO ex Ascensione recta D subtrahatur; relinquetur Ascensio obliqua O (§. 193). Fig. 18.

E. gr. si Sol fuerit in 24° II.

Ascensio recta D	83° 27' 46"
Differentia ascens. OD	33 2 27
Ascensio obliqua O	50 25 19

## COROLLARIUM II.

209. Si Sol fuerit in Signo Australi & Tab. III. differentia Ascensionalis DO Ascensioni rectæ D addatur, prodibit obliqua O (§. 193). Fig. 19.

## SCHOLION II.

210. Patet adeo, quomodo construantur Tabulæ Ascensionum obliquarum pro singulis Eclipticæ gradibus sub singulis gradibus Elevationis Poli.

## PROBLEMA VIII.

211. Determinare tempus tam Primi mobilis, quam Solare, quo arcus Æquatoris datus Meridianum transit & contra.

## RESOLUTIO.

Quoniam Meridianus Æquatorem continuo ad angulos rectos secat (§. 84); dum datus arcus Æquatoris per Meridianum transit, perinde est ac si arcum Æquatoris immotum Punctum intersectionis in Meridiano eadem celeritate interea temporis descripsisset. Cum adẽq. motus Æquatoris sit æquabilis (§. 136); erunt arcus per Meridianum transeuntes temporibus proportionales (§. 24 Mechan.) Quare si inferatur: ut 360 ad 24 horas Primi mobilis, ita arcus datus ad numerum quartum proportionalem;

erit

erit is tempus Primi mobilis quæsitum. Quodsi adeo quærat<sup>ur</sup> arcus dato tempore per Meridianum transiens, inferendum erit: ut 24 ad 360, ita tempus datum ad arcum quæsitum,

Quia Sol intra 24 horas Primi mobilis Ascensionem rectam fere mutat 59' 8" 20''' , hoc est, 212900''' , si hoc intervallum per 24 dividatur, quotus 8870''' seu 2' 28" erit pars adjicienda arcui intra horam Primi mobilis per Meridianum transenti, ut habeatur arcus intra horam Solarem per eundem transiens.

Quodsi inferas: ut 360° 59' 8" 20''' ad 24 horas Solares, ita arcus datus ad numerum quartum proportionalem; erit is tempus Solare, quo arcus Æquatoris datus per Meridianum transit.

### SCHOLIION.

212. Quia conversio temporis in gradus Æquatoris & graduum Æquatoris in tempus multum in Astronomia usum habet; ideo constructæ sunt Tabulæ, in quibus exhibentur arcus Æquatoris singulis horis tam Primi mobilis, quam Solaribus, & singulis scrupulis horæ unius per Meridianum transientes, & contra. Earundem cum sit in Problematis sequentibus usus eas hic contractas apponere libet. Usus facilis. Etenim gradus Æquatoris dati cum suis scrupulis resolvuntur in partes, quæ in Tabula extant, & ex ea excerpuntur horæ ac scrupula horaria ipsi respondentia. Hæc enim in unam summam collecta dant tempus, quo arcus Æquatoris datus per Meridianum transit. Simili modo proceditur, si tempus datum in arcum Æquatoris convertendum. Exempla in Problematis sequentibus occurrunt.

#### Conversio partium Æquatoris in tempus Primi mobilis, & contra.

Æquat. Grad.	Hor.	Min.			Hor.	Æquat. Min.
Min.	Min.	Sec.		Æquat.	Sec.	
Secund.	Sec.	Tert.	Hora	Grad.	Tert.	
Tert.	Tert.	Quart.			Quart.	
1	0.	4	1	15	1	0. 15
2	0.	8	2	30	2	0. 30
3	0.	12	3	45	3	0. 45
4	0.	16	4	60	4	1. 0
5	0.	20	5	75	5	1. 15
10	0.	40	6	90	6	1. 30
15	1.	0	9	135	10	2. 30
30	2.	0	12	180	20	5. 0
60	4.	0	15	225	30	7. 30
90	6.	0	18	270	40	10. 0
180	12.	0	20	315	50	12. 30
360	24.	0	24	160	60	15. 0

#### Conversio partium Æquatoris in tempus Solare & contra.

Æquat.	Hor.	I.	II.	III.	Hor.	Grad.	I.	II.	III.
Grad.									
Min.	I.	II.	III.	IV.					
Secund.	II.	III.	IV.	V.					
Tert.	III.	IV.	V.	VI.					
1	0	3	59	20		1	15	2	28
2	0	7	58	40		2	30	4	56
3	0	11	58	1		3	45	7	24
4	0	15	57	22		5	75	12	20
5	0	19	56	42		10	150	24	40
10	0	39	53	24		20	300	49	20
15	0	59	50	6					
30	1	59	40	12		Min.	Grad.	I.	II.
60	3	59	20	24		Sec.	I.	II.	III.
90	5	59	0	36					
180	11	58	1	12					
360	13	56	2	24					



## PROBLEMA IX.

213. Dato loco Solis in Ecliptica, una cum elevatione Poli; invenire longitudinem Diei atque Noctis.

## RESOLUTIO.

1. Quærat Declinatio Solis (§. 198) & inde porro differentia Ascensionalis (§. 206).
2. Differentia Ascensionalis convertatur in tempus Solare: quod
3. Tempori, quo quadrans Æquatoris per Meridianum transit, addatur, si Sol fuerit in Signo Boreali, vel ab eadem auferatur, si idem in Australi extiterit. Ita nimirum in utroque casu obtinetur tempus semidiurnum.
4. Quodsi hoc ex 12 horis subducas, relinquetur tempus seminocturnum.

E. gr. Sit Sol in  $24^{\circ}$  II & elevatio Poli  $51^{\circ} 38'$ : erit Differentia ascensionalis  $33^{\circ} 2' 27''$  (§. 206).

Sed  $30^{\circ}$  resp. 1 hor.  $59' 40'' 12'''$

3'	II 58	I
2'	7	58 40''''
10''		39 53 24''''
15		59 50 6
2		7 58 40

Ergo Diff. ascens. 2. hor. 11. 47. 59. 22. 10  
Porro  $90^{\circ}$  5 59. 0. 36

Unde temp. semid. 8 hor. 10 48. 35. 22. 10  
hoc est, 8 hor. 10' 49''  
II 59 60

tempus seminoct. 3 hor. 49' 11''

Ergo tempus diurnum 16 hor. 21' 38'';  
nocturnum vero 7 hor. 38' 22''.

## DEMONSTRATIO.

Quia Punctum D est Ascensio recta; ab ortu Solis usque ad meridiem arcus Æquatoris AD per Meridianum transit (§. 190). Est vero AO quadrans (§. 89): quodsi ergo quadrans & Differentia ascensionalis in tempus convertantur, inde elici posse tempus inter ortum Solis & meridiem intercedens, hoc est tempus semidiurnum, patet. Q. e. d.

## COROLLARIUM.

214. Quia tempus ortus numeratur a media nocte, tempus vero occasus a meridie; tempus seminocturnum est simul tempus, quo Sol oritur; semidiurnum vero indicat momentum, quo occidit. In nostro nempe exemplo ☉ oritur hor. 3. 49' 11''; idem occidit hor. 8. 10' 49''.

## PROBLEMA X.

215. Data elevatione Poli PR & Declinatione Solis DS; invenire altitudinem ejus ad datum quodcunque momentum.

## RESOLUTIO.

I. Sit HZR Meridianus, in Z Zenith Fig. 111. & Sol C in Æquatore AQ. In Triangulo ZAC ad A rectangulo (§. 84), datur AZ elevationi Poli PR æqualis (§. 97), & si tempus usque ad meridiem residuum (vel pomeridianum in altero casu) in arcum Æquatoris convertatur (§. 212), arcus AC: reperitur adeo arcus ZC (§. 120 Spher.), qui ex quadrante ZE (§. 62) subductus



Tab. III. ductus relinquit altitudinem Solis  
CE (§. 94).

E. gr. Sit PR  $51^{\circ} 38'$ ,  $\odot$  in  $\odot$  V; quæ-  
ratur altitudo hora 9 matutina. Quoniam  
horæ 3 usque ad meridiem supersunt; erit  
AC  $45^{\circ} 7' 24''$ .

Quare Log. Cofin. AZ 98943464  
Cofin. AC 98485459

Cofin. ZC seu Sin. CE  $*9.7428923$ ,  
cui in Tabulis quam proxime respondent  
 $33^{\circ} 35' 16''$ .

Tab. II. Si Sol S fuerit in Signo Boreali,  
cum sit in Z Zenith, in P Polus,  
AQ Æquator, HR Horizon, in  
Triangulo ZPS dantur latera PS  
Declinationis DS complementum  
(§. 79) & ZP elevationis Poli PR  
complementum ad quadrantem  
(§. 62). Quodsi tempus in ar-  
cum Æquatoris convertatur (§.  
212); prodibit arcus AD, qui  
ob quadrantem PD (§. 79) est  
mensura anguli ZPS (§. 33  
Spher.). Reperitur adeo SE (§. 163  
Spher.).

E. gr. Sit Sol in  $24^{\circ} \Pi$  sub elevatione Poli  
 $51^{\circ} 38'$ : quærenda est altitudo ad horam 9  
antemeridianam. Quoniam DS  $23^{\circ} 20' 48''$ ;  
erit PS,  $66^{\circ} 39' 12''$ ; & AD five angulus P est  
 $45^{\circ} 7' 24''$ . Quoniam in Triangulo DGS ad  
D rectangulo (§. 76) Hypothenusa GS qua-  
drante minor, quia ZE quadrans (§. 62), &  
DG itidem quadrante minor, quia AO qua-  
drans (§. 89), erit angulus S acutus (§. 81  
Spher.). Cum adeo in Triangulo ZSP an-  
guli S (§. 43 Spher.) & P per hypoth. sint  
acuti, perpendicularum ZK ex angulo Z in  
latus PS demissum intra Triangulum cadit  
(§. 82 Spher.). Quamobrem

Log. Sin. tot.	100000000	Tab. III.
Cofin. P.	98485459	Fig. 20.
Summa	198485459	
Cot. ZP	101014704	
Tang. PK	9.7470755, cui	
in Tabulis quam proxime respondent	$29^{\circ} 11' 10''$	
Sed PS	66 39 12	
Ergo SK	37 28 2	
Porro Log. Cofin. SK	98996474	
Cofin. ZP	98943464	
Summa	197939938	
Cofin. PK	99410343	

Cofin. ZS seu Sin. SE 98529595,  
cui in Tabulis quam proxime respondent  
 $45^{\circ} 27' 43''$ .

III. Si Sol fuerit in Signo Australi; P  
est aggregatum ex quadrante Pd  
(§. 79) & Declinatione *sd.* Reliqua  
se habent ut ante.

### PROBLEMA XI.

216. Data elevatione Poli una cum  
Declinatione & altitudine Solis, inve-  
nire horam diei.

### RESOLUTIO.

I. Si Sol C fuerit in Æquatore AQ, Tab. III.  
cum sit in Z Zenith, in P Polus, HR Horizon, in Triangulo ZAC Fig. 18.  
ad A rectangulo (§. 84) datur  
AZ elevationi Poli PR æqualis  
(§. 97) & ZC altitudinis CE com-  
plementum ad quadrantem (§. 94,  
62). Invenitur adeo arcus AC  
(§. 119 Spheric.), qui in tempus So-  
lare conversus (§. 212) indicat ho-  
ras vel ad meridiem residuas, si Sol  
fuerit

fuerit in parte Orientali, vel a meridie præterlapsas, si fuerit in Occidentali.

Exemplum Problematis præcedentis in casu eodem facile huc applicatur.

Tab. II. Si Sol S fuerit in Signo Boreali; in  
III. Triangulo ZSP dantur latera sin-  
Fig. 20. gula, nimirum ZP elevationis Poli  
PR & ZS altitudinis Solis SE com-  
plementum (§. 94, 62) atque PS  
Declinationis SD complementum  
(§. 79). Invenitur adeo angulus  
ZPS (§. 168 *Spheric.*), cujus men-  
fura AD (§. 79 *Astron.* & §. 33  
*Spheric.*) in tempus Solare con-  
versa (§. 212) tempus desideratum  
ut ante patefacit.

Sit e.gr. PR  $51^{\circ} 38'$ , SE  $45^{\circ} 27' 43''$ , locus  
Solis  $24^{\circ} 11'$ ; erit DS  $23^{\circ} 20' 48''$ , adeoque  
PS  $66^{\circ} 39' 12''$  & hinc  $\frac{1}{2}$  PS  $33^{\circ} 19' 36''$ .  
Erit porro

ZS	$44^{\circ} 32' 17''$
ZP	$38 \quad 22$
ZS + ZP	$82 \quad 54 \quad 17$
$\frac{1}{2}$ ZS + $\frac{1}{2}$ ZP	$41 \quad 27 \quad 8$
ZS	$44^{\circ} 32' 17''$
ZP	$38 \quad 22$
ZS - ZP	$6 \quad 10 \quad 17$
$\frac{1}{2}$ ZS - $\frac{1}{2}$ ZP	$3 \quad 5 \quad 8$

Demissum ex Z in PS perpendicularum  
cadere intra Triangulum PZS, ex Proble-  
mate præcedente patet. Cumque sit rec-  
tangulum ex cosinu ZS in sinum PK æquale  
rectangulo ex cosinu PZ in sinum SK (§.  
162 *Spheric.*); erunt cosinus ZP & ZS ut  
Sinus PK & KS (§. 299 *Arithm.*). Quare

cum ZS > ZP per *hypoth.* adeoque Cofinus Tab.  
ZP major Cofinu ZS erit etiam Sinus SK III.  
major Sinu PK, consequenter SK > PK. Fig.  
Hinc

Log. Tang. $\frac{1}{2}$ PS	98179245
Tang. $\frac{1}{2}$ ZS + $\frac{1}{2}$ ZP	99460785
Tang. $\frac{1}{2}$ ZS - $\frac{1}{2}$ ZP	87316308
Summa	186777093
Tang. $\frac{1}{2}$ SK - $\frac{1}{2}$ PK	88597848,
cui in Tabulis quam proxime respon-	dent
	$4^{\circ} 8' 30''$
Sed $\frac{1}{2}$ PS	$33 \quad 19 \quad 36$
Ergo PK	$29 \quad 11 \quad 6$
Unde porro Cotang. ZP	101014704
Tang. KP	97470523
Cofin. P	$\pm 98485227$ ,
cui in Tabulis quam proxime respondent	$44^{\circ} 52' 23''$ .

Eft ergo angulus P, consequenter ar-  
cus AD  $45^{\circ} 7' 37''$ , qui in tempus con-  
versus

$30^{\circ}$	1h. 59' 40" 12'''
15	59 50 6
5'	19 56 42''''
2	7 58 40
$30^{\circ}$	1 59 40 12'''
5	7 58 40
2	

producit 3h. 0 0 21 0 52

Residua ergo sunt usque ad meridiem  
3h. unde tempus Observationis fuit hora  
nona.

III. Si Sol S fuerit in Signo Australi,  
latus P est quadrante majus. Ejus  
itaque loco resolvitur Triangulum  
p N & angulus p reperitur ut  
ante.

SCHOLIUM.

217. Hujus Problematis multus est in Astronomia practica usus, in Eclipsibus præsertim Solaribus observandis.

PROBLEMA XII.

218. Data elevatione Æquatoris

Tab. III. Fig. 21. AH, una cum loco Solis S & obliquitate Eclipticæ G; invenire ad datum tempus Punctum Eclipticæ oriens M & Angulum orientis EMH.

RESOLUTIO.

1. Tempus usque ad meridiem residuum convertatur in arcum Æquatoris (§. 212), ut habeatur arcus AD, consequenter ejus complementum DO (§. 89).
2. Ex loco Solis dato quæraturn ejus Ascensio recta (§. 204): qua data innotescit arcus DG.
3. Subducatur DG ex DO, relinquetur GO.
4. Cum in Triangulo GMO præterea dentur anguli MGO & MOG, quorum ille obliquitas Eclipticæ, hic altitudini Æquatoris AH æqualis (§. 100); reperietur arcus GM (§. 164 Spher.) & inde porro angulus M (§. 126 Spher.).

Egr. Sit Sol in  $17^{\circ} 8'$ , elevatio Poli  $51^{\circ} 38'$ : quarendum est Punctum Eclipticæ M hora 9 matutina oriens, cum Angulo orientis. Quoniam adhuc tres horæ usque ad meridiem superant; erit arcus AD  $45^{\circ} 7' 24''$  (§. 212), adeoque DO  $44^{\circ} 52' 36''$ . Ascensio recta Solis D est  $139^{\circ} 27' 38''$ , adeoque GD (sublata nempe ista ex 180)  $40^{\circ} 32' 22''$ , consequenter DO = DG = GO =  $4^{\circ} 20' 14''$ . Porro angulus GOM  $38^{\circ} 22'$  (§. 100) & MGO  $23^{\circ} 29'$ . Demittatur ex G in HM

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

perpendicularum GN. Quoniam in Triangulo GNO ad N rectangulo datur Hypothenusa GO cum angulo O; erit

Log. Sin. tot.	100000000
Cofin. GO	99987544
Summa	199987544
Cotang. O	101014704
Cotang. NGO	98972840,

cui in Tabulis quam proxime respondent  $38^{\circ} 17' 12''$ .

Est ergo NGO	$51^{\circ} 42' 48''$
Sed MGO	$23^{\circ} 29' 0''$

Ergo NGM	$28^{\circ} 13' 48''$
Porro Cofin. NGM	99450034
Cot. GO	111199295

Summa	210649329
Cofin. NGO	97921088
Cot. GM	112728241,

cui in Tabulis respondent  $86^{\circ} 56' 45''$ . Est ergo GM  $3^{\circ} 3' 15''$  seu Punctum Eclipticæ oriens M  $3^{\circ} 3' 15''$ .

Denique Sin. totus	100000000
Cofin. GM	99993826
Summa	199993826
Cotang. NGM	102701311
Cotang. NMG	97292515,

cui in Tabulis quam proxime respondent  $28^{\circ} 11' 46''$ .

Est ergo Angulus Puncti Eclipticæ orientis NMG  $61^{\circ} 48' 14''$ .

Si Punctum Æquinoctiale G fuerit infra Horizontem, ex DG subtrahitur DO, ut habeatur OG: reliqua fiant ut ante.

COROLLARIUM.

219. Quodsi ex Puncto Eclipticæ orientis M subtrahantur  $90^{\circ}$ , relinquitur nonagesimus Eclipticæ gradus ab Oriente numeratus.

DEFINITIO LIX.

220. Nonagesimus vocatur Eclipticæ gradus, nonagesimus a Puncto ejus oriente

Bbb

III. Fig. 22.

oriente numeratus. Hinc *Altitudo nonagesimi* est altitudo gradus nonagesimi a Puncto ejus oriente numerati.

## THEOREMA XV.

Tab. 221. *Altitudo nonagesimi est Angulo*  
III. *orientis KMI æqualis & continuata per*  
Fig. 23. *Polos Eclipticæ transit.*

## DEMONSTRATIO.

Ex Puncto oriente M tanquam Polo intervallo quadrantis descriptus intelligatur Circulus ZK; erit KI mensura Anguli orientis KMI (§. 33 *Sphæric.*). Jam cum Ecliptica EL atque Horizon HR se mutuo interfecent in Polo M Circuli KIZ *per constr.*; hic per Polos Eclipticæ atque Horizontis, consequenter per Zenith atque Nadir (§. 61), transit (§. 34 *Sphæric.*). Est igitur ZK Circulus verti-

calis (§. 70), adeoque KI altitudo nonagesimi (§. 94): Unde patet altitudinem nonagesimi *vi demonstratorum* esse Angulo orientis M æqualem & continuatam per Polos Eclipticæ transire. Q. e. d.

## COROLLARIUM I.

222. Ad datum igitur tempus, sub data elevatione Poli, invenitur altitudo nonagesimi (§. 218).

## SCHOLIUM.

223. Patet adeo, quomodo construantur Tabulæ Anguli orientis seu altitudinis nonagesimi *sub elevatione Poli assumta*.

## COROLLARIUM II.

224. Quodsi altitudinem nonagesimi IK ex 90° subducas, relinquitur distantia nonagesimi a vertice IZ (§. 73 *Astron.* & §. 54 *Sphæric.*).

## CAPUT IV.

## De Locis Fixarum.

## PROBLEMA XIII.

Tab. 225. *Distantias Stellarum observare.*  
III. RESOLUTIO.

- Fig. 24. 1. Quadrans circa Axem suum vertatur, donec per Dioptras radio AC affixas Stella una N appareat in Linea fiducia.
2. Loco perpendiculari, quo in metiendis altitudinibus utimur (§. 196), applicetur regula cum Dioptris sive Telescopicis, sive aliis, prout Fixæ vel Telescopicæ fuerint, vel alterius generis, circa Centrum C mobilis CD & Coobservator eam ultro citroque moveat, donec Stella altera S in Linea fiducia appareat.

Dico arcum AD indicare distantiam Stellarum SN. Tab. III.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam Stellæ S & N ad sensum a Centro Instrumenti C æqualiter ab sunt (§. 7), arcus ex C radio CS descriptus transit etiam per N seu Punctum Sphæræ Mundanæ, ubi videtur Stella N (§. 40 *Geom.*). Sed quia distantia Centri Instrumenti C a Centro Telluris respectu Fixarum evanescit, hoc est, pro nulla considerari debet (§. 144); Circulus ex C descriptus idem est cum eo, qui ex Centro Telluris describitur, adeoque maximus (§. 15 *Sphæric.*) & hinc arcus SN est distantia Fixarum (§. 54 *Sphæric.*). Qua-

Tab. re cum SN sit mensura anguli SCN  
 II. (§. 57 *Geom.*) & AD mensura ipsi æqua-  
 Fig. 24. lis ACD (§. 156 *Geom.*); arcus AD &  
 SN similes sunt (§. 141 *Geom.*), adeo-  
 que eundem numerum graduum con-  
 tinent (§. 138 *Geom.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA XIV.

Tab. 226. Datis distantia Fixarum ST,  
 III. vel TH, vel SV & Declinationibus  
 Fig. 25. earundem SH, TI vel VI, invenire dif-  
 ferentiam Ascensionum rectarum HI.

RESOLUTIO.

Si Stella una H fuerit in Æquatore,  
 latus PH est quadrans, si utriusque De-  
 clinatio Borealis, latera SP & PT sunt  
 complementa Declinationum SH & TI;  
 fidenique unius Declinatio Australis IV,  
 latus PV est aggregatum ex quadran-  
 te PI & Declinatione IV (§. 49) & HI  
 mensura est in omni casu anguli HPI  
 (§. 33 *Spheric.*). Cum adeo in casu  
 primo in Triangulo HPT; in secundo  
 in Triangulo SPT; in tertio in Trian-  
 gulo VPS dentur tria latera; invenitur  
 angulus HPI (§. 168 *Spheric.*).

E. gr. RICCIOLUS observavit di-  
 stantiam Capitis Andromedæ a Lucida Arie-  
 tis  $27^{\circ} 9'$  (a). Juxta Tabulas Cel. DE LA  
 HIRE (b) fuit A. 1700 Declinatio Ca-  
 pitis Andromedæ  $27^{\circ} 27' 3''$  & Declinatio  
 Lucidæ Arietis  $22^{\circ} 2' 1''$ . Quoniam utra-  
 que Declinatio Borealis & Caput Andro-  
 medæ Lucida Arietis occidentalis; erit  
 HS  $27^{\circ} 27' 3''$ , TI  $22^{\circ} 2' 1''$ , TS  $27^{\circ} 9'$ ,  
 adeoque PT  $67^{\circ} 57' 59''$  &  $\frac{1}{2}$  PT  $33^{\circ}$   
 $58' 59'' \frac{1}{2}$ .

(a) In Almagest. Novo Lib. VI. C. 10. f. 426.

(b) In Tabul. Astron. p. 13. & 14.

PS	$62^{\circ} 32' 57''$	
ST	$27^{\circ} 9'$	
PS + ST	$89^{\circ} 41' 57''$	
$\frac{1}{2}$ PS + $\frac{1}{2}$ ST	$44^{\circ} 50' 58\frac{1}{2}''$	
PS	$62^{\circ} 32' 57''$	
ST	$27^{\circ} 9'$	
PS - ST	$35^{\circ} 23' 57''$	
$\frac{1}{2}$ PS - $\frac{1}{2}$ ST	$17^{\circ} 41' 58\frac{1}{2}''$	

Quare Log. Tang. $\frac{1}{2}$ PT	98287127
Tang. $\frac{1}{2}$ PS + $\frac{1}{2}$ ST	99977197
Tang. $\frac{1}{2}$ PS - $\frac{1}{2}$ ST	95039713
Summa	195016910
Tang. $\frac{1}{2}$ PK - $\frac{1}{2}$ TK	96729783
cui in Tabulis respondet	$25^{\circ} 13' 5''$
Sed $\frac{1}{2}$ PT	$33^{\circ} 58' 59\frac{1}{2}''$
Ergo PK	$59^{\circ} 12' 4\frac{1}{2}''$
Tandem Log. Cot. PS	97155661
Tang. PK	102246880

Cosin. P 299402541,  
 cui in Tabulis quam proxime respon-  
 dent  $60^{\circ} 37' 50''$ .

Est igitur P sive HI  $29^{\circ} 22' 10''$ .

COROLLARIUM.

227. Datis Declinationibus duarum Fixarum SH & TI una cum earum Ascensionibus rectis H & I; evidens est in Triangulo SPT dari duo latera PS & PT complementa Declinationum datarum, & angulum interceptum P, quem metitur Ascensionum rectarum datarum differentia HI (§. 33 *Spheric.* & §. 190, 49 *Astron.*). Invenitur adeo distantia earundem ST (§. 165 *Spheric.*). Exemplum Problematis facile huc applicatur.

PROBLEMA XV.

228. Observare Ascensionem rectam alicujus Fixæ.

RESOLUTIO.

1. Observetur momentum meridici (§. 124) & index in Horologio oscillatorio dirigatur ad horam duodecimam.

Bbb 2

2. Ob-

Tab.  
 III.  
 Fig. 25.



2. Observetur eodem momento a Co-observatore altitudo Solis meridiana (§. 129, 137) & inde eliciatur ejus Declinatio (§. 154), locus in Ecliptica (§. 203) & tandem Ascensio recta (§. 204).
3. Nocte insequente observetur culminatio Fixæ (§. 134) & notetur tempus ab Horologio oscillatorio indicatum.
4. Tempus a meridie usque ad culminationem Stellæ præterlapsum convertatur in arcum Æquatoris (§. 212): qui si
5. addatur ad Ascensionem rectam Solis, prodibit Ascensio recta Fixæ (§. 190, 136). Quodsi aggregatum fuerit  $360^\circ$  major excessus supra eosdem erit Ascensio desiderata.

*Aliiter.*

1. Ope Telescopii observetur interdiu Stella cum Sole culminans (§. 134) & altitudo Solis meridiana (§. 129, 137).
2. Hinc ut ante eliciatur Ascensio recta Solis, quæ eadem erit Ascensio recta Fixæ.
3. Quodsi Stella paulo ante meridiem aut post eundem culminet; tempus inter meridiem & culminationem Stellæ intercedens dabit ut ante differentiam Ascensionum rectarum Solis & fixæ.

#### SCHOLION I.

229. Accurata temporis observatione opus est, quod inter meridiem & Stellæ culminationem intercedit: error enim 4 secundorum in tempore admissus producit errorem integri minuti in Ascensione recta Stellæ (§. 212). Tanta autem est Horologiorum oscillatoriorum assidue constructorum perfectio, ut error

unius scrupuli secundi ab Observatore exercitato præcaveri possit (a).

#### SCHOLION II.

230. Stellarum interdiu per Tubos seu Dioptras Telescopicas Instrumentorum observationem primam sibi tribuit Observator præstantissimus Cel. DE LA HIRE (b). Incidit autem in hunc modum observandi longe utilissimum circa annum 1680.

#### COROLLARIUM I.

231. Quoniam ex altitudine Solis meridiana locus ejus in Ecliptica determinari potest (§. 203); si transitus Stellæ cum Sole per Meridianum observetur, Punctum Eclipticæ una innotescit, cum quo Stella culminat.

#### COROLLARIUM II.

232. Quodsi quarundam Fixarum Ascensiones rectæ fuerint observatæ; Ascensiones reliquarum innotescunt, si differentia Ascensionum rectarum ex distantiiis eruta HI (§. 226), ex Ascensione orientalis I subtrahatur, vel ad Ascensionem occidentalis H addatur (§. 190, 136). Tab. III. Fig. 35.

#### OBSERVATIO XII.

233. Declinationem Stellæ ultimæ in Cauda ursæ majoris observarunt

*Ante Christ.*

An. 295. TIMOCHARIS &

ARISTYLLUS  $61^\circ 30'$

128. HIPPARCHUS  $60 45$

*Post Christum*

An. 138. PTOLEMAËUS  $59 40$

1585. TYCHO  $51 26 30$

1660. RICCIOLUS  $51 23 24$

1700. DE LA HIRE  $50 47 29$

& similis differentia deprehenditur in Declinationibus aliarum fixarum a RICCIOLLO studiose collectis (c) & in Ascensionibus rectis earundem.

#### COROL-

(a) Mémoires de l'Acad. Royale des Scienc. A. 1700. p. m. 376.

(b) Loc. cit.

(c) In Astron. Reform. lib. 4. f. 204. & seqq.



## COROLLARIUM I.

234. Patet adeo Declinationes Fixarum esse mutabiles; consequenter etiam earum distantias a Polo, hoc est, Declinationum complementa ad quadrantem (§. 79 *Astron.* & §. 54 *Spheric.*).

## COROLLARIUM II.

235. Eodem modo patet Ascensiones rectas fixarum mutabiles esse.

## DEFINITIO LX.

Tab. III. Fig. 26. 236. *Latitudo Stellæ S* est distantia ejus ab Ecliptica EL.

## COROLLARIUM I.

237. Est ergo arcus Circuli maximi TS inter Centrum Stellæ S & Eclipticam EL interceptus atque ad eam perpendicularis (§. 79 *Spher.*).

## COROLLARIUM II.

238. Circulus adeo, cujus arcu Latitudinem TS metimur, per Polos Eclipticæ M & m transit (§. 28 *Spheric.*).

## DEFINITIO LXI.

239. Hinc Circulus *Latitudinis* est Circulus maximus MSTm per Polos Eclipticæ transiens.

## COROLLARIUM.

240. Est ergo TM Circuli quadrans (§. 25 *Spher.*).

## DEFINITIO LXII.

241. *Longitudo Stellæ S* est arcus Eclipticæ a principio Arietis usque ad Circulum Latitudinis TM per Stellæ centrum S ductum continuatus.

## SCHOLION.

242. Patet Latitudinem Stellæ respondere Declinationi, Longitudinem Ascensioni rectæ, si situs Stellæ respectu Equatoris conferatur cum situ ejus respectu Eclipticæ.

## PROBLEMA XVI.

243. Data Declinatione Stellæ una cum ejus Ascensione recta & obliquitate Eclipticæ; invenire ejus Longitudinem & Latitudinem.

## RESOLUTIO.

- I. Si Stella S fuerit in Equatore AQ, Tab. III. Fig. 27. in Triangulo TSG ad T rectangulo (§. 237) datur angulus G seu obliquitas Eclipticæ & arcus SG, qui in primo quadrante est Stellæ Ascensio recta; in secundo ejus complementum ad Semicirculum; in tertio excessus supra Semicirculum; in quarto complementum ad Circulum integrum. Invenitur adeo tum Latitudo TS (§. 116 *Spheric.*), tum arcus GT (§. 127 *Spheric.*), qui in primo quadrante est Longitudo Stellæ (§. 241), in secundo ejus complementum ad Semicirculum, in tertio excessus supra Semicirculum, in quarto complementum ad Circulum integrum.
- II. Si Stella S habeat Declinationem Tab. III. Fig. 26. Borealem DS, in Triangulo PSM datur distantia Polorum mundi & Eclipticæ PM, quæ obliquitati Eclipticæ æqualis (§. 179); angulus QPD, cujus mensura est arcus DQ (§. 31 *Spheric.*), compositus ex quadrante GQ & arcu GD ob Ascensionem rectam D dato, prout ex antecedente casu manifestum; & latus PS, Declinationis SD complementum (§. 79). Invenitur adeo latus SM (§. 162 *Spheric.*) Latitudinis TS complementum (§. 240), & angulus M (§. 165 *Spheric.*), cujus mensura est arcus ET (§. 240 *Astron.* & §. 31 *Spheric.*), complementum Longitudinis GT in primo quadrante; excessus ejusdem ultra quadrantem in secundo quadrante.

Tab. E. gr. Quærenda est Longitudo *Caudæ Leonis* ad annum 1700. Juxta PHILIPPUM DE FIG. 26. LA HIRE ejus Declinatio borealis DS 16° 14' 44", Ascensio recta D 173° 26' 44" & obliquitas Eclipticæ G 25° 26'. Est adeo DG 60° 33' 16" & hinc DQ seu angulus SPM 96° 33' 16"; PM 23° 29'; SP 73° 45' 16" Demisso ex M perpendicularo MK, quod extra Triangulum SPM cadit (S. 82 *Spher.*), erit

Log. Sin. tot.	1000000000
Cofin. P.	90574655
Summa	190574655
Cotang. PM	103620436

Tang. PK 86954219  
cui in Tabulis quam proxime respondent

	2°	50'	29"
Sed SP	73	45	19
Ergo SK	76	35	45
Log. Cofin. PM			99624526
Cofin. SK			93651482
Summa			193276008
Cofin. PK			99994656

Cofin. SM seu Sin. TS 93281352,  
cui in Tabulis quam proxime respondent 12° 17' 30"

Log. Sin. tot.	1000000000
Cofin. PM	99624526
Summa	199624526
Cotang. P.	90603135

Cotang. PMK 10.9021391,  
cui in Tabulis quam proxime respondent 82° 51' 34". Ergo PMK 7° 8' 26".

Porro Log. Cof. PMK	99966186
Cotang. SM	93382231
Summa	193348417
Cotang. PM	103620436

Cofin. SMK 8.9727981,  
cui in Tabulis quam proxime respondent 5° 23' 22".

Est ergo SMK 84° 36' 38"  
Sed PMK 7 8 26  
Ergo ET seu PMS 77 28 12  
Addantur 90  
erit Longitudo 167 28 12  
seu 170° 28' 12"  
III. Si Declinatio Stellæ fuerit Australis; ejus Longitudo & Latitudo simili modo inveniri potest.

## SCHOLIUM I.

244. Per Problema præsens construitur Catalogus Fixarum, in quo earum Longitudines & Latitudines annotantur. Primus de Catalogo Fixarum condendo cogitavit HIPPARCHUS Rhodius annis circiter 120 ante Christum natum, TYMOCHARIDIS & ARISTYLLI Observationibus 180 retro annis habitis una usus. HIPPARCHI Catalogum retinuit PTOLEMÆUS, ut ut ipse quoque eum in finem Observationibus vacaret; sed circa annum Christi 880 ALBATEGNIUS Syrus eundem ad sua tempora reduxit. A. 1437. ULUGH BEIGH, Rex Parthiæ ac Indiæ supra laudatus (S. 141), novum Catalogum Fixarum condidit, a D. THOMA HYDE Anglo in Latinum idioma translatus. Tertius, qui Catalogum Fixarum ex propriis Observationibus condidit, fuit TYCHO DE BRAHE, qui Stellis 777 loca sua assignavit ad annum 1600. quem KEPLERUS ex aliis Observationibus TYCHONIS in Tabulis Rudolphinis usque ad 1000 Fixas extendit. Eodem tempore GUILLIELMUS Hassiæ Landgravius cum suis Mathematicis CHRISTOPHORO ROTHMANNO & JUSTO BYRGIO 400 Fixarum loca per proprias Observationes determinavit, quas TYCHONICIS præfert Hevelius. RICCIOLUS in Astronomia Reformata centum & unius Stellarum loca ex propriis Observationibus ad annum 1700. determinavit; in reliquis Catalogum TYCHONIS, prout ipsi visum fuit, mutavit. A. 1677. EDMUNDUS HALLEY, nunc Geometriæ Professor in Academia Oxoniensi celeberrimus, & Astronomus Regius in Observatorio

torio Grenovicensi, in Insula S. Helenæ 350 Stellas Australes observavit, in nostro Horizonte non conspicuas. Eundem laborem iteravit R. P. NOËL & novum earundem Stellarum Catalogum ad annum 1687. constructum A. 1710. edidit. JOANNES HEVELIUS ex propriis Observationibus Catalogum 1888 Fixarum condidit, quarum 950 etiam a veteribus, 335 ab HALLEIO & 603 tantum ab ipso fuerunt observata. Tandem Celeberrimi FLAMSTEDII Catalogus Stellarum fixarum Britannicus, ad annum ineuntem 1690. ex Observationibus per multorum annorum intervallum indefesso studio in Observatorio Grenovicensi, constructus, prodii in Historia Cœlesti Britannica.

## SCHOLION II.

245. Ut autem Catalogum condere liceret, & ut Astrophili Stellas a se invicem discernere valerent; in certas figuras, quæ Asterismi vocantur, distributa & nominibus Hominum atque Animalium insignita sunt jam ab antiquis. In Zodiaco conspiciuntur Arietes, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Pisces: a quibus Signa Eclipticæ ac Zodiaci nomina sua sortita, quamvis hodie Asterismis cognominibus non amplius contigua. Præterea in parte Cæli Boreali deprehenduntur Ursa major & minor, Draco, Cepheus, Bootes, Corona septentrionalis, Hercules, Lyra, Cygnus, Cassiopea, Perseus, Andromeda, Triangulum, Auriga, Pegasus, Equuleus, Delphinus, Sagitta, Aquila, Ophiuchus seu Serpentarius, Serpens, Antinous & Coma Berenices. In parte Australi surgent Cetus, Eridanus fluvius, Lepus, Orion, Canis major, Canis minor, Argo navis, Hydra, Crates, Corvus, Centaurus, Lupus, Ara, Corona meridionalis, Piscis australis, Phoenix, Grus, Indus, Pavo, Apis, Triangulum australe, Piscis volans, Toucan, Hydrus & Dorado. Ex his Asterismis quindecim postremi cum maxima parte Navis, Centauri & Lupi in nostro Hori-

zonte non conspiciuntur. Stellas reliquas, his Asterismis non comprehensas, nudo tamen oculo conspicuas, Informes seu Spordes dixere Veteres: quarum nonnullas recentiores Astronomi in novas figuras redegerunt. E. gr. HEVELIUS inter Leonem & Ursam majorem ponit Leonem minorem; inter Ursam minorem & Aurigam supra Geminos Lynceum; sub Cauda Urse majoris Canes venaticos & ita porro.

## SCHOLION III.

246. In his Asterismis BAYERUS (a) Stellas per litteras Alphabeti distinguit: plurimorum vero peculiaria sunt nomina. Huc pertinent Arcturus inter pedes Bootis, Gemma seu Lucida Corona Septentrionalis, Capella cum Hoedis in humero Aurigæ, Palilitium seu Oculi Tauri, Pleiades in dorso & Hyades in fronte Tauri, Castor & Pollux in capitibus Geminorum, Præsepe & Asini in Cancro, Regulus seu Cor Leonis, Spica Virginis in manu & Vindemiatrix in humero Virginis, Antares seu Cor Scorpii, Fomahant in ore Piscis Australis, Rigel in pede Orionis, Sirius in ore Canis majoris, Alcor exigua admodum Stella media in Cauda Urse majoris contigua, Stella Polaris ultima in Cauda Urse minoris.

## SCHOLION IV.

247. Poetæ Græci atque Romani de Astrorum origine insulsas commenti sunt fabulas, quas HYGINUS in Poetico Astronomico & NATALIS COMES in Mythologia enarrant, a RICCIOLÒ in compendio propositas (b). Hinc nonnulli vano magis zelo, quam in scientiam amore ducti aut Astrorum figuras, aut saltem nomina earum immutari jusserunt. BEDA Venerabilis in Astris Zodiaci nomina ex sacris substituit profanis: cujus exemplum secutus JULIUS SCHILLERUS Augustanus, Anno 1627. in Cælo stellato omnibus Astris nomina ex sacris imposuit, vocans e. gr. Arietem Petrum, Taurum Andream, Andromedam Sepulchrum Christi, Lyram Præsepe Christi, Hercu-

(a) In Uranometria.

(b) In Almagesto Novo Lib. VI. C. 3. f. 397. &amp; seqq.

*Herculem* Magos ex Oriente venientes, *Cannem* majorem Davidem &c. *WEIGELIUS*, Mathematicum quondam Professore Jenensis, in Cælo Heraldico insignia Principum Europæorum in Calum iniecit. E. gr. *Ursam* majorem in Elephantem Regni Daniæ, *Cygnum* in Rutam cum gladiis domus Saxonice, *Opibuchum* in Cruce Coloniensem, *Triangulum* in Circinum, quem artificum & scholarum, *Pleiades* in Abacum Pythagoricum, quem mercatorum insigne appellat. Enimvero saniores nunquam approbarunt hunc ausum, nullo prorsus usui futurum, sed turbas in Astronomia daturum. Nos cum *COPERNICO* (a) & *TYCHONE* (b) necessarium judicamus, ut nomina & figure veterum retineantur, non solum quod meliores istis substituere non liceat, sed ut scripta Astronomorum ad nostrum usque tempus evulgata intelligi & veterum observationes cum recentioribus conferri possint, nec sine ratione, quæ Astronomum deceat, memoria multitudinis discendorum oneretur, neque prior ad errandum via sternatur.

## SCHOLION V.

248. Caterum ad Astrognosiam feliciter absolvendam non modo conducunt Globi artificiales, in quorum superficie figura Astrorum decenter descriptæ; verum etiam Uranometria *BAYERI*, cujus designatione Stellarum per litteras Græcas utuntur hodie Astronomi. Multo tamen emendatiores & plenidiores hos Asterismos effecit *FLAMSTEDIUS* (c). Ad eundem scopum faciunt Mappæ Cœlestes, in quibus Asterismi decenter depicti, & Astroscopium imprimis *SCHICKARDI*. Si quis enim vel solam *Ursam* majorem cognoverit, his subsidiis adjutus reliquas facile agnoscat.

## SCHOLION VI.

249. Secundum magnitudinem apparentem Stellæ distinguuntur in Stellæ primæ, secundæ, tertiæ, quartæ, quintæ, sextæ magnitudinis atque in Stellæ nebulosæ. Quamvis autem omnes in hanc divisionem consen-

tiant; multus tamen dissensus apud Autores occurrit, si definiendum, quam Stellæ sint primæ magnitudinis, quam secundæ, quam tertiæ & ita porro. E. gr. Stella primæ magnitudinis ab omnibus agnoscuntur *Aldebaran* seu *Oculus Tauri*, *Rigel*, *Albabor* seu *Sirius*, *Capella*, *Cor Leonis*, *Cauda Leonis*, *Spica Virginis*, *Arcturus*, summa in pede Centauri, *Lucida* seu *Fidicula Lyre*, *Fomalbant*, *Canopus* in temone *Argo navis*, *Acarnar* in extremo *Eridani*: controversæ autem sunt *Procyon* in Cane minore, *bumerus Orionis*, *Cor Hydræ*, *Cor Scorpii*, *Lucida Centauri*. Similiter nebulosæ admittunt omnes *Præsepe* in Cancro, aliam in aculeo Scorpii, adhuc aliam in Oculo *Sagittarii*: controversæ autem sunt, quas aliqui in Capite *Persei*, *Orionis* & *Capricorni*, in Cornibus *Capricorni*, in pede *Herculis*, in *Phenice*, *Pavone* & alibi admittunt.

## OBSERVATIO XIII.

250. Post Christum natum observaverunt *Cordis Leonis*

	Longitudinem	Latitudinem
A. 138. <i>PTOLEMÆUS</i>	2° 30' 0.	10° 10' B.
1115. <i>Perseæ</i>	17. 30 0.	10 10 B.
1364. <i>Alphonfini</i>	20. 40 0.	10 10 B.
1586. <i>WILHELMUS</i>		
<i>Landgravius Hassiæ</i>	24. 11 0.	32. B.
1601. <i>TYCHO</i>	24. 17 0.	26 B.
Et simili modo se habent observationes Longitudinis & Latitudinis aliarum Fixarum.		

## COROLLARIUM I.

251. Latitudo Fixarum immutabilis; Longitudo vero continuo crescit.

## COROLLARIUM II.

252. Videntur adeo Fixæ motu proprio progredi secundum successionem Signorum, seu in consequentia, in Circulis Eclipticæ parallelis.

(a) Revolut. cœlest. lin. 2. c. 14.

(b) Tom. 1. Progymnasii. p. m. 256.

(c) In Atlante Cœlest.

SCHOLION I.

253. Hunc Fixarum motum primus suspicabatur HIPPARCHUS, cum TYMOCHARIDIS atque ARISTYLLI Observationes cum suis conferret: PROLEMÆUS, qui tribus fere seculis post HIPPARCHUM floruit, invictis argumentis eundem probavit (a).

SCHOLION II.

254. Fuere etiam nonnulli, qui Latitudinem Fixarum mutabilem asseruerunt; sed cum rationibus parum firmis nitatur eorum assertio, ideo plerisque contrarium magis arridet.

PROBLEMA XVII.

255. Determinare quantitatem incrementi longitudinis annuam.

RESOLUTIO.

1. Quia Fixæ in consequentia moventur (§.252); Longitudo olim observata auferatur a Longitudine recentiori ævo observata.
2. Residuum in scrupula secunda redactum dividatur per intervallum annorum inter utramque Observationem intercedens; quotus erit Longitudinis annum incrementum.

E. g. Longitudo Cordis Leonis fuit

A. 1586  $\Omega$  24° 11'

A. 1115 17 30

Increm. Ann. 471 6° 41'

seu 24060"

quod per 471 divisum dat incrementum annum 51 scrupulorum secundorum.

COROLLARIUM I.

256. Si incrementum annum per 100 multiplices, prodibit incrementum seculare in nostro casu 5100 scrupulorum secundorum, hoc est, 1° 25'.

SCHOLION.

257. Tantum incrementum Longitudinis Fixarum assignat TYCHO DE BRAHE: & COPERNICUS ponit 1° 23' 40" 12"', FLAM-WOLFII Oper. Mathem. Tom. III.

(a) Almagest. Novi Lib. VIII. C. 12. & 13. f. 444. & seqq.

STEDIUS cum RICCIOLIO 1° 23' 20'', BULLIALDUS 1° 24' 54'', HEVELIUS 1° 24' 46" 50''. Unde incrementum annum commodè statuitur 50'', quale prodit per Observationes FLAM-STEDII.

COROLLARIUM II.

258. Quia incrementum annum Longitudinis Fixarum 50" (§.257); singulis annis 72 Longitudo Fixarum gradu uno augetur.

PROBLEMA XVIII.

259. Data Longitudine Stella Fixæ ad datum annum quemcunque invenire Longitudinem ad datum annum quemcunque alium.

RESOLUTIO.

1. Quærat differētia annorum datorum.
2. Per eam multiplicentur 50" (§.257), productum ad scrupula prima vel gradus (si fieri possit) reductum est differētia Longitudinum.
3. Hæc Longitudini datæ addatur, si annus datæ Longitudinis annum quæsitæ præcedit; vel ab eadem subtrahatur, si is hunc sequitur.

Ita nimirum in utroque casu obtinetur Longitudo quæsitæ.

E. gr. Juxta Tabulas PHILIPPI DE LA HIRE Longitudo Sirii A. 1701. erat  $\Omega$  9° 57' 35", quæritur quanta sit anno præsentē 1714? Quia differētia annorum 13; duo 50" in 13, factum 650" seu 10' 50" si addatur Longitudini datæ, prodibit quæsitæ  $\Omega$  10° 8' 23".

PROBLEMA XIX.

260. Data Longitudine Stella TG Tab. & Latitudine TS una cum obliquitate III. Eclipticæ G: invenire Declinationem Fig. 26. DS & Ascensionem rectam DG.

RESOLUTIO.

Quoniam in Triangulo SPM datur SM Latitudinis TS complementum (§.240)

Ccc

& ob



Tab. III. Fig. 26. & ob arcum TE Longitudinis TG complementum, angulus EMT, seu PMS (§. cit. Astron. & §. 33 Sphæric.), atque distantia Polorum PM (§. 179); reperiatur PS complementum Declinationis SD (§. 163 Sphæric.) & angulus APD (§. 165 Sphæric.), cujus mensura est arcus AD (§. 31 Sphæric.) Ascensionis rectæ DG complementum.

Quod si EG non fuerit quadrans Eclipticæ primus, ex Problemate præcedente jam constat, ex data Longitudine dari arcum TG & dato arcu AD dari quoque Ascensionem rectam.

Exemplum Problematis 18 facile huc applicatur.

#### PROBLEMA XX.

261. *Data Longitudine Stella TG, una cum Declinatione DS & obliquitate Eclipticæ G; invenire Latitudinem TS & Ascensionem rectam DG.*

#### RESOLUTIO.

Ex resolutione Problematis præcedentis (§. 260) constat, in Triangulo SPM dari PM Polorum Mundi P & Eclipticæ M distantiam, & PS Declinationis DS complementum atque angulum PMS, quem metitur arcus ET ex Longitudine TG notus: invenitur ergo SM Latitudinis TS complementum (§. 162 Sphæric.) & angulus EPD (§. 160 Sphæric.): unde innoscit Ascensio recta DG, ceu ex Problemate præcedente manifestum est.

Exemplum Problematis 18 facile huc applicatur.

#### PROBLEMA XXI.

262. *Data Ascensione recta DG & Longitudine TG, una cum obliquitate Eclipticæ G; invenire Latitudinem TS & Declinationem DS.*

#### RESOLUTIO.

Ex resolutione Problematis 19. (§. Tab. III. Fig. 260) constat, in Triangulo SPM dari angulos SPM & SMP una cum latere PM. Invenientur ergo latera PS & SM (§. 161 Sphæric.), quæ sunt Declinationis DS & Latitudinis ST complementa.

Exemplum Problematis 18. facile huc applicatur.

#### PROBLEMA XXII.

263. *Data Ascensione recta DG & Latitudine TS, una cum obliquitate Eclipticæ G; invenire Longitudinem TG & Declinationem DS.*

#### RESOLUTIO.

Ex resolutione Problematis 19. (§. 260) constat, in Triangulo SPM dari latera SM & PM una cum angulo SPM. Invenietur ergo SP complementum Declinationis SD (§. 162 Sphæric.) & angulus SMP (§. 160 Sphæric.): unde Longitudinem TG innoscere ex Problemate citato constat (§. 260).

Exemplum Problematis 18. facile huc applicatur.

#### PROBLEMA XXIII.

264. *Data Declinatione Stella DS & Latitudine TS, una cum obliquitate Eclipticæ G; invenire Longitudinem TG & Ascensionem rectam DG.*

#### RESOLUTIO.

Ex resolutione Problematis 19. (§. 260) constat in Triangulo SPM dari latera singula SP, PM & SM: invenientur ergo anguli P & M (§. 168 Sphæric.): quibus datis Longitudinem TG & Declinationem SD innoscere patet ex Problemate citato.

Exemplum Problematis 18. facile huc applicatur.



## CAPUT V.

## De Motu communi Fixarum &amp; Phenomenis inde pendentibus.

## PROBLEMA XXIV.

Tab. 265. *D*ata Ascensione recta Stellæ CD  
III. & Declinatione DS, una cum  
Fig. 18. altitudine Poli PR; invenire differen-  
Fig. 19. tiam Ascensionalem OD & Amplitudi-  
nem ortivam OS.

## RESOLUTIO.

Coincidit cum resolutione Proble-  
matis 7. (§. 206).

E. gr. Juxta Tabulas PHILIPPI DE LA HIRE  
Anno 1714. Ascensio recta *Sirii*  $98^{\circ} 8' 36''$ .  
Declinatio Australis  $16^{\circ} 20' 36''$ , elevatio  
Poli *Hale* juxta KEPLERUM  $51^{\circ} 38'$ . Quare  
Log. Cotang. O 101014704  
Tang. DS 94672255

Sin. OD 49.5686959,  
cui in Tabulis quam proxime respondent  
 $21^{\circ} 44' 30''$ .

## COROLLARIUM I.

Tab. 266. Si Stella fuerit in Hemisphærio  
III. Boreali, differentia Ascensionalis DO ex  
Fig. 18. Ascensione recta D subtracta relinquit  
obliquam O (191).

## COROLLARIUM II.

Tab. 267. Si Stella fuerit in Hemisphærio  
III. Australi & differentia Ascensionalis DO  
Fig. 19. Ascensioni rectæ D addatur, prodibit obli-  
qua O (§. 191).

## PROBLEMA XXV.

268. Data differentia Ascensionali  
Stellæ; invenire moram ejus supra Ho-  
rizontem.

## RESOLUTIO.

Tab. 1. Differentia Ascensionalis DO con-  
III. vertatur in tempus Solare (§. 212).  
Fig. 18. 2. Si Stella fuerit Borealis, addatur

eidem tempus quadranti AO re-  
spondens; si Australis fuerit, illud  
ab hoc subtrahatur.

3. Residuum si per 2 multiplicetur;  
prodibit tempus moræ supra Hori-  
zontem.

E. gr. Differentia Ascensionalis *Sirii Hale*  
hoc anno,  $21^{\circ} 44' 30''$  (§. 265). Respon-  
dent vero

10 <sup>o</sup>	ohor.	39'	53''	24'''
10	o	39	53	24
1	o	3	59	20
30'		1	59	40 12'''
10			39	53 24
4			15	57 22
30''			1	59 40 12v
90 <sup>o</sup>	5	26	43	38 12
		59	0	35 59 60
2)	4hor.	32	16	57 21 48
	9hor.	4	33	54 43 36

Est ergo *Sirii* mora supra Horizontem 9  
hor.  $4^h 34''$ . Quare mora infra eundem  
14 hor.  $55^h 26''$ .

## PROBLEMA XXVI.

269. Dato loco Solis in Ecliptica, una  
cum Ascensione recta alicujus Stellæ; in-  
venire momentum culminationis.

## RESOLUTIO.

1. Ex loco Solis dato quæraturn ejus  
Ascensio recta (§. 204).
2. Ab ea subtrahatur Ascensio recta  
Stellæ.
3. Differentia convertatur in tempus  
Solare (§. 212), quod est tempus a  
Meridie usque ad culminationem  
Stellæ elapsum.

Ccc 2

E. gr.

E. gr. Si sol fuerit in  $\odot$

Ascensio ejus recta  $90^{\circ}$

Afc. recta *Sirii* A. 1714.  $98^{\circ} 8' 36''$

Differentia		8° 8' 36''	
Respondent vero			
5°	0 hor.	19' 56''	42'''
3		11 58	1'
5'		19 56	42'''
3		11 58	1
30''		1	59 40 12'''
5			19 56 42
1			3 59 20

Ergo 0 hor. 32 29 1 19 14

Est ergo tempus culminacionis a meridie 0 h.  $32^{\circ} 29''$ .

### COROLLARIUM I.

270. Si tempus dimidiæ moræ Stellæ supra Horizontem (§. 268) momento culminacionis addatur, prodibit momentum occasus.

E. gr. Sole in  $\odot$  existente in ipso meridie, *Sirius* culminat *Hale* 1714. 0 h.  $32^{\circ} 29''$   
mora dimidia supra horiz. 4.  $32. 16$

occidit ergo tum *Hale* 5 h. pom.  $4^{\circ} 45''$ .

### COROLLARIUM II.

271. Si a momento occasus 12. horis aucto subtrahatur mora Stellæ supra Horizontem, relinquitur momentum ortus. E. gr.

*Sirius* occidit 5 hor.  $4^{\circ} 45''$   
addatur 12

erit summa 17 hor.  $4^{\circ} 45''$   
Mora supra Hor. 9 hor. 4 35 (§. 268).

Oritur ergo 8 h. mat. o'.  $10''$

Etenim si 12 horæ addantur ad momentum occasus, relinquitur idem a media nocte computatum: Quamobrem si porro auferatur mora supra Horizontem, residuum est momentum ortus a media nocte computatum.

### DEFINITIO LXIII.

272. *Mediatio Cæli* est Punctum Eclipticæ cum Stella culminans.

### PROBLEMA XXVII.

273. *Data obliquitate Eclipticæ G, Tab. una cum Ascensione recta Stellæ D inv. Figure mediacione Cæli.*

### RESOLUTIO.

Sit in P Polus Mundi, EL Eclipticæ, AQ Æquator, PD Circulus Declinationis, erit ad D angulus rectus (§. 78 *Astron.* & §. 28 *Spher.*) & Punctum Æquatoris D Ascensio recta Puncti Eclipticæ S (§. 190). In Triangulo itaque SDG ad D rectangulo, per dem. datur latus DG ob Ascensionem rectam Stellæ & angulus G obliquitas Eclipticæ. Invenitur ergo GS (§. 128 *Spher.*): unde Punctum Eclipticæ S innoscitur prorsus ut supra (§. 203).

E. gr. Obliquitas Eclipticæ  $G 23^{\circ} 29'$ , Ascensio recta *Sirii* A. 1714. =  $98^{\circ} 8' 36''$ , adeoque DG  $81^{\circ} 51' 24''$ . Quare

Log. Sin. tot.	1000000000
Cosin. G	99624527
Summa	199624527
Tang. DG	108443821
Cotang. SG	91180706;

cui in Tabulis quam proxime respondent  $7^{\circ} 28' 37''$ . Est ergo ES  $7^{\circ} 28' 37''$ , consequenter cum EG sit quadrans & G  $0^{\circ}$ , mediatio Cæli S  $\odot 7^{\circ} 28' 37''$ .

### COROLLARIUM.

274. Quodsi ergo ex Theoricis constet, quo tempore Sol sit in  $\odot 7^{\circ} 28' 37''$ ; dies quoque notus est, quo *Sirius* cum Sole culminat. E. gr. hoc anno Sol in  $7^{\circ} \odot$  d. 29. Junii. Ergo Sol eo die cum *Sirio* culminabit.

### SCHOLIUM I.

275. Quoniam Sol raro in ipso meridie in  $7^{\circ} 28' 37'' \odot$  existit, sed aliquot minutis ejus locus plerumque a mediacione Cæli differt; ideo quoque *Sirius* vel paulo ante, vel paulo post Solem culminat: quæ differentia temporis innoscitur, differentia Ascensionum rectarum Solis & Stellæ in Tempus Solare conversæ (§. 212).

SCHOLIUM II.

276. *Quodsi Ascensio recta Stelle e. gr. Sirii in Tabulis Ascensionum rectarum Solis queratur, citra calculum invenitur Cali mediatio.*

PROBLEMA XXVIII.

277. *Data Declinatione Stella, invenire utrum sub data elevatione Poli oritur & occidat, an vero semper appareat, an semper lateat.*

RESOLUTIO.

Non alia re opus est, quam ut Declinatio Stellæ conferatur cum altitudine Æquatoris. Nam

I. Si Declinatio Stellæ Borealis QM habeat complementum PM ad quadrantem elevatione Poli PR minorem, seu si ejus a Polo distantia elevatione Poli minor fuerit; Stellâ in minima altitudine MR supra Horizontem HR existit, adeoque semper apparet.

E. gr. Declinatio Borealis *Cauda Cygni* hoc anno est  $44^{\circ} 18' 5''$ , adeoque ejus complementum  $45^{\circ} 41' 55''$  minor elevatione Poli Halensi  $51^{\circ} 38'$ . *Cauda* igitur *Cygni Hale* nunquam occidit.

II. Si Declinatio Australis AI major fuerit elevatione Æquatoris AH, Stella sub Horizonte later, quando altitudo maxima esse debebat. Nunquam adeo oritur.

E. gr. Declinatio Australis *Oculi Pavonis* est  $57^{\circ} 52'$ , adeoque major elevatione Æquatoris Halensi  $38^{\circ} 22'$ . *Oculus* adeo *Pavonis Hale* nunquam oritur.

III. Si Declinatio Australis AT minor fuerit elevatione Æquatoris AH vel Borealis QG complementum ad quadrantem, seu distantia Stellæ a Polo PG major elevatione Poli PR; Stella & oritur, & occidit.

E. gr. Declinatio Australis *Cordis Scorpii* hoc anno  $25^{\circ} 46' 13''$ , quæ elevatione Æquatoris Halensi  $38^{\circ} 22'$  minor. Cor itaque *Scorpii* & oritur, & occidit.

DEFINITIO LXIV.

278. Stella *Cosmice* oritur, si una cum Sole oritur: *Cosmice* occidit, si Sole oriente occidit.

DEFINITIO LXV.

279. Stella *Acronyce* oritur, si Sole occidente oritur: *Acronyce* occidit, si una cum Sole occidit.

DEFINITIO LXVI.

280. Stella *Heliace* oritur, si prope Horizontem e Radiis Solaribus rursus emergit & primum conspici incipit: *Heliace* occidit, si Radiis Solis immergitur & conspectui primum eripitur.

DEFINITIO LXVII.

281. *Arctus visionis* est profunditas Tab. Solis sub Horizonte DS, ad quam ubi III. Sol pervenit Stella T conspici incipit. Fig. 32.

PROBLEMA XXIX.

282. *Data obliquitate Eclipticæ, elevatione Æquatoris & Ascensione obliqua Stella; invenire Punctum Eclipticæ, cum quo Stella oritur.*

RESOLUTIO.

I. Si in G fuerit  $\odot$  V, in Triangulo, Tab. GOM datur obliquitas Eclipticæ G, III. angulus GOM, quia ejus contiguus Fig. 29. AOH elevationi Æquatoris æqualis ( $\S. 100$ ), & latus GO, quæ est Ascensio obliqua ( $\S. 191$ ). Invenitur adeo GM; hoc est, distantia Puncti Eclipticæ M, cum quo Stella oritur, a principio Arietis ( $\S. 161$  *Sphæricæ*).

Tab. II. Si Stella fuerit in secundo quadrante, tum erit in  $G O \triangle$  atque in Triangulo GOM dantur ut ante angulus G obliquitas Eclipticæ & angulus GOM elevationi Æquatoris AH æqualis (§. 100 *Astron.* & §. 43 *Spher.*), atque GO complementum Ascensionis obliquæ ad Semicirculum (§. 191, 173). Invenitur adeo denuo arcus GM, qui est complementum Puncti Eclipticæ M, cum quo Stella oritur ad Semicirculum seu distantia a principio Libræ (§. 161 *Spher.*).

Tab. III. Si Stella fuerit in tertio quadrante, tum erit in  $G O \triangle$  & in Triangulo GOM datur obliquitas Eclipticæ G, angulus AOH, qui elevationi Æquatoris æqualis (§. 100) & latus GO, qui est excessus Ascensionis obliquæ supra Semicirculum (§. 191, 173). Invenitur adeo arcus GM (§. 161 *Spheric.*), qui est excessus Puncti M, cum quo Stella oritur, supra Semicirculum, seu distantia ultra  $O \triangle$ .

Tab. IV. Denique si Stella fuerit in quadrante ultimo, tum erit in  $G O \nabla$  & in Triangulo GOM datur obliquitas Eclipticæ G, angulus GOM, cujus contiguus AOH est elevationi Æquatoris æqualis (§. 100), & latus GO Ascensionis obliquæ complementum ad integrum Circulum (191, 173). Invenitur latus GM (§. 161 *Spheric.*), quod est complementum Puncti M, cum quo Stella oritur, ad Circulum integrum.

Tab. E. gr. elevatio Æquatoris AH *Hale* 38°  
 III. 22', obliquitas Eclipticæ G 23° 29', Ascensionis obliquæ *Sirii* hoc anno 119° 53' 6".

Est ergo *Sirius* in quadrante secundo & hinc in  $G O \triangle$  atque in Triangulo GOM angulus G, 23° 29', & GOM 38° 22', præterea GO 60° 6' 54". Quoniam angulus GOM obtusus, GOM acutus; perpendicularum GI extra Triangulum cadit (§. 82 *Spheric.*). Quia in Triangulo rectangulo OGI datur OG cum angulo O, erit

Log. Sin. tot.	100000000
Cosin. GO	96974567
Summa	196974567
Cotang. O	101014703
Cotang. OGI	95959864,
cui in Tabulis quam proxime respondent	21° 31' 30".
Est ergo OGI	68° 28' 30"
Sed OGM	23 29
Ergo MGI	44 59 30".
Unde porro	
Cosin. MGI	98495481
Cotang. GO	97594239
Summa	196089720
Cosin. OGI	95645561
Cotang. GM	100444159,
cui in Tabulis quam proxime respondent	47° 55' 30".

Est ergo GM 42° 4' 30", consequenter Punctum M 17° 55' 30".

### COROLLARIUM I.

283. Quod si ex Theoricis constet, quo die Sol hareat in 18  $\delta$ ; erit eadem dies quo Sol cum *Sirio* oritur: & hac ratione ortus Cosmicus determinatur (§. 278). Hoc nempe anno *Sirius* Cosmice oritur die 11 Augusti.

### COROLLARIUM II.

284. E contrario si ex Theoricis constet, quo die Sol in gradum oppositum, nempe 18°<sup>xxx</sup> ingreditur, erit eadem dies, quo *Sirius* Sole occidente oritur (§. 171). Et hac ratione ortus Acronycus determinatur (§. 279.)

Hoc

Hoc nempe anno *Sirius* Acronyce ortus die 28 Januarii.

## COROLLARIUM III.

285. Quodsi eodem modo ex data Stellæ Descensione obliqua investigetur Punctum Eclipticæ, cum quo occidit, & ex Theoricis dies constet, quo Sol in illo puncto itemque in opposito hæret; habebitur dies, quo *Sirius* cum Sole occidit & Sole oriente occidit, hoc est quando Acronyce & Cosmice occidit (§.278, 279).

## PROBLEMA XXX.

286. Determinare Arcum visionis SD, dato Solis loco.

## RESOLUTIO.

1. Observetur post occasum Solis ope Horologii oscillatorii momentum, quo Stella datæ magnitudinis aut Planeta primum conspici incipit.
2. Tempus hoc in gradus Æquatoris convertatur (§. 212) & habebitur arcus AO, consequenter ejus complementum ad Semicirculum OQ adeoque porro ob KQ quadrantem (§.49) angulus OKQ.
3. Ex loco Solis dato quæratur Declinatio SO (§. 198), cui si
4. Addatur quadrans KO, prodibit latus SK, si Sol fuerit in Signo Boreali. Alias SK est Declinationis complementum.
5. Quare cum porro detur KN elevationis Poli PR five HK complementum ad quadrantem; invenietur SN (§.163 *Spheric.*), consequenter profunditas Solis quæsitæ SD.

## COROLLARIUM.

287. Patet eodem modo inveniri profunditatem Solis sub Horizonte ad quodcunque temporis momentum aliud per Observationem datum.

## SCHOLIUM.

288. Arcus visionis variat pro diversa Stellarum fixarum magnitudine & diverso Planetarum lumine. Quoniam vero ob diversum Atmosphæræ nostræ statum, in quo Radii Solares diverso tempore diversimode refringuntur, non constans est omnibus in locis, nec omni tempore in eodem loco; mirum sane non est, quod Autores in eo determinando non prorsus consentiant. KEPLERUS (a) eundem ita determinat secutus, dubio procul, PTOLEMÆUM:

Magnitudo & Nomina Stellarum.	Arcus Visionis.
Fixa magnitudinis	
primæ	12°
secundæ	13
tertiæ	14
quartæ	15
quintæ	16
sextæ	17
Stella nebulosa	18
Saturnus	11
Jupiter	10
Mars	11 30'
Venus	5
Mercurius	10

Patet adeo, Arcum visionis pro Venere esse omnium minimum: immo interdum est prorsus = 0, quoniam interdum juxta Solem videtur, si nempe Telluri fuerit valde propinqua. HEVELIUS (b) in Jove ex Radiis Solis emergente observavit Arcum visionis 3°, in Mercurio nunc 3°, nunc 4°, in Venere 2°. Opera adeo pretium foret, ut in hunc arcum accuratiori industria inquirerent Observatores.

## PROBLEMA XXXI.

289. Data obliquitate Eclipticæ G, elevatione Æquatoris AH & Ascensione obli-

(a) In Epitom. Astron. Copernic. Lib. III. p.370.

(b) Tom. II. Mach. Cœlest. Lib. II. §.611. 219. 214.



Tab. III. *obliqua Stella alicujus O, determinare angulum GMO, quem Punctum Eclipticæ M cum ipsa oriens cum Horizonte HR efficit.*  
Fig. 22.

## RESOLUTIO.

1. Investigetur arcus GM ex his datis (§. 282.).
2. Datis adeo in Triangulo OGM angulo O & lateribus OG & GM, invenitur angulus M (§. 158 *Spher.*).

E. gr. Hic AH  $38^{\circ} 22'$ , G  $23^{\circ} 29'$ , Ascensio obliqua *Sirii* hoc anno  $119^{\circ} 53' 6''$  & hinc GO  $60^{\circ} 6' 54''$  reperiturque GM  $42^{\circ} 4' 30''$ . Unde porro

Log. Sin. GM	98261414
Sin. O	97928759
Sin. GO	99380326
Summa	197309085

Log. Sin. M.  $99047671$ , cui in Tabulis quam proxime respondent  $38^{\circ} 46' 4''$ .

Est ergo obtusus OGM  $141^{\circ} 13' 56''$ .

## SCHOLION.

290. Hoc angulo opus est, si ortus & occasus Heliacus Stellæ determinandus, quemadmodum ex Problemate sequente appareat.

## PROBLEMA XXXII.

Tab. II. Fig. 33. *291. Datis Arcu visionis DS, Puncto Eclipticæ M cum quo Stella oritur, angulo DMS, quem efficit Ecliptica EL cum Horizonte HR; invenire Punctum Eclipticæ S, in quo Sol heret, dum Stella Heliace oritur.*

## RESOLUTIO.

1. Cum in Triangulo DMS ad Rectangulo (§. 76) detur Arcus visionis DS, & angulus SMD; invenitur arcus MS (§. 118 *Spher.*).
2. Arcus MS addatur Puncto Eclipticæ dato M: ita innotescet locus Solis S.

E. gr. *Sirius* hoc anno *Hale* oritur cum  $\Omega 17^{\circ} 55' 30''$  (§. 282), angulus M  $38^{\circ} 46' 4''$  (§. 289), quia *Sirius* Stellæ primæ magnitudinis, DS  $12^{\circ}$  (§. 288), erit ergo

Log. Sin. DS	93178789
Sin. tot.	100000000
Summa	193178789
Sin. DMS	97966890
Sin. MS	95211899, cui

in Tabulis quam proxime respondent  $19^{\circ} 23' 33''$ .

Quodsi huic addas Punctum Eclipticæ oriens  $17^{\circ} 55' 30'' \Omega$ ; prodibit locus Solis S.  $\eta 7^{\circ} 19' 3''$ .

## COROLLARIUM I.

292. Quodsi M fuerit Punctum cum quo Stella occidit; pater, eodem modo reperiri locum Solis S ad diem, quo Stella Heliace occidit.

## COROLLARIUM II.

293. Quodsi adeo ex Theoricis constet, quo die Sol in dato Eclipticæ gradu hæreat; idem erit dies, quo Stella Heliace oritur vel occidit.

## PROBLEMA XXXIII.

294. Data Ascensione recta Solis meridiani & Stellæ cujuscunque, invenire tempus, quo Stella culminat.

## RESOLUTIO.

1. Ascensio recta Solis ex Ascensione recta Stellæ (intero Circulo, hoc est,  $360^{\circ}$  aucta, si minor fuerit) auferatur.
2. Residuum convertatur in tempus Solare (§. 212): ita prodibit tempus a meridie præterlapsum (§. 190).

E. gr. Ascensio recta *Sirii* hoc anno  $98^{\circ} 8' 36''$ . Pōnamus nos observasse transitum ejus per Meridianum, quando Sol meridie præcedente erat in  $\alpha$  adeoque Ascensio ejus recta  $332^{\circ} 5' 50''$ . Calculus secundum Problema præsens ita instituitur:  
Ascensio



Ascensio recta <i>Sirii</i>	98°	5'	55"
Circulus integer	360		
Aggregat.	458	5	55
Ascensio recta $\odot$	332	5	50
Arcus horarius	126	0	5
90° 5h. 59'	0'	36'''	
30 1	59	40	12
5	19	56	42
1	3	59	20
5"		19	56 <sup>IV</sup> 42 <sup>V</sup>

Temp. quæf. 8h. 22 37 9 56 42  
five 8 h. 22' 37".

### COROLLARIUM I.

295. Ex culminatione adeo Stellæ observata inveniri potest tempus nocturnum.

### COROLLARIUM II.

296. Quodsi observetur tempus, quod inter datum aliquod momentum & culminationem alicujus Stellæ intercedit, ope Horologii oscillatorii; eodem modo cognoscetur ipsum illud momentum a Meridie præcedente numeratum.

### SCHOLIUM.

297. Hoc adeo Problema utile est ad momentum quodcumque nocturnum per Observationem determinandum, si Horologii motum rectificare vel etiam probare volueris.

### PROBLEMA XXXIV.

Tab. 298. Data elevatione Poli PR, una  
III. cum altitudine alicujus Stellæ SE, ejus  
Fig. 20. Declinatione DS & Ascensione recta D;  
invenire Punctum Æquatoris A, quod  
tempore observata altitudinis per Meridianum transit.

### RESOLUTIO.

I. Quoniam in Triangulo ZPS dantur singula latera, nempe ZS complementum altitudinis ZE (§. 62), PS complementum Declinationis (§. 79) & ZP complementum altitudinis Poli PR (§. 62); reperiatur angulus ZPS (§. 168 *Spher.*), cujus mensura arcus AD (§. 31 *Spher.*).

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

2. Subtrahatur AD ex Ascensione recta Stellæ; residuum erit Punctum Æquatoris culminans A.

E. gr. Noctu infrequente, quando Sol meridians fuit in 9°  $\frac{1}{2}$ , ponamus *Halæ*, ubi altitudo Poli 51° 38', observaram fuisse altitudinem *Lucidæ Arietis* in parte Cæli orientali 30°; erit DS 22° 6' 1" & Ascensio recta D 27° 47' 42" consequenter PZ 38° 22', PS 67° 53' 59", ZS 60°. Quoniam anguli P & S acuti, perpendicularum ZK ex Z in PS demissum, intra Triangulum cadit (§. 82 *Spher.*). Porro Cofinus ZS ad Cofinum PZ ut Cofinus KS ad Cofinum KP (§. 138 *Spher.*). Quamobrem cum sit ZS > PZ, per *hypoth.* erit Cofinus ZS < Cofinu PZ (§. 111 *Trigon.*) & hinc Cofinus SK < Cofinu KP (§. 151 *Ariith.*). Quamobrem SK > KP (§. 111 *Trig.*). Itaque

Itaque	PZ	38°	22'
	ZS	60	
<hr/>			
	PZ + ZS	98	22
<hr/>			
	$\frac{1}{2}$ PZ + $\frac{1}{2}$ ZS	49	11
	ZS	60	
	PZ	38	22
<hr/>			
	ZS - ZP	21	38
	$\frac{1}{2}$ ZS - $\frac{1}{2}$ PZ	15	49
<hr/>			
	Log. Tang. $\frac{1}{2}$ PS:	98281696	
	Tang. $\frac{1}{2}$ ZP + $\frac{1}{2}$ ZS	100636448	
	Tang. $\frac{1}{2}$ ZS - $\frac{1}{2}$ PZ	94522246	
<hr/>			
	Summa	195158694	
<hr/>			
	Tang. $\frac{1}{2}$ SK - $\frac{1}{2}$ PK	96876998	
	cui in Tabulis respondent	25°	28' 30"
	Sed $\frac{1}{2}$ PS	33	56 59 $\frac{1}{2}$
<hr/>			
	Ergo PK	8	28 29 $\frac{1}{2}$
<hr/>			
Unde porro	Cotang. ZP	101014704	
	Tang. KP	91732007	
<hr/>			
	Cofin. P	92746711	
	cui in Tabulis quam proxime respondent	10°	50' 56"

Est ergo angulus P seu arcus AD 79° 9' 4", qui ex Ascensione recta Stellæ 27° 47' 42" subductus, relinquit Punctum culminans A 308° 38' 38"

Ddd

COROL-

## COROLLARIUM.

Tab. 299. Cum per Problema præcedens in III. vestigari possit tempus, quo Punctum Fig. 20. Æquatoris A culminat; ex data altitudine Stellæ inveniri potest tempus nocturnum. E. gr. si in meridie, quæ Observationem præcedit, Sol fuerit in  $9^{\circ}$  m. adeoque ejus Ascensio recta  $207^{\circ} 54' 10''$ , erit arcus horarius  $100^{\circ} 44' 28''$ , adeoque tempus, quo altitudo observata  $6h. 41' 51''$ .

## PROBLEMA XXXV.

300. *Datis Ascensione recta D Stellæ cujuscunque, una cum Declinatione ejus DS & elevatione Poli PR; invenire altitudinem SE ad tempus datum.*

## RESOLUTIO.

1. Tempus datum convertatur in gradus Æquatoris, ita prodibit arcus Æquatoris qui a meridie usque ad tempus datum per Meridianum transit.
2. Subtrahatur is a Stellæ Ascensione recta D, residuus fiet arcus AD, cujus mensura est angulus P (§. 79).

*Astronom. & §. 33 Sphæric. ).*

3. Cum in Triangulo ZPS, præter hunc angulum P, dentur latera PZ & PS, elevationis Poli PR (§. 62) & Declinationis DS complementa (§. 79); reperietur ZS complementum altitudinis SE (§. 163 Sphæric.).

Exemplum præcedens facile huc applicatur, calculo prorsus ut in Problemate 10. (§. 215) instituto.

## SCHOLIUM.

301. Hoc Problemate & ejus Corollario opus est, si Stellæ interdiu per Telescopia observare volueris.

## COROLLARIUM.

302. Cum ex iisdem datis reperiri quoque possit angulus HZE (§. 166 Sphæric.), cujus mensura ob quadrantem ZE (§. 62) est arcus HE (§. 33 Sphæric.) seu Azimuthum Stellæ (§. 194); evidens est, quomodo Azimuthum ad datum quodcunque tempus, consequenter Planum Verticalis, in quo Stella hæret, determinetur.

## CAPUT VI.

*De Globo Cælesti Artificiali.*

## DEFINITIO LXVIII.

303. *GLOBUS Cælestis* est Sphæra ex cupro, orichalco, charta aut materia alia confecta, in cujus superficie Stellæ singulæ intervallis earundem distantis proportionatis depictæ, una cum Circulis Sphærae Mundanæ præcipuis.

## SCHOLIUM.

304. *Globi Cælestes* cum in finem construuntur, ut Phenomena motus primi Solis atque Stellarum, quæ hactenus per Observationes & Calculum Trigonometricum accurate deter-

minare docuimus, rudiori Minerva, quantum ad usus vitæ sufficit, determinentur. Eorum adeo constructionem & usum hic edoceri fas est.

## PROBLEMA XXXVI.

305. *In Superficie Sphæra ex lamina cuprea vel orichalcea parata Circulos Cælestes & Stellæ fixas decenter designare & Sphæram ad usum Astronomiæ aptare.*

## RESOLUTIO.

1. Libere assumantur duo Puncta P & Q sibi mutuo diametraliter opposita

Tab. IV. Fig. 3.

& in iis defigantur Axiculi PA & QC, circa quos Globus tanquam circa Axem suum volvi possit, ita ut Puncta P & Q vel A & C designent Polos Mundi (§. 46).

2. Circulus Æneus ABCD dividatur in quatuor quadrantes AE, EC, CF & FA & quilibet quadrans in suos 90 gradus subdividatur, a Punctis E & F versus Polos A & C numerandos,

3. Intra hunc Circulum in A & C firmetur Globus tanquam in Meridiano, ita ut libere intra illum rotari possit, (§. 50, 72).

4. Stylo ad primum divisionis punctum E firmiter applicato, Globus circumrotetur; erit Circulus in superficie ejus delineatus Æquator (§. 49). Consultum vero est, ut Æquator designetur per duos Circulos parallelos alicui cum latitudine, quo commodè in suos 360 gradus dividi possit.

5. A Polo Mundi P versus M & ab altero C versus N numerentur gradus  $23\frac{1}{2}$ : erunt Puncta M & N Poli Eclipticæ (§. 179).

6. Applicato ad Meridianum Stylo, qui apice suo Punctum M attingat, Globus circumvolvatur; ita designabitur Circulus Polaris Arcticus (§. 184). Eodem modo circa Polum Q designabitur Polaris Antarcticus (§. cit.).

7. Quodsi similiter ab Æquatore versus Polos P & Q numerentur gradus  $23\frac{1}{2}$  notenturque Puncta H & I, atque denuo ad Meridianum applicato Stylo per ea describantur Cir-

culi cum Æquatore paralleli; erit eorum alter per H ductus Tropicus Cancræ, alter vero per I transiens Tropicus Capricorni (§. 181). Tab. IV. Fig. 34.

8. Globus in Polis Eclipticæ intra Meridianum, ut ante suspendatur & ad E applicato Stylo circumvolvatur; ita nimirum Ecliptica in eodem designabitur in 12 Signa dividenda, quorum unumquodque rursus in suos 30 gradus subdividendum. Consultum denuo est, ut Ecliptica alicui cum latitudine per duos Circulos parallelos designetur.

9. Globo adhuc ita suspensio, gradus Longitudinis Stellæ ducatur sub Meridianum & in eo versus Polum Latitudini cognominem numerentur tot gradus, quot Latitudini conveniunt: erit Punctum in superficie Globi extremo illius arcus Meridiani respondens Stellæ centrum (§. 241, 236). Eodem modo ex Ascensione recta & Declinatione locus Stellæ determinatur, si Globus ex Polis Mundi seu Æquatoris fuerit suspensus (§. 191, 75).

10. Stellis ad unum Asterismum pertinentibus ita designatis, vel coloribus oleo dilutis Asterismi Imago juxta BAYERUM in Uranometria in Globi superficie pingatur, vel eidem a Chalcographo incidatur.

11. Intra Horizontem ligneum DLB fulcris quatuor incumbentem ita constituatur Globus cum Meridiano æneo, ut in duo Hemisphæria ab eodem dividatur (§. 63) & Polus A ad arbitrium attolli ac deprimi possit.

Tab. 12. In limbo Horizontis designetur Circulus in 360. gradus divisus cum  
 IV. Calendario & Plagis Mundi, de  
 Fig. 34. quibus in Geographia.

13. Denique ad Polum A aptetur Circulus æneus RS in bis 12. partes æquales, hoc est, intervalla horaria divisus, ita ut linea horæ duodecimæ sit in Plano Meridiani & Index horarius circa Axem mobilis cum Globo simul circa Polos rotetur.

Hac ratione Globus Cœlestis erit constructus.

### SCHOLION I.

306. Equidem Circuli Polares & Tropici immobiles sunt (S. 181, 184), adeoque in superficie Sphæra mobilis perperam designari videntur, sed nulla ratio suadet, ut credamus, primum Globorum inventorem per errorem Circulos illos in superficiem eorum transfuisse. Neque ignorant, cur in superficie Globi Cœlestis mobili compareant Tropici & Polares, qui ejus usum sufficienter cognitum atque perfectum habent. In Geographia nimirum per Tropicos & Polares distinguuntur Zona: ut adeo appareat, sub quibus Cæli partibus sita sit Zona qualibet, Tropici & Polares non modo Globo Terrestri, verum etiam Cœlesti inscribuntur. Neque opus est, ut eum in finem extra Globi superficiem ad Meridianum applicentur, quemadmodum in Sphæris armillaribus fieri assolet: quia enim in usu Globi Cœlestis solitario non attenduntur, perinde tum est ac si prorsus abessent, neque in errorem inducere possunt nisi Circulorum definitiones ignorantem.

### SCHOLION II.

307. Quia Stellarum Longitudo perpetuo mutatur, Globorum usus perpetuus non est. Sed quia incrementum 72 annorum demum gradum adequat (S. 258); in usu Globorum intra seculum pro nullo habendum, cu-

jus nimirum ope Phenomena non ad scrupula singula, sed rudi saltem Minerva determinantur. E. gr. Si Cæli stellati faciem contemplaturus Globum ad Mundi Plagas & Cardines componas; parum refert, an gradus unus Ecliptica infra Horizontem existat, qui supra eum esse debeat & contra. Eundem sane in Astrognomia usum præstabit Globus, siue Longitudo Stellarum fuerit exacta, siue gradu uno aberret a vera. Sane Longitudinum gradu uno differentium Ascensiones recta nunquam magis differre possunt, quam 1° 5' 25" juxta Tabulas Cl. DE LA HIRE: quæ differentia etiamsi in omnibus Stellis obtineret (obtinet tamen in paucissimis), Cæli facies ea prodiret, quæ elapsis demum 4' 11" futura erat. Quare cum in Circulo horario tantillum temporis discerni nequeat, patet intra seculum & ultra Globos esse ab errore immunes censendos in facie Cæli ad datum tempus determinanda, quorum constructio Longitudinis Stellarum immutabilitatem supponit. Neque difficulter inde perspicuius intelligentes, in aliis quoque casibus similiter demonstrari posse, intra seculum & ultra citra errorem notabilem adhiberi posse Globos, quorum superficie adscripti sunt Equator atque Ecliptica. Atque hæc est ratio, cur hæc Globorum vitia ab intelligentibus pro nullis reputentur, atque adeo sciens & volens eademmittere debuerit primus Globorum inventor.

### SCHOLION III.

308. Vulgo Globos construunt ex Charta eum quidem in modum, quem Problemate sequente exponimus: sed placuit talem præmittere, quam Tyrones facilius intelligere possint.

### PROBLEMA XXXVII.

309. Ex Charta Globum Cœlestem componere.

### RESOLUTIO.

1. Ex data Diametro Globi investigetur recta AB Peripheriæ Circuli maxi-

- Tab. IV. Fig. 35. mi æqualis (§. 429 *Geom.*) & in 12 partes æquales dividatur (§. 274 *Geom.*).
2. Per singula divisionis puncta 1, 2, 3, 4 &c. intervallo 10 partium describantur arcus se mutuo in D & E interfecantes: ex iis enim decenter connexis Globi superficies integra componitur.
3. Pars quælibet rectæ AB dividatur in 30 partes æquales, ut adeo tota recta AB, quæ Peripheriam Æquatoris repræsentat, in 360 gradus sit divisâ.
4. Ex Polis D & E intervallo  $23\frac{1}{2}$  describantur arcus *ab*, qui erunt partes Circulorum Polarium duodecimæ (§. 184, 168).
5. Eodem modo ex iisdem Polis D & E, sed intervallo  $66\frac{1}{2}$  graduum ex Æquatore sumpto describantur arcus *ed*, qui erunt partes duodecimæ Tropicorum (§. 181, 168).
6. Per gradum Æquatoris *e*, qui Ascensioni rectæ Stellæ alicujus datæ responderet & Polos D atque E cernissa delineetur arcus Circuli (§. 194 *Geom.*) & complemento Declinationis ex Polo cognomine D intersecetur in *i*, erit Punctum *i* locus Stellæ.
7. Omnibus Stellarum ad eundem Asterismum pertinentium locis ita determinatis, Figura Asterismi juxta BAYERUM, vel HEVELIUM in *Firmamento Sobiesciano*, aut FLAMSTÆDIUM in *Atlante Cœlesti* decenter delineetur.
8. Tandem eodem modo per Declinationes & Ascensiones rectas singuli

- gradus Eclipticæ *lg* determinentur.
9. Globi superficies in planum ita projecta æri incidatur, ne labor adeo molestus pro singulis Globis denuo sit repetendus.
10. Ex ligno tornetur Globus paulo minoris diametri & Charta conglutinata superinducatur, mox bifariam dissecanda, ut Globus ligneus eximi possit, atque denique conglutinanda, ut Globus chartaceus cavus habeatur.
11. Superficies Globi chartacei vestiatur gypso, donec superficies fuerit perfecte rotunda & Globus prodeat Diametri requisitæ: id quod explorare licet, Circulo maximo, data Diametro in Tabula lignea descripto & exciso.
12. Ejusdem Circuli ope determinentur duo Puncta Diametraliter opposita in superficie Globi gypso vestiti, quæ sint Poli Mundi, itemque Æquator & Meridiani per trigessimum quemque Æquatoris gradum ducti.
13. Globo in duodecim partes æquales sic diviso agglutinentur partes similes ex Mappa impressa excisæ.
14. Globus ut ante (§. 305) intra Meridianum æneum & Horizontem ligneum decenter suspendatur.
15. Denique construatur ex Lamina Tab. IV. orichalcea Quadrans HI circa Axis H mobilis & in æquales gradus cum Ecliptica & Æquatore divisus, quem *Quadrantem altitudinis* ac *Latitudinis* posthac vocabimus.

SCHOLIUM.

310. Quodsi. non Declinationes & Ascensiones rectæ Stellarum dentur, sed earum potius Latitudines & Longitudines: superficies Globi



Tab. Globi in planum projicietur eodem prorsus quo ante modo, nisi quod tum D & E sint  
 IV. Poli Eclipticæ, fh vero Ecliptica, Circuli vero Polares & Tropici cum Equatore Ig paralleli ex Declinationibus suis determinentur. Recentissimi, qui in publicum prostant, Catalogi sunt HEVELIANUS & FLAMSTÆDIANUS, in quibus Ascensiones rectæ & Declinationes Fixarum extant: unde consultum duximus docere, quomodo superficies Globi ex Ascensionibus rectis & Declinationibus in planum projiciatur.

#### PROBLEMA XXXVIII.

311. *Stella in Globo depictæ Declinationem & Ascensionem rectam reperire.*

#### RESOLUTIO.

1. Ducatur Stella sub Meridianum æneum, qui cum per Polos Æquatoris transeat (§. 48, 72), Circulum Declinationis repræsentat (§. 78).
2. Numerentur gradus a Puncto Meridiani, ubi ab Æquatore secatur, usque ad Stellæ datæ Centrum: numerus enim graduum Declinationem quæsitam exprimit (§. 76).
3. Notetur gradus Æquatoris, qui una cum Stella sub Meridiano æneo comparet; is enim est ejus Ascensio recta (§. 190).

#### PROBLEMA XXXIX.

312. *Stella in Globi superficie depictæ Longitudinem & Latitudinem reperire.*

#### RESOLUTIO.

1. Centrum Quadrantis Latitudinis applicetur ad Polum Eclipticæ in eodem cum Stella Hemisphærio constitutum & circa Axiculum suum vertatur, donec Centrum Stellæ attingat.
2. Notetur gradus Eclipticæ, cui Quadrans insitit: is enim est Stellæ Longitudo (§. 241).

3. Numerentur gradus in Quadrante Latitudinis ab Ecliptica usque ad Centrum Stellæ, numerus eorum Latitudinem indicabit (§. 236).

#### PROBLEMA XL.

313. *Dato loco Solis in Ecliptica, invenire ejus Declinationem & Ascensionem rectam.*

#### RESOLUTIO.

1. Gradus Eclipticæ datus ducatur sub Meridianum.
2. Reliqua fiant ut in Probl. 38. (§. 311).

#### PROBLEMA XLI.

314. *Data Longitudine & Latitudine Planetæ ad datum quodcunque tempus, locum ejus in Globi superficie exhibere & ejus Declinationem atque Ascensionem rectam determinare.*

#### RESOLUTIO.

1. Centrum Quadrantis Latitudinis applicetur ad Polum Eclipticæ Latitudini cognominem & circa Axiculum suum vertatur, donec datum Longitudinis Punctum in Ecliptica desinet.
2. Ad gradum Latitudinis datum paucula cera affigatur Signum Planetæ (§. 38): ita nimirum Planeta, perinde ac Fixæ, in Globo depictus (§. 310).
3. Tandem Planeta sub Meridianum ducatur & Ascensio recta atque Declinatio parebit ut in Probl. 38. (§. 311).

#### PROBLEMA XLII.

315. *Invenire Mediationem Cæli seu Gradum Eclipticæ, cum quo Stella aut Planeta per Meridianum transsit.*

RESO-



## RESOLUTIO.

Ducatur Stella aut Planeta in Globi superficiem translatus (§. 314) sub Meridianum; ita nimirum innotescet gradus cum ea sub Meridiano constitutus.

## PROBLEMA XLIII.

316. *Globum dato tempore & loco ad Cæli situm componere, data elevatione Poli & loco Solis.*

## RESOLUTIO.

1. Polus Globi supra Horizontem ligneum elevetur, donec arcus inter ipsum & hunc interceptus sit elevationi Poli datæ æqualis.
2. Ope arcus magneticæ vel Lineæ Meridianæ Globus ita constituatur, ut Meridianus æneus sit quam proxime in plano Meridiani.
3. Gradus Eclipticæ, in quo Sol hæret, ducatur sub Meridianum & Index horarius ad horam duodecimam, ad quam computatus supponitur locus Solis: ita nimirum habetur Cæli facies ad momentum meridiei.
4. Vertatur Globus, donec Index horarius datam quamcunque horam aliam attingat: ita nimirum innotescet Cæli facies ad illud quoque momentum.

## PROBLEMA XLIV.

317. *Beneficio Globi Stellas cognoscere, vel si una tantum nobis fuerit nota.*

## RESOLUTIO.

1. Componatur Globus eo tempore, quo Stellas contemplari decreveris, ad Cæli situm (§. 316).
2. Quærat in ejus superficie Stella, quæ tibi jam nota supponitur, e. gr. media in Cauda ursæ majoris, cui infidet Alcor.

3. Notentur in Globo Stellæ reliquis lucidiores ad eundem Asterismum pertinentes, nec difficulter eadem deprehendentur in Cælo.

4. Eodem modo innotescant Stellæ minores ejusdem Asterismi & Asterismo uno cognito vicinos quoque eodem studio cognoscere licebit.

5. Quodsi Planetarum loca in superficie Globi designes (§. 314), aspectus nudus docebit, inter quas Fixas compareant: his ergo cognitis, Planetæ quoque agnoscuntur.

## PROBLEMA XLV.

318. *Data elevatione Poli una cum loco Solis ad diem anni datum; reperire Ascensionem Solis obliquam, amplitudinem ejus ortivam & Azimuthum, atque tempus ortus.*

## RESOLUTIO.

1. Globus ad Cæli situm, quem hora duodecima seu in ipso meridie habet, componatur (§. 316).
2. Locus Solis ducatur ad Horizontem ortivum; ita statim innotescet Ascensio Solis obliqua (§. 191), Amplitudo ortiva (§. 195) & Azimuthum (§. 194) in Horizonte ligneo: Index vero horarius in Circulo horario momentum ortus Solis ostendet.

## COROLLARIUM.

319. Sole in Horizonte constituto, una innotescit, quænam Stellæ eo die Cosmice oriantur & occidunt (§. 278).

## PROBLEMA XLVI.

320. *Data elevatione Poli una cum loco Solis; invenire Descensionem obliquam.*

quam, *Amplitudinem occiduam & Azimuthum, atque tempus, quo Sol occidit.*

#### RESOLUTIO.

Non differt a resolutione Problematis præcedentis, nisi quod locus Solis ducendus sit ad Horizontem occiduum.

#### PROBLEMA XLVII.

321. *Data elevatione Poli & loco Solis; invenire longitudinem diei atque noctis.*

#### RESOLUTIO.

1. Quærat<sup>r</sup> tempus, quo Sol oritur (§. 318) quod cum a media nocte numeretur, ejus duplum est longitudo noctis.
2. Longitudo noctis subtrahatur ex 24 horis; residuum est longitudo diei.

#### PROBLEMA XLVIII.

322. *Invenire tempus, quo Stella quælibet data, die dato, sub data elevatione Poli oritur & occidit, una cum mora ejus super & sub Horizonte, Ascensione & Descensione ejus obliqua, Amplitudine ortiva atque occidua, & Azimutho.*

#### RESOLUTIO.

1. Globus ad horam duodecimam diei datæ ad Cœli faciem componatur (§. 316).
2. Stella ad Horizontem ortivum ducatur, ita in eodem apparebit Ascensio ejus obliqua, amplitudo ortiva & Azimuthum: Index vero horarius monstrabit momentum, quo oritur.
3. Ducatur eadem Stella ad Horizontem occiduum, in quo apparebit Descensio ejus obliqua, Amplitudo occidua & Azimuthum: Index vero

horarius ostendet momentum, quo occidit.

4. Momentum ortus a momento occasus subtrahatur: residuum erit mora Stellæ super Horizonte.
5. Mora super Horizonte ex 24 horis subducatur; residuum erit mora Stellæ sub Horizonte. Cum enim differentia inter diem Primi mobilis & diem Solarem in scrupulis paucis consistat (§. 211); ea hic attendi non meretur.

#### PROBLEMA XLIX.

323. *Invenire Punctum Eclipticæ, cum quo Stella oritur, culminat & occidit, atque tempus culminationis.*

#### RESOLUTIO.

1. Globus ad Cœli situm rite componatur (§. 316).
2. Stella data ducatur ad Horizontem ortivum, ita patebit, cum quo Puncto Eclipticæ oriatur.
3. Eadem sistatur sub Meridiano, ubi Punctum Eclipticæ cognoscetur, quod cum ea culminat, & Index horarius tempus culminationis ostendet.
4. Aptetur denique Horizonti occiduo, ubi innotescit Punctum Eclipticæ, cum quo occidit.

#### COROLLARIUM.

324. Quodsi ergo in Ephemeridibus quærat<sup>r</sup>, vel per calculum in Theoricis tradendum investigetur dies, quo Sol in dato gradu Eclipticæ hæret, cum quo Stella oritur, vel culminat, vel occidit; erit eadem dies, quo Cosmice oritur (§. 278), vel cum Sole culminat (§. 133), vel Acronyce occidit (§. 279).

PROBLEMA L.

325. *Invenire altitudinem Solis atque Stelle ad datam quamcunque diei vel noctis horam.*

RESOLUTIO.

1. Globus rite componatur ad situm Coeli (§. 316) & vertatur, donec Index horarius horam datam indicet.
2. In gradu nonagesimo ab Horizonte numerato ad Meridianum aptetur Quadrans altitudinis & circa Axiculum suum vertatur, donec gradum Eclipticæ, in quo Sol hæret, aut Stellam datam attingat. Arcus enim inter ipsam & Horizontem interceptus est altitudo quæsitæ (§. 73).

PROBLEMA LI.

326. *Data Solis altitudine diurna vel Stelle nocturna; invenire temporis momentum.*

RESOLUTIO.

1. Globus ad situm Coeli rite componatur, & Quadrans altitudinis, ut in Problemate præcedente, ad Meridianum aptetur.
  2. Globus circa Axem suum & Quadrans altitudinis circa Axiculum vertatur, donec Stella vel gradus Eclipticæ, in quo Sol hæret, Quadrantem in dato gradu attingat.
- Index horarius tum temporis momentum quæsitum monstrabit.

PROBLEMA LII.

327. *Dato Azimutho Solis vel Stelle; invenire temporis momentum.*

RESOLUTIO.

1. Globus ad situm Coeli rite componatur & Quadrans altitudinis, ut in Probl. 50., ad Meridianum aptetur.

*Wolffii Oper. Mathem. Tom. III,*

2. Quadrans altitudinis vertatur circa Axiculum suum, donec in Horizonte Azimuthum quæsitum definat.
3. Vertatur Globus, donec Stella eundem attingat.

Index horarius temporis momentum indicabit.

PROBLEMA LIII.

328. *Data elevatione Poli; ostendere quamam Stella nunquam occidant, & quamam nunquam oriantur.*

RESOLUTIO.

1. Globi Polus eleveatur supra Horizontem ligneum tot gradibus, quot elevatio Poli data existit.
2. Globus circumvolvatur & notentur Stellæ, quæ in Meridiano superiore bis conspiciuntur, & quæ in eo non comparent.

Illæ nimirum nunquam occidunt, hæ nunquam oriuntur.

PROBLEMA LIV.

329. *Invenire intervallum temporis inter ortus duarum Stellarum vel earum culminationes interceptum.*

RESOLUTIO.

1. Eleveatur Globi Polus ut in Problemate præcedente (§. 328).
2. Ducatur Stella prima ad Horizontem noteturque temporis momentum, quod monstrat Index horarius.
3. Ducatur Stella altera similiter ad Horizontem & notetur denuo temporis momentum, quod Index horarius ostendit.
4. Tempus prius subducatur e posteriori, quod relinquitur, est intervallum inter ortus duarum Stellarum interceptum.

Ecc

5. Non

5. Non abfimili modo reperitur tempus inter duas culminationes interjectum, si Stella utraque sub Meridiano sistatur.

## THEOREMA XVI.

Tab. 330. *Profunditas GO Puncti Eclipticæ G est æqualis altitudini go Puncti oppositi g.*  
 IV. *Fig. 38.*

## DEMONSTRATIO.

Quia Horizon HR & Verticalis ZN se mutuo bifariam secant (§. 85); erit OZ Semicirculus. Similiter quia tam Ecliptica EL (§. 171), quam Circulus Verticalis ZN Circulus maximus (§. 70); erit etiam GZg Semicirculus (§. 20 *Spheric.*). Est itaque  $OZ + Zg + go = GO + OZ + Zg$  (§. 86 *Arithm.*), consequenter  $go = GO$  (§. 91 *Arithm.*), hoc est, Profunditas Puncti Eclipticæ G æqualis est Altitudini oppositi g (§. 94).  
*Q. e. d.*

## PROBLEMA LV.

331. *Dato Arcu visionis, invenire*

*Ortum & Occasum Heliacum Stella in Globo depicta.*

## RESOLUTIO.

1. Ducatur Stella in Horizontem orientivum.
2. Ope Circuli verticalis ad Meridianum in Zenith applicati exploretur gradus Eclipticæ, cujus in parte Cœli occidentali altitudo Arcui visionis æqualis: erit Punctum oppositum illud, in quo Sol hærere debet, ut Stella Heliace oriatur (§. 330, 280).
3. Quodsi ergo in Ephemeridibus evolvatur, aut per calculum Theoricis innixum investigetur dies, quo Sol gradum Eclipticæ inventum occupat; erit eadem dies, quo Stella Heliace oritur.
4. Si Stella ad Horizontem occiduum ducatur, simili modo dies invenietur, quo Heliace occidit.

## CAPUT VII.

*De Refractione & Parallaxi Fixarum.*

## OBSERVATIO XIV.

332. *D*istantia Caudæ Leonis a Spica Virginis  $35^{\circ} 2'$  constanter deprehenditur (§. 225), quando Meridiano vel etiam Occasui proxima; cum vero in parte Cœli orientali Cauda Leonis ad altitudinem  $34^{\circ} 30'$  ascendit, Spica Virginis in eodem fere Circulo Verticali jam oritur (a).

## SCHOLION I.

333. *Huc etiam pertinet Observatio Bavorum in Nova Zembla An. 1597. hibernantium, quibus Sol d. 4. Novembris disparuit, die vero 24. Januarii redordiri cepit, reditum suum consueto tunc Calculo Astronomico expectatum sex circiter diebus antevertens, ut habent Acta Eruditorum A. 1697. (b). CAROLUS XI. Rex Sueciæ A. 1694. Tor-*  
*noviæ*

(a) Keplerus Epit. Astron. Copernic. Lib. I. Part. 3. p. 61.

(b) Menf. Febr. p. 92.

noviæ sub elevatione Poli  $65^{\circ} 33'$  media nocte inter 14 & 15. Junii Styli veteris Solem inocciduum observavit. Ipse jussu anno sequente BILEMBERGIO atque SPOLIO Mathematicis Observationem accuratius repetentibus & media nocte inter 10 & 11 Junii Solem Tornoviæ  $\frac{3}{4}$  diametri, die 14. Junii sub latitudine  $66^{\circ} 15'$  ad ferri cuprique officinas Kangis duabus Diametris & amplius supra Horizontem elevatum deprehendentibus (a). Equidem CASSINUS (b) circa has Observationes non satis accurate institutas difficultates quasdam movet, sed quæ non obstant, quo minus hic allegentur, ubi cum quantitate Refractionis nihil nobis adhuc negotii est.

### COROLLARIUM I.

334. Quoniam Radii Solis atque Stellarum secundum lineas rectas propagantur (§. 46 Optic.), a Sidere sub Horizonte latente emissi in Oculum Spectatoris illabi nequeunt, nisi in ingressu in Atmosphæram a via pristina detorqueantur. Patet adeo eos in transitu per Atmosphæram refringi (§. 39 Optic.).

### COROLLARIUM II.

335. Cum adeo Stellæ propter Refractionem altiori loco appareant; altitudines observatæ veris per calculum productis sunt justo majores.

### COROLLARIUM III.

336. Ut ergo altitudines observatæ magis exacte prodeant, Refractionis quantitas inde auferenda.

### SCHOLION II.

337. Quoniam Veteres Refractionem ignorarunt; ex altitudinibus justo majoribus sua deduxerunt: unde non mirum quod errores non levis momenti interdum commiserint.

(a) Vid. Opusculum, quod sub titulo: *Refractione Solis inoccidui in Septentrionalibus oris aliquot Observationibus Astronomicis detecta*, Holmiæ 1696. in 4. p. odiit

(b) Mémoires de l'Acad. Royale des Sciences A. 1700. p. 50. & seqq.

### SCHOLION III.

338. Ceterum ex hac ipsa Refractionum doctrina consequitur, nos nunquam videre Solem orientem & occidentem, sed Solis sub Horizonte latentis Phantasma quodpiam. Patet hoc clarius, ubi non minus Diameter Solis apparens quam Refractio Horizontalis accurate fuerit definita.

### SCHOLION IV.

339. Ipsæ vero Observationes modo recensita loquuntur, Refractiones versus Polum esse majores, quam sub minore ejus elevatione, ob diversam dubio procul Atmosphæra densitatem & incidentiæ obliquitatem (§. 36 Dioptr.).

### OBSERVATIO XV.

340. Cel. DE LA HIRE (c) ab anno 1681. summa sedulitate ac diligentia ad Meridianam Stellarum fixarum altitudinem observandam se incubuisse profiteretur, nullamque differentiam altitudinis animadvertisse præter eam, quæ ex proprio Fixarum motu oritur: non tamen negat, Refractiones circa Horizontem esse quibusdam instantiis obnoxias pro varia aeris constitutione & natura soli circumpositi.

### COROLLARIUM.

341. In eodem adeo loco Refractiones Siderum ad sensum sunt constantes, Horizontalibus exceptis.

### THEOREMA XVII.

342. Radii ex Stella altiore S in Tab. Atmosphæram incidentis inclinatio SMN IV. minor est inclinatione IHT radii ex Stella Fig. 39. humiliore I in eandem illapsi.

Ecc 2

DE

(c) In Tab. Astronom. p. 1.



## DEMONSTRATIO.

Tab. IV. Fig. 39. Sint Radii incidentes OS & OT. Ducantur per puncta Atmosphæræ M & H ex Centro Telluris C radii CM & CH, qui erunt ad arcum MH perpendiculares (§. 38 *Anal. infin.*). Sunt adeo NMS & IHT anguli inclinationum (§. 12 *Dioptr.*). Producatur SO in R & ex Centro C demittatur perpendicularis CR. Supponatur etiam HO perpendicularis ad CO (§. 308 *Geom.*). Erit adeo, ut Sinus totus ad CH, ita Sinus OHC ad OC; & ut Sinus totus ad CM sive CH (§. 40 *Geom.*), ita Sinus RMC ad RC (§. 33 *Trig.*); consequenter Sinus OHC ad OC, ut Sinus RMC ad RC (§. 167 *Arithm.*), hoc est, Sinus OHC ad Sinum RMC, ut OC ad RC (§. 173 *Arithm.*). Quare cum sit  $OC > RC$  (§. 220 *Geom.*), erit etiam  $OHC > OMC$  consequenter ob  $OHC = IHT$  &  $RMC = NMS$  (§. 156 *Geom.*)  $IHT > NMS$  (§. 89 *Arithm.*), seu angulus inclinationis in qualibet altitudine major Horizontali. Ponamus jam portio Radium incidentem esse LO. Cum sit ut CM ad CO, ita Sinus ZOM ad Sinum OMC; & ut CL ad CO, ita Sinus ZOL ad Sinum OLC (§. 35 *Trigon.*); erit ob  $CM = CL$  (§. 40 *Geom.*) Sinus ZOM ad Sinum OMC, ut Sinus ZOL ad Sinum OLC (§. 167 *Arithm.*); consequenter Sinus inclinationum OMC & OLC erunt inter se ut Sinus distantiarum a Vertice ZOM & ZOL (§. 173 *Arithm.*). Quando igitur distantia a Vertice ZOL  $< ZOM$ ; etiam angulus inclinationis  $OLC < OMC$ . Q. e. d.

## COROLLARIUM.

343. Cum Linea OH supponatur in Tab. IV. Plano Horizontis sensibilis, patet inclinationem Radii Horizontalis esse omnium Fig. 39. maximam.

## THEOREMA XVIII.

344. *Stelle in Zenith Refractio nulla est, in Horizonte maxima; ab Horizonte usque ad Zenith continuo crescit.*

## DEMONSTRATIO.

Si Stella in Zenith constituta, radius, qui ex eo in Atmospharam incidit, continuatus per Centrum Telluris transit (§. 58). Est ergo ad Atmosphæræ superficiem seu Planum refringens perpendicularis (§. 38 *Analys. infin.*); consequenter irrefractus transit (§. 25 *Dioptr.*). Quod erat primum.

Porro ut Sinus anguli inclinationis THI ad Sinum refracti ipsi respondentis, ita Sinus anguli inclinationis NMS ad Sinum refracti eidem convenientis (§. 26 *Dioptr.*), adeoque Sinus angulorum refractorum sunt inter se ut Sinus angulorum inclinationis (§. 173 *Arithm.*). Sed Sinus anguli inclinationis in Horizonte maximus (§. 343); ergo Sinus anguli refracti ibidem quoque maximus, hoc est, Refractio in Horizonte maxima. Quod erat secundum.

Denique Sideris altioris angulus inclinationis minor quam humilioris (§. 342); ergo etiam angulus refractus Sideris altioris minor est quam humilioris per demonstrata. Paret adeo ab Horizonte usque ad Zenith continuo crescere



crefcere Refractionem. *Quod erat tertium.*

THEOREMA XIX.

345. *In eadem altitudine Sol & Stella omnes eandem patiuntur Refractionem.*

DEMONSTRATIO.

Si Sidera eandem altitudinem habent, idem erit Radius incidens, adeoque & idem angulus inclinationis (§. 12 Dioptr.). Sunt vero Sinus angulorum refractorum ut Sinus angulorum inclinationis (§. 26 Dioptr. & §. 173 Arithm.), adeoque ob angulum inclinationis eundem idem quoque refractus. Ergo in eadem altitudine Sol & Stellæ per eundem Radium refractum radiant, seu eandem patiuntur Refractionem. *Q. e. d.*

SCHOLION.

346. Equidem TYCHO DE BRAHE (a), qui primus Solis, Lunæ ac Fixarum Refractiones per Observationem eruit, Refractiones Fixarum minores facit Solaribus, Lunares subinde majores, subinde minores; sed ejus ævo Theoria Refractionum, quam SNELLIO debemus (§. 34 Dioptric.), nondum erat explorata. Recentiores vero ut CASSINUS & PHILIPPUS DE LA HIRE eandem Refractionem in omnibus agnoscunt, Experientia consentiente.

PROBLEMA LVI.

347. *Refractionem Siderum ad singulos gradus altitudinis definire.*

RESOLUTIO.

1. Observetur Stellæ prope Zenith constitutæ altitudo meridiana, quantum

(a) Progymnasim. Lib. I. p. m. 79. 124. 280.

fieri potest, accuratissime (§. 109, 142).

2. Inde eruatur Declinatio ejus (§. 150), quæ erit accurata, quia Stella a Refractione sensibili libera (§. 344).
3. Ejusdem Stellæ observentur altitudines ad singulos gradus, & ope Horologii ofcillatorii annotetur tempus, quo eadem observantur.
4. Ad data Observationum momenta, ope Declinationis extra Refractionis aleam positæ, & per num. 1. repetæ computentur altitudines veræ: (§. 300): quæ cum
5. minores deprehendantur observatis, ab his auferantur; erunt residua Refractiones singulis gradibus convenientes.

SCHOLION.

348. Equidem Refractiones ea, quam exposuimus, Methodo omnium optime ex Observationibus eliciuntur; patet tamen abunde, id fieri non posse nisi quamdiu Refractiones sunt sensibiles, ne errorem in observando vix evitabilem adequent; consequenter si altitudo infra 50 gradus constituatur, Refractione in gradu quinquagesimo secundo non amplius scrupulum primum adequante. Quodsi Atmosphæra ejusdem esset densitatis, ut Refractio non contingeret nisi in ingressu, ac præterea nota ratio Sinus anguli inclinationis ad Refractum in Aere, una cum ratione altitudinis Aeris refractivi ad Semidiametrum Terræ, ut angulus inclinationis definiri posset; facile per calculum conderetur Tabula Refractionum ad singulos gradus altitudinis (§. Dioptr. 30). Enimvero cum constet Atmosphæram nostram esse diversæ densitatis (§. 145 Aerom.), atque adeo continua Refractione Radium Luminis fieri curvilineum, nec ratio

Ecc 3 Altitu-

*Altitudinis Aeris refractivi ad Semidiametrum Telluris explorata sit : ad Hypothesin configiendum erat, quam non inuitis Observationibus Hypothesi naturæ substituere liceret. Istiusmodi Hypothesin excogitavit CASSINUS usu Academicæ Regiæ Scientiarum comprobata (a). Describit eam DAVID GREGORIUS (b) his verbis : „ Atmosphæra 40 aut 50 miliaria in altum protensa supponatur, „ divisa per 8 aut 10 superficies parallelas „ in totidem media diversæ densitatis; ita „ tamen ut quod binas proximas superficies „ interjacet medium ejusdem sit densitatis, „ quæ ad dictam superficiem mutetur insu- „ stanter in rarius sursum densiusque deorsum : quod res revera non ita se habeat „ (procul dubio enim Atmosphæra densitas „ descendendo per minima augetur), sed ad „ Calculum ineundum. Octo decemve hæc „ media ita attendenda, attemperantur ad „ se invicem, ut in una, duabus aut pluribus altitudinibus totales Refractiones ad „ omnia ista media factæ eadem sint cum „ Refractionibus, quæ per Observationes „ exactissimas altitudinibus istis respectivis „ congruere deprehenduntur. In quo casu Refractio in assumpta qualibet altitudine ad dicta media facta & per Dioptrices Leges calculo cognita, quam proxime est æqualis Refractioni ex Cælo „ depromptæ; quæ eidem altitudini respondet.*

## OBSERVATIO XVI.

349. *Ex Observationibus accuratissimis PHILIPPUS DE LA HIRE (c) sequentem Siderum in singulis altitudinum gradibus Refractiones deduxit.*

(a) Vid. ejus Historia de ortu & progressu atque incrementis Astronomiæ, quæ legitur in Opere : *Recueil d'Observations faites en plusieurs Voyages par ordre de sa Majesté &c.*

(b) In Element. Astronom. Phys. & Geometr. Lib. II. Schol. Prop. 66. fol. m. 201.

(c) In Tab. Astron. p. 6.

Alt.	Refract.	Alt.	Refract.	Alt.	Refract.
0	32' 0"				
1	26 35	31	1' 51"	61	0' 40"
2	20 43	32	1 47	62	39
3	15 44	33	1 43	63	37
4	12 26	34	1 40	64	35
5	10 26	35	1 36	65	33
6	9 8	36	1 33	66	32
7	8 2	37	1 30	67	31
8	7 1	38	1 27	68	30
9	6 17	39	1 24	69	28
10	5 41	40	1 22	70	26
11	5 11	41	1 19	71	25
12	4 46	42	1 17	72	24
13	4 25	43	1 15	73	23
14	4 7	44	1 13	74	21
15	3 51	45	1 11	75	20
16	3 36	46	1 9	76	18
17	3 23	47	1 7	77	17
18	3 12	48	1 6	78	15
19	3 1	49	1 4	79	14
20	2 51	50	1 2	80	12
21	2 44	51	1 0	81	11
22	2 38	52	0 58	82	10
23	2 31	53	56	83	8
24	2 24	54	54	84	7
25	2 18	55	52	85	6
26	2 12	56	50	86	4
27	2 7	57	48	87	3
28	2 3	58	46	88	2
29	1 59	59	44	89	1
30	1 55	60	42	90	0

## SCHOLIUM I.

350. *Equidem TYCHO DE BRAHE (d) Refractiones Solis in gradu 46, Lunares in gradu 45, Fixarum in 20, evanescere arbitratur : sed Celeb. CASSINUS primus reperit, quod ad ipsum Zenith usque extendantur. TYCHO nimirum Refractiones exhibuit justo minores, utut Horizontalis sit apud eundem justo major : facit enim Horizontalem in Sole 34', in Luna 33', in Fixis 30' : sed DE LA HIRE cum CASSINO in omni Sidere 32' :*

TYCHO.

(d) Progymnas. Lib. I. pag. 79. 124. 280.

TYCHONI in gradu 33 Solaris est 55'', CAS-  
SINO vero 1' 43'' & in gradu 52 adhuc 58''.  
Hoc discrimen ex Tabula præcedente satis ma-  
nifestum est.

# SCHOLIUM II.

351. R. P. LAVAL (a) observavit A. 1710.  
d. 22. Jun. altitudinem Solis meridianam  $70^{\circ}$   
 $25' 50''$  & d. 23 Jun. 36 a Solstitio horis elap-  
sis eandem deprehendit  $70^{\circ} 26' 0''$ , adeoque  
 $10''$  majorem, qua minor esse debebat. In si-  
miles Observaciones cum jam antea incidere,  
suspiciatur Refractionem variari pro diversita-  
te ventorum ex diversis plagis spirantium.  
Enimvero ad tales minutias, quæ nondum  
satis exploratæ habentur, in præsentii nobis  
attendere non licet: id nobis annotasse suffi-  
ciat, dudum ab HUGENIO observatum esse (b)  
Refractionem in singulas horas mutari, quam-  
vis Experimenta sumta sint in exigua admo-  
dum altitudine & in Objectis terrestribus.

# THEOREMA XX.

352. Refractio Ascensionem rectam  
& obliquam Sideris minuit, Descensiones  
auget; Declinationem borealem auget,  
Australem minuit.

# DEMONSTRATIO.

Ascensio obliqua est Punctum Æqua-  
toris cum Sidere oriens (§. 190). Sed  
cum Stella vi Refractionis elevata in Ho-  
rizonte compareret, sub eodem adhuc  
laret (§. 343), adeoque Punctum Æqua-  
toris cum quo revera oritur, adhuc sub  
Horizonte absconditur: ergo Ascensio-  
nem obliquam minuit Refractio. Quod  
erat primum.

Tab. IV. Fig. 40. Sit Stella supra Horizontem elevata  
in S vel T; vi Refractionis videbitur in  
s vel t (§. 341). Ducantur ex Polo

P circuli Declinationum PD, Pd, PB,  
Pb & qui erunt ad Æquatorem in D  
& d, B & b perpendiculares (§. 76), de-  
finientque Stellæ S Ascensionem rectam  
veram in D, refractam in d, Stellæ au-  
tem T veram in B, refractam in b (§.  
190). Quare cum Punctum d sit Me-  
ridiano vicinior quam D, & b vicinior  
quam B; evidens est per Refractionem  
Ascensionem rectam minui. Quod erat  
secundum.

Non absimili modo ostenditur, si  
HZR sumatur pro parte Cæli occiden-  
tali, Descensiones per Refractionem au-  
geri. Quod erat tertium.

Porro in Triangulis SGD & sGd ad-  
D & d rectangulis, per demonstrata est,  
ut Sinus totus ad Sinum SG, ita Sinus  
G ad Sinum SD; & ut Sinus totus ad  
Sinum sG, ita Sinus G ad Sinum sd  
(§. 136 Sphæric.): ergo etiam ut Sinus  
SG ad Sinum sG, ita Sinus SD ad Si-  
num sd (§. 196 Arithm.). Quare cum  
sit sG > SG; erit etiam sd > SD. Quod  
erat quartum.

Eodem prorsus modo demonstratur,  
esse tb < TB. Quod erat quintum.

# THEOREMA XXI.

353. Refractio in parte Cæli orientali  
Longitudinem Sideris minuit, in Occi-  
dentali auget; Latitudinem Australem  
minuit, Borealem auget.

# DEMONSTRATIO.

Si AQ ponatur Ecliptica & PD, Tab.  
Pd, PB atque Pb sint Circuli Latitudi-  
num: Demonstratio Theorematis præ- Fig. 40.  
sentis prorsus coincidit cum Demon-  
stratione præcedentis.

(a) Histoire de l'Académie Royale des Sciences A.  
3710. p. m. 144. & 145.

(b) Traité de la lumière C. 4. p. 42.

## SCHOLION.

Tab. 354. Apparet adeo, in Astronomia non ne-  
IV. gligendam esse Refractionem, siquidem mo-  
Fig. 40. tum Phenomena accurate determinare vo-  
lueris: atque hinc alterius liquet, Astrono-  
miam veterem, quo Refractionem insuper  
dabuit, fuisse vel ex hoc capite ubique im-  
perfectam.

## DEFINITIO LXIX.

355. *Refractio altitudinis* est arcus  
Circuli Verticalis  $S\zeta$ , quo altitudo Si-  
deris  $SE$  ob Refractionem augetur.

## DEFINITIO LXX.

356. *Refractio Declinationis* est ar-  
cus Circuli Declinationis  $\zeta I$ , quo De-  
clinatio Sideris  $DS$  vi Refractionis vel  
augetur, vel minuitur.

## DEFINITIO LXXI.

357. *Refractio Ascensionis ac Descen-  
sionis* est arcus Æquatoris  $Dd$ , quo  
Ascensio  $D$  & Descensio Sideris sive  
recta, sive obliqua vi Refractionis au-  
getur, vel minuitur.

## DEFINITIO LXXII.

Tab. 358. *Refractio Longitudinis* est arcus  
IV. Eclipticæ  $Tt$ , quo Longitudo Sideris vi  
Fig. 41. Refractionis vel augetur, vel minuitur.

## DEFINITIO LXXIII.

359. *Refractio Latitudinis* est ar-  
cus Circuli Latitudinis  $\zeta I$ , quo Latitu-  
do Sideris  $TS$  vi Refractionis vel auge-  
tur, vel minuitur.

## PROBLEMA LVII.

Tab. 360. *Data altitudine Sideris refracta*  
IV.  $\zeta E$ , una cum tempore, quo observatur,  
Fig. 40. & Refractione altitudinis  $\zeta S$ ; invenire  
Refractionem Declinationis  $\zeta I$  & Ascen-  
sionis rectæ  $Dd$ .

## RESOLUTIO.

I. Tempus usque ad meridiem vel me-  
diam noctem residuum, aut a meri-

die vel media nocte elapsum con-  
vertatur in gradus Æquatoris (§. 212),  
ut habeatur arcus  $Ad$ , consequenter  
angulus ad Polum  $Apd$  (§. 79 Astron.  
& §. 31 Spher.).

2. Quoniam in Triangulo  $ZP\zeta$  dantur  
præter hunc angulum latera  $PZ$  &  
 $\zeta Z$  elevationis Poli  $PR$  & altitudinis  
refractæ  $\zeta E$  complementa (§. 62);  
invenietur angulus  $Z/P$  (§. 165  
Spher.), cui verticalis  $I/S$  æqualis  
(§. 43 Spher.).

3. Ex  $S$  demittatur perpendicularis  $SI$   
& in Triangulo  $SI\zeta$  ad  $I$  rectangulo  
ex datis angulo  $I/S$  modo invento  
& Hypothenusa  $S\zeta$ , Refractione alti-  
tudinis, inveniat latus  $\zeta I$  (§. 127  
Spher.), Refractio Declinationis  
(§. 356), & latus  $IS$  (§. 116 Spheric.),  
quod Refractioni Ascensionis rectæ  
 $Dd$  ad sensum æquale, si Stellæ De-  
clinatio exigua.

4. Quodsi vero Declinatio  $DS$  fuerit in-  
gens, ex datis in Triangulo  $PSI$  ad  
 $I$  rectangulo lateribus  $IS$  &  $PI$  ag-  
gregato ex complemento Declinatio-  
nis refractæ  $P\zeta$ , & Refractione Decli-  
nationis  $I\zeta$ , invenitur angulus ad Po-  
lum  $IPS$  (§. 127 Spheric.), ejus  
mensura  $Dd$  (§. 79 Astron. & §. 31  
Spher.) est Refractio Ascensionis re-  
ctæ (§. 357).

## PROBLEMA LVIII.

361. *Datis elevatione Æquatoris, Tab.*  
Longitudine Solis ad datum Observa-  
tionis tempus, angulo obliquitatis Eclip-  
tica, altitudine Refracta  $\zeta E$ , Longitu-  
dine refracta Sideris  $t$  & Refractione  
altitudinis  $\zeta S$ ; invenire Refractionem  
Latitudinis  $\zeta I$  & Longitudinis  $Tt$ .

RESOLUTIO.

- Tab. IV. Fig. 41. 1. Ex datis elevatione *Æquatoris*, Longitudine Solis & angulo obliquitatis *Eclipticæ* investigetur nonagesimus *Eclipticæ* C (§. 218): Verticalis ZC per eum transiens transibit quoque per Polum *Eclipticæ* M (§. 221).  
2. Ducantur ex Polo *Eclipticæ* M per locum Sideris verum & refractum f Circuli Latitudinum MT & Mt: evidens est Refractionem Latitudinis fI & Longitudinis Tt inveniri ope Triangulorum SI & MSI ad I re-ctangulorum, prorsus ut in Problemate præcedente (§. 360).

SCHOLION.

362. Ex duobus Problematis præcedentibus facile intelligitur, quomodo ex Ascensione recta, Declinatione, Longitudine & Latitudine vera datis, earundem Refractiones inveniantur.

DEFINITIO LXXIV.

Tab. IV. Fig. 42. 363. *Locus Physicus Sideris* est Punctum S, in quo Centrum ejus hæret.

DEFINITIO LXXV.

364. *Locus Opticus* est Punctum C vel B, in superficie Sphæræ Mundanæ ABC, quo Spectator ex E vel T Sideris centrum S refert.

DEFINITIO LXXVI.

365. *Locus Opticus verus* est Punctum superficiiei Sphæræ Mundanæ B, quo Spectator in Centro Terræ constitutus Centrum Sideris aut Phænomeni S refert.

DEFINITIO LXXVII.

366. *Locus Opticus apparens* seu *Visus* est Punctum superficiiei Sphæræ Mundanæ *Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.*

næ C, quo Spectator in superficie Terræ constitutus Sideris Centrum S refert. Tab. IV. Fig. 42.

DEFINITIO LXXVIII.

367. *Parallaxis* est distantia duorum locorum Opticorum. Et in specie *Parallaxis altitudinis* est differentia inter locum verum & apparentem CB. Dicitur etiam *Parallaxis simpliciter*, & *Commutatio* a COPERNICO.

COROLLARIUM I.

368. *Parallaxis* adeo altitudinem Sideris minuit, distantiam a Vertice auget.

COROLLARIUM II.

369. *Parallaxis altitudinis* CB est differentia inter distantiam a Zenith A veram AB & visam AC.

DEFINITIO LXXIX.

370. *Angulus Parallacticus* est differentia angulorum CEA & BTA, sub quibus distantia a Zenith vera & visa videntur. Vocatur & ipse subinde *Parallaxis*.

THEOREMA XXII.

371. *Angulus Parallacticus* est equalis angulo TSE, quem recta ex Oculis Observatorum E & T in Centrum Sideris S ductæ interceptiunt.

DEMONSTRATIO.

Est enim SED angulus, sub quo videtur distantia visa CA, STD angulus; sub quo videtur vera BA. Sed SED = STD + TSE (§. 239 *Geom.*). Ergo TSE est differentia angulorum SED & STD (§. 63 *Arithm.*). Q. e. d.

THEOREMA XXIII.

372. *Parallaxis Ascensionem rectam & obliquam auget, Descensionem minuit: Declinationem & Latitudinem*  
fff Borea-



*Borealem minuit, Australem auget; Longitudinem in Orientali auget, in Occidentali minuit.*

## DEMONSTRATIO.

Tab. Si  $s$  &  $t$  sint loca Sideris vera, S  
IV. & T visa; Demonstratio prorsus eadem  
Fig. 40. quæ Theorematis 20. (§. 352).

## COROLLARIUM.

373. Parallaxis adeo Refractioni prorsus contraria (§. 352, 353).

## DEFINITIO LXXX.

Tab. 374. *Parallaxis Declinationis* est  
IV. arcus Circuli Declinationis  $\phi I$ , quo  
Fig. 40. Parallaxis altitudinis auget vel minuit Declinationem Sideris.

## DEFINITIO LXXXI.

375. *Parallaxis Ascensionis & Descensionis* est arcus Æquatoris  $Dd$ , quo Parallaxis altitudinis auget Ascensionem.

## DEFINITIO LXXXII.

376. *Parallaxis Longitudinis* est arcus Eclipticæ  $Tt$ , quo Parallaxis altitudinis auget vel minuit Longitudinem.

## DEFINITIO LXXXIII.

377. *Parallaxis Latitudinis* est arcus Circuli Latitudinis  $\phi I$ , quo Parallaxis altitudinis auget vel minuit Latitudinem.

## THEOREMA XXIV.

378. *Parallaxis in Zenith nulla, in Horizonte maxima.*

## DEMONSTRATIO.

Eadem prorsus est, quæ Theorematis 18. (§. 344), pro Angulis nempe inclinationum substitutis Angulis parallacticis.

## THEOREMA XXV.

Tab. 379. *Sinus Angulorum parallactico-*  
IV. *rum ALT & AST, in eadem vel aqua-*  
Fig. 43. *libus a Zenith distantis SZ, sunt in*

*ratione reciproca distantiarum Siderum Tab. IV. a Centro Terræ TL & TS.*

## DEMONSTRATIO.

Est enim, ut Sinus LST ad TL ita Sinus TLA ad TS (§. 35 Trigon.). Ergo Sinus angulorum TLA & TSA sunt ut TS ad TL (§. 173 Arithm.). Q. e. d.

## COROLLARIUM.

380. Cum  $LT < TS$  per hypoth. erit etiam angulus AST  $<$  ALT, adeoque Parallaxis remotioris S minor est Parallaxi vicinioris L, in eadem a Zenith distantia: quod etiam aliunde patet (§. 188 Geom.).

## THEOREMA XXVI.

381. *Sinus Angulorum parallactico-*  
rum M & S Siderum a Centro Terræ T aequaliter distantium, sunt ut Sinus distantiarum visarum a Vertice ZM & ZS.

## DEMONSTRATIO.

Est enim, ut Sinus ZAM ad TM ita Sinus M ad AT & ut TS ad Sinum ZAS ita AT ad Sinum S (§. 35 Trigon.). Ergo ob  $TM = TS$  per hypoth. Sinus M ad Sinum S ut Sinus ZAM ad Sinum ZAS (§. 194 Arithm.). Q. e. d.

## COROLLARIUM I.

382. Decrescentibus adeo distantis a Vertice; hoc est, crescentibus altitudinibus, Parallaxis decrescit.

## COROLLARIUM II.

383. Parallaxis ab Horizonte usque ad Zenith altitudinem Sideris afficit.

## THEOREMA XXVII.

384. *Stella fixa carent Parallaxi altitudinis sensibili.*

## DEMONSTRATIO.

Est enim Semidiameter Telluris AT ad distantiam Fixæ TS, ut Sinus Anguli parallactici S ad Sinum distantiae a Vertice ZAS (§. 33 Trigon.).

Secd



Tab. IV. Sed AT respectu TS evanescit (§. 146):  
ergo etiam Sinus S respectu Sinus ZAS;  
consequenter Parallaxis altitudinis respectu distantiae a Vertice in Fixis evanescit (§. 370). Q. e. d.

COROLLARIUM.

385. Refractiones adeo ex Fixarum Observationibus erutæ (§. 348) sunt differentiae inter altitudines Siderum veras & refractas, neque adeo verendum, quod ob Parallaxin Fixarum sint iusto majores.

THEOREMA XXVIII.

386. Parallaxis Horizontalis eadem, sive Sidus in Horizonte vero, sive in apparente fuerit constitutum, & ubi vis locorum eadem.

DEMONSTRATIO.

Tab. IV. Sidus in Horizonte vero TS constitutum non poterit videri in H, sed in loco altiori O, cujus Horizon apparens OS convenit Oculo non elevato in I. Cum igitur in Triangulis TIS & THR anguli I & H sint recti, (§. 308 Geom.) & TH=TI, atque TS=TR (§. 40 Geom.); erit HRT=TSI (§. 179 Geom.). Q. e. d.

PROBLEMA LIX.

387. Data distantia Sideris in Horizonte constituti a Centro Terræ TR, seu ejus ad Semidiametrum Telluris TH ratione; invenire ejus Parallaxin.

RESOLUTIO.

Quoniam in Triangulo THR ad H rectangulo, dantur latera TH & TR; reperietur Angelus parallaxicus (§. 40 Trigon.).

PROBLEMA LX.

Tab. IV. 388. Data ratione distantiae Sideris a Centro Terræ TM ad Semidiametrum Terræ TA, una cum distantia vera a

Vertice ZTM; invenire Parallaxin altitudinis. Tab. IV. Fig. 43.

RESOLUTIO.

Quoniam in Triangulo ATM dantur duo latera TA & TM cum angulo intercepto T; reperietur Angelus parallaxicus M (§. 40 Trigon.).

COROLLARIUM.

389. Quodsi detur distantia visa a Vertice ZAM, reperietur M (§. 38 Trigon.).

PROBLEMA LXI.

390. Invenire Parallaxin Declinationis, Ascensionis rectæ, Longitudinis & Latitudinis; data elevatione Poli & Parallaxi altitudinis, una cum Altitudine visa a Refractione liberata & tempore, quo hæc fuit observata.

RESOLUTIO.

Non differt a resolutione Problematum 57 & 58 (§. 360, 361).

PROBLEMA LXII.

391. Datis nonagesimo Eclipticæ C, Tab. altitudine nonagesimi CO, altitudine IV. vera SE, Parallaxi altitudinis SS, Longitudine vera t & Latitudine vera tf; invenire Parallaxin Longitudinis Tt & Latitudinis If. Fig. 44.

RESOLUTIO.

1. Cum detur Longitudo vera t & nonagesimus C; datur quoque arcus Ct; consequenter angulus ad Polum Eclipticæ Cmt (§. 240 Astron. & §. 33 Spher.).
2. Quia altitudo nonagesimi CO continuata ultra Zenith Z per Polum Eclipticæ M transit (§. 221) & MC=ZO (§. 62, 240), erit ZM=CO (§. 91 Arithm.).

Fff 2

3. Cum

- Tab. IV. Fig. 41. 3. Cum adeo in Triangulo  $MZf$ , præter  $MZ$  &  $M$ , detur  $Zf$  altitudinis veræ complementum (§. 62); reperietur  $ZfM$  (§. 158 *Spher.*), cui  $IS$  æqualis (§. 43 *Spher.*). Unde
4. Reliqua inveniuntur ut supra *Probl.* 57. (§. 360).

## S C H O L I O N.

392. Parallaxium doctrina maximi mo-

menti est in Astronomia tum ad distantias Siderum aliorumque Phænomenorum inveniendas, tum ad Eclipses computandas: quæ admodum ex parte altera patebit, ubi suis locis plura ad Parallaxin spectantia tradentur, quæ facilius & jucundius intelliguntur, ubi ad casus speciales, quorum gratia excogitati fuere, modi inveniendi Parallaxin applicantur.

## C A P U T VIII.

## De Crepusculis.

## DEFINITIO LXXXIV.

393. *Crepusculum* est Lux crepera, qua Aer ante ortum & post occasum Solis resplendet. *Matutinum* vocatur illud, quod ortum Solis præcedit; *Vespertinum*, quod occasum ejus sequitur. Illud etiam *Aurora*; aut *Crepusculum* κατ' ἔξωθεν dici solet.

## C O R O L L A R I U M.

394. Crepusculi adeo matutini initium est, quando Aer primum splendescere incipit; Vespertini finis est, quando splendor ejus prorsus disparet.

## T H E O R E M A XXIX.

395. *Crepuscula generantur a Radiis Solaribus in Atmosphæra nostra refractis & ab ejus particulis reflexis.*

## D E M O N S T R A T I O.

Tab. IV. Fig. 45. Sit Observator in  $O$ , Horizon sensibilis  $AB$ , Sol sub Horizonte vero  $HR$  constitutus. Incidat Radius  $SE$  in Atmosphæram infra Horizontem: quoniam in Aere refrangitur, tanquam medio crassiori (§. 334), & quidem

ad perpendiculum (§. 25 *Dioptr.*), hoc est, ad Semidiametrum  $CE$  (§. 38 *Anal. infinit.*), non progreditur in  $T$ , sed Tellurem in  $D$  tangens incidet in  $A$ , Horizontem ortivum sensibilem. Neque enim alius Radius, quam  $AD$ , qui Tellurem tangit, ex refractis in  $E$  ad  $A$  pervenire potest, cum ceterorum propagationi Terra obest. Jam cum particulæ Atmosphæricæ Radios Solares reflectant (§. 45, 51 *Optic.*), sitque ob  $CD = CO$  (§. 40 *Geom.*) & rectos ad  $D$  &  $O$  per demonstrata (§. 309 *Geom.*) angulus  $DAC$  ipsi  $CAO$  æqualis (§. 235 *Geom.*); Radius in  $A$  reflexus perveniet in  $O$  (§. 144 *Catoptr.*). Quare cum ibi sit Observator, per hypoth. videbit particulam  $A$  in Horizonte sensibili splendescentem, adeoque Crepusculi matutini initium (§. 394). Eodem modo ostenditur per Radiorum Solarium in Atmosphæra factam Refractionem & Reflexionem contingere vespertini finem.

Q. e. d.

SCHOLION.

396. *Aliam adhuc Crepusculorum causam assignat KEPLERUS (a), materiam nempe lucidam circa Solem, quæ Auroram figura circulari versus Horizontem incurvata ententem exhibet, Aer illuminato non adscribenda, prout ibidem demonstrat. Materia illa lucida cum sit Atmosphæra Solis, de ea agemus ex instituto, suo loco.*

PROBLEMA LXIII.

397. *Invenire profunditatem Solis sub initium Crepusculi matutini & finem vespertini.*

RESOLUTIO.

Eodem prorsus modo reperitur, quo supra Arcum visionis invenire docuimus (§. 286), observato nimirum momento, quo Aer primum splendet in Crepusculo matutino; itemque momento, quo splendor omnis evanescit in vespertino. Quoniam vero hæc Observatio difficilis nec satis certa est; notetur momentum temporis, quo mane Stellæ sextæ magnitudinis visui nostro sese subducunt, vel vespere primum in conspectum veniunt.

OBSERVATIO XVI.

398. *Profunditatem Solis sub Horizonte ad initium Crepusculi matutini finemque vespertini observarunt ALHAZEN 19°, TYCHO 17°, ROTHMANNUS 24°, STEVINUS 18°, CASSINUS 15°; RICCIOLUS in Æquinoctiis mane 16°, vespere 20° 30'; in Solstitio æstivo mane 21° 25', in hiberno mane 17° 25'.*

(a) Epit. Astron. Copernic. Lib. I. Part. 3, p. 73. 76.

SCHOLION.

399. *Non mirum, quod Autores adeo inter se differentiant. Est enim causa Crepusculorum inconstans: halitus quippe si fuerint in Atmosphæra vel copiosiores, vel altiores, Crepusculum matutinum citius incipit, vespertinum longius durat. Halitus nimirum copiosiores cum plures Radios reflectant, magis splendent; altiores vero citius a Sole illustrantur: quæ sane ratio est, cur Crepusculi matutini duratio sit vespertini brevior, cum ob frigoris nocturnum mane densior sit & humilior Aer halitibus plenus; & cur æstate Crepuscula longiora quam hieme, cum hieme frigore magis condensatus humilior fiat. Accedit, quod in Aere densiore major sit Refractio, & Atmosphæra Solaris splendor cum in se variabilis, tum Telluri alio tempore proximior quam alio.*

COROLLARIUM.

400. *Quando itaque differentia GR in Tab. I. ter Declinationem Solis GQ & altitudinem seu profunditatem Æquatoris QR est minor 18°, sane 15° non excedit; Crepusculum per integram noctem durat.* Fig. 14.

PROBLEMA LXIV.

401. *Data elevatione Æquatoris; determinare tempus, quo Crepusculum per noctem integram duret.*

RESOLUTIO.

1. Ab elevatione Æquatoris subtrahantur 18°, relinquetur Declinatio Solis maxima, quæ esse potest, quando Crepusculum per noctem integram durat (§. 400).
2. In Tabulis Declinationum Solis evolvantur Puncta Eclipticæ, quorum ista est Declinatio.
3. Denique ex Ephemeridibus querantur dies, quando Sol puncta ista ingreditur.

Ita nimirum constabit omne temporis intervallum, quo Crepusculum per noctem integram durat.

E. gr. *Hale* altitudo *Æquatoris*  $38^{\circ} 22'$ : unde si auferantur  $18^{\circ}$ , relinquetur Declinatio Solis quæ sita  $20^{\circ} 22'$ . Juxta Tabulas PHILIPPI DE LA HIRE Declinatio Solis est  $20^{\circ} 22' 49''$  in  $1^{\circ} \Pi$  &  $29^{\circ} \odot$ . Hoc anno Sol ingressus  $1^{\circ} \Pi$  d. 21. Maii; erit in  $29^{\circ} \odot$  d. 21. Julii. A die itaque 21. Maii usque ad 21. Julii Crepusculum per integram noctem durat.

### PROBLEMA LXV.

Tab. 402. *Data elevatione Poli PR & Declinatione Solis OS, invenire initium*  
III. *Crepusculi matutini & finem vespertini.*  
Fig. 32.

### RESOLUTIO.

1. Cum in Triangulo PSZ dentur singula latera, nempe PZ elevationis Poli PR, & PS Declinationis OS complementum, atque ZS aggregatum ex quadrante ZD & profunditate Solis DS per Observationem nota (§. 398); reperietur angulus ZPS (§. 168 *Sphar.*), cujus mensura est arcus AO (§. 33 *Sphar.*).

2. Convertatur AO in tempus Solare (§. 212), ita prodibit tempus ab initio Crepusculi matutini usque ad meridiem vel tempus a meridie usque ad finem vespertini elapsum.

E. gr. *Hale* elevatio Poli PR  $51^{\circ} 38'$ : quæritur initium Crepusculi matutini Sole in  $4^{\circ} n^{\circ}$  existente. Est itaque SO  $10^{\circ} 3' 37''$  & DS  $18^{\circ}$  (§. 398); hinc ZS  $108^{\circ}$  &  $\frac{1}{2}$  ZS  $54^{\circ}$

PS	$79^{\circ} 56' 23''$
PZ	$38 \quad 22 \quad 0$
PS + PZ	$118 \quad 18 \quad 23$
$\frac{1}{2}$ PS + $\frac{1}{2}$ PZ	$59 \quad 9 \quad 11\frac{1}{2}$
PS	$79^{\circ} 56' 23''$
PZ	$38 \quad 22 \quad 0$
PS - PZ	$41 \quad 34 \quad 23$
$\frac{1}{2}$ PS - $\frac{1}{2}$ PZ	$20 \quad 47 \quad 11\frac{1}{2}$

Quoniam anguli Z & S sunt acuti, perpendiculum PI intra Triangulum PZS cadit (§. 82 *Sphæric.*) & quia PS > PZ, etiam SI > IZ (§. 138 *Sphæric.* & §. 299 *Arithm.*). Est itaque (§. 168 *Sphæric.*).

Log. Tang. $\frac{1}{2}$ ZS	101387389
Tang. $\frac{1}{2}$ PS + $\frac{1}{2}$ PZ	102238603
Tang. $\frac{1}{2}$ PS - $\frac{1}{2}$ PZ	95793208
Summa	198031911
Tang. $\frac{1}{2}$ SI - $\frac{1}{2}$ ZI	96644522
cui in Tabulis quam proxime respondent	$24^{\circ} 47' 4''$
Sed $\frac{1}{2}$ ZS	54
Ergo IS	$78 \quad 47 \quad 4$
IZ	$29 \quad 12 \quad 56$
Porro Log. Sin. ZI	96885057
Sin. tot.	100000000
Summa	196885057
Sin. ZP	97928759
Sin. ZPI	98956298
cui in Tabulis quam proxime respondent	$57^{\circ} 50' 47''$
Log. Sin. IS	99916257
Sin. tot.	100000000
Summa	199916257
Sin. PS	99932706
Sin. IPS	99983551
cui in Tabulis respondent	$85^{\circ} 1' 0''$
Jam IPZ	$51 \quad 50 \quad 47$
Ergo SPZ f. AO	$136 \quad 51 \quad 47$
AQ	$179 \quad 59 \quad 60$
OQ	$43 \quad 8 \quad 13$

Arcus

Arcus OQ in tempus conversus dat initium Crepusculi a media nocte numeratum. Nempe

30°	respond. 1 h. 59'	40''	12'''
10		39	53 24
3		11	58 1
5'			19 56 42'''
3		11	58 1
10''			39 53 24V
3			11 58 1

2 h. 52 4 23 34 25

Est adeo initium Crepusculi matutini, Sole in 4° n<sup>e</sup> existente, *Hala* h. 2. 52' 4'', seu h. 2. 52'.

Quodsi Triangulum SKN solvere libuerit, perpendicularo ex N in KS demisso, per duas illationes invenitur angulus K seu arcus OQ.

#### COROLLARIUM.

403. Si tempus ortus Solis quærat ( §. 214); initium Crepusculi ab eo subductum durationem ejusdem relinquit.

#### PROBLEMA LXVI.

Tab. IV. 404. *Dato loco Solis in Ecliptica, una cum elevatione Poli; invenire initium Crepusculi matutini & finem vespertini ope Globi artificialis.*

#### RESOLUTIO.

1. Globus ad Cœli situm componatur, qualem ipso meridie habet ( §. 316 ).
2. Vertatur circa Axem, donec ope quadrantis altitudinis gradus Eclipticæ loco Solis oppositi altitudo in parte Cœli occidentali, si initium Crepusculi matutini desideretur; in parte autem Orientali, si finis vespertini quærat, 18°prehendatur ( §. 325 ).

Ita nimirum locus Solis intervallo Tab. 18° sub Horizonte erit depressus ( §. IV. 331 ) adeoque Index horarius in casu primo initium Crepusculi matutini, in altero finem vespertini indicabit ( §. 398 ).

#### PROBLEMA LXVII.

405. *Data profunditate Solis sub Horizonte in fine Crepusculi vespertini & initio matutini atque semidiametro Telluris DC vel LC; invenire altitudinem Aeris AL.*

#### RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

1. Quoniam recta OA respectu distantie Solis a Terra evanescit, seu pro nihilo habenda, angulus IAE sumi potest pro profunditate Solis sub Horizonte ( §. 73 *Astron.* & §. 145 *Optic.* ); quippe qui ab angulo a recta IO & recta altera ex puncto O in Centrum Solis ducta intercepto non nisi angulo parvitatæ contemnendæ differt ( §. 239 *Geom.* ), adeoque eidem æqualis existimari potest ( §. 4, 5 *Analys. infin.* ). Quia vero Radius Solis AE refractus est per *hypoth.* a profunditate Solis data subtrahatur Refractio Horizontalis ( §. 349 ), ut habeatur vera quantitas anguli IAE.
2. Jam cum angulus IAE cum duobus angulis DAC & CAO efficiat duos rectos ( §. 347 *Geom.* ), & DAC atque CAO, cum angulis DCA & ACO, duos itidem rectos efficiant ( §. 241 *Geom.* ), erit ipse IAE duobus DCA & ACO æqualis ( §. 91 *Aritm.* ),



Tab. *Aritbm.*), consequenter ob DCA  
IV. = ACO per superius demonstrata  
Fig. 45. (§. 395),  $DCA = \frac{1}{2}$  IAE.

3. Datis itaque in  $\triangle ADC$  ad D rectan-  
gulo (§. 309 *Geom.*), angulo DCA  
& latere DC invenitur latus AC  
(§. 36 *Trigon.*).

4. Quodsi inde subtrahatur Semidia-  
meter Telluris LC, relinquitur alti-  
tudo Aeris quæsitæ AL.

E. gr. Sit Semidiameter Telluris LC, qua-  
lis vulgo statuitur, 860 milliarius Germa-  
nicorum, & profunditas Solis in fine Cre-  
pusculi matutini & initio vespertini  $18^\circ$  (§.  
98). Subtrahatur ab hac Refractio Hori-  
zontalis  $32'$  (§. 349); residuus fiet angu-  
lus IAE  $17^\circ 28'$ , cujus dimidius DCA erit  
 $8^\circ 44'$ . Quamobrem

Log. Cofin. DCA	99949352
DC	29344984
Sin. tot.	100000000

AC 29395632,  
cui in Tabulis quam proxime respon-  
dent 870.

Est igitur AC = 870 milliarius  
Subtrahatur LC = 860

relinquitur AL = 10

Aeris adeo altitudo est 10 milliarius  
Germanicorum.

#### SCHOLI ON.

406. Facile intelligitur, per Problema præ-  
sens tantummodo reperiri altitudinem Aeris  
crassioris, qui ad Lumen Solis sufficienter refle-  
ctendum sufficit, ut Crepusculum oriatur. Etenim  
cum Aer continuo fiat rarior, quo altius as-  
cenditur (§. 154 *Aerom.*); altitudo totius  
Atmosphære multo major esse debet.

### FINIS ASTRONOMIÆ SPHÆRICÆ.



# FIG. ASTRON. TAB. I.

Fig. 1.



Fig. 2.

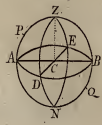


Fig. 4.

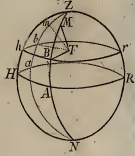


Fig. 6.

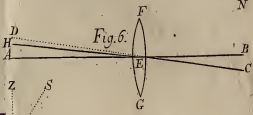


Fig. 3.

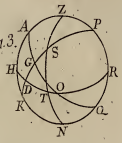


Fig. 7.

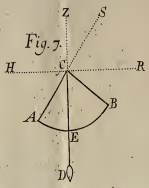


Fig. 8.

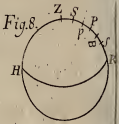


Fig. 11.

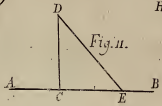


Fig. 9.

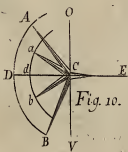
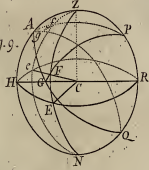


Fig. 10.

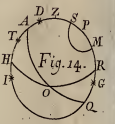


Fig. 14.

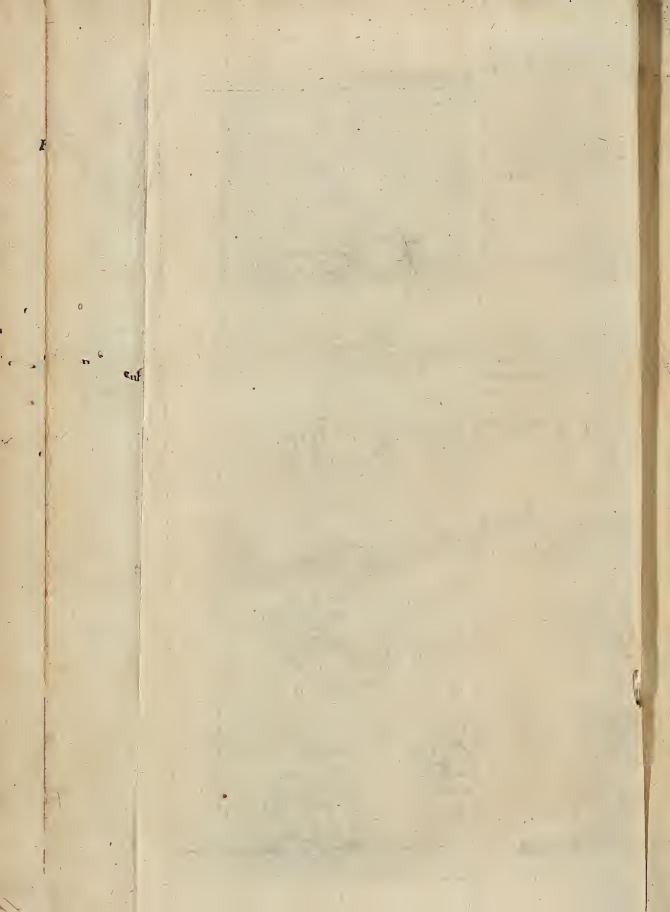
Fig. 16.



Fig. 12.

Fig. 15.





# FIG. ASTRON. TAB. II.

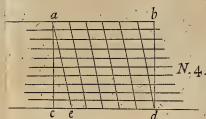
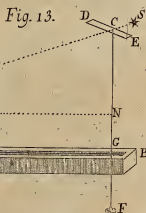
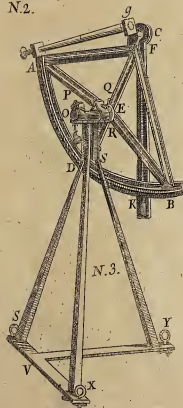
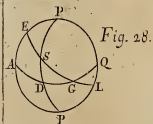
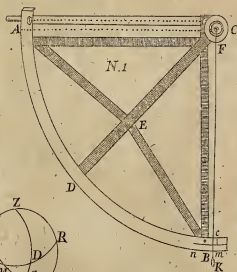
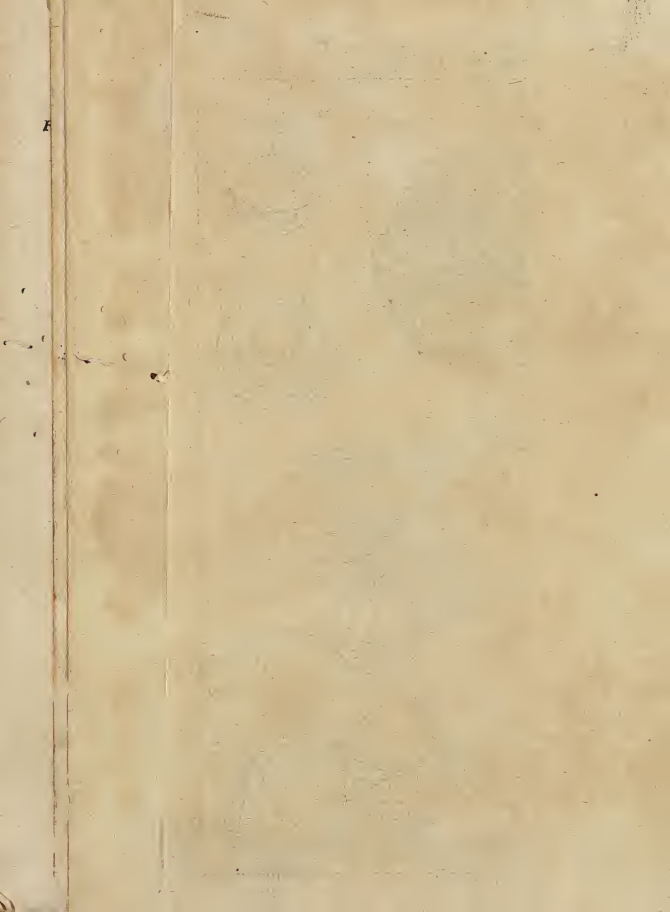


Fig. 5.





# FIG. ASTRON. TAB. III.

Fig. 18.



Fig. 17.

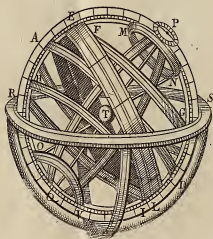


Fig. 23.



Fig. 19.

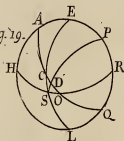


Fig. 32.

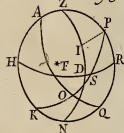


Fig. 21.

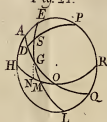


Fig. 20.

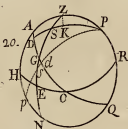


Fig. 26.

Fig. 22.

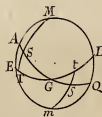
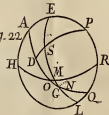


Fig. 27.



Fig. 25.

Fig. 24.

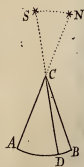


Fig. 29.

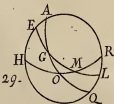


Fig. 30.

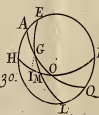
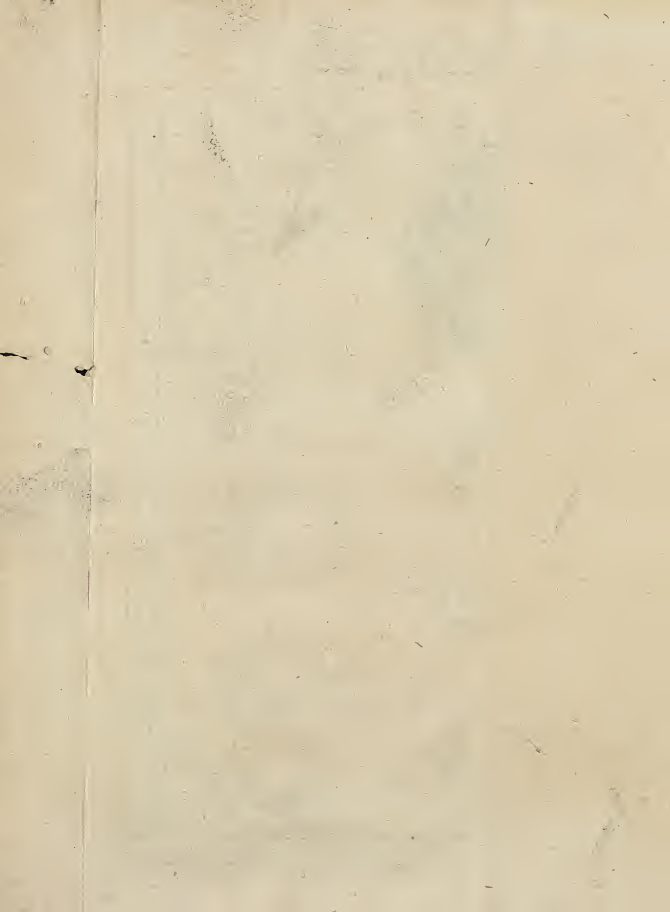


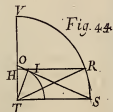
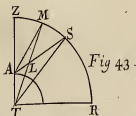
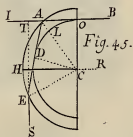
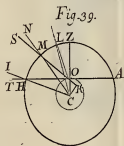
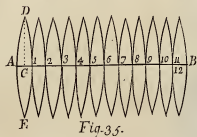
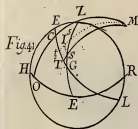
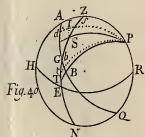
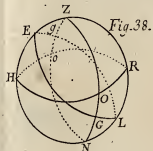
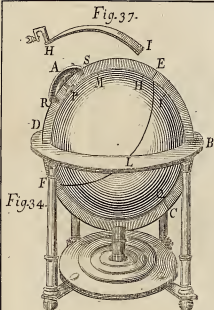
Fig. 31.







# FIG. ASTRON. TAB. IV.





# FIG. ASTRON. TAB. V.

Fig. 53.



Fig. 47.

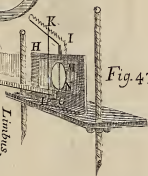


Fig. 46.

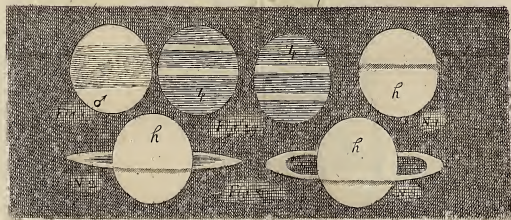
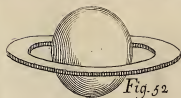


Fig. 48.



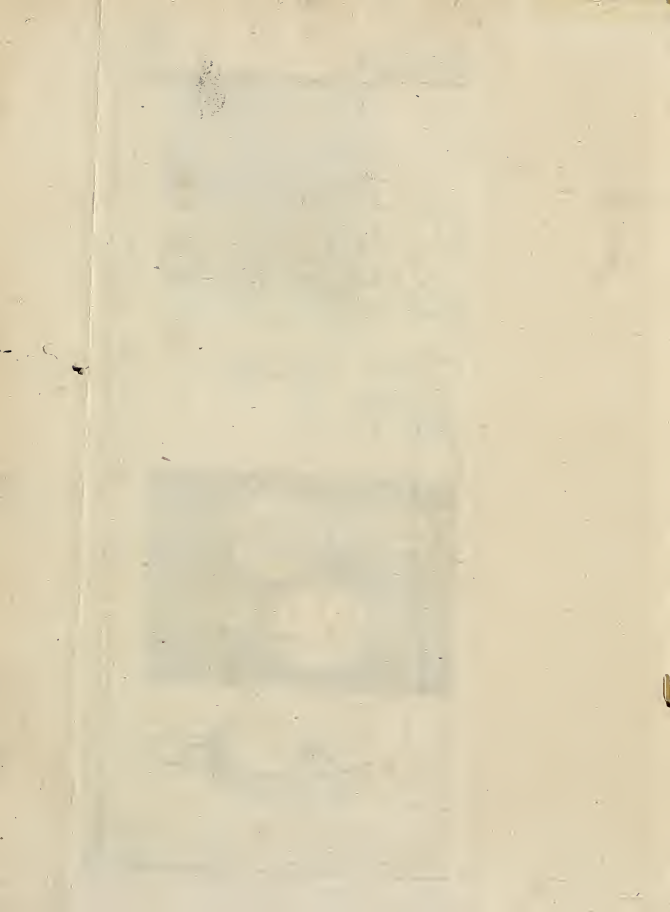


FIG. ASTRON. TAB. VI.

Fig. 55.

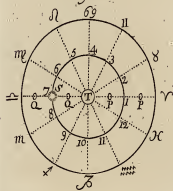


Fig. 56.



Fig. 57.



Fig. 61.

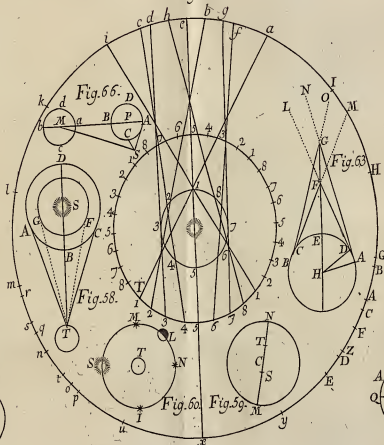


Fig. 66.

Fig. 63.

Fig. 58.

Fig. 64.

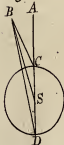


Fig. 54.



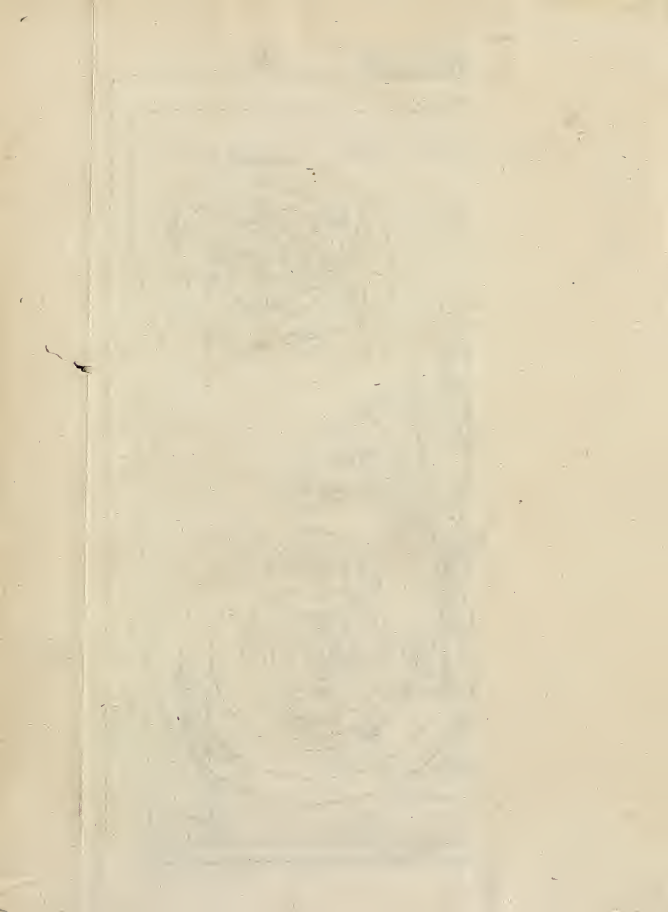
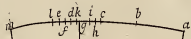




FIG. ASTRON. TAB. VII.



*Fig. 62.*

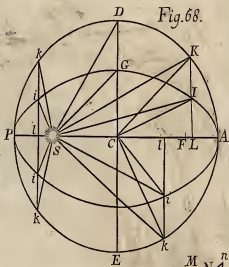
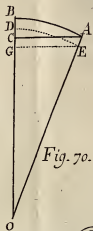


Fig. 68.



Fig. 65.

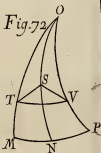
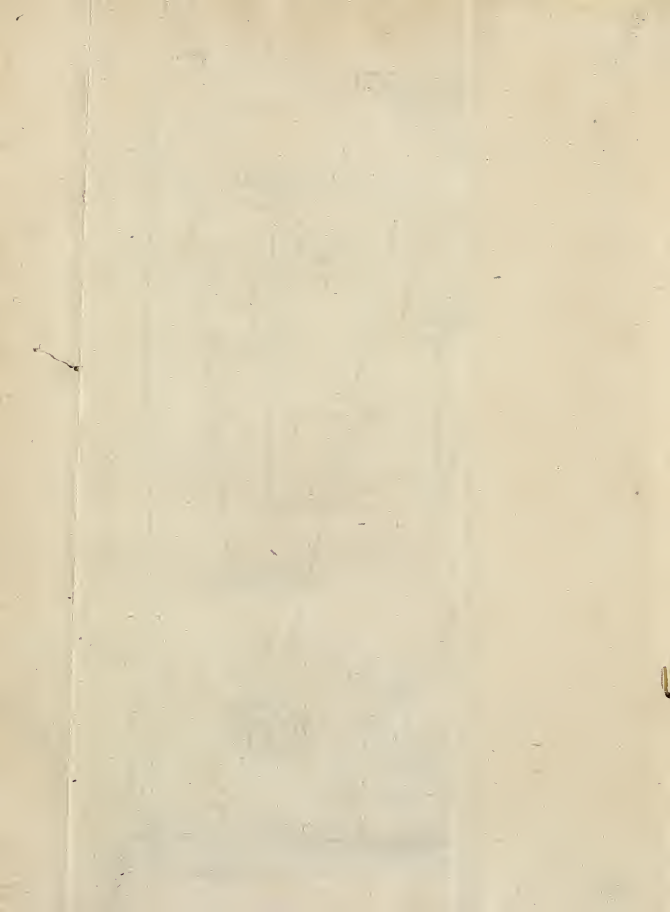


Fig. 72





# FIG. ASTRON. TAB. VIII.

Fig. 69.



Fig. 77.



Fig. 73.

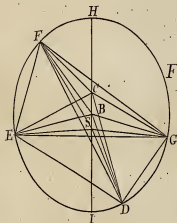


Fig. 71.

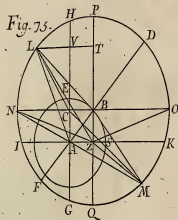


Fig. 75.

Fig. 74. N.2.

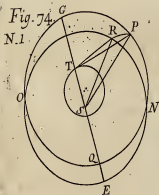


Fig. 74. N.1.

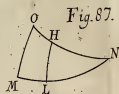


Fig. 87.

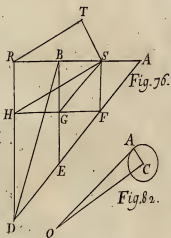
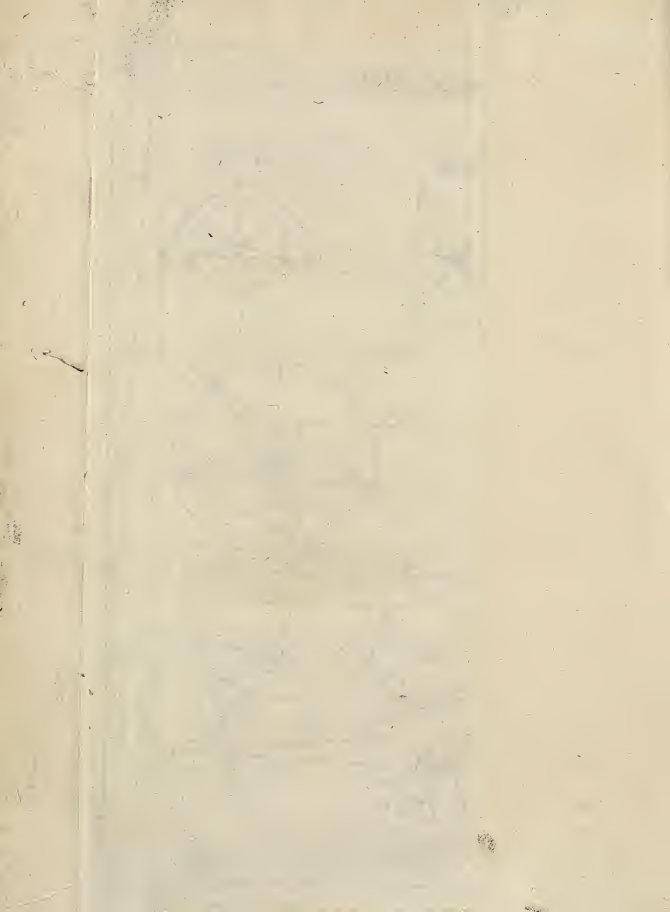


Fig. 76.

Fig. 82.



# FIG. ASTPON. TAB. IX.

Fig. 78.

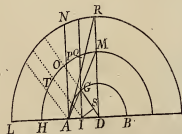


Fig. 79.



Fig. 80.

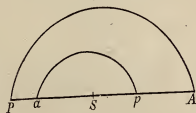


Fig. 81.

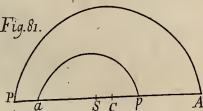


Fig. 90.

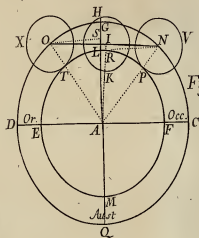


Fig. 89.

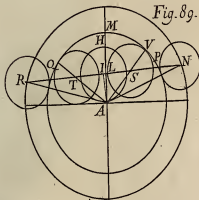
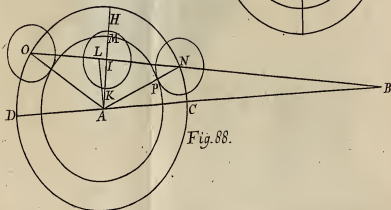
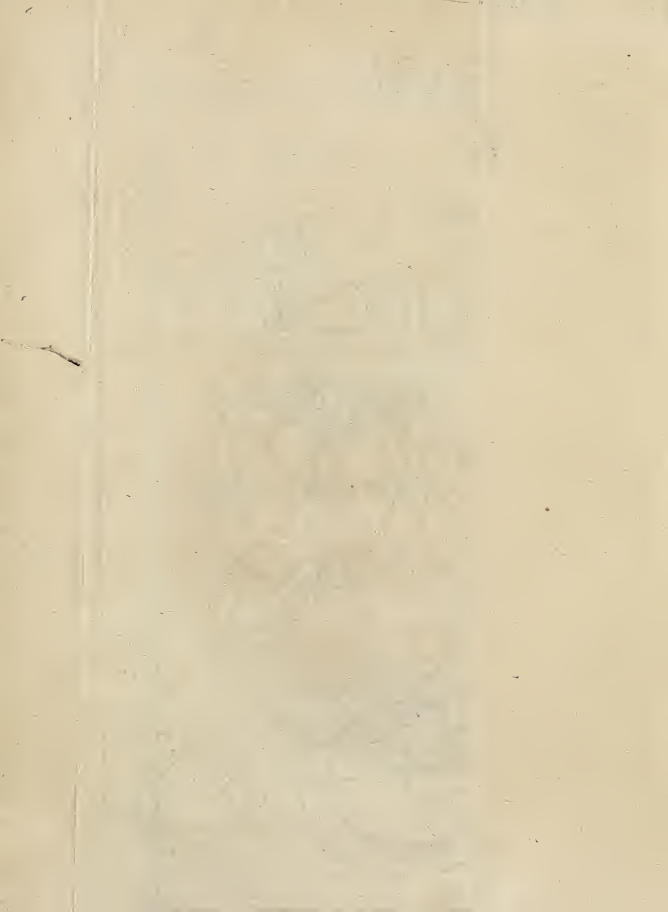


Fig. 88.







# FIG. ASTRON. TAB. X.

Fig. 90.



Fig. 86.

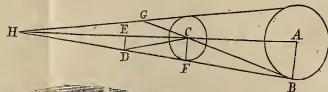


Fig. 83.

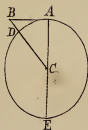


Fig. 84.

Fig. 85.

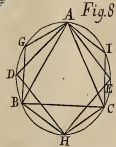




Fig. 91.

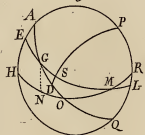


Fig. 92.

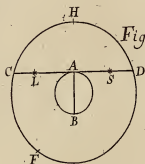


Fig. 94.

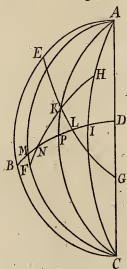


Fig. 93.

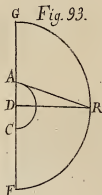


Fig. 95.

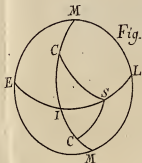
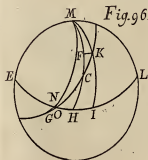


Fig. 96.



Cometa A. 1652. Henrici observatus.



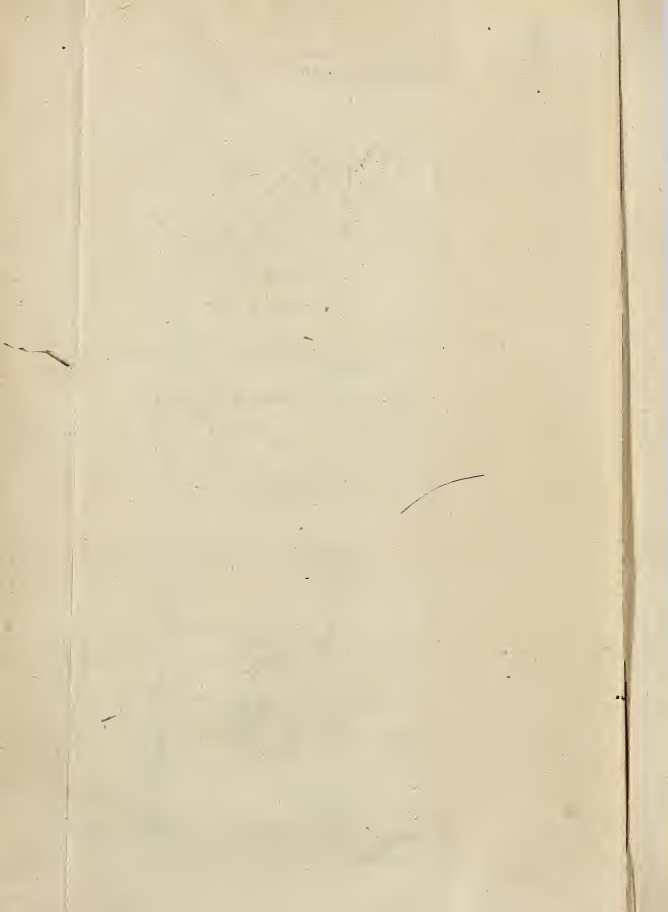
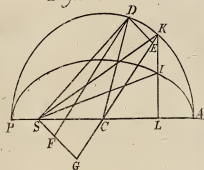
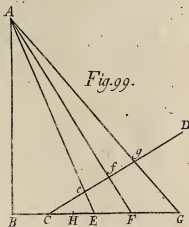


FIG. ASTRON. TAB. XII.

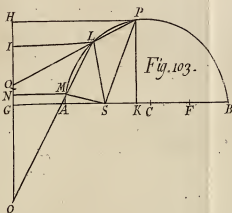
Fig. 101.



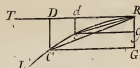
*Fig. 99.*



*Fig. 103.*



*Fig. 98.*



*Fig. 100.*

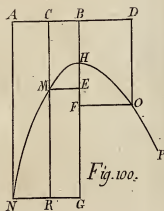


Fig. 102.

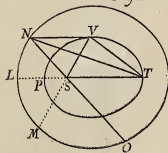






FIG. ASTRON. TAB. XIII.

Fig. 107.

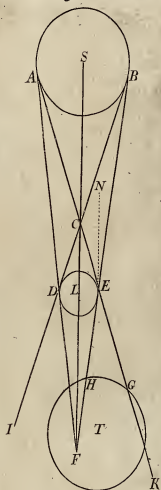


Fig. 104.

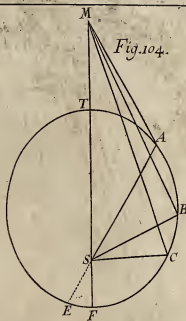


Fig. 105.

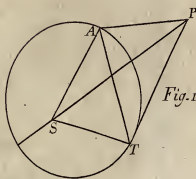
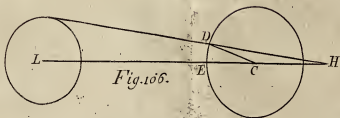


Fig. 106.



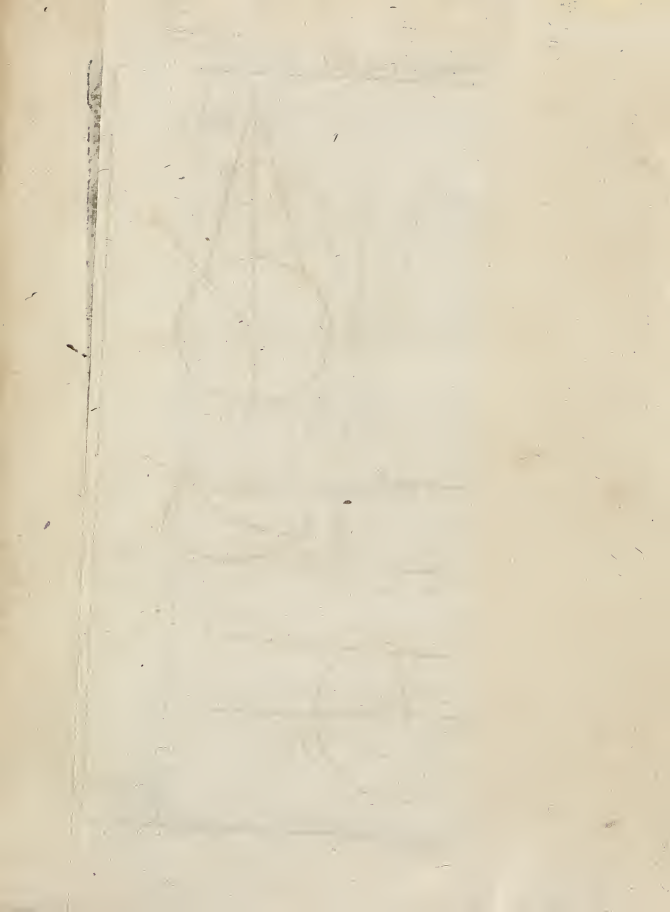


Fig. 108.

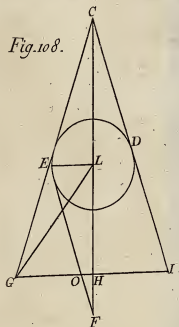


Fig. 109.

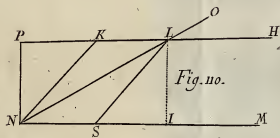
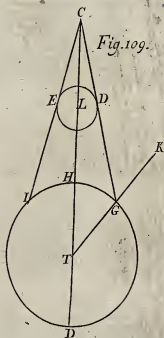
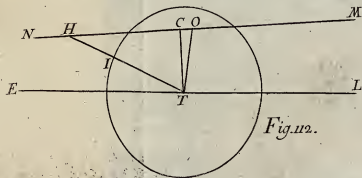
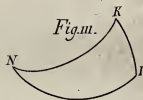
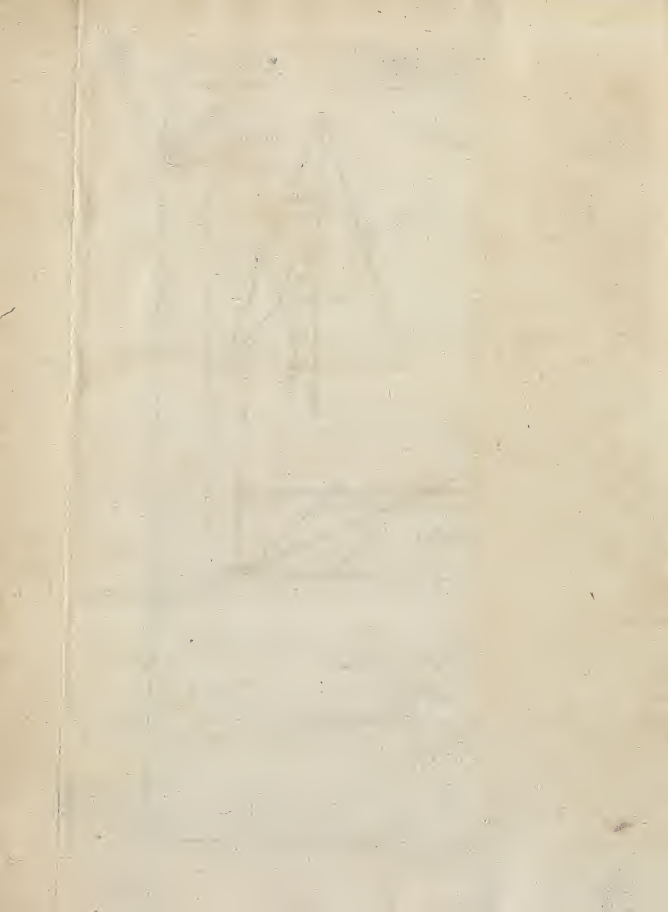


Fig. 111.





# FIG. ASTRON. TAB. XV.

Fig. 113.

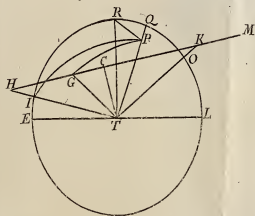


Fig. 114.

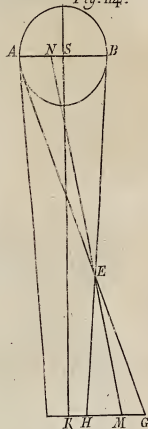


Fig. 115.

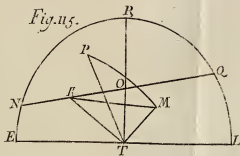


Fig. 116.

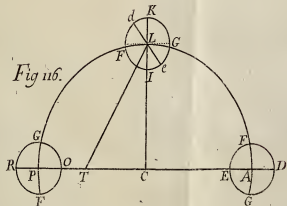
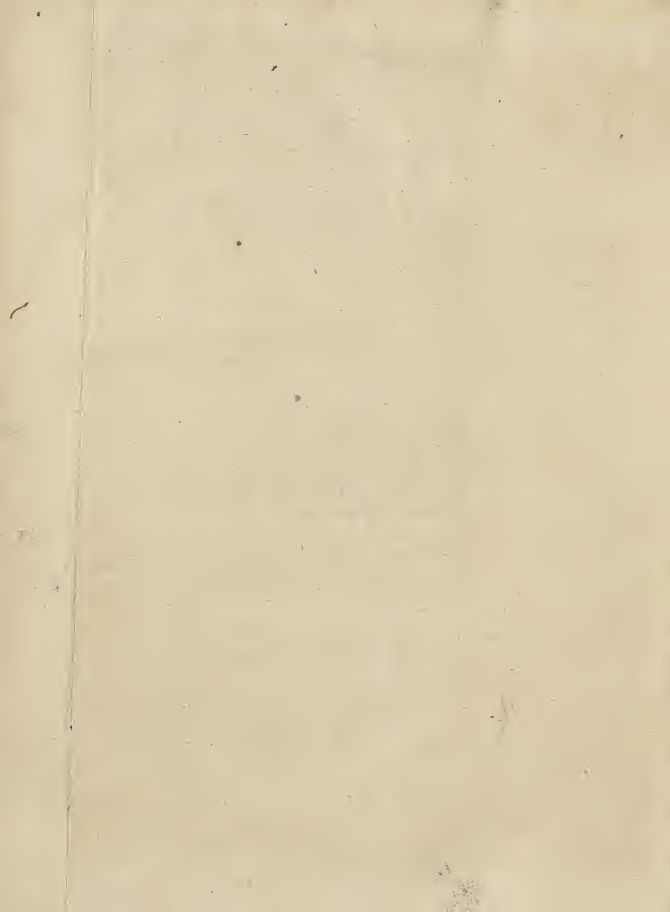


Fig. 117.







## ELEMENTA ASTRONOMIÆ.

## PARS SECUNDA.

## ELEMENTA THEORICÆ.

## CAPUT PRIMUM.

## De Natura Solis ac Luna.

## OBSERVATIO I.

407. **S**OLE oriente, tenebra ex Terra fugiunt & corpora eidem directe opposita Lumine ejus collustrata resplendent. Solem intuentes Oculi splendorem ejus ferre nesciunt. Nube inter ipsum & corpora terrestria interposita, splendor ab his amittitur & Sol interdum instar disci argentei, autumnali præsertim ac hiberno tempore, per nubes transparet. Sole denique occidente, Lux omnis tandem evanescit.

## COROLLARIUM I.

408. Sol adeo fons Luminis, quo interdum in Tellure fruimur.

## COROLLARIUM II.

409. Quoniam Lumen magnum est, quod corpora circumjecta clare ac distincte videri efficit (S. 4 Optic.); Sol Telluri est Luminare magnum.

## SCHOLION.

410. Patet adeo, cur MOSES Solem dicat Luminare magnum. Gen. I. 16.

## OBSERVATIO II.

411. Extra omnem dubitationem per Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

suum est, JOANNEM FABRICIUM, DAVIDIS Astronomi non incelebris filium, maculas Solis jam ab initio An. 1611. observasse & circa medium ejusdem in lucem publicam protulisse (a), antequam quicquam de hoc Phenomeno tunc temporis prorsus singulari atque inexpectato fuisset inauditum. CHRISTOPHORUS SCHEINERUS, Jesuita Ingolstadtensis, Telescopio in Solem converso An. 1611. mense Majo maculas in eo observare cepit. Cum THEODORUS BUSÆUS tunc temporis Provincialis observationem placidis Aristotelicorum adversam supprimendam judicaret, eam ad MARCUM WELSERUM, Senatorem Augustanum, perscripsit, qui novum Phenomenon sine Autoris nomine sub titulo Apellis post Tabulam divulgavit. Unde excitatus GALILÆUS eandem observavit & hodiernum observant omnes, quos Siderum contemplatio juvat.

Ggg

Sunt

(a) Vid. ejus Narratio de Maculis in Sole observatis & appaente eorum cum Sole conversione Wittebergæ An. 1611. in 4.

Sunt autem macule istæ partes nigricantes, figura irregularis ac inconstantis, <sup>ab.V.</sup> <sup>ig.46.</sup> quæ discò Solis inherere videntur. Ple-  
raque partibus heterogeneis constant,  
quarum obscuriores ac densiores HEVE-  
LIO nuclei dicuntur, & veluti Atmò-  
sphaera quadam, minus obscura & rariori  
cinguntur. Figura & magnitudo tam  
nucleorum, quam macularum integrarum  
variabilis. HEVELIUS (a) A. 1644.  
die 8. Maii maculam vidit valde exi-  
lem tenuemque, quæ die 10. Maii de-  
cuplo major apparuit, longèque obscu-  
rior ac densior, permagno nucleo prædita:  
quales mutationes subitas alias HEVE-  
LIUS & SCHEINERUS (b) quoque  
observavit. Notavit & HEVELIUS (c),  
nucleum sensim deficere, antequam ma-  
cula disparet, & 1644. d. 31. Maii  
usque ad 1. Junii maculam quotidie  
attenuari observavit, donec tandem d. 3.  
Jun. in 4. discerperetur, die 5. rursus  
in unam coalescentes. Durarunt autem  
aliæ non nisi per diem unum, aliæ per  
2, 3, 10, 15, 20, 30, raro per 40 dies.  
KIRCHIIUS Lipsiæ (d) A. 1684. a d. 26.  
April. usque ad d. 17. Julii eandem in  
Sole maculam conspexit, quæ alia diu-  
tarnior hætenus nunquam visa, quam  
etiam Parisiis observavit CASSINUS:  
carent enim omni sensibili Parallaxi, ita  
ut a Spectatoribus longissimo terrarum  
intervallo a se invicem remotis in idem  
disci Solaris punctum referantur. Sane  
maculas, quas R. P. JARTOUX Pekino  
in China A. 1701. a d. 1. Novembris

usque ad diem 12. observavit (e),  
Montepessulano a d. 31. Octobris us-  
que ad 11. Novembris quoque vidit  
CASSINUS junior (f). Moventur au-  
tem macula per discum Solarem, motu  
prope limbos tardiori, quam prope cen-  
trum. Macula a KIRCHIO observata  
per 12. dies in discò Solis fuit conspi-  
cua, per 15 vero post eum latuit. Ad  
limbum nimirum Solis, unde digrediun-  
tur, rursus restituuntur interdum 27,  
interdum fere 28. diebus. Denique no-  
tatu inprimis digna sunt, quod ma-  
cula circa limbum contrahantur, in  
medio disci ampliores appareant, immo  
sapius ibi in unam coaluisse videantur,  
quæ hic disgregata spectabantur; quod  
plures in medio disci oriantur, plures  
etiam ibidem dispareant; quod denique  
nulla earum a semita deviatio prope Ho-  
rizontem observetur, cum tamen HEVE-  
LIUS (g) Mercurium in Sole obser-  
vans, prope Horizontem humiliorem de-  
prehenderit, nempe 27" infra semitam  
pristinam detrusum.

## COROLLARIUM I.

412. Cum depressio Mercurii infra se-  
mitam sit a Parallaxi (§. 372), maculæ  
Parallaxin a Sole nullam habentes (§.  
411) eidem propiores existunt, quam  
Mercurius (§. 380), Planeta Soli proxi-  
mus (§. 35, 36).

## COROLLARIUM II.

413. Quoniam per plures dies cum Sole  
orientur & occidunt, nec discum ejus dese-  
runt, nisi quando in limbo disparent, tribus  
tamen circiter diebus diutius post Solem  
latent,

(a) Cometogr. Lib. VII. f. 424. & Selenograph.  
Append. f. 519.

(b) In Rosa Ursina.

(c) Cometogr. loc. cit. f. 409.

(d) In Appendice Ephemerid. A. 1685.

(e) Vid. Acta Erudit. A. 1705. p. 483.

(f) Mémoires de l'Académie Royale des Sciences,  
A. 1701. p. m. 345.

(g) Vid. Mercurius in Sole visus f. 105.

latent, quam Hemisphærium nobis confpicuum peragrantes consumunt (§. 411); Soli quidem proximæ sunt, non ipsi tamen superficiei Solari in hærent, sed aliquam ab ea distantiam habent.

SCHOLIION I.

414. Hoc argumento jam intulit primus observator FABRICIUS (a) cum altera die maculam adhuc in disco Solis orientis spectaret, eam esse in Sole: etsi mora macularum post Solem latentium nondum cognita, agnoscere non potuerit, ipsis aliquam a superficie Solis distantiam tribuendam esse.

SCHOLIION II.

415. Non licet excipere, quod, cum minorem Hemisphærii Solaris partem contuemur (§. 247 Optic.); ex mora macularum diuturniore in parte Solis aversa earum a Sole distantia inferri nequeat. Etenim ubi Solis a Terra distantia fuerit cognita una cum ejus Diametro; demonstrativa ratione contrarium ostendere licebit.

COROLLARIUM III.

416. Quia in medio disci Solis & oriuntur & evanescent, subitasque mutationes tum ratione magnitudinis, tum ratione figuræ, tum ratione densitatis, subeunt (§. 411); eas de novo circa Solem nasci & iterum dissolvi manifestum est.

COROLLARIUM IV.

417. Coalescunt itaque ex Solis exhalationibus (§. 413) nubes nimirum Solares.

SCHOLIION III.

418. Hinc communia cum nubibus habebunt Phenomena, quas itidem congeriem exhalationum esse constat.

COROLLARIUM V.

419. Cum adeo exhalationes, quæ ex Sole prodeunt, supra eum eleventur & in data quadam altitudine subsistant; Solem ambiat fluidum aliquod necesse est, quod exhalationes ad ascensum urget (§. 99 Hydrost.), inferius quidem densius, superius autem rarius (§. 33 Hydrost.), qualis est Aer noster (§. 154 Aerom.).

SCHOLIION IV.

420. Conveniunt hæc cum iis, quæ KEPLERUS ex Aurora figura deduxit (§. 385): sed de Atmosphæra Solari postea plura.

COROLLARIUM VI.

421. Quia maculæ in medio disco Solis dissolutæ disparent (§. 411); materia macularum, hoc est, exhalationes Solares in Solem rursus recidunt necesse est: unde manifestum est, varias in Atmosphæra Solari, consequenter & in ipso Sole, contingere mutationes.

COROLLARIUM VII.

422. Cum revolutio macularum circa Solem sit admodum regularis (§. 411) & maculæ ipsæ Soli valde vicinæ (§. 413); non tam maculæ circa Solem, quam Sol ipse una cum Atmosphæra, in qua maculæ hærent, intervallo 27 circiter dierum circa proprium Axem motu vertiginis movetur.

SCHOLIION V.

423. Inde motum vertiginis Solis jam agnovit primus Observator FABRICIUS, tanto prior ad eum inferendum, quod nisset, eundem priori assecutos JORDANUM BRUNUM & KEPLERUM (b).

SCHOLIION VI.

424. Inde est, quod prope limbum obliquius spectata coarctentur & oblonga fiant (§. 251 Optic.).

COROLLARIUM VIII.

425. Quoniam Sol in omni situ instat disci circularis apparet, eminus spectatus; figura ejus ad sensum Sphærica esse debet (§. 13 Sphæric. & §. 277 Optic.).

SCHOLIION VII.

426. Quod autem revera Sphæroidica sit, inferius ostendetur.

PROBLEMA I.

427. Observare maculas Solares.

Ggg 2

RESO-

(a) Loc. cit. fol. C. 3. b. & seqq.

(b) Loc. cit. fol. D. 2. b.

## RESOLUTIO.

Utendum est duobus Vitris planis & coloratis charta candida acu perforata interjecta, vel Helioscopio (§. 467. *Dioptr.*).

Quodsi autem ipsas maculas in propriis locis disci Solaris accurate depingere sicque earum situm, motum, & magnitudinem exacte determinare libuerit.

Tab. V. 1. Per Tubum Astronomicum AB (§. 358 *Dioptr.*), Sphæræ lignæ A intra foramen fenestrellæ lignæ CD mobili inditum, ut Tubus ope baculi annulo ligneo AE Sphæræ agglutinato affixi FG libere huc illuc que moveri possit, species Solis in cubiculum obscuratum intromittatur.

2. Baculo FG ad angulos rectos aptetur Tabula lignea GH, Charta candida superinducenda & ultro citroque mobilis, ut Tubo propius admoveri iterumque ab eodem removeri possit, donec Solis species exacte impleat Circulum in Charta descriptum.

3. Ope Perpendiculari KL, determinetur Punctum Verticale M & plumbagine delineetur macula, quæ in disco Solis in Tabella excepto comparet, noteturque tempus, quo delineatur, ope Horologii oscillatorii ad motum Solis (§. 125) directi.

## SCHOLION.

428. In hunc modum observandi maculas Solares primum incidit FABRICIUS, cum splendor Solis ne aciei visus officeret sibi mueret, Helioscopiis tunc temporis nandum

cognitis (a). Eundem quoque adhibuit SCHEINERUS (b) & prolixius ex eodem describitur ab HEVELIO (c).

## OBSERVATIO III.

429. Commemorant quoque multi faculas seu partes reliquo disco Solis lucidiores a se observatas, maculis plerumque majores & tam lumine, quam mole, figura & duratione differentes. Sane HEVELIUS (d) d. 20. Jul. 1634. faculam se observasse ait, quæ tertiam Diametri partem occupaverit. Per ejusdem HEVELII Observationes (e) macula sapissime in faculas, raro autem facula in maculas abeunt. HUGENIUS tamen (f) fateatur, se nunquam faculas videre potuisse, etsi maculas sapius spectaverit, & nonnisi in nubeculis subfuscis, quæ maculas plerumque circumdant, aliquando sola feruntur, puncta quadam clariora interdum notari. Idem etiam exiguam illam in disci circumferentia inaequalitatem, quæ interdum per Telescopia cernitur, vaporum prope Terram nostram tremula agitationi, non (quod vulgo fieri assolet) undarum fluctibus flammarumque eructationibus adscribit. Et sane ipse ego talem fluctuationem in limbo Solis d. 14. Sept. A. 1708. per Telescopium 8 pedum deprehendi, cum ex nubibus circa Horizontem ortivum constitutis emergeret, quæ in elevatori sita max. cessabat.

## SCHOLION.

- (a) Loc. cit. f. C. 4. b.  
 (b) In Rosina Uršina, Lib. III. f. 152.  
 (c) In Prolegom. Selenogr. f. 28. & seqq.  
 (d) Loc. cit. f. 87.  
 (e) In Appendice Selenogr. f. 505. usque ad 509.  
 (f) In Cosmotheoro Lib. II. p. m. 127.

## SCHOLIION.

430. *Quemadmodum adeo fittam judico Imaginem Solis, quam ex KIRCHERI & SCHEINERI Observationibus passim depingunt Auctores, cum ego similem nunquam viderim, nec HUGENIUS exquisitissimis suis Telescopiis talem deprehenderit, & FABRICIUS, qui primus Solem per Telescopia contemplatus, Observationibus suis diffusis imperfectiōni Telescopii tribuit, nihil definiturus de inæqualitate & asperitate circa margines Solis, donec alii eundem accuratioribus Telescopiis observaverint (a); ita facularum Phenomena non materia cuidam accense (obstat enim diuturna earum duratio & in maculas mutatio), sed Refractioni Radiorum Solarium in exhalationibus rarioribus tribuo, qui densati in vicinia umbrosa lucem Solari majorem exhibere videntur. Sicut adeo facula macularum quoddam accidens.*

## THEOREMA I.

431. *Solis substantia ignea est.*

Sol enim lucet (§. 406) & Radii ejus per Specula concava & Lentes causticas collecti incendunt, urunt, comburunt, liquefaciunt, corpora solidissima exiguo temporis spatio vel in calcem, vel in vitrum convertunt (§. 221 *Catoptr.* & §. 199 *Dioptr.*). Quare cum vis Radiorum Solarium propter divergentiam decreseat in ratione duplicata distantiarum reciproce sumtarum (§. 87 *Optic.*); evidens est, eundem ipsorum fore effectum, qui densiorum per Specula & Lentes causticas deprehenditur, si adeo prope ad Solem accederemus, ubi eadem eorum densitas deprehenditur. Radii adeo Solares in vicinia Solis eisdem effectus produciunt, qui ab igne vehementissimo expectari possunt; consequenter Sol substantiæ igneæ existit.

(a) Loc. cit. f. C. 2. B.

## COROLLARIUM I.

432. *Ejus adeo superficies undiquaque fluida.*

## SCHOLIION.

433. *An Sol integer fluidus sit, quemadmodum visum est nonnullis, an vero potius solidus quemadmodum aliis placet, non definio. Sed cum non aliæ sint notæ, per quas ignem ab aliis corporibus distinguimus, nisi lux, calor & vis incendiendi, urendi, comburendi, liquefaciendi, calcinandi, vitrificandi; sane ego non video, quid obflare possit, quo minus concludam, Solem esse corpus igni nostro simile adeoque flammæ circumcirca vestiri. Ne tamen quis voce Demonstrationis offendatur, qui minus recte supponi sibi persuadet, eorundem effectuum eandem esse in universo causas; ideo eandem omisimus: quod etiam in posterum faciemus, partim cum probabilia proposituri sumus, partim cum instituti ratio non permittet, ut ad veram Demonstrationis formam probatio redigatur, utut, si verum fateri velimus, forma perfectæ Demonstrationis alibi a nobis delineatæ (b) in ipsis Mathematicorum Demonstrationibus non adeo rigore semper observetur, ne scilicet prolixitate Lectori ratiocinandi vi jam pollenti, nausea moveatur.*

## COROLLARIUM II.

434. *Cum maculæ ex Solis exhalationibus concrecant (§. 417); Solem non esse ignem purum apparet, sed flammæ ejus particulas heterogeneas admixtas esse constat.*

## THEOREMA II.

435. *Figura Solis est Sphaeroides, circa Polos depressior, quam sub Equatore.*

## DEMONSTRATIO.

Sol motu vertiginis movetur (§. 422), adeoque materia Solaris a Centris Circulorum, in quibus movetur, recedere conatur (§. 617 *Mech.*), tanto quidem

Ggg 3

majori

(b) Logicæ §. 551. & seqq.



majori vi, quo Circulorum Peripheriæ majores existunt (§. 623 *Mechan.*). Sed Æquator est Circulus maximus (§. 48), reliqui versus Polos continuo decrefcunt (§. 41 *Sphæ.*). Materia ergo Solaris, etsi primitus in Sphæram coacta, magis a Centro Æquatoris, quam a Centris parallelorum recedere conatur; consequenter cum Gravitas, qua retinetur in spatio suo, per totum Solem uniformis supponatur, sub Æquatore utique a Centro ejus magis recedit, quam sub Circulis parallelis, & hinc Solis Diameter per Æquatorem ducta major est, quam quæ per Polos transit, hoc est, Solis figura perfecte Sphærica non est, sed Spharoidica.

## OBSERVATIO IV.

436. CASSINUS verno tempore A. 1683. primus observavit Lumen quoddam in Zodiaco (a) & Observationes usque ad A. 1688. deinde continuavit (b). Idem deinceps A. 1684. usque ad A. 1686. Genevæ FATIO DE DÜILLIER & A. 1688. usque ad A. 1694. observant in Germania KIRCHUS & EIMARTUS (c), novissime vero Cel. DE MAIRAN (d). Diffunditur utrinque a Sole ad diversam diverso tempore distantiam, quæ tamen nunquam minor quam 50 aut 60 graduum, nunquam major quam 100 aut 103 graduum deprehensa. Figura utrinque in cuspidem desinit & latitudo prope Horizontem nunquam minor depre-

(a) Vid. *Acta Eruditorum* A. 1683. p. 274. & seqq.

(b) Vid. *Tractatus*, cui titulus: *Découverte de la lumière céleste, qui paroît dans le Zodiaque.*

(c) Vid. *Miscellanea Naturæ Curiosorum* Dec. III. A. I. p. 285 & seqq.

(d) Vid. *Traité Physique & Historique de l'Aurore Boréale* Sect. I. p. 11.

hensa quam 8 vel 9 graduum, nunquam major quam 20 graduum observata, maxima tamen latitudine non semper maxima longitudini conveniente. In Sole ejus basis est, crura sunt ad sensum recta & angulum in mediocri quantitate 21° circiter comprehendunt: ubi tamen Phenomenon latissimum est, propter intensitatem Luminis Solaris in conspectum nostrum minime prodit. Lumen hoc in medio maximum est, versus latera vero utrinque sensim sensimque decrefcit. Claritas ejus ad claritatem Viæ Lactæ accedit, color lumini, qui in caudis Cometarum conspicitur, similis. Stella perinde ac per Cometarum caudas transparent. Mane debilius constanter apparuit hoc Lumen, quam vespere. Ab Ecliptica ordinarie magis versus Septentrionem, quam versus Austrum declinavit in parte Cæli Boreali visum. Movetur autem una cum Sole circa Terram ab Ortum in Occasum & latitudine differt ab omnibus Cometarum caudis, qui huc usque observati sunt. Movetur quoque cum eodem ab Occidente in Oriente secundum Signorum successionem.

## COROLLARIUM I.

437. Quoniam hoc Lumen instar Siderum motu communi gaudet; ejus sedes in Aura Ætherea est, extra Atmosphæram nostram.

## COROLLARIUM II.

438. Et cum non modo motu communi, sed etiam motu proprio cum Sole movetur; in eadem Cæli regione locum tenere debet, ubi Sol hæret, & ab ipso utrinque diffundatur necesse est.

## COROLLARIUM III.

439. Quoniam Lumen a Sole per Ætherem diffusum non videtur, quemadmodum



ex postea demonstrandis independenter ab his patebit; necesse est ut ibidem, ubi videtur hoc Lumen, sit materia ad Lumen Solis in Terram reflectendum apta.

OBSERVATIO V.

440. R. P. FRANCISCUS NOEL (a) secundum Solis crepusculum describit, quod incipit, quando Sol est depressus infra Horizontem plus quam 30, immo quandoque pene 40 gradibus & amplius: & ab ipso primum A. 1684. circa Lineam Equinoctialem, postea eodem & sequente anno in Collegio Societatis Ratchol Latitudinis Borealis 15° 10' prope Goam & sequentibus annis Macai & in China observatum fuit. Per modum Via lactea seu grandis cauda Cometæ affurgit, circa Horizontem quidem latioris, sed ab Horizonte usque sursum semper in latitudine, immo & in lumine decrescens & quasi denique in cuspidem grandem desinentis. Incipit mane ante ortum Solis & vesperi desinit post occasum quatuor horis juxta paulo diversam locorum Latitudinem, nocte illum, in nubi & nitida uti multis admodum in locis sapius expertus est. Semper se diffundit per viam Eclipticæ & ideo juxta varium Sphæræ mundi situm modo ad 40, modo ad 60, 70 &c. gradus supra Horizontem affurgit, mane sensim crescente altitudine, vespere sensim decrescente. Mane & vespere per totum annum semper conspicitur: æstate tamen in regionibus Borealiibus extra Zonam Torridam sitis, uti in China animadvertit, vesperi non tam clare ac distincte apparet, quam mane, & æstate quasi debi-

lius, immo non tam longe se extendit, quam sub æquinoctiale & hibernum tempus.

COROLLARIUM I.

441. Cum ex descriptione Crepusculi hujus secundi appareat, ipsum idem esse cum Lumine Zodiacali CASSINIANO (§. 436), Crepusculum vero hoc in Zona Torrida & locis vicinis per totum annum observetur (§. 440); Lumen Zodiacale Phænomenon ordinarium est, eandem dubio procul cum Sole ferens ætatem.

SCHOLIUM I.

442. CASSINUS referente GREGORIO (b), existimavit, Lumen Zodiacale brevi ante primam ejus observationem a se factam fuisse ortum, atque illud duobus ante annis non extitisse, cum in loco, quem tum obtinere debuit, Cælo intentus Cometam Oculis frequenter intueretur. Illud vero antea extitisse & postea evanuisse ex Historiis antiquis verisimile ducit. Sed FATIO idem Mundo cœvum suspicatus est. Appareat itaque conjecturam hujus a veritate non recedere.

COROLLARIUM II.

443. Quoniam Crepusculi secundi seu Luminis Zodiacalis cuspis quotidie per totum annum instar alicujus Sideris oritur & occidit, Solem præcedens & sequens, ita ut Sole ad Horizontem ortivum appropinquante ipsa ad Verticem magis appropinquet & illo ab Horizonte occiduo recedente ipsa a Vertice magis recedat (§. 440); multo jam clarius intelligitur Lumen hoc; quotidie cum Sole oriens atque occidens, ad ipsum Solem pertinere.

COROLLARIUM III.

444. Quamobrem quia hoc Lumen apparere nequit, nisi supponatur circa Solem materia quædam fluida ad lumen ejus reflectendum, vel etiam inflammari apta (§. 439); Solem ambiat necesse est fluidum aliquod ab Ætherea Aura diversum.

SCHO-

(a) In Observat. Mathem. & Phys. in India & China factis C. 9. §. 2. p. 139. & seqq.

(b) Astron. Phys. & Geometr. Lib. II. Schol. Prop. 8. f. 129.

## SCHOLION II.

445. CASSINUS, referente GREGORIO (a), particulas Solis lumen reflectentes pro innumeris Planetis habet, qui motus suos circa Solem exercent, quemadmodum Via Lactea ab innumeris Fixis ortum ducit. Sed conjectura hæc nimis levi nititur argumento, nec autopsia Telescopica probatur, quemadmodum causa luminis in Via Lactea.

## THEOREMA III.

446. Solem ambit Atmosphæra admodum alterabilis.

Etenim Solem ambit aliquod fluidum Aura Ætherea crassius, quod Radios ejus, quibus illuminatur, ad Terram reflectit (§. 444), quemadmodum ab Aere nostro fieri solet in Crepusculis (§. 395). Quamobrem cum fluidum Aura Ætherea crassius, quod Lumen Solis reflectere aptum corpori Mundi totali circumfusus dicatur Atmosphæra; Solem quin Atmosphæra quædam ambiat, dubitari nequit.

Constat vero Atmosphære Solis altitudinem insigniter variari (§. 443), cumque Lumen omni tempore non eadem quantitate reflectat (§. 440), densitatem ejus valde immutari. Atmosphæra igitur Solaris admodum alterabilis est.

## SCHOLION.

447. Figuram Atmosphære Solaris Lenticularem esse jam collegit FATIO & Cel. DE MAIRAN probat (b) ex apparente ejus figura.

## OBSERVATIO VI.

448. Interdum Lumen in aliqua disci

(a) Loc. cit.

(b) In Tract. de Aurora Boreali Sect. I. Cap. IV. p. 21.

Solaris parte, raro in integro successive deficit, Cælo quam maxime sereno, tempore quidem Novilunii, quando Sol atque Luna in eadem Sphæra mundana parte nobis herere videntur. Tale autem Phænomenon spectatur, quale appariturum erat, si discus quidam niger ab Occasu versus Ortum juxta discum Solis promoveretur. Imprimis autem notatu dignum, quod pars disci deficiens non ejusdem magnitudinis appareat ubique locorum. E. gr. d. 22. Maii A. 1706. Lipsiæ vix  $\frac{1}{8}$ , Jenæ  $\frac{1}{8}$ , Berolini  $\frac{1}{8}$ , Argentorati  $\frac{1}{8}$ , Bononiæ  $\frac{2}{3}$ , Romæ  $\frac{2}{3}$ , Madriti  $\frac{1}{2}$  digiti seu duodecima Diametri partis lucida exstabat. Uratislaviæ, Dresdæ, Norimbergæ, Tiguri, Genevæ, Montepeffulano, Massiliæ Sol totus deficiebat (c). Nec minus notatu dignum, quod Populi Occidentiores citius videant Solem deficientem deliquique rursus finem, quam Orientaliores. E. gr. Parisiis A. 1706. Sol ultra 44 minuta horaria citius lumen amittebat, quam Berolini; Madriti vero ultra 23 minuta citius quam Parisiis, citiusque Parisiis quam Berolini & Madriti citius quam Parisiis lumen recuperabant (d).

## COROLLARIUM I.

449. Quoniam adeo Sol non in omnibus Terræ locis eodem momento & eadem disci quantitate deficit (§. 448); fieri sane nequit, ut Sol revera lumine suo privetur. Oritur adeo Phænomenon ex diametrali interpositione corporis cujusdam opaci ab Occasu versus Ortum progredientis inter Solem & Oculum nostrum, quod

Radio-

(c) Vid. Acta Erudit. Ann. 1706. p. 335 377. Mémoires de l'Académie Roy. des Scienc. An. 1706. p. 599.

(d) Mémoires de l'Acad. Roy. loc. cit.

Radiatorum transitum prohibet (§. 333 *Optic.*), & disco Solis inharere videtur, etsi longo intervallo ab eo remotum (§. 308 *Optic.*).

### COROLLARIUM II.

450. Quoniam corpus inter Solem & Tellurem interpositum instar disci Circularis appareat, rotundum sit necesse est, sive disciforme fuerit, sive Sphæricum (§. 277 *Optic.*) aut Sphæroidicum.

### COROLLARIUM III.

451. Cum Luna ab Occasu versus Ortum motu proprio feratur (§. 24), illoque tempore a Terricolis ad eandem Sphæræ Mundanæ partem referatur (§. 448), præterea instar disci Circularis appareat, quando plena facie splendet; quin Luna sit corpus illud opacum Radios Solares interceptiens dubitandum non est.

### COROLLARIUM IV.

452. Luna igitur Telluri propior, quam Sol.

### COROLLARIUM V.

453. Quoniam Luna Radios Solis non transmittit & in parte a Sole adversa splendore omni destituitur (§. 448); corpus opacum est & minime pellucidum (§. 11, 12 *Optic.*).

### OBSERVATIO VII.

454. Cum An. 1706. multis in locis Solis integer discus, in aliis maxima ejus pars deficeret, Stelle in conspectum prodibant. E. gr. Lipsiæ vidimus ♀ & ♀, Jenæ Cl. HAMBEGERRUS Capellam, & Vratislaviæ R. P. HEINRICH multas Stellas vidit. Non uno in loco tenebra adeo invaluerunt, ut nisi candela accen-

sa in conclavi scripturam legere non licuerit. Cl. SCHEUCHZERUS autor est, ad 4 passuum distantiam homines agnoscere non potuisse. Ea autem in Terris conspiciebatur rerum facies, qualem Sole occidente contuemur. Aves loca repetebant, in quibus pernoctari solent; luscinia suaviter canebant; vespertilioes provolabant: flores in Hortis contrahabant folia: circa Horizontem apparebat Cæli rubedo: in campis ros decidebat & versus Occidentem nebula conspiciebatur, cujus nullum versus Orientem vestigium deprehensum. Observatu omnium maxime dignum erat Annulus circa Lunam lucidus, limbo Luna parallelus, quem cum maximo studio contemplerer, a parte Solis lucida optime distinguebam: neque enim solum splendor Solis splendorem Annuli colorem argenteum referentis multum superabat, verum etiam particula Solis lucida non eadem cum Annulo Peripheria terminabatur. Erat Annulus obversa Luna parte densior, aversa ravior, exacta tamen Peripheria terminatus. Margo Lunæ instar nubecula pallebat, nigredine medium disci occupante. Eundem Annulum plures aliis in locis observarunt (a) imprimis vero Astronomi Academiæ Regiæ Scientiarum Montepessulano (quorum solertiam in eodem observando laudat FONTENELLIUS) eodem proorsus modo eundem describunt, quo ego ex mea Observatione cum representaveram in Actis Eruditorum (b), antequam istorum

Hhh

Obser-

(a) Vid. Histoire de l'Académie Royale des Sciences. An. 1706. p. m. 148.

(b) An. 1706. p. 385.

*Observatio prodiret: Denique generosus Dn. de TSCHIRNHAUSEN Dresdæ per Tubum 16 pedum paulo ante initium Eclipsos in limbo Solis, ad quem Luna appellebat, tremorem observavit, qualem etiam in ultimo digito advertit, cum jamjam obscuraretur. KEPLERUS (a) refert, similem Annulum An. 1605. mense Octobri Antverpiæ & Neapoli fuisse observatum, cum Sol prorsus deficeret: SCHEINERUS vero perhibet (b), An. 1628. d. 25. Decembris Barcinoni in Eclipsi Solari circa Lunæ limbum tremorem fuisse observatum, qualis ab HEVELIO quoque in nonnullis Eclipsibus deprehensus (c). Cum An. 1715. d. 3. Maii Eclipsis Solis in Anglia esset totalis, Annulus quoque circa Lunam Londini observatus: immo in totali obscuracione fulgurationes momentanea in medio disci Lunæ visa ab HALLEIO & DN. DE LOUVILLE, qui Eclipsos observanda gratia ex Gallia in Angliam se contulerat (d).*

## OBSERVATIO VIII.

455. Quando Luna Solem occidentem mox sequitur, exigua ejus pars splendet: quo longius vero a Sole recedit, eo majorem partem Lumen occupat, ita ut 180. graduum intervallo a Sole distans, plena facie fulgeat. Quamprimum vero ulterius progressa ad Solem rursus accedit, Lumen sensim sensimque deficit, donec Soli vicina omni destituatur. Quamdiu Luna crescit, pars lucida Occiden-

ti obvertitur; quamdiu decrescit, Orientem respicit. Paulo ante & paulo post congressum cum Sole pars quoque obscura debili quadam lucula perfusa instar nubecula pallet.

## COROLLARIUM I.

456. Ea Lunæ pars constanter splendet, in quam Radii Solares incidunt.

## COROLLARIUM II.

457. Telluri nostræ Luminare magnum est, quia Corpora terrestria distincte videri facit (§. 4 Optic.).

## OBSERVATIO IX.

458. Luna interdum Cælo sereno Lumen omne amittit, quando plena facie splendere debebat, tumque discus obscurus ab Oriente versus Occidentem promotus, eam obtegere videtur. Omnibus vero in Terra locis eadem Luna pars obscurata videtur, & Luna vel in ipsa Ecliptica vel prope eandem deprehenditur.

## COROLLARIUM I.

459. Quando Luna plena facie splendet, intervallo 180 graduum a Sole distat (§. 455). Sed quia Sol in Ecliptica hæret (§. 157), Terra in oppositum gradum Eclipticæ, hoc est, in 180 a loco Solis numeratum, Umbram projicit (§. 125 Optic.). Cum adeo Luna prope eundem gradum deficiat (§. 458); eam Lumine privati patet quando Umbram Terræ ingreditur.

## COROLLARIUM II.

460. Quoniam itaque in Umbra Terræ Lumen Lunæ deficit, id aliunde, nempe a Sole (§. 456), recipere debet.

## COROLLARIUM III.

461. Unde non mirum, quod ubique Terrarum eadem Lunæ pars obscurata videatur: est enim vera Luminis privatio (§. 459).

COROL.

(a) In Libello de nova Stella Serpentarii C. 23. p. 115.

(b) In Rosa Ursina Lib. IV. Part. 1. C. 27. f. 740.

(c) Cometograph. Lib. VII. f. 365.

(d) Phil. Transact. Num. 343. p. 149. & Mémoires de l'Académie Royale des Sciences. An. 1715. p. 126. 127. Edit. Batav.

COROLLARIUM IV.

462. Lumen adeo Lunæ in omnibus locis eodem modo deficere observatur.

OBSERVATIO X.

463. Interdum Luna Cælo maxime sereno prorsus disparuit, Stellulis sextæ ac septimæ magnitudinis licet conspiciis, ita ut nec per optima Telescopia detegi potuerit. Hoc Phenomenon observavit KEPLERUS A. 1580. & 1583. (a) & 1620. (b), itemque HEVELIUS (c). Cum A. 1642. d. 14. April. RICCIOLUS cum multis Jesuitis Bononiæ, ac plurimi passim per Bataviam Lunam evanescentem admirarentur; Venetiis ac Viennæ in Austria conspectui Observatorum sese minime subducebat (d). Luna A. 1703. d. 23. Decembris deficiens in totali obscuratione Arelati fulva & fusca, Avenione contra rubicunda & transparens, non secus ac si splendor Solis quodammodo transpareret, Massiliæ vero pars ejus Caurum respiciens subrubens, opposita valde obscura cernebatur, tandemque ultimo in loco, Cælo quamvis maxime sereno, prorsus disparebat (e). Similiter CHRISTFRIDUS KIRCHIIUS in Eclipsi totali, A. 1729. d. 9. Aug. rubedinem Lunæ deficientis adeo transparentem observavit, ut non modo macule majores obscura per eam conspici possent, sed etiam macula minores lucida in ipsa umbra aliquem splendorem retinerent. Color Lunæ rubicundus versus centrum umbræ cum atro colore mixtus

erat, ut circa idem nigrior quadam macula appareret, quæ versus limbos umbræ sinis diluebatur (f).

COROLLARIUM I.

464. Quia eodem tempore diversi notantur in Luna colores, immo alicubi nulli (§. 463); colores illi Lunæ proprii non sunt.

COROLLARIUM II.

465. Quoniam in nullo corpore cernuntur colores, nisi quod Radios vel emittit, vel reflectit (§. 42 Optic.); Luna in Umbra Telluris constituta lucula quadam adhuc replendeat necesse est. Quare cum Radii in Oculos Observatorum per Atmosphæram transmissi in ea refringantur (§. 334), Lumen autem per Refractionem in colores mutari possit (§. 184 Opt.); Radios Lunares in diversis Atmosphæræ partibus diversimode refringi necesse est. Colorum ergo diversitas a diversâ constitutione Atmosphæræ diversis in locis pendet.

COROLLARIUM III.

466. Radii Solares cum in Atmosphæra refringantur (§. 334), Umbram Telluris trajiciunt: Luna igitur in eadem constituta eosdem reflectit, adeoque pro diverso Atmosphæræ a Sole collustratæ statu, multo vel exiguo Lumine in Umbra Telluris gaudet, & quia Radii Solares per Refractionem in colores transmutari possunt pro diversitate Refractionis varios, Lunam diverso tempore eodem in loco diversis coloribus tinctam cernere licet.

SCHOLIUM.

467. Colores adeo Lunæ deficientis prædicti nequeunt, nisi Atmosphæra constitutione tum in loco observationis, tum in locis, in quibus Sol oritur & occidit, cognita atque perspecta.

OBSERVATIO XI.

468. Oculo non minus nudo, quam armato partes quasdam obscuriores reli-

Hhh 2 quis

(f) In Observat. Astronom. selectior. A. 1710. editis, p. 23.

(a) Astron. Optic. p. 227. 297.

(b) E. item. Astron. Copernican. Lib. V. p. 815.

(c) Selenogr. C. 6 f. 117.

(d) Ricciolus Almag. Nov. Lib. IV. C. 6. Schol.

4 f. 207.

(e) Histoire de l'Acad. Royal. des Scienc. A. 1704. p. m. 72.



quis in Luna observamus, quas Maculas appellant: per Telescopia autem  
 Tab. V. Lunam crescentem vel decrecentem con-  
 Fig. 48. tinentibus patet, in maculis lumen equaliter terminari, in partibus autem lucidioribus terminum Lucis esse lineam flexuosam ex arcubus convexis & concavis dissimilibus compositam. Notantur quoque partes quadam lucidiores per obscuriores hinc inde dispersa & particula a parte illuminata avulsa seu ultra limitem illuminationis constituta passim illuminata comparent, aliis intermediis adhuc in tenebris constitutis; immo prope maculas & in ipsis maculis istiusmodi particula frequenter observantur. Præter maculas autem antiquas observantur adhuc aliæ variabiles, nudo Oculo inconspicua, quas Maculas novas appellant, Soli semper oppositas & hinc circa partes, quæ in Luna crescente citius illuminantur. in decrecente tardius intermediis Lumen amittunt, in orbem redeuntes, nunc majores, nunc minores.

#### COROLLARIUM I.

469. Omnes partes a Sole æqualiter illuminantur, utpote æquali intervallo ab eodem remotæ (§. 87 Optic.): sed aliæ tamen aliis clariiores, aliæ vero obscuriores (§. 468): ergo aliæ Radios Solares copiosius aliis reflectunt, adeoque heterogeneæ sint necesse est.

#### COROLLARIUM II.

470. Quia terminus Luminis in maculis admodum æquabilis (§. 468); superficies earum æquabilis est.

#### COROLLARIUM III.

471. Partes, quæ a Sole citius illuminantur aliis vicinioribus, quasque Lumen Solis tardius iterum relinquit, altiores quoque sunt reliquis, seu ultra reliquam Lunæ superficiem eminent.

#### COROLLARIUM IV.

472. Maculæ novæ umbris corporum terrestrium prorsus similes (§. 125 & seqq. & §. 257 Optic.).

#### OBSERVATIO XII.

473. HEVELIUS (a) distinctis vicibus se expertum scribit, licet Cælo existente undique satis sereno, ut Siellulas sexta & septima magnitudinis animadvertere potuerit, in eadem Luna altitudine atque elongatione a terra, dato in super uno eodemque egregio Telescopio, Lunam ejusque maculas non omni tempore æque lucidas serenas & perspicuas sibi apparuisse; sed alio atque alio tempore longe lucidiores, clariiores, purioresque visas esse.

#### COROLLARIUM.

474. Ex circumstantiis Observationis liquet, rationem Phænomeni neque in Aere nostro, neque in Tubo, neque in ipsa Luna, neque in Oculo Spectatoris, sed in aliquo circa Lunam existente quarendam esse.

#### OBSERVATIO XIII.

475. CASSINUS (b) sapius observavit, figuram Saturni, Jovis & Fixarum a Luna occultandorum prope limbum ejus sive illuminatum, sive obscurum ex Circulari in Ovale fuisse transmutatum: sapius etiam in aliis occultationibus nullam figuræ mutationem deprehendit. KIRCHIIUS filius (c) fatetur, cum A. 1729. d. 19. Sept. occultationem Veneris a Luna observaret, se per Tubum 18 pedum distincte animadvertisse mutationem figuræ Veneris, cum proxime ad Lunam accederet. Cum etiam antea dimi-

(a) Cometograph. Lib. VII. f. 163.

(b) Mémoires de l'Acad. Royal. des Sciences. A. 1706. p. m. 327.

(c) In Observat. laudatis p. 37.



*dimidiata fere appareret, ejus cuspidēs circa marginem Luna evanuisse & discum Veneris fere Ellipticum, sed male terminatum apparuisse, non prope marginem virri ocularis, sed in ipso ejus centro. Simili prorsus modo Sol & Luna in Horizonte vaporoso orientes & occidentes non Circulares sed Elliptici apparent.*

COROLLARIUM.

476. Cum ipsa Experientia satis constet, Solis & Lunæ figuram Circularem in Ellipticam mutari propter Refractionem in Aere vaporoso factam; haud obscure colligitur, tunc temporis, quando Stellarum a Luna occultandarum figura Circularis in Ellipticam abit, densam circa Lunam existisse materiam, per quam Radii Stellarum trajecti refracti fuerunt: in aliis autem casibus, ubi nulla figuræ mutatio facta, eandem rursus abfuisse.

SCHOLIUM I.

477. Hoc Phænomenon commode illustratur sequenti Experimento. Parieti interno vasis cujusvisque sive Plano, sive convexo, sive concavo, paucula cera affigatur Circulus chartaceus: Aqua affusa, ut radii ex ea in Aerem transientes refringantur, antequam ad Oculum obliquius Circulum respicientem deferantur, figura Circuli in Ellipticam mutata deprehenditur.

SCHOLIUM II.

478. Cum A. 1715. d. 28. Jun. occultatio Veneris a Luna facta Parisiis observaretur; DE MALZIEU, CASSINUS & MARALDUS, neque in figura, neque in motu, neque in colore ullam animadvertentem mutationem: ast DE LOUVILLE, DELISLE JUNIOR & CHARDELONIUS colorem prope Lunam admodum sensibilibiter immutari viderunt, quod his contradicentibus Refractioni in Lente factæ illi attribuerunt (a). Meretur adeo Phænomen-

non attentionem Observatorum in posterum, ut tandem extra omnem controversiam ponatur.

THEOREMA IV.

479. Luna est corpus densum & opacum, multis montibus, vallibus & maribus obsitum.

Lunam esse densam seu Luci imperiviam & per se opacam, ex superioribus jam manifestum est (§. 453). Partes autem aliæ aliis depressiores sunt, aliæ ultra reliquæ Lunæ superficiem asurgunt (§. 471) notabili admodum intervallo, cæque satis longæ ac amplæ, quia ex tanta distantia, qua Luna a Terra abest, videntur (§. 212 Optic.). Sunt adeo in Luna montes ingentes & valles admodum profundæ. Porro in Luna dantur tractus ingentes superficiem prorsus æquabilem habentes & minus Luminis reflectentes (§. 468). Quare cum corporum fluidorum superficies ex naturæ ipsorum necessitate sit æquabilis, eademque corpora, si fuerint perspicua, magnam Radium partem transmittant, pauciores reflectant; maculæ Lunares antiquæ corpora fluida & pellucida sint necesse est, hoc est, cum constanter eandem deprehendantur, maria. Dantur adeo in Luna montes, valles & maria.

COROLLARIUM I.

480. Partes adeo macularum lucidæ, quæ observantur (§. 468), insulæ sunt ac peninsulæ.

COROLLARIUM II.

481. Et quia in iisdem maculis ac prope earundem limbos partes clariores occurrunt (§. 468); in maribus Lunæ passim scopuli & promontoria dantur.

(a) Histoire de l'Acad. Roy. des Scienc. A. 1715. p. 12. & seqq.

## SCHOLIION.

482. *Quo his ratiociniis tanto tutius fidamus, HEVELIUS (a) suadet, ut ex loco quodam alto Horizontem visibilem aspicimus: tunc enim eum aquabili tractu appariturum, ubi planitiem terminat, asperum vero, sinuosum & inaequalem visum iri, si terram montibus & vallibus conspersam stringit.*

## COROLLARIUM III.

483. Quoniam maculæ novæ montibus contiguæ umbris corporum terrestrium prorsus similes (§. 472); dubium quoque non est, quin eadem umbræ sint montium Lunarium.

## COROLLARIUM IV.

484. Quare cum montes in Luna umbram projiciant; materia Lunaris opaca est.

## COROLLARIUM V.

485. Necessario itaque Luna Umbram in locum Soli oppositum projicit (§. 125 Optic.).

## THEOREMA V.

486. *Lunam ambit Atmosphaera gravis & elastica, in qua vapores alique exhalationes ascendunt & unde sub forma roris ac pluviae denuo in eam recidunt & fulgura emittuntur.*

Lumine Solari prorsus deficiente, circa Lunam Annulus lucidus compareret, Peripheriæ Lunæ parallelus (§. 454): datur ergo circa Lunam fluidum aliquod, quod figuram ejus assumit, Radiosque Solares incidentes refringit atque reflectit. Fluidum illud inferius prope Lunam densius, superius vero rarius, quia splendor prope Lunam maximus, versus Peripheriam suam continuo sensim sensimque decrescit (§. cit.). Tale

fluidum cum sit Aer Tellurem nostram ambiens (§. 154 Aerom.); circa Lunam quoque Aerem dari manifestum est. Et quoniam diversa Aeris densitas ab ejus gravitate & elasticitate pendet (§. 30, 154 Aerom.); non dubitandum, quin etiam diversa densitas in Aere Lunari easdem causas agnoscat. Est adeo Aer Lunaris gravis & elasticus. *Quod erat primum.*

Enimvero Aer Lunaris non eadem constanter pelluciditate gaudet (§. 473), limbum Solis tremere facit (§. 454), Stellarum figuras Circulares interdum in Ouales mutat (§. 475). Quamobrem cum eadem Phænomena in Aere nostro observentur, quando vaporibus oppletur (§. 412, 429, 475); haud obscure intelligitur, eo tempore, quo in Atmosphaera Lunari Phænomena ista conspiciuntur, eam vaporibus & exhalationibus oppletam esse. *Quod erat secundum.*

Quoniam tamen alio tempore Aer Lunaris denuo perspicuus evadit (§. 475); vapores ex eo in Lunam rursus præcipitentur opus est; adeoque vel ros decedit, vel pluit, vel ningit. *Quod erat tertium.*

Quod vero etiam subinde fulgura emittantur, ex Observatione liquet (§. 454). *Quod erat quintum.*

## THEOREMA VI.

487. *Luna est corpus Telluri simile.*

Est enim corpus opacum & minime perspicuum (§. 453): dantur in ea montes, valles & maria (§. 479) cum insulis, penisulis (§. 480), scopulis &

(a) Selenogr. C. G. f. 143.

& promontoriis (§. 481): datur denique circa eam Atmosphæra alterabilis, in qua vapores & exhalationes ascendant & unde in Lunam denuo recidunt, ac unde fulgura emittuntur (§. 486). Patet adeo Lunam esse corpus Telluri simillimum.

## SCHOLIION.

488. Cum in Tellure nostra rorem ac pluviam in Terram decidere constet, ut Plantæ vegetentur; Plantæ cum Arboribus crescant & semina atque fructus edant, ut Animalia & Homines nutririque queant, nihil profecto obstat, quo minus etiam in Luna Plantas & Arbores, Animalia & Homines admittamus. Nihil frustra facit natura, sibi ubique similis: cur ergo frustra in Luna produxerit Elementa ad vegetationem Plantarum & Arborum atque ad propagationem Animalium & Hominum necessaria? aut quem, quæso, alium in finem? Ast non modo rationi consentaneum est, Lunam habitari, verum etiam fidei, quæ hominum credulitati obnoxia non est. Fide nimirum teneamus, Deum omnia condidisse ad manifestandum perfectiones suas, scientiam, sapientiam, potentiam, bonitatem. Cumque adeo Terricolæ corpora Lunæ partialia distincte cognoscere nequeant, ne Deus sapientissimus sine excidat, Creaturæ rationis capaces & corporibus instructæ, ut Lunam incolant opus omnium

cenferi debet. Ceterum novum pondus his argumentis adjicietur, ubi inferius demonstratum fuerit, Tellurem nostram esse e Planetis unum & medio inter ipsos loco circa Solem ferri, immo ex diversis Planetis conspectam nunc Lunæ, nunc Veneris, nunc Jovis, nunc Saturni aut alterius cujusdam Stellæ faciem præ se ferre. Similitudo enim Planetarum atque Telluris tam Optica, quam Physica sufficiens argumentum ipsi HUGENIO videtur, quo ornatus eorundem terrestri similis inferatur. Ita nimirum (a): „ Si cui, inquit, in disseci canis corpore „ viscera ostenderentur, cor, stomachus, „ pulmones, intestina; tum venæ, arteriæ, „ nervi; etiam si nunquam animalis corpus „ apertum conspexisset, vix dubitaret, quin „ similis quædam fabrica ac partium varietas in bove, porco, cæterisque bestiis „ inesset. Nec si unius ex Saturni aut Jovis „ Comitibus naturam cognitam haberemus, nonne eadem fere, quæ in illo, „ in cæteris quoque reperiri putaremus? „ Similiterque ex uno quopiam Cometa, „ si, quidnam esset, perspicere posset, eandem omnium rationem esse statueremus. „ Itaque plurimum ponderis habet illa ex „ similitudine petita & a rebus visis non „ ad visas producta ratio: quam proinde „ sequentes ex Planeta uno, quem coram „ adspicimus, de reliquis ejusdem generis „ recte conjecturam faciemus.

(a) In Cosmotheoro Lib. I. p. m. 16. 17.

## CAPUT II.

*De Natura Planetarum tam Superiorum, quam Inferiorum, eorumque Satellitum.*

## DEFINITIO I.

489. **P**laneta Superiores dicuntur Saturnus, Jupiter & Mars; Inferiores Venus & Mercurius. Satellites vero sunt Planetæ, qui circa alios, tanquam Luna circa Tellurem nostram, movetur & una cum ipsis ab Occasu versus Ortum progrediuntur.

## SCHOLIUM.

490. Ratio denominationis patebit inferius, ubi ostenderimus, Venerem & Mercurium esse Terra viciniora Soli, Saturnum vero, Jovem & Martem ab eo remotiorem.

## OBSERVATIO XIV.

491. Si Veneris faciem per Telescopium contemplerur, raro plena facie splendere deprehenditur, sed Phases habet Lunaribus simillimas, parte illuminata Soli constanter obversa, directæ nimirum in Orientem, quando Phosphorus est, in Occidentem vero, quando Hesperus. Similes Luminis Phases in Mercurio & Marte observantur.

## OBSERVATIO XV.

492. An. 1631. d. 7. Nov. PETRUS GASSENDUS prædicente KEPLERO primus, & sequentibus temporibus alii complures Mercurium in Sole viderunt, qui ejus discum in Camera obscura Charta candida exceptum (§. 427) instar macu-

la nigra & rotunda trajicere visus est (a). Simili modo JEREMIAS HOROCIUS An. 1639. d. 24. Novembr. Venerem in Sole vidit (b): quod Phenomenon rarissimum antea a nemine observatum, nec ante d. 25. Maii An. 1761. alteri cuipiam observare licebit.

## OBSERVATIO XVI.

493. Celeberrimus DE LA HIRE An. 1700. per Telescopium 16 pedum in Venere detexit montes Lunaribus majores (c), disco ejus triplo apparente Lunaribus nudo oculo visis.

## OBSERVATIO XVII.

494. CASSINUS aliquoties duas in Venere maculas observavit (d). Idem An. 1666. d. 3. Martii Bononiæ in Marte per Telescopium 16 ac dimidii pedum quatuor maculas, & d. 24. Februarii duas alias majores deprehendit, quas posteriores eodem tempore ROMA per Telescopium 35 pedum vidit CAMPANUS. Idem

(a) Vid. Gassendi Epistola ad Schickardum de Mercurio in Sole viso & Venere invisâ, Operum Tom. VI. fol. 45. & seqq. & Tom. IV. f. 499. nec non Hevelii Mercurius in Sole visus.

(b) Vid. Observationes Coelestes in Operibus posthumis p. 393. & ejusdem Venus in Sole visa, quam Hevelius suo Mercurio in Sole viso notis illustratam subjunxit.

(c) Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, An. 1700. p. m. 288. & seqq.

(d) Ozanam Cours de Math. Tom. V. Traité de Geogr. Part. I. C. 3. p. 84. 85.

Idem CASSINUS AN. 1665. in Jove maculas duas; AN. 1690. alias duas minores; AN. 1691. itidem duas conspexit (a). In Mercurio vero, qui Soli proximus, ob nimium Luminis splendorem, & in Saturno ob maximam ejus a terra distantiam maculae nulla haecenus detegi potuerunt. Nemo maculas Veneris haecenus accuratius delineavit, quam BLANCHINUS (b), quas AN. 1726. Lunaribus amplioribus nudo oculo observabilibus similes per Telescopium 100 palmorum a CAMPANO elaboratum observavit & Celidographiam confecit.

#### SCHOLION.

495. Monet BLANCHINUS Observationes instituendas esse diebus a nebula immunibus, hora dimidia post Crepusculum, & eam visus aciem requiri, quae Luna maculis nudo Oculo satis distinguendis sufficit.

#### COROLLARIUM I.

496. Ex macularum Observationibus collegit CASSINUS motum vertiginis  $\mathcal{Z}$  9 hor. 56',  $\mathcal{J}$  24 hor. 40' &  $\mathcal{Q}$  24 horarum.

#### SCHOLION.

497. BLANCHINUS motum vertiginis Veneris 24 dierum spatio, additis horis circiter octo absolvi ex suis macularum observationibus demonstrat. Merentur Observationes Blanchinianae repeti ab Observatoribus aliis, qui praesidiis tantis instructi sunt, antequam quicquam certi definiatur.

#### COROLLARIUM II.

498. Cum itaque  $\odot$  (§. 422),  $\mathcal{Z}$   $\mathcal{J}$  &  $\mathcal{Q}$  (§. 496) motu vertiginis moveantur, Observationes autem in  $\mathcal{Z}$  &  $\mathcal{H}$  ob allatas (§. 494) rationes deficient, unde eorum vertigo certo concludi possit; nihil quidem obstat, quo minus statuamus, Mercurium

quoque & Saturnum circa Axem suum gyron.

#### OBSERVATIO XVIII.

499. In Jove observantur duae fasciae reliquo ejus disco lucidiores & lineis parallelis terminatae, nunc latiores, nunc artiores, nec eadem constanter disci loca occupantes. Fasciam multo latiore, sed Tab. V. obscuram mediamque disci partem occupantem AN. 1656. in Marte vidit HUGENIUS (c). CASSINUS filius d. 25 Martii AN. 1715. & sequentibus tres istiusmodi fascias in Saturno observavit, ita ut is per Telescopium 118 pedum ea facie videretur, qua Jupiter per Telescopium 34 pedum apparet (d). Fig. 49. & 50.

#### OBSERVATIO XIX.

500. AN. 1609. circa finem Novembris SIMON MARIUS, Marchionum Brandenburgensium Mathematicus, primus omnium tres Stellulas circa Jovem gyrantes & cum eo progredientes, mox autem mense Januario & Februario AN. 1610. quatuor conspexit (e). Et in Italia AN. 1610. d. 7. Januar. GALILEUS easdem Stellulas vidit & eodem adhuc anno Observationes suas publicavit (f): a quo tempore notissima facta est Circumjovialium observatio.

#### SCHOLION.

501. Hi Jovis Satellites a nonnullis dicuntur Lunae Joviales; a GALILEO autem Sidera Medicæa. Jovi proximum MARIUS vocat Mercurium Joviale, ab eo secundum Venerem Joviale, tertium Jovem Joviale & quartum denique Saturnum Joviale.

Iii

OB-

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

(a) Ozanam l. c. p. 83. 84.

(b) Hesperii & Phosphori Nova Phaenomena C. 4. f. 38. & seqq.

(c) In Systemate Saturnino p. 7.

(d) Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, A. 1715. p. m. 56.

(e) Vid. Praefatio ad Mundum Joviale.

(f) In Nuncio Sidereo.



## OBSERVATIO XX.

502. *Luna Joviales Cælo sereno evanescent, Jove inter ipsos atque Solem diametraliter interposito, id quod jam observavi SIMON MARIUS (a).*

## COROLLARIUM I.

503. Privantur adeo Lumine, quando Radii Solares per lineam rectam propagati (§. 46 Optic.) a Jove interceptiuntur.

## COROLLARIUM II.

504. Unde patet, eos instar Lunæ nostræ esse corpora opaca & a Sole illuminari.

## COROLLARIUM III.

505. Cum Jupiter Satellites suos pone ipsum constitutos non illustret (§. 502): ipse similiter in parte a Sole averſa omni Lumine caret: consequenter cum motu vertiginis gaudeat (§. 496), in omni.

## OBSERVATIO XXI.

506. *Si Lunula Jovis inter Jovem atque Solem diametraliter interponuntur, macula rotunda in disco Jovis observatur, quæ interdum Satellite major deprehensa (b).*

## COROLLARIUM I.

507. Quoniam Satellites Jovis sunt corpora opaca & a Sole illuminantur (§. 504): umbram in oppositum Solis projiciunt (§. 125 Opticæ). Sunt adeo maculæ rotundæ in Jove visæ Satellitum umbræ.

## COROLLARIUM II.

508. Quia intersectio umbræ est Circulus, Satellites autem Jovis sunt Sole minores, seu infra independenter ab his ostenduntur; umbra eorum conica est (§. 468 Geom.).

## COROLLARIUM III.

509. Figura igitur Satellitum saltem ad sensum sphaerica est (§. 137 Opticæ).

(a) In Mundo Joviali.

(b) Mémoires de l'Académie Royale des Sciences. An. 1707. P. II. 382.

## OBSERVATIO XXII.

510. *Si Tellure inter Solem & Jovem constituta Satellitum aliquis inter Jovem atque Solem similiter constet, Lumini Jovis immersus evanescit. Enimvero An. 1707. d. 26. Martii Cl. MARALDUS per Telescopium 34 pedum quartam Lunularum Jovialium instar macula obscura per discum Jovis trajicientem miratus est. Quamprimum vero eundem reliquit, Satelles consueto fulgore iterum comparuit. Similem maculam in Jove deprehendit, cum d. 4. Aprilis ejusdem anni per Telescopium 17 pedum Satellitis tertii immersionem in Lumen Jovis observaret: cum tamen d. 11. Aprilis ejusdem Satellitis immersioni de novo attenderet, nullam prorsus maculam deprehendit. Idem Phenomenon alio tempore aliquoties vidit etiam CASSINUS. Præterea & CASSINUS & MARALDUS admirandas magnitudinis apparentis mutationes in iisdem Satellitibus non simpliciter vice annotarunt, etiamsi nulla ratio ex eorum a Jove, Sole ac Tellure distantia dari posset: E. gr. quartus Satellitum, qui sapissime omnium minimus apparet, interdum maximus videtur. Similiter tertius, qui ordinarie omnium maximus, interdum tamen reliquis aequalis, immo iisdem minor videtur (c).*

## COROLLARIUM.

511. Quoniam Satellites Jovis a Sole collustrantur, etiam cum in Lumen Joviale immerguntur, hoc tamen non obstante obscuri

(c) Mémoires de l'Académie Royale des Sciences. An. 1707. P. 382. 383.



obscuri apparent (§. 510); mutationes in Atmospheris eorundem contingant necesse est, quæ impediant, quo minus Radii Solares a tota superficie aequaliter reflectantur.

### SCHOLION.

§12. Facile apparet, eandem esse rationem, cur umbra eorundem interdum major ipsis deprehendatur (§. 506).

### OBSERVATIO XXIII.

§13. Saturnus tot formas prorsus mirabiles induere videtur, ut causam tantæ varietatis diu detegere non potuerint Astronomi peritissimi. HUGENIUS exploratoribus Telescopiis Saturnum aggressus tres potissimum Phases detexit (a).

Tab. V. Fig. 51. Primo enim A. 1656. a d. 16. Jan. usque ad 17. Junii Saturnum vidit rotundum, transversa linea, cæteris disci partibus paulo obscuriore, ex æquo medium ejus discum secante. Eodem anno die 13.

n. 1. Octobris vidit brachiatum, instructum nempe duobus brachiis, recta utrinque extensis, prope limbum Saturni latioribus, & minus intensa luce quam versus extremas cuspides lucentibus, fascia obscuriore paulo infra brachiorum lineam comparente. Tandem A. 1657. d.

n. 2. 17. Decembris anatum vidit, brachia prope discum adaperata ac bifida inveniens, linea obscura versus inferiora ulterius promota: quas ansas latius adhuc patentes a die 10. Novembr. A. 1658. usque ad 26. Martii A. 1659. omnium distinctissime conspexit. Ceterum notatu dignum, quod intra ansas Saturni fixas conspiciere liceat.

n. 3. 17. Decembris anatum vidit, brachia prope discum adaperata ac bifida inveniens, linea obscura versus inferiora ulterius promota: quas ansas latius adhuc patentes a die 10. Novembr. A. 1658. usque ad 26. Martii A. 1659. omnium distinctissime conspexit. Ceterum notatu dignum, quod intra ansas Saturni fixas conspiciere liceat.

(a) In Systemate Saturnino p. 16, & seqq.

### SCHOLION I.

§14. Equidem antea Astronomi Phases Saturni alias mirabiliores annotarunt. Certe HEVELIUS (b) numerat Saturnum 1. monosphæricum, 2. trisphæricum, 3. sphærico-anatum, 4. ellipticoanatum, 5. sphærico-cuspidatum, quas ipsas Phases denuo in alias subdividit. Enim vero HUGENIUS (c) clarissime ostendit, imperfectioni Tuborum deberi ejusmodi apparitionum monstra. Cum enim A. 1655. mense Aprili ac Maio Saturnum brachiatum observasset, RICCIOLUS & HEVELIUS tricorporum viderunt; ipsique HUGENIO brachiorum loco apparere duo globuli, Telescopio 5 aut 6 pedum Saturni faciem contemplanti.

### COROLLARIUM I.

§15. Ex Observationibus suis HUGENIUS recte infert: Saturnum cingi Annulo tenui, plano, nusquam coherente, ad Eclipticam inclinato: hoc nimirum admissio, ratio Phænomenorum manifesta.

### SCHOLION II.

§16. Sane non modo HUGENII, sed & CASSINI Observationes summa cum industria instituta abunde confirmarunt, Phases Saturni tales apparere, quales ex sua Theoria eas prædixerat HUGENIUS (d). Accuratissime Annuli hujus Observationes A. 1715. & 1716. dedere CASSINUS filius atque MARALDUS (e).

### COROLLARIUM II.

§17. Cum fascia obscura in disco Saturni appareat, Annulo ita constituto, ut nec brachia, nec ansæ appareant (§. 513); manifestum est, eam esse marginem Annuli.

Iii 2

OB-

(b) In Opusculo de Saturni nativa facie.

(c) In Systemate Saturnino p. 35.

(d) Transact. Anglic. n. 65. p. 1093. & n. 78. p. 3024. & seqq. n. 128. p. 690.

(e) Mémoires de l'Acad. Roy. des Scienc. A. 1715. p. m. 13. 14. & A. 1716. [p. m. 223.]

## OBSERVATIO XXIV.

518. HUGENIUS A. 1655. d. 25. Martii primus omnium per Telescopia 12 & 23 pedum Satellitem aliquem Saturni observavit (a): postea accessere quatuor alii a CASSINO diverso tempore detecti. Nempe duos, qui Saturno proximi, per Telescopia CAMPANI 100 & 136 pedum A. 1684. mense Martio primum reperit; tertio jam ante A. 1672. d. 23. Decembris per Telescopium CAMPANI 35 pedum & quinto (quartus enim HUGENIANUS est) A. 1671. circa finem Octobris per Telescopium 17 pedum viso. Duos intimos postea quoque deprehendit per Telescopia CAMPANI 47 & 34 pedum atque per Telescopia BORELLI 40 & 70 pedum, & denique per Telescopia ARTOUQUELLI 80, 155 & 220 pedum (b). Recentissime in Anglia JACOBUS POUND una cum aliis per Telescopium HUGENIANUM Satellites hosce Saturni observavit, de quibus paulo ante dubitare ceperat DERHAMUS (c).

## SCHOLION.

519. Præter 4 Jovis & 5 Saturni Comites alii observati non sunt: neque facile spes superest, fore ut plures in posterum detegantur, quia CASSINUS usus est Telescopiis & maximis, & exquisitissimis. Equidem ANTONIUS MARIA SCHYRLÆUS DE RHEITA, Capucinus Colonienſis, præter Sidera Medicea alios quinque circa Jovem Satellites die 29. Decembr. A. 1642. sibi deprehendisse visus est, quos in honorem URBANI VIII. Pontificis maximi, Sidera Urbanoctaviana appellavit. Sed cum Observatio per GABRIELEM NAUDÆUM cum GASSENDO communicaretur,

(a) Vid. Systema Saturninum p. 9. & seqq.

(b) Transact. Anglic. n. 92. p. 5178. & seqq. n. 91. p. 1181 n. 181. p. 79.

(c) Transact. Anglic. N. 355. p. 768. & N. 356. p. 776.

qui eodem die Jovem observaverat; statim is deprehendit, Virum religiosum quinque Stellas fixas in fusione Aquæ Aquarii, quæ in Catalogo TYCHONIS sunt 24, 25, 26, 27 & 28, cum Satellitibus Jovis confudisse: unde etiam non mirum, quod motu reliquis contrario (qualis nimirum in Fixis apparet) ab Occasu in Ortum progredi visæ reliquisque majores apparuerint (d). Equidem DE RHEITA errorem suum agnoscere noluit (e); nemo tamen postea Satellites istos reperire in Cælo potuit.

## OBSERVATIO XXV.

520. Satellitem quartum MARALDUS atque CASSINUS filius die 25. Martii h. 11. A. 1715. Cælo sereno evanescere observarunt, Saturno inter ipsum atque Solem diametraliter interposito (f).

## COROLLARIUM I.

521. Privatur adeo Lumine, quando Radii Solares per lineam rectam propagati (§. 46 Optic.) a Saturno interceptiuntur.

## COROLLARIUM II.

522. Est igitur instar Lunæ corpus opacum & a Sole illuminatur.

## COROLLARIUM III.

523. Cum Saturnus Satellitem pone ipsum constitutum non illustret (§. 520), ipse similiter in parte a Sole averſa omni lumine caret.

## THEOREMA VII.

524. Saturnus, Joviter, Mars, Venus & Mercurius, nec non Saturni ac Jovis Satellites sunt Corpora Lunæ similia.

Quo-

(d) Vid. Epistola Gassendi ad Gabr. Naudæum de Novem Stellis circa Jovem visis. Oper. Tom. IV. f. 511. & seqq.

(e) Vid. Oculus Enochii atque Eliæ Lib. IV. C. 1. membr. 2. f. 171

(f) Mémoires de l'Acad. Royal. des Scienc. A. 1715. p. m. 57.

Quoniam in Venere, \* Mercurio & Marte nonnisi ea pars disci splendet, quæ a Sole illuminatur (§. 491), præterea ♀ atque ♀ inter Solem & Tellurem constituti instar maculæ obscuræ in disco Solis comparent (§. 492); ♀, ♀ atque ♂ esse Corpora opaca lumine Solis mutuatitio splendens patet. Idem de Jove manifestum est, quia Lumine privatur ea parte, quam umbra Satellitum attingit (§. 506) & altero Hemisphærio, quod a Sole aversum, constanter Lumine caret (§. 505). Ejus vero Satellites itidem opacos esse lumenque Solis reflectere, supra jam ostensum (§. 504). Non ab simili argumento concluditur, Saturnum esse Corpus instar Lunæ opacum Lumenque Solis reflectere: id quod de uno Satellite cum in superioribus etiam evictum fuerit (§. 522), per Analogiam haud fallaci argumento de ceteris quoque concluditur.

Porro cum Lumen Solare per Mercurium & Venerem non transpareat, quando sub eo constituuntur (§. 492); Corpora densa minusque pellucida sint necesse est (§. 12 Optic.), quod idem de Jove & Saturno umbra Satellites obscurantibus patet (§. 504, 522).

Ex maculis ♀, ♂ & ♀ variabilibus apparet, dari circa hos Planetas Atmosphæram alterabilem, ceu ex iis manifestum est, quæ supra ad Theor. 5. (§. 486) ostendimus. Eadem Atmosphæræ alterabilitas simili argumento de Jovis Satellitibus inferitur (§. 511), adeoque ob similitudinem reliquam etiam de Planetis reliquis concluditur.

Simili modo ob montes in ♀ depre-

hensos (§. 493) tales quoque in reliquis supponere licet.

Cum adeo ☿, ☿, utriusque Satellites, ♂, ♀ & ♀ sint Corpora opaca, Lumine Solis mutuatitio resplendescencia, montibus prædita & Atmosphæra alterabili cincta, consequenter etiam Aquæ in iisdem existant, quæ per observationem macularum constantium in Venere patent (§. 494) Corpora Lunæ simillima sunt (§. 479, 486).

### COROLLARIUM I.

525. Luna est Corpus Telluri nostro simile (§. 687); sunt ergo & Planetæ reliqui omnes eidem Telluri similes.

### COROLLARIUM II.

526. Nil adeo obstat, quo minus statuamus, Planetas omnes ab Animalibus atque Hominibus habitari (§. 488).

### SCHOLIUM.

527. De Planetarum incolis multa probabiliter ostendit HUGENIUS in Cosmotheo, ex similitudine Planetarum cum Terra, quod nempe instar hujus sint Corpora opaca, densa, rotunda, gravia, & a Sole illuminentur ac calefiant, eumque in finem circa ipsum moveantur, argumentatus. Sed multa etiam aliis argumentis inferri poterant. E. gr. Dubio fere penes me caret, Jovicolas esse Terricolas multo majores, ex genere nempe Gigantum. Nimirum Pupilla dilatur in Lumine fortiori, coarctatur in debiliore (§. 56 Optic.). Quare cum in Jove Lux meridiana in eadem altitudine Solis sit debilior, quam in Tellure, ob majorem nempe Jovis a Sole distantiam inferius independenter ab his ostendendam (§. 87 Opt.); Pupilla in maxima constrictione, adeoque etiam per se, major esse debet in Jovicolis, quam in Terricolis. Enimvero Experientia loquitur, Pupillam reliquo Bulbo Oculi, Oculum vero reliquo

Corpori esse proportionatum, ut nempe Animantia Oculos majores habeant, quorum Pupilla major est, & Corpore majori gaudeant, quorum Oculi sunt majores: quare Corpora Jovicolarum majora esse debent Corporibus Terricolarum. Et sane non desunt mihi rationes, quæ suadent, Jovicolas statura æquales esse Ogi Regi Basan, cujus latus ferreus, MOSE autore (a), habuit longitudinem novem, latitudinem quatuor cubitorum. Patet enim inferius, distantiam  $\frac{1}{2}$  a Sole esse ad distantiam Telluris ab eodem, ut 26 ad 5. Est igitur Intensitas Luminis Solaris in Jove ad Intensitatem in Tellure in ratione duplicata 5 ad 26 (§. 87 Optic.). Sed per Experimentiam constat, Pupillam dilatari in ratione majore, quam Intensitas Luminis decrescit, alias enim Objecti remoti claritas eadem apparere posset, quæ vicinioris, quod tamen videtur obscurius; Diameter adeo Pupillæ in statu maxime contractionis aut dilationis Terricolarum est ad Diametrum Pupillæ in statu simili Jovicolarum in ratione majore quam 5 ad 26 (§. 409 Geom.). Quod si eandem ponamus ut 10 ad 26 seu 5 ad 13; cum statura Terricolarum ordinaria sit pedum Parisinorum  $5\frac{7}{12}$  seu particularum 7515, cujusmodi pes regius Parisinus continet 1440 (tantam nimirum meam reperio),

(a) Deuter. III. 11.

reperietur Statura ordinaria Jovicolarum 19539 istiusmodi particularum, hoc est, pedum  $13\frac{819}{1440}$ . Quoniam cubitus Hebræus juxta Cl. EISENSCHMIDIUM (b) est particularum 2384 pedis Parisini, longitudo lecti Gigantis a MOSE commemorati est 21456: unde si subducatur pes unus partium 1440, relinquitur longitudo Gigantis 20016 seu pedum  $13\frac{1286}{1440}$ , cui quam proxime convenit longitudo Jovicolarum pedum  $13\frac{819}{1440}$ . Ceterum Planetarum Incolas jam agnovere Veteres, & METRODORUS (c) affirmat haud minus absurdum esse in Infinito Spatio Mundum unicuique tantum collocare ac in amplissimo campo unicam solummodo spicam nasci, asserere & credere. Eandem sententiam multis rationibus adstruit CUSANUS Cardinalis Vir gravis & doctus (d): cujus auctoritate permotus, DE REITA & Capuccinorum familia (e), in eandem inclinare videtur, ut alios taceamus; apertius vero eam amplectitur R. P. CASTELLUS & Societate Jesu (f).

(b) De Ponderibus & mensuris veterum R. G. & H. Sect. 3. C. 4. p. 119.

(c) Plut. de Placit. Philos. C. 5.

(d) De docta ignorantia lib. 2. c. 11.

(e) In Oculo Enochii atque Eliæ Lib. IV. C. 1. membr. 3. f. 178. & seqq.

(f) Traité de Phys. sur la pesanteur universelle des corps. Tom. I. lib. 5. c. 6. p. 575. 576.

## C A P U T III.

### De Systemate Planetario.

#### DEFINITIO II.

528. **P**ER Systema Planetarium intelligo ordinem, quo Planetæ cum Sole in Universo collocati sunt.

#### DEFINITIO III.

529. *Planeta primarii* dicuntur;

qui circa Solem moventur: *secundarii* sunt, qui circa alium Planetam feruntur.

#### COROLLARIUM.

530. Sunt adeo Satellites Jovis atque Saturni Planetæ secundarii (§. 500, 518).

DEFI-

DEFINITIO IV.

531. *Directio Planeta* est motus in Signa consequentia Eclipticæ, nempe ex ♀ in ♂, ex ♂ in ♀ & ita porro.

DEFINITIO V.

532. *Statio* est apparentia in eodem Cœli puncto per aliquot dies.

DEFINITIO VI.

533. *Retrogradatio* est motus in Signa antecedentia Eclipticæ, e. gr. ex ♀ in ♂, ex ♂ in ♀, &c.

DEFINITIO VII.

534. *Planeta vocatur directus*, quando in Signa consequentia movetur; *stationarius*, quando in eodem Cœli puncto immobilis hæreere videtur; *retrogradus* denique, quando in antecedentia movetur.

DEFINITIO VIII.

535. *Synodus, Conjunctio* seu *Coitus* Stellarum est concursus earundem in eodem Cœli loco Optico.

DEFINITIO IX.

536. *Oppositio* est distantia duarum Stellarum per semissem Circuli, seu intervallo 180 graduum.

OBSERVATIO XXVI.

537. *Planete omnes Soli opponuntur*, exceptis Venere & Mercurio, quorum illa nunquam ultra gradus 47, hic nunquam ultra 28 a Sole digreditur. Uterque Planeta a maxima elongatione rursus ad Solem regreditur & ad Conjunctionem denuo properat.

OBSERVATIO XXVII.

538. *Venus plena facie splendet*, si post Conjunctionem fuerit Hesperus, cum elongatione a Sole Lumen decrescit, in

*digressione maxima dimidiata cernitur. Dum inde ad Solem regreditur Lumen ulterius decrescit, ita ut instar falcis appareat, cum mox Heliace occidit. Quando Coitu cum Sole celebrato Phosphorus evadit, falcata rursus conspicitur, in maxima digressione denuo dimidiata. Dum inde ad Solem regreditur, Lumen continuo crescit, donec paulo ante Conjunctionem plena facie splendeat. Observationes speciales recenset HEVELIUS (a).*

COROLLARIUM.

539. In altera itaque Conjunctione Venus lumine plena; in altera vero omni lumine cassa.

OBSERVATIO XXVIII.

540. *Phases Mercurii eadem prorsus observantur, quæ Veneris, quemadmodum denuo annotatum est ab HEVELIO (b) & cuilibet ad Oculum constabit, si per Telescopium melioris notæ Cælo non invito, faciem ejus contempletur.*

OBSERVATIO XXIX.

541. *Planeta interdum se mutuo occultant. Certe MOESTLINUS An. 1591. die 9. Jan. Jovem a Marte coloris ignei rutilantis; An. 1599. d. 3. Octobr. hor. 5. matutina Martem a Venere coloris candidi contactum vidit (c). An. 1671. d. 1. Jun. HEVELIUS & An. 1678. die 7. Februar. BULLIALDUS Saturnum; An. 1679. d. 5. Jun. HEVELIUS Jovem & An. 1676. d. 21. Aug. FLAMSTEEDIUS, HALLEIUS, HEVELIUS Martem a Luna obtectum conspexerunt. (d). COPERNICUS An. 1529.*

(a) In Proleg. Selenogr. f. 69. & seqq.

(b) Loc. cit. f. 74. & seqq.

(c) Keplerus in Astron. Optic. p. 305.

(d) Transactio. Anglic. num. 78. pag. 3027. 3031. num. 129. p. 721. & seqq. num. 139. p. 969. num. 1. p. 29.



An. 1529. die 12. Martii vespere Venerem a Luna testam observavit (a).

## OBSERVATIO XXX.

542. Fixarum a Luna occultationes sæpius contingunt, ut adeo Observationibus specialibus recensendis supersedere possimus. Sed Fixarum aliquæ etiam a Planetis reliquis quanquam rarius, occultata leguntur. Sane An. 241. ante Christum d. 4. Septembr. mane Jupiter Asellum Austrinum & A. C. 1633. d. 19. Decembris mane, observante GASSENDO, Propoda seu Stellam ante pedes Geminorum; Mars An. 272. ante Christum die 18. Jan. referente PTOLEMÆO, Borealem in fronte Scorpii & recentius, observante GASSENDO, extremam in ala Virginis; Venus An. 1574. d. 16. Sept. hor. 4. mat. & An. 1598. d. 25. Sept. hor. 3. mat. observante MOESTLINO, Regulum textit (b) KIRCHIUS An. 1679. d. 7. Januar. mane Stellam sextæ magnitudinis in Australi cornu Tauri, quæ apud BAYERUM littera o notatur, a Saturno occultatam observavit (c).

## OBSERVATIO XXXI.

543. CASSINUS, referente GREGORIO (d) primam Arietis aliquando in binas æquales intervallo Diametri utriusvis distantes divisam conspexit. Idem Phenomenon de præcedente capite Geminorum observavit: immo Pleiadum aliquas & mediam in Orionis gladio quandoque triplas, aut etiam quadruplas apparentes vidit.

(a) Revolut. coelest. Lib. V. c. 23.

(b) Ricciolus in Almag. Nov. Lib. VII. Sect. 6. C. 14. f. 721.

(c) Vid. Miscellan. Berolin. p. 205. & seqq.

(d) In Element. Astron. Physic. & Geometr. Lib. III. Prop. 54. f. 274.

## PROBLEMA II.

544. Micrometrum construere, hoc est Instrumentum, quo res minutas in Cælo exacte dimetiri licet.

## RESOLUTIO.

1. In foco Tubi Astronomici aptetur Tab. Annulus orichalceus seu ferreus AB cum cochleis fœminis sibi mutuo diametraliter oppositis.
2. Inferantur duæ cochleæ mares CE & DF ejus longitudinis, ut versatæ intra Tubum sese contingere possint. Dico, tali Instrumento res minutas in Cælo dimetiri licere.

## DEMONSTRATIO.

Cum enim objecta per Tubum visa cochleis contigua appareant (§. Dioptr.), si ea tandiu versentur, donec duo puncta opposita contingant, quorum distantiam metiri debes, illico constabit, quot cochlearum striæ isti intervallo respondeant. Ut autem constet, quot scrupula secunda singulis striis conveniant, Tubo in Cælum converso versentur cochleæ, donec duas Fixas, quarum distantia in scrupulis secundis exacte cognita (§. 225), contingant, & notetur numerus striarum isti intervallo respondens. Ita nimirum per Regulam trium constructur Tabella scrupulorum singulis striis convenientium, consequenter distantia duorum quorumcunque punctorum exigua, ope hujus Instrumenti, Tabella constructa, inveniri potest. Q. e. d.

## SCHOLION I.

545. Tabella, de qua in Demonstratione diximus, construi etiam poterit, si ope Horologii



logii oscillatorii observetur tempus, quod elabitur, dum Stella in *Æquatore* constituta ab uno cochleæ extremo usque ad alterum, Tubo immoto, progreditur, atque in scrupula *Æquatoris* convertatur. Utimur etiam commode Fixarum loco *Lunæ* vel *Solis* *Diametro* apparente.

### SCHOLION II.

546. *Simplicissimum* hoc *Micrometri* genus, quod a quovis *Fabro* ferrario facile parari potest, excogitavit *KIRCHIUS A.* 1677. occultationem *Fixæ* a *h* factam observaturus (a). Alia *Astronomis* *Gallis* usitata describit *Cl. DE LA HIRE* (b), & alibi alia occurrunt (c). Ceterum *Kirchianum* agnatum est *Instrumento*, quo *HUGENIUS* (d) *Diametros* apparentes *Planetarum* metitus, & quod *Micrometri* inveniendi ansam dedisse videtur.

### PROBLEMA III.

547. *Observare Diametrum Solis apparentem.*

### RESOLUTIO.

1. Quadrante exactissime diviso & Dioptris Telescopicis instructo observetur altitudo meridiana limbi Solaris tam superioris, quam inferioris.
2. Altitudo inferior subducatur a superiore, differentia erit angulus, sub quo Diameter Solis e Terra videtur.

*Aliter.*

1. Super Linea meridiana erigantur duo fila perpendicularia & capite immo-  
*Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.*

(a) Vid. Præfation. ad *Calendarium A.* 1696. & Miscell. Berolin. p. 202. & seqq.

(b) In *Tabul. Astron. Part. 2. p. 6. & seqq.*

(c) Vid. *Lexicon meum Mathem. sub voce Micrometrum.*

(d) In *Systemate Saturn. p. 52.*

to observetur transitus Solis per Meridianum.

2. Quamprimum limbus  $\odot$  ad fila appellit, notetur momentum temporis, quo ab Horologio oscillatorio indicatur.
3. Quando limbus oppositus eadem relinquit, notetur similiter tempus, quod Index Horologii monstrat.
4. Tempus prius a posteriore subducatur, residuum erit tempus, quo Diameter  $\odot$  per Meridianum transir.
5. Si Sol fuerit in *Æquatore*, tempus modo inventum convertatur in *Scrupula* *Æquatoris* (§. 212), ita prodibit arcus, qui metitur angulum, sub quo Diameter Solis videtur.
6. Si Sol fuerit extra *Æquatorem*, arcus inventus est Circuli paralleli, in quo Sol commoratur, similis arcui *Æquatoris*, qui interea per Meridianum transir (§. 45 *Spheric.*). Quare cum ob parallelismum rectarum CQ & TA angulus CAT sit. angulo ACQ (§. 233 *Geom.*), hoc est, Declinationi AQ (§. 57 *Geom.* & §. 76 *Astron.*) æqualis; Radius *Æquatoris* AC est ad Radium Paralleli AT, ut Sinus totus ad Cosinum Declinationis seu anguli ACQ (§. 33 *Trigon.*). Sed arcus similes Paralleli & *Æquatoris* in eadem ratione existunt (§. 412 *Geom.* & §. 171 *Arith.*): ope igitur ejusdem in scrupula *Æquatoris* convertuntur scrupula Paralleli (§. 302 *Arithm.*), quæ Diameter Solis apparentem produunt ut ante.

Tab.  
VI.  
Fig. 54.

## PROBLEMA IV.

548. *Diametrum apparentem Solis, Luna ac Stella cujuscunque observare.*

## RESOLUTIO.

1. Convertatur in Solem Helioscopium (§. 467 *Dioptr.*), in Lunam & Stellarum Tubus Astronomicus (§. 358 *Dioptr.*), Micrometro instructus (§. 544).
2. Cochleæ Micrometri versentur donec utrinque limbum Sideris contingant.
3. Notetur numerus spirarum intervallo intra cochleas in Tubo relicto conveniens.
4. Hic denique ope Tabellæ modo supra præscripto (§. cit.) constructæ vertatur in scrupula Æquatoris, quæ Semidiametrum apparentem prodent.

## OBSERVATIO XXXII.

549. *Diameter Solis, Luna & Planetarum tam inferiorum, quam superiorum non omni tempore eadem deprehenditur; sed in singulis ad certum usque terminum crescit iterumque decrescit. Inprimis vero notabile est, Planetas superiores multo majores apparere, si fuerint Acronychii seu in Oppositione cum Sole, quam prope Conjunctionem cum eodem; Planetas vero inferiores majores videri, si lumine fuerint diminuti, quam ubi aucti extiterint. Martis inprimis Acronychii Diameter octuplo, immo juxta RICCIOLUM (a) nuncuplo major apparet, quam si prope Conjunctionem in eodem Cæli loco conspiceretur, ita ut A. 1529. mense Julio & Augusto ob prodigiosam magnitudinem novum Sidus crederetur (b).*

(a) In Almagest. Nov. Lib. VII. Sect. 6. C. 10. f. 713.  
(b) Keplerus in Astronom. Optic. C. 10. p. 333.

## COROLLARIUM I.

550. Planetarum distantia a Terra non semper eadem (§. 371 *Optic.*).

## COROLLARIUM II.

551. Planetæ superiores sunt Terræ propiores in Oppositione cum Sole, quam circa Conjunctionem (§. cit.); Mars inprimis octuplo, immo nuncuplo propior est Telluri in Oppositione, quam circa Conjunctionem cum Sole (§. 212 *Optic.*).

## COROLLARIUM III.

552. Planetæ inferiores Terræ propiores sunt, si lumine diminuti, quam si aucti fuerint (§. 371 *Optic.*).

## OBSERVATIO XXXIII.

553. *Diametrum Solis apparentem observarunt*

	Maximam	Mediam	Minimam
PTOLEMÆUS (c)	33' 20"	32' 18"	31' 20"
TYCHO (d)	32 0	31 0	30 0
KEPLERUS (e)	31 4	30 30	30 0
RICCIOLUS (f)	32 8	31 40	31 0
CASSINUS (g)	32 10	31 40	31 8
DE LA HIRE (h)	32 43	32 10	31 38

Observatur autem hodie Diameter minima, quando Sol existit in ☍; maxima, quando in ☿ hæret.

## COROLLARIUM.

554. Maxima adeo Solis a Terra distantia hodie in ☍ est, minima in ☿ (§. 211 *Optic.*).

## OBSERVATIO XXXIV.

555. *De Luna notatu dignum est quod duplex observetur incrementum & decrementum Diametri apparentis, alterum*

(c) Almag. Lib. V. C. 14. f. m. 117.  
(d) Progymnas. Lib. I. C. 1. p. m. 135.  
(e) In Tab. Rudolph. f. 91.  
(f) Astron. Reform. Lib. I. C. 23. f. 38.  
(g) Apud Ricciolum loc. cit.  
(h) In Tab. Astron. p. 10.

terum in Conjunctionibus & Oppositionibus cum Sole, alterum in Quadraturis. Est nempe maxima Luna Diameter apparens in illis minor, maxima in hisce, & minima in illis; minor itidem minima in hisce. Sane in priori casu statuunt

Minimam Maximam

PTOLEMÆUS (a)	31'. 20"	35'. 20"
TYCHO in Conj.	25. 36	28. 48
Idem (b) in Oppos.	32. 0	36. 0
KEPLERUS (c)	30. 0	32. 44
DE LA HIRE (d)	29. 30	33. 30

In casu autem posteriore ponunt

	Minimam	Maximam
PTOLEMÆUS	42'. 8"	55. 0
TYCHO	32. 32	36. 0

COROLLARIUM.

556. Luna in eodem Orbitæ suæ puncto a Terra magis distat in Quadraturis, quam in Oppositionibus & Conjunctionibus (§. 211 Optic.).

OBSERVATIO XXXV.

557. Planetarum superiorum Diametros apparentes juxta Auctores diversos exhibet HEVELIUS (c). Statuunt nempe Diametrum

		Minim.	Mediam.	Maxim.
ALBATEGNIUS	♂	1'. 29". 13'''	1'. 44". 13'''	2'. 5". 59'''
TYCHO		1. 34. 0	1. 50. 0	2. 12. 0
KEPLERUS		0. 21. 0	0. 25. 0	0. 38. 0
RICCIOLUS		0. 46. 0	0. 57. 0	1. 12. 0
HEVELIUS		0. 14. 10	0. 16. 2	0. 19. 40
ALBATEGNIUS	♀	2. 9. 25	2. 36. 40	3. 18. 24
TYCHO		2. 14. 0	2. 45. 0	3. 59. 0
KEPLERUS		0. 30. 0	0. 38. 0	0. 50. 0
RICCIOLUS		0. 38. 18	0. 49. 46	1. 8. 46
HEVELIUS		0. 14. 36	1. 18. 2	0. 24. 22
ALBATEGNIUS	♂	0. 54. 0	1. 34. 0	6. 10. 0
TYCHO		0. 57. 0	1. 40. 0	6. 46. 0
KEPLERUS		0. 54. 0	1. 34. 0	6. 30. 0
RICCIOLUS		0. 10. 0	0. 22. 0	1. 32. 0
HEVELIUS		0. 2. 46	0. 5. 2	0. 20. 50
ALBATEGNIUS	♀	1. 49. 0	3. 8. 0	6. 42. 0
TYCHO		1. 52. 0	3. 15. 0	4. 40. 0
KEPLERUS		1. 2. 0	1. 48. 0	7. 6. 0
RICCIOLUS		0. 33. 30	1. 4. 12	4. 8. 0
HEVELIUS		0. 9. 30	0. 16. 46	1. 5. 58
ALBATEGNIUS	♂	1. 27. 21	2. 5. 20	3. 41. 45
TYCHO		1. 29. 0	2. 10. 0	3. 57. 0
RICCIOLUS		0. 9. 20	0. 13. 48	0. 25. 12
HEVELIUS		0. 4. 4	0. 6. 3	0. 11. 48

- (a) Loco citato.  
 (b) Loco supra citato.  
 (c) In Rudolphinis f. 89.  
 (d) In Tab. Astron. p. 27.

Kkk 2 CRISTIAN

(c) In Tractatu de Mercurio in Sole viso f. 101.

CHRISTIANUS HUGENIUS *methodo exquisitiore Diametros Planetarum apparentes investigans deprehendit Diametrum minimam*  $\text{h } 30''$ , *Annuli ejus*  $1' 8''$ ,  $\text{z } 1' 4''$ ,  $\text{d } 30''$ ,  $\text{q } 1' 25''$  (a). *Ex his Observationibus in h, z & q accuratissimas judicat, HEVELIUS vero Mercurii Diametrum ex eo in Sole observato elicit.*

#### SCHOLION.

558. *Ingens discrimen inter veteres & recentiores inde oritur, quod illi, veluti ALBATEGNIUS & ipse adhuc TYCHO, nudis oculis æstimaverit Diametros Planetarum; recentiores autem Tubis utantur: unde splendor spurcius, quem Telescopia tollunt, eos exhibuit justo majores. RICCIOLUS equidem Telescopiis usus est, sed Micrometro caruit, sine quo aut HUGENII apparatus isti simillimo Diameter Planetarum non adeo tuto exploratur (b). Observationes itaque HUGENIANÆ & HEVELIANÆ circa q reliquis merito præferuntur; quibus adeo & nos in posterum utemur.*

#### PROBLEMA V.

559. *Longitudinem & Latitudinem Planetæ observare.*

#### RESOLUTIO.

1. Observetur culminatio Planetæ (§. 134), &
2. Inveniatur ejus altitudo meridiana (§. 129, 142),
3. Noteturque Temporis momentum ope Horologii oscillatorii, quod inter culminationes Planetæ atque Fixæ alicujus notæ Ascensionis rectæ intercedit.
4. Ex data altitudine meridiana Planetæ investigetur ejus Declinatio (§. 150), &

(a) In Systemate Saturnino p. 77. & seqq.

(b) Vid. Astron. Reformatæ Lib. X. Cap. 1, f. 353. 354.

5. Ex tempore inter culminationes interjecto & Ascensione recta Fixæ Ascensio recta Planetæ (§. 228).
6. Tandem, cognitis Declinatione & Ascensione recta ejus, invenitur Latitudo & Longitudo (§. 243).

#### SCHOLION I.

560. *Quodsi distantia Planetæ a Fixa notæ Ascensionis rectæ observetur (§. 225); ejus Ascensio recta itidem inveniri potest (§. 226, 232), quamvis calculo operosiore.*

#### SCHOLION II.

561. *Hoc modo sequentia de motu Planetarum proprio patebunt.*

#### OBSERVATIO XXXVI.

562. *Luna & Sol semper apparent directi. Sed h, z, d, q & q plerumque directi, interdum retrogradi, nunquam stationarii. Planetæ superiores sunt retrogradi circa oppositionem cum Sole, duo inferiores circa conjunctionem, h stationarius sit in distantia quadrante paulo majore, z in distantia 120 circiter graduum, d in distantia longe majori a Sole: q & q vero semel vespere post directionem, altera vice mane post retrogradationem, utraque statione Soli propiore digressionem maximam.*

#### OBSERVATIO XXXVII.

563. *Intervalla temporis inter duas retrogradationes intercedentia inæqualia sunt: in h est unius anni circiter ac 13 dierum, in z anni unius & 43 dierum, in d annorum 2, dierum 50, in q anni unius, dierum 220, in q dierum 115. Nempe h est stationarius diebus 8, z 4, d 2, q  $1\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$  circiter; retrogradus h diebus 140, z 120, d 73, q 42, q 22; directus denique*

denique h diebus 243, ♄ 284, ♂ 705, ♀ 542, ♀ 93 (a). Non tamen singula singulorum stationes, retrogradationes & directiones constanter inter se prorsus æquales.

OBSERVATIO XXXVIII.

564. Saturnus motu retrogrado conficit arcum minorem quam Jupiter, Jupiter minorem quam Mars.

OBSERVATIO XXXIX.

565. Planete omnes cum directi, tum retrogradi non eadem celeritate singulis diebus progrediuntur, estque directio superiorum celerissima in Conjunctione cum Sole, retrogradatio in Oppositione.

OBSERVATIO XL.

566. RICHERIUS An. 1672. in Insula Cayennæ quatuor tantum gradibus ab Æquatore distante primus observavit, Horologium suum Pendulo instructum tardius moveri quam Parisiis, ita ut Pendulum simplex esset contrahendum linea una cum quadrante. Circa annum 1677. Cel. HALLEIUS reperit Horologium suum oscillatorium in Insula S. Helenæ tardius moveri, quam Londini, & Pendulum ideo brevius reddere coactus linea una cum semisse. An. 1682. D. VARIN & D. DES HAYES longitudinem Penduli singulis minutis secundis oscillantis in Observatorio Regio esse ped. 3. lin. 8 $\frac{5}{8}$  in Insula vero Gorea ped. 3. lin. 6 $\frac{5}{8}$  & in Insulis Guadaloupa & Martinica ped. 3. lin. 6 $\frac{1}{2}$  An. 1697. D. COUPLET Ulyssippone Pendulum brevius reperit quam Parisiis lineis 2 $\frac{1}{2}$  & Paraibæ lineis 3 $\frac{7}{8}$ . Annis 1699. & 1700. DES HAYES in Insulis Cayennæ &

Granadæ longitudinem Penduli ad minuta secunda oscillantis deprehendit paulo minorem quam ped. 3. lin. 6 $\frac{1}{2}$ , in Insula S. Christophori ped. 3. lin. 6 $\frac{1}{4}$ , in Insula S. Dominici ped. 3. lin. 7. An. 1704. P. FEUILLEIUS invenit in Porto-belo in America eandem ped. 3. lin. 5 $\frac{7}{12}$ , in Insula Martinica ped. 3. lin. 5 $\frac{11}{12}$ . Est autem latitudo Paraibæ 6° 38' ad Austrum, Portobeli 9° 33' ad Boream, Insularum Cayennæ 4° 55', Goreæ 14° 40', Guadaloupe 14°, Martinicæ 14° 44', Granadæ 12° 6', S. Christophori 17° 19' & S. Dominici 19° 48' ad Boream (b).

COROLLARIUM I.

567. Cum vi harum Observationum fuerit sub-

Latitudine Longitudo penduli

19° 48'	-----	3 $\frac{1}{2}$ 7 $\frac{1}{2}$
17 19	-----	3 6 $\frac{1}{4}$
14 0	-----	3 6 $\frac{1}{2}$
14 44	-----	3 5 $\frac{11}{12}$
9 33	-----	3 5 $\frac{7}{12}$
6 38	-----	3 4 $\frac{3}{8}$
4 55	-----	3 6 $\frac{1}{2}$

longitudinem Penduli ad singula minuta secunda oscillantis cum Latitudine locorum seu distantia ab Æquatore decrescere manifestum est.

SCHOLIUM I.

568. Patet equidem; quasdam Observationes exhibere longitudinem Penduli in minori ab Æquatore distantia majorem, quam in majore; cum tamen omnes in eo conveniant, quod in locis Æquatori vicinioribus minor, quam Parisiis existat, & pleræque, præsertim ea,

Kkk 3. que

(a) Ricciolus in Almag. Nov. Lib. VII. Sect. 5. c. 2. f. 647.

(b) Mémoires de l'Académie Royale des Sciences. A. 1700. p. m. 222. & seqq. Conf. Newtoni Princip. Philos. Natur. Mathem. Lib. III. Prop. 20. p. 418. & seqq. Edit. tert.



que recentius data opera & majori cum cura instituta, in decrementum regulare conspirent, veritati Corollarii nostri rudiores illæ minime obstant.

## COROLLARIUM II.

569. Gravitas ergo corporum minor est versus Æquatorem, quam versus Polos & cum accessu ad eundem constanter decrescit (§. 389 *Mechan.*).

## SCHOLIUM II.

570. Equidem CL. DE LA HIRE cum observasset, virgam ferream, quæ biemē fuerat sex pedum, Soli æstivo expositam, contractio calore majore, quam qui externarum partium Corporis Humani solet,  $\frac{2}{3}$  unius lineæ factam fuisse longiorem, mutationem Penduli majori prope Æquatorem calori tribuit (a); sed bene jam monuit Vir summus NEWTONUS, quia virga Penduli in Horologio oscillatorio, quæ Soli exposita non est, calorem æqualem calori externæ superficiei Corporis Humani æqualem concipit, differentiam rotam calori attribui non posse (b): id quod etiam ita visum est Celeberrimo BERNOULLIO.

## THEOREMA VIII.

571. Motus Solis eodem modo e Tellure spectabitur, sive ipse circa Terram intra Orbitam quiescentem revera moveatur, sive Terra circa Solem quiescentem feratur.

## DEMONSTRATIO.

Tab. VI. Fig. 55. Sit enim Terra in T & ☉ in 1: apparebit is in V. Progrediatur ☉ in Orbita, quæ Terram ambit, ex 1 in 2; videbitur in 8. Quodsi ulterius pervenerit in 3; in II spectabitur. Atque ita secundum Signorum successionem in Ecliptica incedere videbitur e Terra.

(a) In Princ. Phil. loc. cit. p. 386.

(b) In Actis Erudit. A. 1710. p. 81. & 82.

Sit jam Terra in 1; Sol S ex eadem Tab. VI. Fig. 56. spectabitur in V; progrediatur illa ex 1 in 12, videbitur Sol Terricolis progredi ex V in 8. Quodsi illa ulterius promoveatur in 11; videbitur Sol ulterius progredi ex 8 in II & ita porro. Atque ita secundum Signorum successionem apparenter in Ecliptica incedet.

Motus ergo Solis idem e Tellure spectatur, sive ipse circa Terram, sive Terra circa Solem moveatur. Q. e. d.

## THEOREMA IX.

572. Sol e Terra in gradum oppositum ei refertur, in quo ipsa ex Sole spectaretur.

## DEMONSTRATIO.

Patet ex Demonstrationis præcedentis parte posteriore.

## THEOREMA X.

573. Si Planeta P e Tellure T Soli S Tab. VI. Fig. 57. oppositus spectatur, Terra inter Solem atque Planetam constituitur: si vero Planeta Q Soli S conjunctus apparet, vel Planeta inter Solem & Terram, vel Sol inter Planetam atque Terram constituitur.

## DEMONSTRATIO.

Si Planeta Soli oppositus e Tellure spectatur; loca earundem in Ecliptica intervallo 180 graduum distant (§. 536) nempe si Planeta P videatur in V, Sol in ☍ apparet, adeoque Planeta P versus dexteram posito, Sol versus sinistram deprehenditur, consequenter Tellus inter Solem S & Planetam P constituitur. Quod erat unum.

Si Planeta Q Soli S conjungitur, e Tellure T in eundem locum Opticum, c. gr. in



in  $\pm$  uterque refertur (§. 535). Cum adeo versus eandem plagam uterque constituitur; Terra T inter Solem & Planetam media non est, sed vel Sol S, vel Planeta Q locum medium occupat. *Quod erat alterum.*

THEOREMA XI.

574. In una Conjunctione Venus atque Mercurius inter Solem & Terram, in altera subsequente Sol inter Terram, & Venerem vel Mercurium constituitur.

DEMONSTRATIO.

Tab. VI  
Fig. 57. In omni Conjunctione aut Venus & Mercurius inter Solem & Terram, aut Sol inter Venerem & Mercurium atque Terram constituitur (§. 574). Sed in una Conjunctione Venus & Mercurius ostendunt Telluri T partem sui opacam (§. 539, 540) hoc est, a Sole averfam N (§. 491): ergo in ea inter Solem & Tellurem constituuntur. In altera Conjunctione, quæ illam proximè sequitur, partem lucidam (§. 539, 540); hoc est, Soli obversam M (§. 491) spectandam exhibent: ergo tunc temporis Sol S inter ipsos atque Tellurem constituitur. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

575. In una adeo Conjunctione Venus atque Mercurius Telluri Sole propiores existunt, in altera vero longiori intervallo ab eadem remouentur.

THEOREMA XII.

576. Orbita Veneris atque Mercurii Solem ambit, Tellure extus constituta, Orbitaque Mercurii intra Orbitam Veneris continetur.

DEMONSTRATIO.

Tab. VI  
Fig. 58. Sit enim Sol in S, Terra in T & in Conjunctione Planeta inferior inter

Tellurem & Solem in B constitutus (§. 574); inde adeo certo intervallo SC a Sole S digreditur usque in C, quod sub angulo STC e Tellure spectatur; ex C vero ad Solem regreditur (§. 538) & in altera Conjunctione, quæ in D celebratur, Sol S inter Planetam D & Tellurem T constituitur (§. 374). Post eam Planeta ex D rursus a Sole digreditur intervallo SA, quod sub angulo ATS e Terra spectatur & ex A ad Conjunctionem tertiam in B regreditur (§. 583), ubi denuo inter Solem S & Tellurem T locum occupat (§. 574). Evidens adeo est, Planetas inferiores moveri in Orbitis Solem S ambientibus, Terra vero T extra eas constituta. *Quod erat unum.*

Jam cum digressiones Veneris maximæ a Sole SC & SA sub majoribus angulis STC & STA spectentur, quam digressiones maximæ Mercurii SF & SG sub angulis STF & STG visæ (§. 537); Orbita Veneris Orbitam Mercurii comprehendit (§. 209 Optic.). *Quod erat alterum.*

THEOREMA XIII.

577. Orbita Saturni, Jovis atque Martis & Solem & Tellurem ambit; Centrum tamen a Centro Telluris longius distat.

DEMONSTRATIO.

Planeta superiores Soli S & conjuncti Tab. VI  
in Q, & oppositi in P e Tellure T VI  
spectantur (§. 535, 536), ergo Tellus Fig. 55.  
T nunc inter Solem & Planetam constituitur; nunc uterque versus eandem plagam ab ea distat (§. 573). Quare Orbita Planetarum superiorum Tellurem T ambit. *Quod erat unum.*

Porro

Tab. 7 Porro Planetæ superiores per Tubos  
 IV. circa Conjunctionem nunquam corni-  
 Fig. 57. culati apparent, adeoque illo tempore  
 partem sui lucidam M, hoc est, Soli  
 S obversam Telluri T opponunt; Sol  
 adeo inter Terram T & Planetam M  
 constituitur. Necessè igitur est, ut Or-  
 bita Planetarum superiorum Solem quo-  
 que S ambiat. *Quod erat secundum.*

Tab. Denique in Conjunctione Planetæ  
 VI. superioris M cum Sole S distantia TM a  
 Fig. 59. Terra T multo major est, quam distan-  
 tia in Oppositione TN, e. gr. in  $\delta$ ,  
 $TM = 8 TN$  (§. 557). Quare si in  
 C sit centrum adeoque  $CM = CN =$   
 $\frac{1}{2} TN$  in  $\delta$ , erit  $CT = \frac{1}{2} TN$ , conse-  
 quenter Centrum Orbitæ C a Tellure  
 T valde remotum. *Quod erat tertium.*

## THEOREMA XIV.

578. Luna Orbita Tellurem ambit,  
 sed non Solem.

## DEMONSTRATIO.

In omni Conjunctione Luna lumine  
 cassa (§. 455), adeoque partem a So-  
 le aversam Telluri obvertit (§. 456),  
 consequenter in quocunque Orbitæ lo-  
 co inter Solem atque Tellurem consti-  
 tuitur (§. 574). Orbita ergo Lunæ  
 Solem non ambit. *Quod erat unum.*

Tab. Cum tamen Luna Soli opponatur  
 VI. (§. 455); Tellus T interdum inter Lu-  
 Fig. 55. nam P & Solem S consistit (§. 574),  
 adeoque Orbita Lunæ Tellurem ambit.  
*Quod erat alterum.*

## THEOREMA XV.

579. Si Planeta motu vertiginis ab  
 Occasu versus Ortum intervallo aliquot  
 horarum movetur; Sol, cum Luna, Pla-

netis reliquis & omnibus Fixis, motu  
 contrario intervallo eodem, circa ipsum  
 revolvi videtur.

## DEMONSTRATIO.

Sit enim stella M in Zenith Planeti- Tab.  
 colæ in T constituti & roretur Planeta VI.  
 T ab Occasu versus Ortum circa Axem Fig. 60.  
 suum: aliquo igitur temporis spatio  
 elapso, ad Zenith ipsius T perveniet  
 Sol S, hinc Stella I, inde N, ulterius  
 Luna L, tandemque denuo Stella M  
 puncto Planetæ T imminet. Planeti-  
 colis adeo Sol S, cum Luna L & Stellis  
 I, N, M &c. motu contrario circa Pla-  
 neram, quem inhabitant, moveri vide-  
 tur (§. 366 Optic.). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

580. Cum Planetæ tam superiores, quam  
 inferiores circa Axem rorentur (§. 496,  
 498); Planeticolis quibusvis Sphæra mun-  
 dana cum omnibus Stellis atque Sole cir-  
 ca Planetam, quem inhabitant, ab Ortum  
 versus Occasum moveri videtur, dantur-  
 que adeo, ob hunc motum Solis apparen-  
 tem, in Planetis singulis dierum atque no-  
 ctium vicissitudines.

## COROLLARIUM II.

581. Si Tellus, cui Planetæ omnes simi-  
 les (§. 525), ipsorum instar viginti qua-  
 tuor horarum spatio circa Axem roretur,  
 Cælum cum Sole, Luna ac Stellis univer-  
 sis, eodem temporis spatio, ab Ortum in Oc-  
 casum circa eandem moveri videtur.

## THEOREMA XVI.

582. In Corporibus mundi totalibus, Tab.  
 qua motu vertiginis gaudent, corporum VI.  
 partialium Gravitatis versus Aequato Fig. 54.  
 rem cum distantia ab eodem continuo  
 decrescit.

DEMONSTRATIO.

Dum enim motu vertiginis abripiuntur; a Centro Corporis totalis C recedere conantur (§. 617 *Mechan.*), consequenter cum Æquator QR Circulus maximus (§. 48), paralleli autem versus Polos continuo decrescant (§. 41 *Sphæric.*), Vis centrifuga in Æquatore QR maxima, in Parallelo AP minor, versusque Polum continuo decrescit in ratione Diametrorum Parallelorum ad Diametrum Æquatoris (§. 623 *Mech.*). Sed Vi gravitatis Corpora partialia ad Centrum totalis nituntur (§. 213 *Mechan.*), adeoque Vis centrifuga Gravitati contraria. Quare cum illa huic resistat (§. 20 *Mechan.*), [neque enim adversus Gravitatem prævalet, quia alias Corpora partialia a Centro totalis dispergerentur] descensum Gravium retardare debet (§. 72 *Mechan.*), maxime quidem sub Æquatore, minus-vero in Paralleliis. Patet adeo Gravitatem versus Æquatorem cum distantia ab eodem continuo decrescere. *Q. e. d.*

SCHOLIUM.

583. Supponitur nempe, Vim gravitatis per se esse uniformem, utpote quæ materia coherenti proportionalis deprehenditur (§. 112 *Mechan.*).

COROLLARIUM.

584. Quodsi adeo Tellus motu vertiginis movetur, Gravitatis versus Æquatorem cum distantia locorum ab eodem continuo decrescere, & sub Æquatore minima, sub Polos maxima esse debet.

THEOREMA XVII.

585. Si Terra motu annuo circa Solem feratur; Planeta inferiores intra annum Wolfii Oper. Math. Tom. III.

ni spatium una cum Sole circa ipsam moveri videntur, dum interea suas circa Solem revolutiones inæqualibus temporibus absolvunt, & circa Conjunctionem retrogradi apparent.

DEMONSTRATIO.

Si Terra circa Solem motu annuo Tab. VI. movetur, Orbitam suam peragrat intervallo 365 dierum (§. 27). Sed Mercurium circa Solem revolvi intervallo 87 circiter dierum, inferius independenter ab his constabit. Est itaque motus Terræ ad motum Mercurii fere ut 1 ad 4, consequenter dum ꝑ integram revolutionem absolvit, Terra nonnisi quartam Orbite suæ partem conficit. Dividatur ergo Orbita Mercurii in 8 partes æquales & Orbite Telluris quadrantes dividantur singuli in totidem alias. Sit jam Mercurius in 1 & Terra in T 1, videbitur ex terra ꝑ in a. Progrediatur Terra in 2, ꝑ similiter in 2, qui ex illa apparebit in b. Promoveatur Terra in 3, ꝑ quoque in 3: videbitur is in c, hæcenus adeo directus apparet. Procedat Terra in 4 & ꝑ itidem in 4 properans ad conjunctionem cum Sole: conspicietur is in d, consequenter lente progreditur. Conjungatur ꝑ Soli in 5, Terra etiam in 5 existente: videbitur is in e, adeoque retrogradus. Accedat ꝑ in 6, Tellus itidem in 6: videbitur is in f, retrogradationem continuans. Perveniat ꝑ usque in 7, Terra itidem in 7: apparebit is in g, adeoque denuo directus. Sit ꝑ in 8, Terra in 8: conspicietur is in h, directus adhuc. Quodsi hac ratione ꝑ

Tab.  
VI.  
Fig. 61.

in sua Orbita & Tellurem itidem in sua ulterius promoveas, donec hæc restitueratur in T, Mercurius successive spectabitur in *i, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, x, y, z, A, B, C, D, E, F, G, H, I*, adeoque intra spatium annum cum Sole (§. 27), totum Zodiacum emetiri videtur, ita ut circa singulas conjunctiones cum Sole retrogradus fiat: quæ singula manifesta sunt, si per cognomina Puncta Orbitalium Telluris atque ꝯ rectas ducas, confusionis evitandæ & spatii lucrando gratiâ hic omittas. Nec absimili modo idem de Venere ostenditur. *Q. e. d.*

#### COROLLARIUM.

586. Intra annum adeo ꝯ ter fit retrogradus: nec absimili modo patet, ꝯ nonnisi semel intra 19 menses retrogradam fieri.

#### THEOREMA XVIII.

587. Si Terra circa Solem motu annuo feratur: Planeta superiores fient retrogradi circa Oppositionem & Telluri multo propiores erunt quam in Conjunctione cum Sole.

#### DEMONSTRATIO.

Tab.  
VII.  
Fig. 62.

Quoniam Orbite Planetarum superioriorum Tellurem ambiunt (§. 577), Orbita Telluris intra illorum Orbitas continetur. Sit adeo Circulus intimus, Orbita Telluris in 12 partes æquales divisus: medius vero designet Orbitam Jovis, extimus terminetur in superficie Sphæræ mundanæ. Quia motus ꝯ est ad motum Telluris, ut rad 12 (§. 138) duodecima Orbita ꝯ pars perinde ac Orbita Telluris in 12 partes æquales dividatur. Sit jam Terra in 1, ꝯ itidem in 1: videbitur is in 4. Progrediantur Terra

Tab.  
VII.  
Fig. 63.

& ꝯ in suis Orbitis ex 1 in 2; apparebit hic in *b*: utroque autem in 3 constituto, in *c* videbitur. Promoveantur Terra & ꝯ in 4, ac inde porro in 5: spectabitur hic in priore casu in *d*, in posteriore in *e*. Hactenus adeo directus videtur. Tendat jam Tellus in 6 & Planeta perveniat in 6 Soli S mox opponendus: videbitur hic in *f*, adeoque retrogradus. Perveniat uterque in 7, ubi oppositio cum Sole contingit (§. 536): ꝯ in *g* cerneretur, retrogradationem continuans. Similiter utroque ad 8 promoti, ꝯ retrogradus spectabitur in *h*. Utroque ad 9 translato, ꝯ iterum directus videbitur in *i*, & ita porro. Eodem modo ostenditur, ꝯ & ꝯ retrogrados fieri in oppositione cum Sole. *Quod erat unum.*

Sit Planeta in A, Tellus in V: videbitur is Soli S conjunctus (§. 535), tumque distantia ejus a Terra est AV. Sit ut ante Planeta in A, Tellus vero in T: apparebit is Soli oppositus (§. 536), tumque distantia ejus a Terra est AT. Quare cum differentia inter distantiam priorem AV & posteriorem AT sit integra Diameter Orbite Telluris TV: Planeta superior quilibet Telluri multo propior est in Oppositione, quam in Conjunctione cum Sole. *Quod erat alterum.*

#### COROLLARIUM II.

588. Quia Saturnus tardius Jove, Jupiter tardius Marte movetur (32.33.34); Tellus a Saturno digressa citius ad eum redit quam ad Jovem & ad Jovem citius quam ad Martem. Quare cum Planeta A Soli S opponatur, si Terra ad eum accedit (§. 573): Saturni retrogradationes frequentiores sunt

sunt quam Jovis & Jovis frequentiores quam Martis.

COROLLARIUM II.

589. Quoniam motus  $\hbar$  ad motum Terræ est ut 1 ad 30 (§. 32), dum Terra integram Orbitam percurrit,  $\hbar$  trigessimam circiter suæ partem seu 12 gradus confecit. Quare cum Terra singulis fere diebus gradum unum emetiatur, antequam Saturnum, a quo digressa, iterum assequatur, ultra annum spatium 12 fere elabantur dies necesse est, consequenter spatium temporis inter duas retrogradationes  $\hbar$  intercedens erit circiter unius anni ac dierum 12. Nec ab simili modo ostenditur, inter duas retrogradationes  $\mathcal{Z}$  interjici spatium temporis aliquanto majus anno uno ac mense uno, inter duas Martis vero biennium circiter.

THEOREMA XIX.

590. *Orbita Martis Tellurî propior, quam Orbita Jovis & hæc eidem propior quam Saturni Orbita: Orbita Lunæ denique est omnium proxima.*

DEMONSTRATIO.

Mars enim Jovem, Jupiter Saturnum, Luna Planetas omnes superiores Oculo in Terra constituto tegere potest (§. 541). Mars igitur inter Jovem & Tellurem, Jupiter inter Martem & Saturnum intercedit, Luna vero Tellurî proxima, adeoque Orbita Martis propior est quam Orbita Jovis, hæc vero propior Orbita Saturni, Lunæ autem Orbita omnium proxima. Q. e. d.

THEOREMA XX.

591. *In Hypothesi Terræ motæ, Saturnus diutius est retrogradus quam Jupiter & hic diutius quam Mars.*

DEMONSTRATIO.

Illud attendentibus ad Demonstrationes superiores satis patet, si Planeta

superior in F tempore retrogradationis apparentis immotus foret, Puncta stationum fore eadem cum Punctis C & D, in quibus Radii ex Planeta in Centrum Telluris ducti Orbitam ejus tangunt. Ducatur etiam Tangens GA a Planeta remotiore, qui necessario ultra D cadet (§. 23 *Analys. infinit.*). Foret ergo arcus AEB, quem Terra emetiretur in retrogradatione Planetæ remotioris G major arcu CD, quem durante retrogradatione propioris F conficit. Quare cum Saturnus longius distet a Terra quam Jupiter, & Jupiter longius quam Mars (§. 590); major arcus Orbitæ Tellurî retrogradationi Saturni quam Jovis & major retrogradationi Jovis quam Martis responderet. Et si vero Planetæ interea, dum retrogradi ex Tellure spectantur, in Orbita sua progrediantur, adeoque arcus Orbitæ Tellurî retrogradationibus eorum respondententes fiant minores prout ex attendita consideratione Demonstrationum superiorum perspicere datur: cum tamen motus  $\hbar$  sit tardior motu  $\mathcal{Z}$  motusque  $\mathcal{Z}$  tardior motu  $\delta$  (§. 32 & seqq.), Puncta stationum, quæ arcum supra dictum determinant, a Punctis contactuum minus distabunt in Saturno quam in Jove, & in Jove minus quam in Marte, adeoque arcus ille major adhuc erit pro Saturno, quam pro Jove & major pro Jove, quam pro Marte; consequenter cum Terra in arcu majore diutius commoretur quam in breviori, retrogradationes Saturni erunt diuturniores quam Jovis & Jovis diuturniores quam Martis. Q. e. d.

Tab. VI. Fig. 63.



## THEOREMA XXI.

592. In Hypothesi Terra mota, Saturnus per minorem arcum quam Jupiter & Jupiter per minorem quam Mars retrogreditur.

## DEMONSTRATIO.

Tab. VI. Si Planeta superior G, cum retrogradus videtur, immotus staret, arcus Orbitæ AB per quem Tellus durante retrogradatione incederet, inter tangentes GB & GA interciperetur, foretque pro Planeta remotiori G major quam pro viciniore, nempe AEB > CED, quem admodum modo ostendimus (§. 591). Quare cum HD & HA sint ad FD & GA perpendiculares (§. 304 Geom.) & angulus EHD < EHA (§. 84 Arithm.); erit HFD > HGA (§. 241 Geom.), consequenter CFD > BGA. Quoniam itaque rectæ FL & FM magis divergunt rectis GN & GO, majorem quoque arcum inter Fixas comprehendunt, hoc est, Planeta viciniore F per majorem arcum LM retrogreditur, quam remotior G per NO. Jam cum Planeta tardius Tellure progrediatur, perinde est ac si ille quiesceret, hæc vero excessu celeritatis suæ supra celeritatem Planetæ moveretur (æstimatur autem hic celeritas ex motu angulari circa Solem), motus enim Planetæ non nisi tempus retrogradationis abbreviat, seu arcus CD & AB minores efficit, ceu patet ex Demonstratione præcedente. Quare Planeta viciniore etiam si secundum Signorum successionem in Orbita sua incedat, per majorem arcum retrogredi videtur, quam remotior si-

mili motu latus, adeoque  $\frac{1}{2}$  per arcum minimum,  $\frac{2}{3}$  per mediocrem,  $\frac{3}{4}$  per maximum retrogreditur (§. 591). Q. e. d.

## SCHOLIUM.

593. Radix hæc Phenomenorum motus proprii Planetarum determinatio ad præsens institutum sufficit: ex subsequentibus autem, ubi Planetarum Theoriam tradiderimus, distinctius constabit, quod supposito motu Telluris circa Solem exactissime omnium iisdem satisfiat, ita ut ipse RICCIOLUS Tabulas Astronomicas conditurus, quæ Observationibus responderent, ad motum Telluris, quem ex decreto Inquisitorum Scripturæ Sacræ adversum profitebatur & acriter impugnabat, tanquam ad sacram anchoram consurgere teneretur (a). Ita sane DECHALES in Casu simili ejus vestigia læturus (b): „P. „RICCIOLUS inquit, licet ab Hypothesi „Copernicana esset valde alienus eamque „pro viribus fuisset insectatus, nullas „tamen Tabulas aptare potuit, quæ me „diocriter Observationibus responderent, „nisi secundum Systema Terræ motæ, „quamvis inusitata advocasset subsidia, „Epicyclosque mutabiles perpetuoque in „cremento & decremento obnoxios, varieque ad Eclipticam inclinatos adhibuisset. Unde in sua Astronomia Reformata, in qua Tabulas motuum Cœlestium accuratissimas, omnibusque Observationibus accommodatas se daturum promiserat, in Hypothesin Terræ motæ relabitur.

## THEOREMA XXII.

594. Si Terra motu annuo circa Solem revolvitur, nec Diametrum Orbitæ ejus ad distantiam

(a) Vid. Astron. Reformata Lib. X. C. I. f. 353. 354.

(b) In Mundo Mathem. Tom. 4. Astron. Lib. VI. Prop. 55. fol. 551. 552.



*distantiam Fixarum a Terra habeat rationem insensibilem; distantia Fixarum, cum inter se, tum etiam a Vertice; non omni tempore eadem, in specie Stellæ Polaris distantia a Vertice in Solstitiis alia, quam in Aequinoctiis.*

## DEMONSTRATIO.

Tab. VI. Fig. 64. Si duæ Stellæ A & B Eclipticæ vicinæ, & earum altera A in oppositione cum Sole S, videbitur distantia earundem sub angulo BCA (§. 536). Quod si eadem A fuerit in conjunctione cum Sole S, spectabitur distantia sub angulo BDA (§. 535). Sed si CD ad CA habeat rationem sensibilem; erit  $BCA > BDA$  (§. 188 Geom.). Distantia igitur Stellarum B & A diverso anni tempore varia existit. *Quod erat unum.*

Tab. VII. Fig. 65. Si Stellæ M & N fuerint extra Edipiticam seu procul ab ea sitæ; Tellure in T existente, videbuntur sub angulo MTN, & illa in V constituta sub angulo MVN. Quod vero non in omni situ Telluris anguli MTN & MVN æquales esse possint vel exinde liquet, quia angulo MIN invariato, angulus MVN vel major, vel minor evadit, prout Stella N vel n puncto T vel propior vel ab eo remotior supponitur. *Quod erat alterum.*

Quoniam elevatio Poli non mutatur diversis annis temporibus (§. 147); Tellus in Orbita circa Solem ita incedere debet, ut Axis ejus sit constanter Axis Sphæræ mundanæ, hoc est, sibi ipsi Parallelus, adeoque motu annuo Polus Telluris Circulum quendam describit, eodemque modo patet, Polum Eclipticæ in Tellure designatum itidem Circulum

aliud describere debere. Sit ergo M Tab. VI. Fig. 66. Polus Eclipticæ respectu Solis, P Polus Mundi respectu ejusdem, & Circuli acbd & ACBD designent eos, quos Polus Eclipticæ & Polus Æquatoris Terrestris describunt. Sit porro PM arcus Coluri Solstitiorum æqualis distantiae Poli Eclipticæ a Polo Mundi & adeo in A 0 25, in B 0 30 (§. 186). Fiat angulus PMS distantiae Stellæ Polaris a principio Cancris quoad longitudinem, recta MS distantiae ejusdem a Polo Eclipticæ æqualis: erit in S Stella Polaris. Quando Terra est in Ariete, Polus ejus erit in C; quando vero in 25, idem in A erit (§. 168): in priori adeo casu distantia Stellæ Polaris a Polo SC, in altero SA. Est vero  $SC < SA$  (§. 302 Geom.): distantia ergo Stellæ Polaris non omni anni tempestate eadem, si Diameter Orbitæ Telluris ad distantiam Fixarum habuerit rationem sensibilem: alias enim DC videtur ex Tellure sub angulo insensibili, adeoque multo magis differentiae rectarum ex S ad alia puncta Peripheriæ ACBD ductarum & distantiae SC sub angulo insensibili comprehenduntur. *Quod erat tertium.*

## COROLLARIUM.

595. Tellure in T constituta, Stella n videbitur cum N una eademque: sed ubi illa ad V pervenit, distabit a N aliquo intervallo. Unde in Hypothesi Terræ motæ fieri potest, ut una Stella certo anni tempore appareat in duas aut plures divisa. Tab. VII. Fig. 65.

## DEFINITIO X.

596. Si Fixa ex duobus diversis locis, veluti quæ Terra motu annuo circa Solem

lem lata diverso tempore in Orbita sua occupat, spectatur; differentia locorum Opticorum dicitur *Parallaxis Fixarum*. Vocatur autem *Parallaxis absoluta* differentia locorum Opticorum ejusdem Fixæ ex Centro Solis & Centro Terræ spectatæ, vel angulus, qui intercipitur rectis ex Centro Solis & Centro Terræ in Centrum Fixæ ductis. Quæ ex Parallaxi absoluta in Latitudinem & Longitudinem Fixæ ex Centro Solis ac Centro Terræ spectatæ, nec non in ejusdem Declinationem atque Ascensionem rectam redundat differentia, *Parallaxis Latitudinis*, *Longitudinis*, *Declinationis* atque *Ascensionis rectæ* appellatur.

## THEOREMA XXIII.

Tab. 597. Si distantia Solis a Terra CS  
VI. ad distantiam Fixæ ab eadem BC ratio-  
Fig. 64. nem sensibilem habuerit; Parallaxis absoluta CBS sensibilis, nec toto anni tempore eadem; maxima vero, ubi angulus ad Terram maximus.

## DEMONSTRATIO.

Etenim ut distantia Solis a Terra CS ad distantiam Fixæ ab eadem CB, ita Sinus anguli Parallaxici SBC seu Parallaxis Fixæ absolutæ ad Sinum anguli BSC (§. 33 *Trigon.*). Quodsi ergo CS ad CB rationem sensibilem habet, Sinus etiam Parallaxeos Fixæ absolutæ ad Sinum anguli BSC, consequenter etiam ipsa Parallaxis absoluta Fixæ ad angulum BSC rationem sensibilem habere debet. Quamobrem cum Sinus anguli BSC ad Sinum anguli BCS sit, ut distantia Fixæ a Terra ad ejusdem distan-

tiam a Sole, adeoque angulus BSC ad modum sensibilis esse debeat (§. 541); Parallaxis quoque Fixæ quin sensibilis esse debeat dubitari nequit. Quod erat primum.

In omni puncto Orbitæ cum sit ut Sinus anguli ad Terram BCS ad distantiam Solis a Fixa, ita Sinus Parallaxeos absolutæ CBS ad distantiam Solis a Terra (§. 33 *Trigon.*); erit Sinus anguli ad Terram ad Sinum Parallaxeos absolutæ, ut distantia Solis a Fixa ad distantiam ejus a Terra (§. 173 *Arithm.*). Jam in Hypothesi Terræ motæ, Centrum Solis in S quiescit, adeoque distantia a Fixa BS eadem semper est (§. 11 *Astron.* & §. 170 *Geom.*). Quoniam vero ex inferioribus sequentibus clarius patebit, in præfenti negotio Orbitam Solis sumi posse Circularem & Solem in ejus Centro supponi; consequenter distantia quoque Solis a Terra eadem censi potest (§. 40 *Geom.*); in duobus quibuscunque Orbitæ Punctis Sinus Parallaxium absolutarum ejusdem Fixæ erunt inter se ut Sinus angulorum ad Terram (§. 167 *Arithm.*). Jam cum per Observationes constet, si qua detur sensibilis Parallaxis, eam tamen valde exiguam esse debere, Sinus vero angulorum exiguorum sunt ut ipsi Sinus; Parallaxes absolutæ ejusdem Fixæ, in duobus quibuscunque Punctis Orbitæ Telluris, erunt ut Sinus angulorum ad Terram (§. cit. *Arithm.*); consequenter cum anguli ad Terram non sint ejusdem quantitatis, atque adeo nec eorumdem Sinus inter se æquales; Parallaxis absoluta Fixæ ejusdem toto anni tempore eadem non est. Quod erat secundum.

Angu-

Angulus ad Terram vel rectus esse debet, vel acutus, vel obtusus (§. 66 Geom.). Quamobrem cum Sinus totus, qui Sinus anguli recti est (§. 2 Trigon.), sit omnium Sinuum maximus (§. 6 Trigon.), & Parallaxes absolutæ Fixæ ejusdem in diversis Orbitæ Telluris punctis sint inter se ut Sinus angulorum ad Terram per demonstrata; Parallaxis absoluta maxima erit, ubi angulus ad Terram rectus. Quod erat tertium.

### COROLLARIUM.

598. Quoniam Parallaxes Latitudinis, Longitudinis, Declinationis & Ascensionis rectæ a Parallaxi absoluta pendent (§. 596); singulæ quoque toto anni tempore eadem non sunt; consequenter si Parallaxis quædam Fixarum absoluta sensibilis datur, Latitudo quoque, Longitudo, Declinatio & Ascensio rectæ ejusdem Fixæ toto anni tempore non erit eadem.

### SCHOLIUM.

599. Qua lege Latitudo, Longitudo, Declinatio & Ascensio rectæ ob Parallaxin Fixarum mutetur, jam non inquirimus, cum paucis Theoria ista tradi non possit. Dedit eam Astronomus eximius EUSTACHIUS MANFREDIUS (a), apprime necessariam, ut intelligatur, num detur aliqua Fixarum Parallaxis, si qua in Declinatione, Ascensione recta, Latitudine ac Longitudine annua mutatio observetur. Neque enim ex qualibet variatione annua colligi potest Parallaxis Fixarum; sed necesse est eam sequi Parallaxeos legem annuam; quod ubi non observaveris, fieri poterit ut Parallaxin aliquam Fixis sensibilem tribuas, qua tamen ipsis competere nequit. Quid hætenus circa eam observandam moliti fuerint Astronomi & quem successum habuerit ipsorum studium, nostrum est exponere.

(a) In Tractatu De annis Stellarum inerrantium observationibus.

### OBSERVATIO XLI.

600. ROBERTUS HOOKIUS per Telescopium 86 pedum perpendiculariter erectum primus observavit Stellam lucidam in capite Draconis ipsi Zenith Collegii Greshamensis, quod Londini est, 27" circiter vel 30" in Solstitio Brumali propiorem, quam in Æstivo (b). Observavit An. 1669. d. 6. Julii distantiam a Vertice Septentrionem versus 2' 12", d. 9. Jul. 2' 12", d. 6. Aug. 2' 6", d. 21. Octobr. 1' 48" vel 50" (c). Has Observationes cum lege annua Parallaxeos Fixarum ad amussim conspirare, ut mire ris in re tam delicata consensum, demonstravit MANFREDIUS (d).

### OBSERVATIO XLII.

601. Post HOOKIUM ab A. 1689. usque ad A. 1697. ope Quadrantis muralis pedum 6 cum uncis octo variationes distantie Stella Polaris a Vertice observavit Cæl. FLAMSTEEDIUS (e): ex quibus etsi Parallaxin Fixarum inferret Astronomus summus, eas tamen ab annua Parallaxeos hujus lege abhorreere & privatis literis ipsum docuit ROEMERUS (f) & publice demonstravit CASSINUS filius (g), atque DAVID GREGORIUS aliam variationis hujus causam allegat (h), ob quam Parallaxin inde

(b) Vid. Tractatus Anglicus, cui Titulus; An attempt to prove the motion of the Earth.

(c) Vid. Epistola Flamstedii apud Wallisium Vol. III. f. 107. & seqq.

(d) Loc. cit. C. 8. p. 61. 62.

(e) Vid. Epistola laudata apud Wallisium.

(f) Vid. Horreborii Copernicus triumphans C. 2. p. 6.

(g) Mémoires de l'Acad. Roy. des Scienc. A. 1699. p. m. 267.

(h) In Elem. Astron. Phys. & Geom. Lib. IV. Prop. 55. Schol. f. 275.

inde illatam suspectam reddit. Eandem aberrationem Stella Polaris jam ante observaverat PICARDUS in itinere Uraniburgico; sed cum attentius eandem examinaret, eam aliunde quam a Parallaxi annua pendere agnovit (a).

## OBSERVATIO XLIII.

602. JACOBUS CASSINUS A. 1714. Telescopio simplici trium pedum in Plano Meridiani immobiliter posito variationes altitudinum Sirii observavit (b). Inter altitudinem maximam, qua d. 9. Julii notata, & minimam, qua d. 29. Decembris deprehensa, differentia 11" observata. Ad. 9. Julii autem usque ad d. 5. Octobr. altitudo maxima decrevit 5" 30". Est autem HALLEIUS (c) observationes istas suspectas reddere conetur; eas tamen cum lege Parallaxeos Fixarum annua consentire demonstrat MANFREDIUS (d).

## OBSERVATIO XLIV.

603. MARALDUS A. 1704. & 1705. differentias Ascensionum reclarum a Sirio ad Arcturum observavit, quas ad MANFREDIUM A. 1707. misit. Eas cum propriis A. 1727. & A. 1728. habitis exhibet MANFREDIUS (e), & cum lege Parallaxeos annue Fixarum confert. Harum aliquas cum eadem consentire,

(a) Mém. de l'Acad. Roy. des Scienc. loc. cit. Conf. Manfredius loc. cit. p. 63. 64.

(b) Mémoires de l'Acad. Roy. des Scienc. A. 1717. p. m. 330.

(c) Philosophic. Transact. num. 364. p. 1. & seqq.

(d) Loc. cit. p. 65. 66.

(e) Loc. cit. c. 9. p. 71. & 71.

alias magis dissentireprehendit, quam quis suspicari poterat.

## OBSERVATIO XLV.

604. Jam ante MARALDUM ab Anno 1692. ex temporibus, qua inter transitus duarum Stellarum per Meridianum intercedunt, variationes Ascensionis recte elicit OLAUS ROEMERUS & ejus exemplo excitatus Observationes istas postea continuavit HORREBOVIUS ac inde cum ROEMERO Parallaxin annuam fixarum determinat 30" seu scrupuli primi dimidii (f). Enimvero MANFREDIUS (g), qui & ipse istiusmodi Observationibus A. 1728. & 1729. vacavit, non modo illorum Observationes suis prorsus contrarias deprehendit, verum etiam easdem a Lege Parallaxeos annua prorsus dissentire evicit.

## OBSERVATIO XLVI.

605. Tandem JACOBUS BRADLEYUS (h) summo studio & Instrumentis exquisitissimis variationes Declinationis annuas in 20 Stellis scrutatus est, cumque eas nullo modo per Parallaxin annuam representari posse animadverteret, eas admirando prorsus inter Observationes & Hypothesin consensu, per novam aberrationis legem exhibuit, quam a successiva Luminis propagatione, motuque Telluris annuo simul deduxit, scilicet quod Terra interea temporis progredi-

(f) In Copernico Triumphante C. 5. §. 26. p. 24.

(g) In Commentariis Bononiens. Scientiar. & Art. Institut. p. 612. & seqq.

(h) Philos. Transact. num. 406. p. 637. & seqq.

greditur, dum Lumen a Fixa ad Oculum Observatoris propagatur. MANFREDIUS (a), Hypothescos Bradleianæ, quam dilucide exponit, cum aberrationibus Ascensionalibus consensum scrutatus invenit, non omnia quidem ad amussim quadrare, in plerisque tamen Stellis multo sane majorem cum hac Hypothesi, quam cum annuis Parallaxibus consensum reperit, ac in quibusdam tam manifestum, ut minime casui adscribi posse videatur, etsi causas Physicas a BRADLEIO allatas minime probet.

COROLLARIUM I.

606. Quoniam variationes Annuæ Declinationis ac Ascensionis rectæ Fixarum hæcenus observatæ cum lege Parallaxeos annua non prorsus consentiunt, etsi quædam earum ab eadem non abhorreant; a vero aberrarunt, qui exinde Parallaxin Fixarum annuam inferre ausi.

SCHOLION I.

607. Unde porro patet, falli etiam eos, qui motum Telluris annum per Parallaxin Fixarum demonstratum esse contendunt.

COROLLARIUM II.

608. Cum variationes Fixarum, quas in Declinatione & Ascensione recta subeunt, in paucis scrupulis secundis observentur, nullæ autem observentur Parallaxes annuæ; evidens est, Parallaxin annuam Fixarum, si Hypothesis Terræ motæ sit vera, duobus scrupulis secundis minorem esse debere, adeoque in proxima Fixa non posse unico scrupulo secundo majorem assumi.

SCHOLION II.

609. Observantur Declinationes & Ascensiones rectæ Fixarum (§. 150, 228) ac inde Latitudines & Longitudines calculo definiuntur (§. 243). Quamobrem & aberrationes Fixarum, quoad Declinationes & Ascensionem, Wolfii Oper. Mathem. Tom. III.

censiones rectas, tantummodo observantur, neglectis iis, quæ ad Longitudinem & Latitudinem spectant.

SCHOLION III.

610. Interest autem rei Astronomicæ, ut aberrationes istæ Fixarum annuæ Observatorum cura ad liquidum perducantur, non modo ut inde Catalogi Fixarum emendantur, verum etiam ut loca Planetarum ex Observatione rectius determinentur & motus ipsorum accuratius constituentur.

THEOREMA XXIV.

611. Si Terra quiescit, & Sol cum Stellis universis circa Tellurem motu diurno revolvitur; Sidera remotiora celerius, viciniora tardius circa Tellurem revolvuntur.

DEMONSTRATIO.

Stellæ nimirum omnes duplici motu moveri videntur, altero ab Ortum versus Occasum, altero ab Occasu in Ortum (§. 21, 30), cum vero impossibile sit, ut Stella, dum ab Ortum in Occasum progreditur, eodem tempore ab Occasu in Ortum promoveatur; si motus ab Ortum in Occasum est verus, alter ab Occasu versus Ortum erit tantum apparens, ortus nempe ab inæquali motus diurni celeritate. Ponamus enim Lunam cum Fixa aliqua hodie culminare: quoniam Luna, ex Hypothesi, tardius movetur quam Fixa ab Ortum in Occasum, ubi crastina die Fixa ad Meridianum accedit, Luna adhuc inde versus Ortum distabit, adeoque a Fixa versus Ortum discessisse putatur, videturque motus proprius ob majorem a Fixa distantiam tanto celerior, quo communis tardior. Cum adeo Lunæ motus proprius omnium celerrimus (§. 24), in Sole multo tardior (§. 26)

(a) In Commentar. Bononiens. p. 628. & seqq.



& inde usque ad Fixas continuo crescat (§. 32 & seqq.), in quibus tandem omnium tardissimus apparet (§. 256); necesse est motus communis in Fixis sit omnium velocissimus, in  $\frac{1}{2}$  multo tardior, in  $\frac{1}{4}$  multo adhuc tardior & ita porro, tandemque in Luna omnium tardissimus. Distantia vero Fixarum a Tellure major quam Planetarum omnium, Saturni major quam Jovis, Jovis major quam Martis, Martis plerumque major quam Solis, Solis denique major quam Lunæ (§. 541), adeoque remotiora Sidera celerius, viciniore tardius circa Tellurem revolvuntur. *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

612. Quoniam remotiora Sidera Peripherias majores describunt vicinioribus (§. 412 *Geom.*), & celerius tamen circa Tellurem revolvuntur (§. 611); Peripheriæ majores breviori tempore describuntur minoribus.

## COROLLARIUM II.

613. Motus ergo viciniorum tardior, quam remotiorum.

## SCHOLION.

614. Hæc inconcinnitas vitatur in Systemate Terra mote, ubi multo convenientius quilibet Planeta tanto majus temporis spatium in Orbita sua motu annuo circa Solem emetienda insumit, quo amplior extiterit.

## THEOREMA XXV.

615. Si Terra quiescit & Sidera motu communi circa eam revolvuntur; immani celeritate feruntur.

## DEMONSTRATIO.

Inferius independenter ab his ostendetur, distantiam Lunæ a Terra mediocrem esse minimum 57 Semidiametrorum Terrestrium, hoc est, quia Semi-

diameter Terrestris est 860 milliarium Germanicorum, ut in *Geographia* demonstratur, 49020 milliarium Germanicorum. Quoniam itaque Peripheria Circuli diurni Lunaris 307845 milliarium existit (§. 429 *Geom.*); Lunæ motus horarius erit 12827 milliarium & singulis minutis secundis, hoc est intervallo minore, quam quod unico arteriæ pulsu metiri liceat, milliaria tria cum quinque partibus nonis & amplius, Luna conficiet, utut tardissime omnium lata (§. 611). Patebit ulterius inferius, Solis distantiam a Terra mediocrem esse 22000 Semidiametrorum Terrestrium seu 18920000 milliarium Germanicorum, adeoque spatium Solis diurnum, quando in Æquatore existit, 118817600 milliarium (§. 429 *Geom.*). Intervallo itaque unius minuti secundi, hoc est, intra Oculi nictum, Sol spatium conficit 1375 milliarium Germanicorum. Patebit præterea distantiam Solis a Terra esse ad distantiam Martis fere ut 1 ad  $1\frac{1}{2}$ , ad distantiam Jovis ut 1 ad  $5\frac{1}{2}$ , ad distantiam Saturni ut 1 ad 9. Quare cum spatia diurna (§. 429 *Geom.*), adeoque & reliqua quæcunque eodem tempore descripta, in eadem ratione existant (§. 171 *Arihm.*);  $\delta$ , unico Oculi nictu, progredietur 2062,  $\frac{1}{4}$  7219,  $\frac{1}{2}$  denique 12375, milliaria Germanica. Et quoniam Fixæ longiori multo intervallo quam  $\frac{1}{2}$  a Terra distant (§. 541); motus Fixarum in Æquatore aut prope eundem constitutarum, multo velocior erit motu Saturni. Apparet adeo admissa quiete Telluris, Sidera celeritate incredibili circa eam revolvendi debere. *Q. e. d.*



## S C H O L I O N.

616. Equidem TYCHO DE BRAHE, qui Terræ quietem, præjudiciis quibusdam indutus, defendit, distantiam Solis a Terra, consensu omnium Astronomorum recentiorum, ob rationes suo loco adducendas, justo minorem facit, ita ut distantia Fixarum ipsi sit 14000 Semidiametrorum Terrestrium adeoque multo minor distantia Solis a Terra a nobis vi Observationum recentiorum & accuratiorum assumta; sed admissa illa Fixarum distantia extra controversiam justo minore, spatium a Fixa prope Equatorem constituta, unico nictu Oculi, confectum est 875 milliarium Germanicorum, utique adhuc enorme, etsi spatium a Luna confectum sit tolerabile.

## T H E O R E M A XXVI.

617. Si Terra quiescit & Sidera motu communi moventur; singuli Planeta singulis diebus Spiras singulas describunt, usque ad certum terminum versus Boream excurrentes & inde rursus ad terminum oppositum versus Austrum recurrentes, nunc ampliores, nunc arctiores.

## D E M O N S T R A T I O.

Singulorum enim Planetarum distantia a Vertice quotidie mutatur, ad certum usque terminum versus Boream crescens, inde rursus usque ad alium versus Austrum decrescens (S. 39). Quare cum Poli altitudo constanter eadem observetur (S. 147), nec tamen Planeta ad idem Meridiani Punctum restituantur; non Circulos, sed Spiras usque ad certos terminos versus Polos hinc inde excurrentes describunt. *Quod erat unum.*

Planeta singuli non eandem constanter a Terra distantiam retinent; sed nunc propius ad eam accedunt, nunc longius ab eadem recedunt (S. 550) & superio-

res, præsertim in Oppositione cum Sole, Terræ multo propiores sunt quam in Conjunctione (S. 551): in majori ergo a Terra distantia Spiras majores seu ampliores, in minore minores seu arctiores describunt. *Quod erat alterum.*

## C O R O L L A R I U M I.

618. Cum tamen motus observetur tardior, si Planeta longius a Terra distet, quam si eidem propior extiterit (S. 613); Spiræ majores celerius describuntur minoribus.

## C O R O L L A R I U M II.

619. Et quia distantia maxima & minima Planetarum a Terra non eidem Cæli puncto affixa (S. 549, 551); singulis diebus ab omni retro ævo Planetæ singuli alia delati sunt per Cælum via.

## S C H O L I O N I.

620. Facile apparet, supposita quiete Telluris, inextricabiles sequi motus Planetarum, qui supposito ejus motu diurno & annuo simplicissimi sunt. Nec ullus hætenus Astronomus vel somniavit de motu Planetarum in Spiris variabilibus computando: sed qui Solem circa Terram quiescentem finxerunt mobilem, in Theoriis Planetarum motum vertiginis Telluris tacite quasi supposuerunt, ut Spiræ diurnæ in Circulos degenerarent, in quibus Planeta motu proprio ab Occasu versus Ortum incederent: adeo scilicet Astronomiæ insensa est quies Telluris!

## S C H O L I O N II.

621. Quemadmodum vero Systema Terræ quiescentis sibi relictum nullius est in Astronomia usus; ita exiguum quoque in Physica utilitatem habet, cum præcipuorum Phanomenorum nulla inde ratio reddi possit, adeoque vel provocandum sit ad Numinis nutum immediatum (quod tamen idem esse in Physicis, quod in Geometria est reductio ad absurdum, inter intelligentes & verum Metaphysicarium satis peritos constat), vel ad rationes nobis

latentes. Sane ut Astronomi Telluris quieti faventes motus Planetarum Phenomena cum Solis præsertim motu complicata salvarent, Orbitam Telluris tanquam Epicyclum Orbitæ Planetarum affixerunt, ita ut Planeta in Epicyclo incederet, dum ipse per Orbitam suam circa Solem deferretur: quamvis ne sic quidem voti sui satis compotes fuerint facti.

#### THEOREMA XXVII.

622. Terra movetur & motu diurno seu vertiginis, & motu annuo circa Solem.

#### DEMONSTRATIO.

Ex Observationibus constat, Solem cum omnibus Planetis, ac Stellis fixis quotidie oriri atque occidere & successive ad alios aliosque Circulos Verticales appellere (§. 11). Sol autem & Planetæ singuli inæqualibus temporum intervallis motum quodam singulis proprio ab Occasu in Ortum feruntur (§. 23 & seqq.), distantias a Vertice in culminatione continuo mutant (§. 39), omnes Soli opponuntur, præter Venerem & Mercurium (§. 517) & superiores in Oppositione cum Sole propiores sunt, quam in Conjunctione (§. 551) fiuntque circa eam retrogradi, inferioribus circa Conjunctionem retrogradis factis (§. 562). Quo Planeta superior a Terra remotior, eo frequentius fit retrogradus, Veneri tamen inter inferiores contraria ratione tardius retrograda facta quam ♄ (§. 563). Saturni retrogradationes sunt diuturnæ, Jovis mediocres, Martis brevissimæ (§. cit.), Saturnus tamen per arcum minimum, ♄ per mediocrem, ♃ per maximum retrograditur (§. 564). Fixarum a Vertice distantia non semper eadem toto anni tempore, immo aliquo tempore Stella una

videtur in plures divisa (§. 543), immo variationes Declinationis & Ascensionis rectæ annuæ observantur (§. 601 & seqq.) & Gravitās accedendo ad Æquatorem continuo imminuitur (§. 566). Admissō motu Telluris cum vertiginis, tum annuo, hæc omnia necessario consequuntur (§. 579 & seqq.), ita ut non solum Phenomenorum singulorum quoad minimas circumstantias ratio pateat, verum etiam (prout in sequentibus docetur) Phenomena singula prompte computari & prædici possint. Et quamvis variationes distantia a Vertice, Declinationis & Ascensionis rectæ annuæ cum lege Parallaxeos Fixarum a motu Telluris annuo resultante (§. 597) non prorsus consentiant (§. 604); admissō tamen motu Telluris annuo resultant (§. 605). Ex adverso, posita Tellure in universo quiescente, omnis connitas in motu Siderum tollitur (§. 611 & seqq.) Sidera singula, sola fere Luna excepta, incredibili prorsus celeritate per Coeli spatia quotidie vagantur (§. 615), motusque Planetarum adeo implicantur (§. 617) ut vix Phenomenorum generalis ratio inde reddi, multo minus eadem juxta accuratum computum in futurum prædici possint (§. 593, 620). Nulla igitur ratio suadet, Terram quiescere & Solem cum Stellis reliquis circa eam moveri: sed consistendum necessario, Tellurem & motu vertiginis cieri & cum comitatu sui simillimo (§. 525) circa Solem naturæ a Planetis omnibus prorsus diversæ (§. 431) motu annuo ferri.

COROLLARIUM.

623. Quia Poli altitudo toto anni tempore eadem observatur (S. 147), necesse est Tellurem in Orbita sua circa Solem ita librari, ut Axis ejus Axi Mundi constanter sit parallelus.

SCHOLION I.

624. COPERNICUS hunc motum Motum librationis vocat, non inepte hoc simili illustrandum. Globus cum Axe Axi Telluris parallelo in ap'ustri summo navali circa Axem mobili appictus cogitur: quod a Noto constanter impellatur, dum circa insulam navigatur: evidens est, in omni Navis situ Axem Globi picti manere Axi Mundano parallelum.

SCHOLION II.

625. Agnovere motum Telluris jam inter veteres Philosophi complures. Motum diurnum Telluris CICERONE teste (a) primus detexit NICETAS SYRACUSANUS; annum circa Solem PHILOLAUS (b). Centum annis post PHILOLAUM & amplius, ARISTARCHUS SAMIUS clarius Systema Terrae motae proposuit, teste ARCHIMEDE (c). Obstitit autem Gentilium superstitio. quo minus ulterius excoleretur & ab omnibus Philosophis, saltem sanioribus, propugnaretur. Sacrilegii enim accusatus est ARISTARCHUS a CLEANTHE, quod Universi Lares, Vestamque loco movisset (d). Recentiori aeo NICOLAUS CUSANUS Cardinalis (e), motum Telluris asseruit: non tamen Systema Terrae motae invaluit, antequam COPERNICUS summa ingenii vi praclarum ejus in Astronomia usum apertissime ostende-

ret (f), cui mox omnes Philosophi & Astronomi altius vulgo literatorum sapientes, mentem a superstitionis labe repurgatam habentes & extra censura Ecclesiastica pericula constituti accessere, ita ut KEPLERUS jam suo tempore scribere potuerit (g);, Hodier,, no tempore praestantissimi quique Philo,, sophorum & Astronomorum COPERNI,, co adstipulantur: secta est haec glacies,, vicinus suffragiis melioribus, ceteris pe,, ne sola obstat superstitio aut metus a,, CLEANTHIBUS: & Vir summus,, CHRISTIANUS HUGENIUS confitea,, tur (h); Omnes nunc Astronomos,, nisi vel tardiore fuerint ingenio, vel,, hominum imperio obnoxiam habeant,, credulitatem, motum Telluri locum,, que inter Planetas absque dubitatione,, discernere.

SCHOLION III.

626. Sunt qui Terrae motum non admittunt, quod eum Scripturae Sacrae divinitus revelatae adversum judicent, tum quod in ea Sol oriri & occidere, tum quod tempore JOSUE stetisse dicatur. Enimvero videamus, quinam sit Scripturae de ortu, occasu & statione Solis sensus? Ne autem sensum alienum verbis Scripturae assignamus, neque inde inferamus, quae nulli modo inferri possunt, in Regulis interpretandi ante omnia conveniamus necesse est. Suppono itaque 1. Verbis Scripturae singulis suas respondere notiones, & eum tenere sensum eorundem, cui notiones istae inter legendum occurrunt: 2. Verba Scripturae cum attentione lecta notiones modo dictas in animo a praediciis libero excitare valere. Si prius negaveris, concedendum erit, verba Scripturae esse sine mente formam 3. nulla

(a) Quæst. Tusculan. Lib. II. non profus circa finem.

(b) Plutarchus Lib. III. de Placit. Philos. C. 11. & 13. & Laertius Lib. VIII. C. 85.

(c) In Arcæario statim ab initio.

(d) Vid. Plutarch. in Opusculo de facie in Orbe Lunæ.

(e) De docta ignorantia Lib. XI. & XII.

(f) In Libris Revolution. Coelestium.

(g) In Epitom. Astronom. Copernic. Lib. I. p. 140.

(h) In Cosmotheoro Lib. I. p. m. 84.

num : id quod utique absurdum & in Autorem ejus blasphemum. Si posterius non admittendum tibi videatur, excitationem notionum cum verbis Scripturæ combinandarum ad supernaturalem Spiritus S. operationem referenti; Textus Hebraicus Veteris & Græcus Novi Testamenti prælectus intelligitur ab homine Hebraicarum & Græcarum litterarum ignaro, modo asserat animum sincerum & veritatis salutaris agnoscenda cupidum, opemque Spiritus S. precibus ardentibus efflagitet : id quod tamen denuo absurdum censetur, utpote Experientia communi adversum. Hinc vero 3. consequitur, necesse esse, ut aut Deus ipse exhiberit vocum in Scriptura occurrentium definitiones, aut, si notiones jam supponit, ut nobis via ordinaria ad eas pervenire datum sit. Unde tandem 4. concluditur, non alias cum verbis Scripturæ combinandas esse notiones quam quæ ad res præsentis attendentibus occurrunt (§. 19 Method. Mathem.). Per ortum adeo Solis intelligit apparentiam antea latentis in Horizonte, per occasum Solis vero occultationem modo conspicui in Horizonte (§. 14). Quando ergo Ecclesiastes cap. I. 5. Oritur Sol, inquit, & occidit, & ad locum suum revertitur, non alius certe verborum sensus est, quam Solem, qui modo latuerat, nunc apparere in Horizonte, postquam conspicuus fuerat, denuo occultari & occultatione facta, ad plagam Orientis denuo restitui. Hac nempe cuilibet manifesta sunt ad Solem attendentibus, adeoque hæc, non aliæ notiones, vi superiorum a Deo supponi possunt. Similiter cum Jos. X. 12. 13. Sol & Luna stetisse dicuntur, per stationem intelligitur situs non mutatus, aut, si mavis, ejusdem situs conservatio. Dum enim Josua jussit Solem stare super Urbe Gabaon & Lunam super valle Ajalon, non aliud certe requisivit, quam ut Sol, qui ipsi super Urbe constitutus apparebat, situm non mutaret. Exinde ergo, quod Solem jussit tueri situm eundem, inferri nequit, cum circa Terram quiescentem moveri.

## SCHOLIUM IV.

627. Nimirum probe tenendum est, duplicem dari rerum naturalium cognitionem, alteram consensam, quæ Sensui & Imaginationi debetur; alteram distinctam, quæ Intellectui accepta referri debet. Illa Historiam naturalem absolvit & in nuda Phenomenorum recensione acquiescit: hæc vero Scientiam naturalem constituit & rationes Phenomenorum reddit. Quemadmodum Imaginatio Intellectui, ita & Historia naturalis Scientiæ naturali nunquam contraria est, modo rite intelligantur, quæ de notionibus rerum naturalium modo dicta sunt: neque sibi invicem opponi possunt. Historia naturalis ad captum omnium composita; Scientia naturalis captum non modo vulgi, sed etiam pleborumque literatorum transcendit, quippe non comparanda, nisi prius in Mathesi & in experimentando ac observando fueris versatus & intellectus in eam formam transierit, quæ literatis superiorum, quas vulgo vocant, Facultatum plerisque negatur. Scriptura itaque cum de rebus naturalibus verba facit, non ad Scientiam, sed ad Historiam naturalem pertinentia tradit, quippe non solis Philosophis veri nominis, sed vulgo etiam & literatis in rebus naturalibus non altius vulgo sapientibus intelligenda. Patet adeo, ex Scriptura Sacra dirimi non posse controversiam de motu Terræ, cum hæc questio ad Scientiam naturalem pertineat, adeoque a Philosophis Mathematicis decidenda. Egregie in rem nostram Gasendus (a) duplicem Codicem sacrum distinguit, alterum scriptum, qui Bibliorum nomine venit, alterum Naturam rerum, & illius interpretes Theologos, hujus vero Mathematicos agnoscit; Deo nimirum duplici lumine sese manifestante, Revelationis puta ac Demonstrationis. In Scientia adeo naturali audiendi sunt Mathematici, sicut in ob-

jectis

(a) In Oratione inaugurali, quæ editioni Hagiensis Institutionis Astronomiæ ejusdem subjungitur. p. 165.

jectis. fidei Propheta, quorum illi non minus, quam hi Dei ad Homines Interpretes. Et quemadmodum extra limites evagari conserentur Mathematici, qui res fidei ex Geometria confutandas aggredierentur; ita non minus cancellos egrediantur Theologi & Concionatores, qui de questionibus ad Scientiam naturalem spectantibus & Geometria ac Optica ignorantum captum longe superantibus ex Scriptura Sacra, quae nihil earum rerum docet, decretoriam sententiam proterve pronuntiant. Exemplo sunt LACTANTIUS atque AUGUSTINUS, quorum ille de rotunditate Telluris (a), hic de Antipodibus (b) pueriliter admodum locutus, etsi uterque Scripturae quaedam verba in favorem Hypotheseos suae, oppido falsa, adduceret.

SCHOLION V.

628. Neque est quemadmodum alibi (c) jam monuimus, cur Ecclesiae Romanae Doctoribus scrupulum moveat Copernicanum Systema, cum nec placitis Ecclesiae suae repugnet, cuius post Scripturam autoritas ipsis quoque sacra esse debet. Etsi enim a Cardinalibus librorum Censurae praepositis in GALILAEO damnatum fuerit (d); nunquam tamen a Pontifice Summo, neque a Concilio pro Haeresi declaratum, ut Systema Terrae quiescentis pro articulo fidei haberi debeat: qua ratione CARTESIUS Systema Copernicanum amplexus, salva in Ecclesiam Romanam & Pontificem maximum reverentia a scrupulis conscientiam liberavit (e). Immo Ecclesiam non nisi contra evidentiam, sed declaraturam, quod Systema terra mota S. S. adversum non sit, quamprimum aliqua ejus Demonstratio in medium proferetur, rescripto (f) jam publice declaravit P. FABRI

(a) Institut. divin. Lib. III C. 14.

(b) De Civitate Dei Lib. XVI. C. 9.

(c) In Ratione Praelectionum Sect. 1. C. 3. §. 24.

(d) Ricciolus in Almag. vetere & novo. Tom. II. Lib. IX. Sect. IX. C. 40 f. 498. & 1099.

(e) In Epistola ad Mercennium, quae est 80. Part. 2.

(f) Legitur in Transact. Anglican. A. 1665. mense Junio.

Societate Jesu, Pœnitentiarius in templo D. Petri, quod Romæ est. Quamobrem & permittit, ut eodem tanquam Hypothesi in rebus Astronomicis utamur, quemadmodum jam supra (§. 593) exemplo RICCIOLI docuimus.

SCHOLION VI.

629. Quodsi tamen quis fuerit aut hebetiore ingenio, quam ut hactenus dicta capere possit, aut infirmior, quam ut sibi persuadeat, a Deo permitti, ut Scripturam in nonnullis non intelligant, qui ad eam interpretandam Ecclesiae præsintur; ei cum VIRO summo KEPLERO (g) suadeo, ut missa „Schola Astronomica, damnatis etiam, si „placet, Philosophorum placitis suas res „agat, & ab hac peregrinatione munda desitens domum ad agellum suum, excolendum se recipiat, oculisque, quibus solis videt, in hoc adspectabile Cœlum sublati, toto pectore, in gratiarum actionem & laudes Dei Conditoris effundatur, certus se non minorem Deo cultum præstare, quam Astronomum, cui Deus hoc dedit, ut mentis oculo perspicacius videat, quæque invenit, super iis Deum suum & ipse celebrare possit & velit, nec unquam ab Astronomis utpote non secundum affectuum impetum, sed secundum rationem pronuntiantibus, vicissim damnatum iri.

THEOREMA XXVIII.

630. Sol fere in medio Systematis Planetarii quiescit, nisi quod motu veriginis circa proprium Axem moveatur. Circa eum moventur in Orbitis peculiaribus 1°. Mercurius, 2°. Venus, 3°. Tellus, 4°. Mars, 5°. Jovis & 6°. Saturnus: circa Terram vero in peculiaris Orbita movetur Luna, interea dum totum illud spatium, quo Orbita Luna continetur, una cum Tellure circa Solem

(g) In Introductione ad Commentarios de Motibus Stellar. Martis.



*Solem transfertur & simili modo quatuor circa Jovem, quinque circa Saturnum Satellites gyrantur.*

### DEMONSTRATIO.

Tab. VII. *Fig. 67.* Sit enim in S Sol & Terra in T. Quoniam Orbita Veneris atque Mercurii Solem S ambit, Tellure T extus constituta, Orbitaque Mercurii intra Orbitam Veneris continetur (§. 576); circa Solem duo describantur Circuli, designabit eorum interior Orbitam ☿, exterior orbitam ♀. Porro cum Lunæ Orbita Tellurem ambiat, sed non Solem (§. 578); repræsentabitur per Circulum circa Terram descriptum. Similiter cum Orbitæ Saturni, Jovis atque Martis & Solem S, & Tellurem T ambiant, eorum tamen Centra Soli S propiora esse debeant, quam Terræ T (§. 577), sitque Orbita ♂ Telluri propior, quam ♀ & Orbita ♀ propior quam ☿ (§. 591); ex Sole S describantur tres Circuli ambitu suo Tellurem T continentes, repræsentabit intimus Orbitam ♂, medius Orbitam ♀ & extimus Orbitam ☿. Circa Jovem describantur quatuor, circa Saturnum quinque Circuli; erunt iidem Orbitæ Lunularum Jovialium & Saturnianarum (§. 500, 518). Denique cum Tellus T motu annuo circa Solem S feratur (§. 622); ex Sole S per Tellurem T describatur Circulus, qui ejus Orbitam exhibebit & spatium, quod inter Orbitas Veneris & Martis alias va-

cium relinqueretur, occupabit. Terram vero cum Planetis reliquis ita circa Solem moveri, ut, dum progrediuntur, continuo circa Axes suos convertantur, ex superioribus (§. 496, 498) manifestum est. Paret adeo Systema Planetarium ea ratione se habere, qua ipsum in Theoremate præsentate descripsimus.

### COROLLARIUM.

631. Sunt itaque ☿, ♀, ♂, ♀, & ☿ Planetæ primarii; ♃ vero secundarius est (§. 529).

### SCHOLIUM.

632. *En celebre hoc ævo Mundi Systema, quod ab instauratore COPERNICO vulgo Copernicanum dici solet, & cujus ope Astronomia ad insignem perfectionem deducta, TYCHO DE BRAHE (a) Orbitam Telluris omittit & ejus loco Orbitam Solis circa Terram circumducit, quæ Orbitam ♂ intersectat, ut is Telluri Sole propior fieri possit (§. 491), sicque Systema Copernicanum fere totum probat. Enimvero cum nulla ratio (§. 620, 621), sed sola superstitio (§. 627, 628), suadeat, Solem circa Tellurem moveri, Terram vero quiescere, non opus est ut signentorum recensio Astronomia puritatem commaculemus. Id itaque annotasse nobis suffecerit, quod in Systemate Tyconico nullæ sint Planetarum Orbitæ nisi fixitiæ (§. 620): quod adduxit ORIGANUM (b) & LONGOMONTANUM (c), ut motu vertiginis Telluris concessio, motum annum Soli concederent.*

(a) Progymnasma. Lib. II. C. 2. p. m. 189.

(b) Vid. Præfat. ad Ephemerides.

(c) Astron. Danicæ Lib. I. C. 1. f. 161.



## CAPUT IV.

## De Theoria Planetarum Primariorum.

## HYPOTHESIS.

Tab. 633. **T**ELLUS & Planeta omnes Primarii moventur in Orbita Elliptica circa Solem, in cujus Foco uno S Sol quiescit, ea quidem lege, ut radius vector SI ex centro Solis S in centrum Planeta I ductus describat areas ISA temporibus proportionales.

## SCHOLIUM.

634. Hac ex multiplici Observationum collatione magna Ingenii sagacitate deduxit KEPLERUS (a), mire triumphaturus, si, quod recentius repertum infra expressius docebitur, Theoriam suam Geometria & Mechanica apprime conformem intellexisset. Ante KEPLERUM Astronomi omnes Orbitas Planetarum supposuere Circulos eccentricos: qualis quidem Orbita in Sole sic satis Observationibus satisfaciebat, at in Planetis reliquis, praesertim in Marte nimium ab iis aberrabat. Orbitas Planetarum esse lineas in se redeuntes ex eo constabat, quod elapso aliquo temporis intervallo restituantur ad eundem terminum, unde digressi fuerant. Quoniam linearum in se redeuntium notissima Circulus, cui in Geometria Elementari locus est; facile erat supponere, Orbitas istas esse Circulares. Et quia motus Solis & Lune inaequalis apparebat, qui ob perennitatem suam aequalis iudicabatur; Orbitam Solis & Lune esse Circulum Telluri eccentricum inferebatur, praesertim cum & continua & certa lege facta Diametrorum apparentium variatio continuam distantiarum a Terra mutationem loqueretur. In Sole Circulus eccentricus sa-

(a) In Commentariis de Motibus Stellae Martis.

tisfacere videbatur salvandis Phenomenis ex certitudine, ut praedici possent; sed in Marte nullo satisfaciebat modo, ut adeo indomitus KEPLERO ansam daret de motu Elliptico cogitandi, felici prorsus conatu.

## DEFINITIO XI.

635. Perihelium est Punctum Orbitae P, in quo Planeta minimam a Sole S distantiam habet. In motu Solis circa Terram idem dicitur Perigeum.

Tab. VII. Fig. 63.

## DEFINITIO XII.

636. Aphelium est Punctum Orbitae A, in quo Planeta maximam a Sole S distantiam habet. In motu Solis circa Terram idem dicitur Apogaeum.

## DEFINITIO XIII.

637. Linea Apseudum est recta AP ex Aphelio A in Perihelium P ducta.

## DEFINITIO XIV.

638. Eccentricitas est distantia centri Orbitae C a Sole S.

## SCHOLIUM.

639. In Astronomia vetere dicitur distantia centri Orbitae a centro Terra.

## DEFINITIO XV.

640. Intervallum est recta IS ex centro Planetae I in Solem S ducta, seu distantia Planetae a Sole IS.

## DEFINITIO XVI.

641. Circulus eccentricus est Circulus PDAE ex centro Orbitae C dimidio Axe CA tanquam radio descriptus.

## SCHOLIUM.

Tab. 642. In veteri Astronomia Circulus eccentricus est ipsa Orbita Planetæ.

Fig. 68.

## DEFINITIO XVII.

643. *Motus medius* est, quo Planeta in sua Orbita æquabiliter moveri supponitur.

## SCHOLIUM.

644. Ad eum adeo determinandum opus est, ut integræ revolutionis Periodus in quantilibet minimis scrupulis definiatur.

## DEFINITIO XVIII.

645. *Motus verus* est motus Planetæ, qualis ex Tellure spectatur.

## DEFINITIO XIX.

646. *Anomalia* est distantia Planetæ ab Aphelio vel Apogæo.

## DEFINITIO XX.

647. *Anomalia media* sive *simplex* in veteri Astronomia est distantia loci medii Planetæ ab Apogæo; in recentiore KEPLERI tempus, quo Planeta ab Aphelio A usque ad locum medium seu Punctum Orbitæ suæ I digreditur.

## COROLLARIUM.

648. Quoniam arcus ASI temporis, quo Planeta arcum AI describit, proportionalis est (§. 633); eadem mensura Anomalie mediæ optime constituitur.

## DEFINITIO XXI.

649. *Anomalia eccentrici* est arcus Circuli eccentrici AK inter Aphelium A & rectam KL, quæ per centrum Planetæ I ad Lineam Apfidum AP perpendicularis ducitur, interceptus.

## DEFINITIO XXII.

650. *Anomalia vera* vel *coaquata* seu *angulus ad Solem* est angulus ASI, sub

quo distantia Planetæ ab Aphelio AI ex Sole videtur.

Tab.  
VII.  
Fig. 68.

## COROLLARIUM.

651. In motu adeo Solis erit distantia loci veri Solis ab Apogæo ex Tellure visa (§. 636), seu potius distantia loci veri Telluris ab Apogæo ex Sole visa quæ isti æquipollet (§. 571).

## DEFINITIO XXIII.

652. *Æquatio centri* seu *Prosthaphæresis* est differentia inter locum verum & medium Planetæ, seu quod perinde est, inter Anomaliam mediam & coaquatam.

## PROBLEMA V.

653. *Observare Æquinoctium seu ingressum Centri Solis in Æquatorem.*

## RESOLUTIO.

1. Cum hodie ex Ephemeridibus & Calendariis constet dies, in quo Sol Æquatorem ingreditur, eo die observetur altitudo Solis meridiana (§. 129 137), per additionem Parallaxeos (§. 368) & sub actionem Refractionis corrigenda (§. 336).
2. Conferatur altitudo Solis cum altitudine Æquatoris: cui si æqualis deprehendatur, Æquinoctium in ipsum meridiem incidit. Quod si illa hac major fuerit, Æquinoctium vernale ante meridiem, autumnale post eundem contigit. Denique si illa hac minor deprehendatur, vernale post meridiem, autumnale ante eundem accidit (§. 158). Quare
3. Altitudo minor e majore auferatur, ut relinquatur Declinatio Solis (§. 150).

Dico;

Dico, tot horis ante vel post meridiem contigisse Æquinoctium, quot scrupulorum primorum Declinatio extiterit.

### DEMONSTRATIO.

Intervallo 24 horarum Sol primum fere gradum Arietis vel etiam Libræ percurrere observatur (§. 203) & in spatio tam exiguo supponere licet, Declinationis incrementa in casu priore, decrementa in posteriore esse temporis proportionalia. Cum adeo Declinatio in  $1^{\circ} \vee$  &  $\approx$  sit  $24'$ , supposita Declinatione Eclipticæ  $23^{\circ} 30'$ , aut juxta DN. DE LA HIRE  $23^{\circ} 29'$  (§. 198); evidens est Declinationem tunc temporis variari minuto uno in singulas horas. Q. e. d.

### OBSERVATIO XLVI.

654. Quod si plures Observationes Æquinoctiorum inter se conferantur, Solem diutius in Signis Borealibus, quam in Australibus commorari manifestum est. Juxta CASSINI Observationes Sol commoratur in Signis Borealibus 186 d. 14 h. 53', in Australibus vero 178 d. 14 h. 56', differentia adeo existente 7 d. 23 h. 57' (a).

### COROLLARIUM.

655. Cum maxima Solis a Terra distantia hodie in  $\odot$  sit, minima in  $\propto$  (§. 554); Sol longius commoratur in Semicirculo, in quo majorem a Terra distantiam habet.

### PROBLEMA VI.

656. Observare Solstitium, seu ingressum Solis in  $\odot \propto$  &  $\propto \odot$ .

### RESOLUTIO.

1. Cum hodie ex Ephemeridibus & Calendariis non ignotus dies, quo Solstitium accidere debet; per aliquot dies observetur altitudo meridiana Solis, maxima, qua fieri potest, accurate, magno inprimis Gnomone, qui Quadrantibus hoc in negotio præferendus (§. 129, 137).
2. Quamprimum tres obtinentur altitudines, quarum mediâ in Solstitio Æstivo major, in Hiberno minor extat reliquis, hoc ipso dies Solstitii innotescit (§. 159).
3. Altitudo Solstitialis conferatur cum altitudinibus immediate antecedente & consequente. Quod si enim ambæ fuerint æquales, Solstitium in ipsum meridiem incidit: si præcedens fuerit major consequente, Solstitium Æstivum post meridiem accedit, Brumale vero ante eundem.
4. Quare cum Declinatio Solis tunc temporis intervallo 24 horarum non ultra 15 secunda mutetur (§. 198), differentia altitudinis Solstitialis ab antecedente vel consequente per subtractionem inventa, ope Regulæ trium reperitur horarum intervalum, quo a meridie Solstitium distat.

### COROLLARIUM.

657. Error adeo 15 secundorum in altitudine meridiana admissus producit errorem integri diei in tempore Solstitii definiendo.

### SCHOLIUM.

658. Patet hinc difficultas observandi Solstitia, ut adeo alium modum observandi Solsti-

(a) Astron. Reform. Lib. I. C. 7. f. 22. 23.

via excogitaverit HALLEIUS (a), demonstratum a GREGORIO (b), quo Solstitia accuratius observari posse confidit, quam Equinoctia observantur (§. 654). Opera igitur pretium judicamus ut eundem hic distincte exponamus & ex primis Principiis, more nostro, demonstremus.

## LEMMA I.

Tab. 659. Sinus versus RG & Rg sunt  
XII. in ratione duplicata Chordarum RC &  
Fig. 98. Rc arcuum, ad quos referuntur.

## DEMONSTRATIO.

Est enim ut Diameter Circuli ad Chordam RC, ita Chorda RC ad Sinum versusum RG & ut eadem Circuli Diameter ad Chordam Rc ita Chorda Rc ad Sinum versusum Rg (§. 330 Geom.), consequenter Diameter ad Sinus versusos RG & Rg in ratione duplicata Diametri ad Chordas RC & Rc (§. 216 Arithm.). Quamobrem Sinus versusus RG & Rg sunt in ratione duplicata Chordarum RC & Rc (§. 196 Arithm.).  
Q. e. d.

## COROLLARIUM.

660. Quoniam arcus exigui sunt inter se ut Chordæ; si arcus RC & Rc fuerint exigui, erunt Sinus versusus RG & Rg in ratione duplicata arcuum RC & Rc.

## THEOREMA XXIX.

661. Differentia Declinationum Solis a maxima, paulo ante & post Solstitium, sunt inter se in ratione duplicata temporum inter singula Observationum momenta & ipsum Solstitium interceptorum.

(a) In Transact. Anglic. num. 219. & p. 12.

(b) In Elem. Astron. Phys. & Geom. Lib. III. Prop. 11. f. 221. & seqq.

## DEMONSTRATIO.

Designet arcus RL Eclipticæ portionem exiguam prope punctum Solstitiale R & recta eam tangens TR portionem Tropici. Ex punctis Eclipticæ C & c demittantur ad TR perpendiculares, erunt DC, &c distantia a Tropico, cum arcus exigui pro lineis rectis haberi possint; consequenter differentia Declinationum in C & c a maxima in R. Quodsi RG ducatur ad TR perpendicularis, erit ea pars Diametri (§. 292 Geom.) & ductæ ex punctis c & C rectæ CG & cg ipsi DR & dr parallelae erunt ad RG perpendiculares (§. 230 Geom.), consequenter DC = GR & dc = gr (§. 226 Geom.). Quamobrem cum RG & rg sint in ratione duplicata arcuum RC & Rc (§. 659); erunt etiam DC & dc, seu differentia Declinationum Solis a maxima in Punctis C & c, in ratione duplicata eorundem arcuum RC & Rc. Patebit ex inferioribus, ideo quod Apogæum Solis a Puncto Solstitiali non procul distet, motum ad sensum æquabilem esse. Sunt itaque arcus CR & cR ut tempora, quibus percurruntur (§. 31 Mech.); consequenter differentia Declinationum in punctis C & c a maxima DC & dc sunt circa Solstitia in ratione duplicata temporum inter momenta Observationum in C & c & Solstitium interceptorum. Q. e. d.

## COROLLARIUM I.

662. Quoniam arcus RC pro recta sumi potest, cum sint cd & CD inter se parallelae (§. 256 Geom.); erit dR: DR = cR: CR (§. 268 Geom.), consequenter cum arcus

Tab.  
XII.  
Fig. 98.

Tab. cR & CR repræsentent tempus ab Observa-  
XII. tionibus in c & C factis usque ad Solstitium  
Fig. 98. in R residuum, quemadmodum ex De-  
monstratione intelligitur, idem tempus  
etiam exponi potest per rectas dR & DR.

COROLLARIUM II.

663. Et quoniam  $Rg : RG = g^2 : GC^2$   
(§. 661, 662); arcus Eclipticæ exiguus LR  
prope Solstitium Parabolam repræsentat,  
cujus Abcissæ Rg, RG exponunt differen-  
tias Declinationum a Declinatione maxi-  
ma, semiordinatæ vero  $gc$ , GC tempora  
inter momenta Declinationum observata-  
rum & ipsum Solstitium intercepta.

THEOREMA XXX.

Tab. 664. Si circa Solstitium observentur  
XII. umbræ Gnomonis præalti, in G, F & E,  
Fig. 99. erunt differentia umbrarum EG & EF  
differentia Declinationum Solis in Ob-  
servationum momentis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Gnomon AB ad BG per-  
pendicularis, anguli BAG, BAF & BAE  
tanquam suis verticalibus æquales (§. 156 Geom.) exhibent distantias Solis  
a Vertice, consequenter cum tantun-  
dem ad Verticem Sol accedat, quan-  
tum ab Æquatore recedit, adeoque  
Declinatio ejusdem augetur (§. 75), &  
contra; anguli EAG & EAF sunt diffe-  
rentiis Declinationum in G, E & F  
æquales. Concipiamus jam Planum ali-  
quod CD ad Planum BG ita inclina-  
tum, ut radius Ae sit ad idem perpen-  
dicularis, ob angulos eAf & eAg ad-  
modum exiguos, etiam Af & Ag ad  
idem Planum erunt propemodum per-  
pendiculares; consequenter si centro  
A ducas arcus per Puncta e, g & f, ipsis

perpendiculares (§. 38 Anal. infin.), Tab.  
arcus isti angulorum eAf & eAg men-  
suræ (§. 57 Geom.) sensibilibiter non dif-  
ferent a rectis ef & eg, atque ideo hæ  
rectæ pro differentiis Declinationum  
Solis in G; E & F haberi possunt. Jam  
quia Gnomon AB præaltus, per hypoth.  
rectæ Gg, Ff, Ee, in puncto valde re-  
moto A concurrentes, pro parallelis ha-  
beri possunt. Quamobrem erit GE :  
EF =  $gc : ef$  (§. 268 Geom.); conse-  
quenter umbrarum in G, E & F ob-  
servatarum differentia GE & EF sunt  
ut differentia Declinationum in Obser-  
vationum momentis. Q. e. d.

COROLLARIUM.

665. Quodsi ponamus in H esse locum  
umbræ Solstitialis; erunt HG, HF, HE  
differentiæ Declinationum Solis in G; F  
& E a Declinatione maxima.

PROBLEMA VII.

666. Datis tribus Observationibus  
umbrarum Gnomonis præalti in eodem  
Circulo verticali circa Solstitium, vel  
uti inter 5 dies ante Solstitium & in-  
tra quinque dies post idem, in G; F  
& E; invenire tempus Solstitii. Tab.  
XII.  
Fig.  
100.

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

1. Cum differentiæ umbrarum a Sol-  
stitiali HG, HF, HE sint in ratione  
duplicata temporum inter momenta  
Observationum & tempus Solstitii  
interceptorum (§. 665, 661); si circa  
rectam BH, in qua observantur um-  
bræ Gnomonis; descripta concipia-  
tur Parabola NHP, transiens in Ver-  
tice per terminum umbræ Solstii-  
tialis BH, & HG, HF, HE sint diffe-



Tab.  
XII.  
Fig.  
100.

differentiæ umbrarum observatarum a Solstitiali; erunt GN, EM & FO tempora inter Observationum momenta & Solstitium in H intercepta (§. 663).

2. Sit igitur tempus inter primam & secundam Observationem intercedens  $AC=NR=a$ , tempus intercedens inter secundam Observationem & tertiam  $CD=b$ , differentia umbrarum in prima & secunda Observatione  $EG=c$ , differentia earundem in secunda & tertia  $EF=d$ , tempus inter Observationem secundam & Solstitium intercedens  $ME=x$ ; erit tempus inter primam & Solstitium interceptum  $NG=a+x$  & quod interceptum inter tertiam & Solstitium  $FO=b-x$ . Quodsi porro Parameter fuerit  $=p$ ; erit  $EH=x^2:p$ ,  $HG=(a^2+2ax+x^2):p$  &  $FH(b^2-2bx+x^2):p$  (§. 391 *Analys. infin.*).

3. Habemus itaque

$$\begin{aligned} c &= \frac{a^2 + 2ax}{p} & d &= \frac{b^2 - 2bx}{p} \\ p &= \frac{a^2 + 2ax}{c} & p &= \frac{b^2 - 2bx}{d} \\ \frac{a^2 + 2ax}{c} &= \frac{b^2 - 2bx}{d} \\ \frac{a^2 d + 2adx}{2ad + 2bc} &= \frac{b^2 c - 2bcx}{b^2 c - a^2 d} \\ x &= \frac{b^2 c - a^2 d}{2ad + 2bc} \end{aligned}$$

Patet adeo, quomodo inveniatur tempus EM sive CB inter Observationem umbræ secundam in E & momentum Solstitii in B intercedens. Nimirum

1. Quadratum temporis a secunda Observatione usque ad tertiam ducatur in differentiam umbræ in prima & secunda Observatione, & quadratum temporis inter primam & secundam Observationem intercedentis in differentiam umbrarum in secunda & tertia Observatione.

2. Ducantur etiam ipsa tempora in easdem umbrarum differentias.

3. Tandem differentia factorum *num.* 1. repertorum dividatur per duplam summam factorum *num.* 2. inventorum: quotus erit tempus a secunda Observatione usque ad momentum Solstitii.

Quodsi etiam desideres tempora inter primam & tertiam Observationem atque Solstitii momentum interjecta, cum sit prius  $MG=a+x$ , posterius

$$\begin{aligned} FO &= b-x; \text{ erit illud } = a + \frac{b^2 c - a^2 d}{2ad + 2bc} \\ &= \frac{2a^2 d + 2abc + b^2 c - a^2 d}{2ad + 2bc} \\ &= \frac{a^2 d + 2abc + b^2 c}{2ad + 2bc}; \text{ hoc vero} \\ &= b - \frac{b^2 c - a^2 d}{2ad + 2bc} = \frac{2abd + 2b^2 c - bc^2 + a^2 d}{2ad + 2bc} \end{aligned}$$

Si umbra in F sit media inter umbram in E & G, ut nempe  $AC=CD$ , erit  $a=b$ , adeoque  $x$

$$\begin{aligned} ME &= \frac{a^2 c - a^2 d}{2ad + 2ac} = \frac{ac - ad}{2d + 2c} \\ MG &= \frac{a^2 d + 2a^2 c + a^2 c}{2ad + 2ac} = \frac{3ac + ad}{2d + 2c} \\ \&FO &= \frac{2a^2 d + a^2 d + a^2 c}{2ad + 2ac} = \frac{3ad + ac}{2d + 2c} \end{aligned}$$

Nimirum

Dupla

Tab.  
XII.  
Fig.  
100.



Dupla summa differentiarum, quæ inter umbras in prima & secunda, atque in secunda & tertia Observatione intercedunt est ad differentiam earundem, ut tempus inter primam & secundam Observationem intercedens ad tempus inter Observationem secundam & Solstitium interceptum.

Et ut eadem dupla summa ad summam simplicem, sed dupla differentia umbrarum in prima & secunda Observatione auctam, ita tempus inter primam & secundam Observationem ad tempus inter primam & Solstitium.

Denique ut eadem dupla summa ad summam simplicem, sed dupla differentia in secunda & tertia Observatione auctam, ita tempus inter primam & secundam Observationem intercedens ad tempus inter tertiam Observationem & Solstitium interceptum.

#### SCHOLIUM.

667. Regula hæc Præxi admodum accommodata & ex ipsa resolutione Problematis apparet, cur HALLEIUS asseruerit, Solstitia facilius & accuratius observari posse quam Equinoctia. Etenim umbrarum Observationes facillime, & calculus nulla alia Elementa Astronomica ab aliis Observationibus penitentia supponit, quemadmodum Observationes Equinoctiorum obnoxie sunt refractionibus & calculus eorundem pendet ab elevatione Equatoris & Declinatione maxima Eclipticæ (§. 635).

#### OBSERVATIO XLVII.

668. Quodsi Observationes Equinoctiorum cum Observationibus Solstitiorum conferas; inequalitas mora Solis in quatuor Eclipticæ quadrantibus manifesta est. Juxta RICCIOLUM (a) mora Solis in Signis vernalibus 93 d. 36'; in æstivis 93 d. 12 h. 12'; in autumnalibus 89 d. 14 h. 11'; in hibernis 89 d. 4'.

(a) Astron. Reform. Lib. I. C. 7. f. 22. 23.

#### PROBLEMA VIII.

669. Invenire quantitatem Anni Solaris, hoc est, temporis intervallum, quo Sol Eclipticam percurrit.

#### RESOLUTIO.

1. Observatio Equinoctii antiqua conferatur cum Observatione recentiore; ubi prius antiqua methodo inferius tradenda ad eundem meridianum atque idem Calendarium fuerit reducta, & per subtractionem investigetur præcessio Equinoctiorum, hoc est, temporis intervallum, quo a die Observationis antiquæ in antecedentes retrogressum.
2. Quæratnr tempus inter duas Observationes intercedens in Annis Julianis, quorum unusquisque 365 dierum & horarum 6, & per illud Præcessio Equinoctiorum dividatur, quotus est Præcessio anni unius.
3. Quodsi ergo hæc a quantitate Anni Juliani subducatur, relinquetur quantitas Anni vera.

E. gr. HIPPARCHUS observavit A. 158. ante Christum natum Alexandria Equinoctium autumnale d. 27 Sept. hora 24, seu in ipso meridie; HEVELIUS vero A. 1655. Dantisci d. 12 Sept. 21 h. 12' 30". Est ergo  
 Equ. HIPPARCHI. Sept. 26. 24<sup>h</sup>. 0'. 0"  
 Diff. Meridianorum subtr. 1. 27. 9  
 Equ. H. P. in Merid. Dantis. 26. 22. 32. 51  
 Equ. HEVELII . . . . . 12. 21. 12. 30  
 Præcessio Equinoct. . . . . 14. 1. 20. 21  
 Intervallum An. 1812  
 Ergo Præcess. annua 11'. 10". 12''' . 37''''  
 Annus Julianus. 365<sup>d</sup>. 5<sup>h</sup>. 59'. 59". 60'''  
 Præcess. . . . . 11 30. 12. 27  
 Annus Solaris 365. 5. 48. 49. 47. 2.

## SCHOLIION.

670. In quantitate Anni Solaris determinanda *Æquinoctia Solstitia* præferuntur, quia *Solstitia* communi methodo difficilius observantur (§. 6). Et *Æquinoctia Autumnalia Vernalibus* anteponuntur, quia *Vernalium* Observationes *Refractio*, ob vapores Vere copiosiores, magis turbare creditur.

## OBSERVATIO XLVIII.

671. KEPLERUS in Tabulis Rudolphinis quantitatē Anni Solaris ponit 365 dierum, 5 h. 48' 57" 39''', RICCIO-  
LUS in Astronomia Reformata 365 d. 5 h. 48' 48'', TYCHO in Progymnasmatibus 365 d. 5. h. 48' 50'', DE LA HIRE in Tabulis Astronomicis 365 d. 5 h. 49', qualem nimirum invenerunt BLANCHINIUS atque CASSINUS (a) & Calendarii Gregoriani Auctores supposuerunt.

## PROBLEMA IX.

672. Data quantitate Anni Solaris; invenire motum Solis medium in anno 365 dierum, item diurnum, horarium, &c.

## RESOLUTIO.

Quia motus medius est tempori proportionalis (§. 643), erit ut quantitas Anni Solaris ad 360°, ita annus 365 dierum, dies unus, hora una, scrupulum unum &c. ad arcum Eclipticæ eo tempore conficiendum. Reperietur adeo hic arcus opē Regulæ trium (§. 302 Arithm.).

E. gr. PHILIPPUS DE LA HIRE assumit quantitatē anni 365 d. 5 h. 49' (§. 671),

(a) Vid. Acta Erudit. A. 1705. p. 309.

reperitur adeo motus in anno communi 17 Signorum 29° 45' 40'', in uno die 59' 8'', in una hora 2' 28'', in uno minuto primo 2'' 28'' &c.

## COROLLARIUM.

673. Per solam adeo additionem instar Abaci Pythagorici (§. 109 Arithm.) inde construuntur Tabulæ motuum mediorum in annis, diebus, horis & scrupulis.

## PROBLEMA X.

674. Observare locum Aphelii & Perihelii, seu situm Lineæ Apſidum determinare.

## RESOLUTIO.

Quoniam Terra in Aphelio maximam, in Perihelio minimam a Sole distantiam habet (§. 635, 638); ibi motus ejus tardissimus, hic velocissimus apparet (§. 354). Observetur itaque singulis diebus locus Solis, dum Cancrum & Capricornum ingreditur, summa, qua fieri potest, accuratione (§. 203) & loca se invicem consequentium dierum a se invicem subtrahantur, ut relinquatur motus Solis diurnus. Quando enim velocissimus, in Perihelio Terra est; quando tardissimus, in Aphelio; consequenter cum constet, ubi hæreat Sol, hoc ipso patet ubi sit Terræ Aphelium & Perihelium.

## Aliter.

I. Quodsi Observationes locorum Solis per aliquod temporis intervallum continentur, donec idem motus Solis diurnus bis reperiatur; duo habentur loca ab Aphelio & Perihelio æquidistantia. Quamobrem

2. Si arcus inter duo ista loca interceptus bifariam dividatur, habetur locus Aphelii vel Perihelii, prouti Observationes  $\odot$  &  $\ve$  velo  $\propto$  propiores (§. 554).
3. Cum Aphelium Perihelio opponatur (§. 633); loco uno dato alter innotescit, addito Semicirculo seu  $180^\circ$ .

PROBLEMA XI.

675. Invenire Eccentricitatem Solis.

RESOLUTIO.

- Tab. VII. Fig. 68.
1. Quoniam Diameter apparens Solis maxima est ad minimam ut  $32' 43''$  ad  $31' 38''$ , (§. 552), hoc est (reductione scrupulorum primorum ad secunda facta) ut 1963 ad 1898; erit distantia Solis a Terra maxima SA ad minimam PS ut 1963 ad 1898 (§. 212 Optic.).
  2. Cum adeo sit  $PS + SA = PA = 3861$ ; reperietur Radius Eccentrici CP, 1930; consequenter  $SC = PC - PS = 32$ .
  3. Quare si  $CP = 100000$ : invenitur  $CS = 1658$  (§. 302 Arithm.).

COROLLARIUM.

676. Cum Eccentricitas SC in Sole vix sexagesimam Radii Eccentrici CP partem excedat (§. 675); Orbita Solis Elliptica a Circulari non admodum differt.

SCHOLIUM.

677. Unde non mirum, quod Calculus in Circulo Eccentrico institutus Observationibus satis respondeat. Et quoniam Eccentricitas ex variatione Diameterum apparentium, in quibus observandis error aliquot scrupulorum secundorum evitari vix potest, deducta

non satis exacta haberi debet; ideo nil obstat, quo minus Eccentricitas & locus Apogei in Hypothese Circuli eccentrici investigetur: quod adeo faciemus Problemate sequente.

PROBLEMA XII.

678. Datis duabus Observationibus Tab. VII. Fig. 69. *Æquinoctiorum sibi immediate succedentium & uno loco Solis extra puncta Æquinoctialia & Solstitia in S; invenire Eccentricitatem TC & locum Apogei A.*

RESOLUTIO.

1. Ob datum locum Solis L datur arcus DL, distantia  $\odot$  a puncto Æquinoctiali verno; consequenter angulus LTD (§. 57 Geom.) & ejus contiguus LTB (§. 149 Geom.).
2. Ob datum tempus Æquinoctii in B, datur tempus, quo Sol ex L in B pervenit: cui conveniens motus medius Solis reperitur (§. 672), & sic habebitur angulus SCM seu SCI.
3. Similiter, ob datum tempus Æquinoctii in D, datur tempus, quo Sol ex M pervenit in W: cui conveniens motus medius reperitur (§. 672), & sic habebitur angulus MCW; consequenter angulus CMW (§. 248 Geom.), & ob ante repertum LTB (num. 1) angulus MIT (§. 245 Geom.), cui SIC æqualis (§. 156 Geom.).
4. Datis adeo in Triangulo CSI latere CS 100000 & angulis SCI & CIS (num. 2 & 3), invenitur latus CI (§. 36 Trigon.), quod ex radio CM subductum relinquit MI.

- Tab. VIII. Fig. 69. 5. Hinc porro in Triangulo MIT ex datis singulis angulis (num. 1 & 3) & latere MI (num. 4) reperitur TI (§. 36 Trig.).
6. Denique ex datis in Triangulo TIC lateribus TI & IC (num. 4 & 5) & angulo CIT (num. 3 & §. 149 Geom.), invenitur angulus ITC, seu LTA, distantia Apogæi AL a loco Solis in L observato (§. 40 Trigon.) & Eccentricitas TC (§. 36 Trig.).

E. gr. RICCIOLUS (a) observavit Bononiæ

A. 1655. d. 30. Jul. in ipso merid. locum ☉.  $7^{\circ}.0'.8''$  ☉ & Equinoctium Autumnale in B, d. 23. Sept. 18<sup>h</sup>. 55<sup>m</sup>. A. 1656. Equinoct. Vernale in D. d. 19. Mart. 9<sup>h</sup>. 51<sup>m</sup>.  
Erat adeo

Tempus quo ☉ ex L in B pervenit 54<sup>d</sup>. 18<sup>h</sup>. 55<sup>m</sup>

Tempus quo ex B in D promotus 178<sup>d</sup>. 14<sup>h</sup>. 56<sup>m</sup>.

Unde

Angulus SCM	-----	54 <sup>o</sup> . 0'. 35"
Angulus MCW	-----	176. 3. 10. 35"
Ergo CMW	-----	1. 58. 25
Angulus LTD	-----	127. 0. 8.
LTB	-----	52. 59. 52
MIT seu CIS	-----	125. 1. 43
CIT	-----	54. 58. 17
CSI	-----	0. 57. 42

Quare si CS = 100000

reperitur CI = 2049 $\frac{1}{2}$ , IM = 97951

TI = 4224 CT = 3480

LTA ----- 28<sup>o</sup>. 50'. 0"

LTD ----- 127. 0. 8

Ergo ATD ----- 98. 10. 8

hoc est locus Apogæi ☉ 8<sup>o</sup>. 10'. 8"

### COROLLARIUM I.

679. Quodsi ex supposita Eccentricitate TC, quæ in circulo eccentrico repræsentandis æquationibus respondet, quærat ratio Semidiametrorum apparentium, erit ea ob TV = CV - CT = 96520 & ob NT = CN + TC = 103480, ut 103480 ad 96520. Unde si Semidiameter apparens

(a) Astron. Reform. Lib. I. C. 2. f. 32.

maxima fuerit 1963" seu 32' 43" reperietur Tab. minima 1830" seu 30' 30", adeoque ju- VII, sta minor (§. 553). Quare cum dimidia Fig. 69, Eccentricitas seu  $\frac{1}{2}$  TC 1740 eodem, quo ante calculo, producat Semidiametrum minimam 31' 36", quæ ab observata 31' 38" nonnisi 2" disidet (§. cit.); evidens est dimidiam Eccentricitatem TC repræsentandis variationibus Semidiametrorum apparentium, adeoque Eccentricitati in Ellipfi satisfacere (§. 675).

### COROLLARIUM II.

680. Hinc vero appareat centrum medio- Tab. rum motuum Non esse in centro Eccen- VII, ci C, sed ab eo tanto intervallo distare ver- Fig. 68, fus Apogæum A, quanto Sol S ab eodem versus Perigæum P distat, ut nempe sit CS = CP.

### SCHOLIUM I.

681. Cum hæc perpenderet KEPLERUS quæ bisectionem Eccentricitatis primus reperit, atque perpenderet, esse in Ellipfi duos Focos S & F a Centro C aequaliter utrinque remotos; in Ellipticam Orbitalium figuram incidit. Quamvis adeo pronum erat inferre, Focum Ellipseos alterum F esse Centrum mediorum motuum, hoc est ex eo motus Planetæ in Orbita Physice inæquales spectari aequales, quod etiam ab ipso animadversum constat (b); eam tamen Hypothesin, quam postea excoluit SETHUS WARDUS (c) apud Anglos, & Comes de PAGAN (d) apud Gallos, rejecit, quod eam deprehenderet Phenomenis minime consensientem, præsertim in Marte, quæ Theoria inveniendæ ansam dedit, ac præterea causis Physicis, quas scrutabatur, adversam, quemadmodum & postea demonstratum est a BULLIALDO (e) & veram Theoriam supra propositam exhibuit, quæ incessui Planetarum in Orbita Curvilinea circa Solem convenit (§. 651 Mechan.).

### SCHO-

(b) Epit. Astron. Copernic. Lib. V. Part. 2. p. 685.

(c) In Astronomia Geometrica.

(d) In Theoria Planetarum.

(e) In Fundamentis Astron. Phil. clarius explicatis C. 1. & 2. p. 7. & seqq.

SCHOLIUM II.

RESOLUTIO.

Tab. 682. PTOLEMÆUS (a) *Eccentricitatem* So-  
VII. lis Anno A. C. 139. reperit partium 4152  
Fig. 68. qualium Radius Eccentrici est 100000, quæ  
bissecta pro Ellipsi est 2076. Enimvero AL-  
BATEGNIUS (b) A. C. 883 jam observavit  
eam esse justo majorem, eamque fecit 3465  
 $\frac{2}{3}$  istiusmodi partium, quas diximus, quæ  
bissecta evadit fere 1733. Etsi autem, qui  
ipsum secuti sunt, ipse COPERNICUS & TY-  
CHO, eandem majorem Albategniana, utut  
minorem Ptolemaica statuerint, & KEPLERUS  
bissectam (c) 1800 partium esse collegerit,  
qualium Eccentrici Radius est 100000; no-  
stro tamen ævo omnes in eo consentiunt Astro-  
nomi, *Eccentricitatem KEPLERIANAM* in  
excessu peccare, ac ideo Tabulas Rudolphinas  
correctione indigere. CASSINUS *Eccentricita-*  
*tem bissectam* statuit partium istiusmodi, quas  
diximus, 1700; WHISTONUS (d) eam ac-  
curatius esse ait 1686.

LEMMA II.

683. *Sector Circuli AKC est ad aream*  
*integri Circuli, ut arcus AK ad Periphe-*  
*riam Circuli.*

DEMONSTRATIO.

Sector Circuli AKC æqualis est Tri-  
angulo cujus basis æqualis est arcui AK, al-  
titude autem Circuli radio CA (§. 415  
*Geom.*), area vero Circuli æqualis est  
Triangulo, cujus basis æqualis est inte-  
græ Peripheriæ Circuli, altitudo vero  
radio CA (§. 410 *Geom.*). Est itaque  
Sector AKC ad aream Circuli, in ratio-  
ne arcus CA ad integram Peripheriam  
(§. 389 *Geom.*). Q. e. d.

PROBLEMA XIII.

684. *Data Eccentricitate SC, una*  
*cum Anomalia Eccentri AK; invenire*  
*Anomaliam mediam.*

Quoniam Anomalia media exprimi-  
tur per aream ASI seu ejus ad integram  
Ellipsin, in qua Planeta movetur, ratio-  
nem (§. 648), & area ASI ad Ellipsin  
integram eam rationem habet, quam  
ASK ad Circulum integrum (§. 141  
*Analyss. infinit.*); non alia re opus est,  
quam ut area KSA in istiusmodi parti-  
bus inveniat, qualium area Circuli  
integri ADPE est 360. Igitur

1. Data Semidiametro Eccentrici CA,  
quærat,ur area Circuli (§. 429 *Geom.*).
2. Data Eccentricitate SC una cum KL  
Sini Anomaliæ eccentrici KA, inve-  
niatur area Trianguli KSC (§. 392  
*Geom.*).
3. Hinc porro ope Regulæ trium investi-  
getur, quot gradus & scrupula ei-  
dem Triangulo convenient, qualium  
integra Circuli area est 360.
4. Jam cum Sector KCA habeat ad ar-  
eam Circuli rationem arcus KA ad  
Peripheriam integram (§. 683); Ano-  
malia Eccentri KA addatur Triangu-  
lo KSC in gradibus & scrupulis Cir-  
culi invento: summa erit area KSA,  
adeoque exprimet Anomaliam me-  
diam quæsitam.
5. Quodsi Planeta a Perihelio P ad  
Aphelium A progrediar, Triangu-  
lum SKC a sectore PCK seu Anomalia  
Eccentri subtrahendum, ut relinqua-  
tur Anomalia mediæ ADPKS exces-  
sus PSK ultra Semicirculum.

E. gr. juxta KEPLERUM in Rudolphinis Ec-  
centricitas Solis CS est 1800, radio CA  
existente 100000. Sit Anomalia eccentrici  
AK 20; erit KL 3489, adeoque Triangulum  
000.2 SKC

(a) Almag. Lib. III. C. 4. f. m. 68.

(b) De Scientia Stellarum C. 28.

(c) In Tab. Rudolphinis.

(d) In Piazzi, Astronom. Lect. 8. Probl. 3. p. 90.



Tab. SKC 3140100. Sed Circuli eccentrici area  
 VII. est 31415900000 (§.425, 429 *Geom.*): quare  
 Fig.68. si eadem ponatur 360° seu 1296000", re-  
 perietur SKC paulo major 129", hoc est,  
 quam proxime 2' 10". Est igitur Anoma-  
 lia media 2° 2' 10", prouti extat in *Ru-*  
*dolphinis*.

## PROBLEMA XIV.

685. Data Eccentricitate CS, una  
 cum Anomalia eccentrici; invenire inter-  
 vallum SI.

## RESOLUTIO.

Quoniam angulum KCA Anomalia  
 Eccentri AK metitur (§.58 *Geom.*); erit  
 CL ejusdem Cofinus (§.11 *Trigon.*);  
 in ultimo quadrante CL Sinus excessus  
 super 3 quadrantes; in secundo, utpote  
 Sinus arcus Dk, Sinus excessus super  
 unum; & in tertio, utpote Sinus arcus  
 Ek Cofinus excessus super duos.

1. Fiat ut CA ad CL, ita CS ad quar-  
 tam proportionalem: quæ
2. In primo & ultimo quadrante adda-  
 tur ad CA, in secundo & tertio in-  
 de subtrahatur, ut prodeat interval-  
 lum SI.

E. gr. Sit Eccentricitas Solis CS 1800, ano-  
 malia eccentrici KA 20, erit CL 99939, con-  
 sequenter quarta proportionalis ad CA,  
 CL & CS 1799. Ergo intervallum SI  
 101799, prout extat in *Rudolphinis*.

## DEMONSTRATIO.

Sitenim  $AL = x$ ,  $SC = c$ ,  $CA = \frac{1}{2}a$ ,  
 erit SI in primo & tertio quadrante  
 $\frac{1}{2}a + c - 2cx : a$ ; in secundo & quarto  
 $\frac{1}{2}a - c + 2cx : a$  (§.434 *Analyf. infin.*). Est  
 vero  $c - 2cx : a$  quarta proportionalis ad  
 $\frac{1}{2}a$ ,  $\frac{1}{2}a - x$  &  $c$ , hoc est, ad CA, CL &  
 CS: ergo si ea addatur ad AC in casu  
 uno, in altero autem inde subtrahatur,  
 prodibit SI. Q. e. d.

## PROBLEMA XV.

686. Datis Anomalia Eccentri AK, Tab.  
 Eccentricitate SC & intervallo SI; in- VII.  
 venire Anomaliæ coequalis seu angu- Fig.69.  
 lum ad Solem ISA.

## RESOLUTIO.

- I. Si Planeta fuerit in primo (vel ulti-  
 mo quadrante), in Triangulo ISL  
 ad L rectangulo, ex datis intervallo  
 SI & SL composita ex Cofinu ano-  
 malia Eccentri AK in primo & Sinu  
 excessus super tres quadrantes in ul-  
 timo quadrante, atque Eccentrici-  
 tate CS, invenitur Anomalia coæ-  
 quata ISL in primo quadrante (§.40  
*Trig.*), vel ejus complementum ASk  
 ad Circulum in ultimo quadrante.

E. gr. Sit Eccentricitas  $\odot$  SC 1800, Ano-  
 malia eccentrici 20, erit SI 101799 (§.685),  
 CL 99939 & hinc SL 101739: reperitur  
 ISL 1° 57' 58".

- II. Si Anomalia eccentrici fuerit qua-  
 drans AD Eccentricitas SC est latus  
 Trianguli GSC & angulus GSC re-  
 peritur ut antè.

- III. Si Planeta fuerit in secundo vel ter-  
 tio quadrante, e. gr. in k, in Trian-  
 gulo iSL ad l rectangulo, datur in-  
 tervallum iS, latus iS, quod est dif-  
 ferentia inter Eccentricitatem SC &  
 Cofinum iC excessus Anomalia ec-  
 centri super quadrantem in priore,  
 super Semicirculum in posteriore ca-  
 su. Unde angulus iSi reperitur ut  
 antè.

## COROLLARIUM.

687. Quodsi Anomalia media & coæ-  
 quata a se invicem subtrahantur, relin-  
 quetur Aequatio centri (§.652).



SCHOLIION I.

Tab. 688. Patet jam ratio construendi Tabu-  
 VII. las æquationum, quales pro Sole & singulis  
 Fig. 68. Planetis exhibet KEPLERUS inter Rudolphi-  
 nas. Nimirum 1. Anomaliam eccentrici a  
 gradu 1. usque ad 180 in prima Columna  
 posuit & ei valorem Trianguli SIC ( quod  
 Partem Æquationis Physicam, alias quo-  
 que Triangulum æquatorium, vocat, cum  
 altera Pars Æquationis Optica ipsi sit an-  
 gulus SIC) seu respondentis in Eccentrico SKC  
 subjicit (§. 684), quorum aggregatum Ano-  
 maliam mediam constituit (§. cit.) 2. Ad lat-  
 us Anomalie eccentrici atque media posuit  
 Anomaliam coæquatam per Problema præ-  
 sens (§. 686), erutam & 3. Intervallum per  
 Problema præcedens (§. 685) reperiunt.

SCHOLIION II.

689. In aliis Tabulis Astronomicis in  
 Columna prima comparat Anomalia media  
 ex Anomalia eccentrici elicienda (§. 684), in  
 altera Æquatio centri ex coæquata & me-  
 dia Anomaliis facile determinanda (§. 687)  
 & in tertia denique Intervallum, quod per  
 Problema 14. (§. 685) reperiri potest.

PROBLEMA XVI.

690. Data Eccentricitate & Ano-  
 malia media; invenire Anomaliam eccen-  
 tri & Anomaliam coæquatam.

RESOLUTIO.

Constat ex superioribus (§. 684),  
 Anomalie medie respondere arcum  
 KSA & Anomalie eccentrici sectorem  
 KCA, cui tot partes Arcæ totius Cir-  
 culi conveniunt, quot Arcus Eccen-  
 trici AK habet gradus. Non alia igitur  
 re opus est, quam ut arcu Trian-  
 guli Æquatorii SKC in partibus istius-  
 modi inveniantur, qualium Circulus ec-

centricus 360 habet. Hinc enim inno-  
 tescit Anomalia eccentrici (§. cit.) &  
 inde porro coæquata (§. 686). KEPLERUS  
 (a) utitur Regula positionum,  
 pro arbitrio Anomaliam eccentrici assu-  
 mens & inde mediam computans, cal-  
 culumque quoties opus est, instaurans;  
 id quod exemplo rectius, quam præ-  
 ceptis docetur.

Sit e. gr. Anomalia media  $2^{\circ} 2' 10''$   
 seu  $7330''$ . Quoniam Sector KCA minor  
 area KSA, erit etiam Anomalia eccentrici  
 KA minor  $2^{\circ} 2' 10''$ , adeoque Sinus KL  
 minor 3552. 94, Sinu nempe  $2^{\circ} 2' 10''$ .  
 Fiat ergo KL 3550. Quoniam Triangula  
 DSC & SKC inter se in ratione DC & KL  
 existunt (§. 389 Geom.), DC vero 100000  
 & SC 1800, adeoque DSC 90 000 000  
 (§. 392 Geom.) seu  $3713''$ ; reperietur per  
 Regulam trium, ope nempe rationis DC  
 ad KL, seu Sinus totius ad Sinum Anoma-  
 lie eccentrici assumta Triangulum Æquato-  
 rium SKC  $132''$  seu  $2' 12''$ , quod Ano-  
 malia eccentrici  $2^{\circ} 2' 5''$  ( cui nempe res-  
 pondeat Sinus 3550 ) additum, producit  
 Anomaliam mediam  $2^{\circ} 4' 17''$ , quæ da-  
 tam  $2^{\circ} 2' 10''$  excedit  $2' 7''$ . Assumatur  
 ergo Anomalia eccentrici primo assumta  
 minor, scilicet  $2^{\circ} 1'$  ad instaurandum cal-  
 culum. Cum ei respondeat Sinus KL 3519,  
 reperietur  $\triangle SKC 130''$  seu  $2' 10''$ : quod  
 additum Anomalie eccentrici  $2^{\circ} 1'$ , produ-  
 cit Anomaliam mediam  $2^{\circ} 3' 10''$  data  
 $2^{\circ} 2' 10''$  majorem  $1'$ . Assumatur itaque  
 ad instaurandum calculum Anomalia ec-  
 centrici  $2^{\circ}$ . Quoniam eidem convenit KL  
 sinus 3499, reperietur  $\triangle SKC 130''$  seu  
 $2' 10''$ : quod additum Anomalie eccentrici  
 $2^{\circ}$  producit Anomaliam mediam  $2^{\circ} 2' 10''$   
 quæ cum data prorsus coincidit. Est igitur  
 Anomalia eccentrici  $2^{\circ}$ : quæ data Inter-  
 vallum SK & Anomalia coæquata facile  
 reperitur (§. 685, 686).

000 3

En

En typum exempli:

Sit Sinus KL = 3550

10000 : 3713 = 3550

3550

185650

I

18565

332 (2' 12"

11139

60

13181150

(132" Δ SKC

I 00000

Δ SKC

2' 12"

Anom. Eccentri

2° 2 5

Anom. media

2 4 17

Anom. med. data

2 2 10

Excessus

2 7

Anomaliam eccentrici

2° 1'

Sinus LK = 3519

100000 : 3713 = 3519

3519

3417

I

3713

330 (2' 10"

18565

60

11139

13066047

(130' Δ SKC

I 00000

Δ SKC

2' 10"

Anom. Eccentri

2° 1 0

Anom. media

2 3 10

Anom. media data

2 2 10

Excessus

1. 0

An. Eccentri prior 2°

Sinus KL = 3490

100000 : 3713 = 3490 :

3490

334170

I

14852

330 (2' 10"

11139

60

12958370

(130" Δ SKC

I 00000

Δ SKC

2' 10"

Anom. Eccentri

2' 0 0'

Anom. media

2° 2' 10"

## S C H O L I O N.

691. Methodum indirectam adhibuit K<sub>2</sub>. P<sub>1</sub>ERUS, quod de directa inveniendi despiceret. Enimvero cum directa Methodus non sit impossibilis, eam ut explicemus fas est.

## THEOREMA XXXI.

692. Si in Circulo eccentrico ADP sumatur arcus AD Anomaliam mediam aequalis & per centrum Planetæ I in Orbita Elliptica AIP ducatur recta KL ad Lineam Apfidum AP perpendicularis, tandemque ex Centro C ad Punctum K ducatur recta CK; erit perpendicularis SC ad eandem, si opus est, productam demissa arcui DK aqualis.

Tab.  
XII.  
Fig.  
101.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam arcus AD æqualis est Anomaliam mediam per hypoth. erit is ad integram Circuli eccentrici Peripheriam, ut tempus motus medii Planetæ ab Aphelio A in I ad tempus Periodicum, quo scilicet integram Orbitam percurrit. Similiter quia Sector Ellipticus ASI Anomaliam mediam repræsentat, (§. 650); idem ad integram Eclipseos aream in eadem ratione existit; consequenter ad ipsam est, ut arcus Circuli eccentrici AD ad Peripheriam integram ejusdem (§. 167 Arithm.). Jam vero sector ASI est ad aream integram Ellipseos, ut sector Circuli ASK ad aream integram Circuli (§. 141 Analys. infinit.); consequenter sector Circuli ASK ad aream integram Circuli, ut arcus Circuli Eccentrici AD ad Peripheriam ejusdem integram (§. 167 Arithm.). Quamobrem cum etiam sit ut arcus Circuli eccentrici AD ad Peripheriam ejusdem integram, ita sector DCA ad integram Circuli

Tab. XII. Fig. 101. Circuli aream (§. 683), consequenter sectores Circuli DCA & ASK ad aream Circuli eandem rationem habeant (§. 167 *Arithm.*); erunt sectores isti inter se æquales (§. 177 *Arithm.*). Quodsi ergo utrinque auferatur sector ACK; erit  $\triangle$  SCK sectori DCK æquale (§. 91 *Arith.*), adeoque  $DK \cdot \frac{1}{2}CK = SG \cdot \frac{1}{2}CK$  (§. 392, 435 *Geom.*); consequenter arcus  $DK = SG$  (§. 94 *Arithm.*). Q. e. d.

### COROLLARIUM I.

693. Quodsi ex D demittatur ad radium Circuli CK perpendicularis DE erit ea Sinus arcus DK (§. 3 *Trigon.*). Quare cum etiam sit SG ad eandem KG perpendicularis per hypoib. si ex D ducatur DF ipsi KG parallela; erit  $FG = DE$  (§. 226 *Geom.*), consequenter SF differentia inter Arcum DK & ipsius Sinum DE (§. 692).

### COROLLARIUM II.

694. Si angulus FDS fuerit uno scrupulo secundo minor; erit DS ad sensum ipsi GK parallela, adeoque angulus CDS ipsi DCK æqualis (§. 233 *Geom.*).

### LEMMA III.

695. *Invenire differentiam inter arcum & Sinum ejusdem tam in partibus, qualium radius est 10000000, quam in scrupulis secundis gradus.*

### RESOLUTIO.

1. Quoniam Diameter ad Peripheriam ut 10000000 ad 31415926 fere (§. 426 *Geom.*), erit Radius ad Peripheriam ut 10000000 ad 62831853 fere. Quare cum eadem Peripheria sit  $360^\circ$ ; inferendo ut  $360^\circ$  ad 62831853 ita Arcus datus ad quartum proportionalem, invenietur Arcus in istiusmodi partibus, qualium Radius est 10000000.

2. Quare cum in Canone Sinuum Sinus ejusdem Arcus in istiusmodi partibus detur; si ab Arcu auferatur, relinquitur differentia in partibus Radii.

3. Denique cum gradus unus sit 174533 in partibus Radii (*n. 1*) & scrupulorum secundorum 3600, inferendo ut 3600 ad 174533, ita differentia in partibus Radii reperta (*n. 2*) ad quartum proportionalem; erit is eadem differentia in scrupulis secundis.

### PROBLEMA XVII.

696. *Data Eccentricitate SC & Tab. Radio Eccentrici CA; invenire Axem VII. dimidium minorem Orbita Elliptica CG.* Fig. 68.

### RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

Quoniam in Ellipsi recta ex Foco S ad Punctum G ducta est Axi dimidio majori CA æqualis (§. 434 *Analys. infinit.*), a quadrato Radii Eccentrici SG subtrahatur quadratum Eccentricitatis SC & ex residuo extrahatur Radix, quæ erit dimidius Axis Orbitæ Ellipticæ minor CG (§. 517 *Geom.*).

E. gr. Juxta KEPLERUM Eccentricitas Solis  $SC = 1800$ ,  $CA = 100000$ . Reperitur ergo  $CG = 99983$ .

### PROBLEMA XVIII.

697. *Data Anomalia media & Eccentricitate SC; invenire coequatam.*

### RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

1. Quoniam Anomalia media exprimitur per aream sectoris ASI (§. 648); ex ea inveniri potest semiordinata IL, ex loco Planeta I ad Lineam apsidum AP ducta (§. 193 *Analys. infinit.*).

2. Quæ-

- Tab. VII. Fig. 68. 2. Quærat<sup>r</sup> porro ex Radio Eccentrici CA & Eccentricitate CS Axis dimidius minor Orbitæ Ellipticæ CG (§. 696).
3. Quoniam IL ad LK ut CG ad CD (§. 598 *Anal. infin.*); per Regulam trium invenietur KL: qui cum sit Sinus Anomalix Eccentri AK (§. 3 *Trigon.* & §. 649 *Astron.*).
4. Hæc cognita invenietur Intervallum SK (§. 685), tandemque Anomalia coæquata (§. 686).

*Aliter.*

Tab. XII. Fig. 101. Quia ex dato sectore ASI semiordinata IL molesto calculo eruitur, ideo addere lubet Methodum faciliorem ad condendas Tabulas Æquationum magis aptam.

1. Cum in  $\triangle DCS$  dentur latera DC Radius Eccentrici & CS Eccentricitas una cum angulo DCS ipsi DCA Anomalix mediæ datæ æquali, *per hypoth.* deinceps posito (§. 149 *Geom.*); reperietur angulus CDS (§. 40 *Trigon.*).
2. Quoniam hic ipse angulus alteri DCK æqualis, si angulus SDF fuerit uno scrupulo secundo minor (§. 694), id quod obtinere deprehenditur, si CDS fuerit minor  $2^{\circ} 30'$ ; angulus inventus ex Anomalia DCA subtrahatur, relinquetur angulus ACK, Anomalia Eccentri (§. 649).
3. Quodsi vero idem angulus CDS fuerit major  $2^{\circ} 30'$ ; ex datis in  $\triangle CDS$  lateribus DC & CS, una cum angulo CDS  $n.1$  reperto, invenitur latus SD (§. 38 *Trig.*).

4. Hinc porro quærat<sup>r</sup> differentia inter Arcum, qui metitur angulum CDS & ejus Sinum in scrupulis secundis (§. 695), quem citra errorem sensibilem pro differentia inter Arcum DK & ejus Sinum DE seu recta SF accipere licet.
5. Quoniam in  $\triangle SDF$  est ut DS ad Sinum totum, ita SF ad Sinum anguli SDF (§. 33 *Trig.*), & SF in scrupulis data haberi potest pro Arcu, cujus Sinus eadem SF in particulis decimalibus Radii data, Sinus vero Arcuum seu angulorum exiguum sunt inter se ut ipsi Arcus seu anguli; erit quoque SF in scrupulis secundis data ad angulum SDF, ut SD ad Sinum totum (§. 167 *Aritbm.*), adeoque angulus SDF reperiri potest.
6. Quodsi jam angulus SDF ab angulo SDC ante ( $n.1$ ) invento subtrahatur, relinquetur angulus FDC, cui DCK, æqualis, & hinc ut ante ( $n.2$ ) reperitur Anomalia Eccentri KCA.
7. Data Anomalia Eccentri KCA & Eccentricitate SC invenitur Intervallum IS (§. 685), tandemque Anomalia coæquata ISA (§. 686). Vel cum data Anomalia Eccentri ACK detur complementum ad duos rectos KCS (§. 149 *Geom.*) ac præterea in  $\triangle SCK$  dentur latera CS Eccentricitas & CK Radius Eccentrici, reperietur angulus SKC (§. 40 *Trigon.*); qui ex Anomalia Eccentri KCA subductus relinquit angulum KSA (§. 139 *Geom.*). Quodsi

Tab. XII. Fig. 101.

SL

Tab. XII. Fig. 101. SL fumatur pro Sinu toto, erit KL Tangens anguli KSA & IL Tangens anguli ISA (§. 7 *Trigon.*). Quare cum fit KL ad IL ut Radius Eccentrici ad Axem conjugatum Orbitæ Ellipticæ ex datis inveniendum (§. 599 *Analys. fin.*) inferendo: ut Radius Eccentrici ad dimidium Axem minorem ita Tangens anguli KSA ad Tangentem anguli ISA, reperitur tandem Anomalia coæquata ISA.

E. gr. Quærat Anomalia vera Solis, quæ respondet Anomaliæ mediæ 2°. Cum fit juxta KEPLERUM Eccentricitas SC = 1800'', erit Typus exempli sequens.

$$\begin{array}{l} \text{CD} = 100000 \quad \text{CD} = 100000 \\ \text{SC} = 1800 \quad \text{SC} = 1800 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{CD} + \text{CS} = 101800 \quad \text{CD} - \text{SC} = 98200 \\ \text{ang. } \frac{1}{2} \text{DCA} = \frac{1}{2} (\text{CSD} + \text{CDS}) = 1^\circ \end{array}$$

$$\text{CD} + \text{SC} = \text{SA}$$

$$\text{CD} - \text{SC} = \text{SP}$$

$$\text{Log. SA} \quad 50077478$$

$$\text{SP} \quad 49921115$$

$$\text{Tang. } \frac{1}{2} \text{DCA} \quad 82419215$$

$$\text{Summa Logg.} \quad 132340330$$

$$\text{Tang. } \frac{1}{2} (\text{CSD} - \text{CDS}) \quad 82262852,$$

cui in Tabulis quam proxime respondent  
57' 52''

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} (\text{CSD} + \text{CDS}) = 1^\circ 00' \\ \frac{1}{2} (\text{CSD} - \text{CDS}) = 57' 52'' \end{array}$$

$$\text{DCK} = \text{CDS} = 2' 8''$$

$$\text{DCA} = 20$$

$$\text{KCA} = 1^\circ 57' 52''$$

$$\frac{1}{2} \text{KCA} = \frac{1}{2} (\text{CSK} + \text{SKC}) = 58' 56''$$

$$\text{Log. SA} \quad 50077478$$

$$\text{SP} \quad 49921115$$

$$\text{Tang. } \frac{1}{2} \text{KCA} \quad 82341291$$

$$\text{Logg. Summa} \quad 132262406$$

$$\text{Tang. } (\frac{1}{2} \text{CSK} - \text{SKC}) \quad 82184928$$

$$\text{cui in Tabulis respondent} \quad 56' 50''$$

$$\frac{1}{2} (\text{CSK} - \text{SKC}) = 56' 50''$$

$$\frac{1}{2} (\text{CSK} + \text{SKC}) = 58' 56'$$

$$\text{ASK} = 1^\circ 55' 46''$$

$$\text{Log. CD} \quad 40000000$$

$$\text{Semi-axi minor} \quad 39999261$$

$$\text{Tang. ASK} \quad 85274736$$

$$\text{Logg. Summa} \quad 125273997$$

$$\text{Tang. ASI} \quad 85273997$$

cui in Tabulis respondent 1° 55' 44''  
pro Anomalia coæquata quæsitâ.

## COROLLARIUM I.

698. Quoniam perinde est, si  $b$  ipsi  $c$  addas &  $a + b + c$  subtrahas  $a$ , siue differentiam  $a - b + c$  subtrahas, utrobique nimirum prodeunte  $b + c - a$ ; differentia Logarithmorum distantie maximæ & minimæ a Sole AS & SP subtrahenda est a Tangente dimidiæ Anomaliæ mediæ ACD pro differentia dimidia angulorum CSD & CDS & a Tangente dimidiæ Anomaliæ eccentrici ACK pro semidifferentia angulorum CKS & CSK.

## COROLLARIUM II.

699. Eodem modo patet, differentiam Logarithmorum Axium dimidiarum Orbitæ Ellipticæ subtrahi debere a Tangente anguli ASK pro Anomalia coæquata.

## COROLLARIUM III.

700. Quoniam in quolibet Planeta distantia maxima & minima & Axes dimidii  
Ppp Orbitæ



- Tab. Orbitæ Ellipticæ sunt quantitates constan-  
 XII. tes; nonnisi duobus Logarithmis ad calcu-  
 Fig. lum opus est subtractivis, veluti in Sole,  
 101. si Eccentricitas KEPLERIANA retineatur,  
 156363 & 739, quorum ille est differentia  
 Logarithmorum distantiarum, hic Axiom.

## SCHOLION.

701. Monuit jam CASSINUS (a), cui metho-  
 dum hanc debemus, in Theoria Solis, Lu-  
 næ, Veneris, Jovis & Saturni, negligendam  
 esse differentiam inter arcum DK & ejus Si-  
 num DE. Calculus igitur in his Planetis ma-  
 xima facilitatis (§. 698 & seqq.). Et quam-  
 vis differentia ista in Marte atque Mercu-  
 rio, quorum Orbita valde eccentrica, negli-  
 gi non possit, ad facilitandum tamen calcu-  
 lum construi potest Tabula (§. 695), qualem  
 exhibet CASSINUS (b) ut inde differentia de-  
 siderata excerpti possint a Tabularum Condi-  
 tionibus, quoties opus habent.

## PROBLEMA XIX.

702. Invenire Apogæi motum an-  
 nuum.

## RESOLUTIO.

1. Conferantur inter se duæ Observa-  
 tiones loci Apogæi longissimo inter-  
 vallo a se invicem distantes, minor-  
 que e majore subducatur.
2. Differentia in scrupula minima con-  
 versa dividatur per numerum An-  
 norum inter utramque Observatio-  
 nem intercedentium.

Quotus erit motus Apogæi annuus.

E. g. HIPPARCHUS anno ante Christum  
 140 observavit Apogæum Solis in  $\Pi$  50  
 30', RICCIOLUS anno post Christum 1646  
 in  $\sigma$  7° 26' 15". Quodsi differentia; 1° 56'  
 15" ad scrupula secunda redacta dividatur

(a) In Comment. Acad. Reg. Scient. A. 1719.  
 P. 199. Edit. Bat.

(b) Loc. cit. p. 204.

per intervallum Annorum 1785 prodibit  
 motus annuus Apogæi 1' 2" quemadmo-  
 dum extat in Tabula Cel. DE LA HIRE.

## COROLLARIUM.

703. Dato motu annuo Apogæi, facile  
 invenitur mensurus atque diurnus & Ta-  
 bula motuum Apogæi construuntur quemad-  
 modum Tabula motuum mediorum (§.  
 672, 673).

## PROBLEMA XX.

704. Dato ad aliquod momentum per  
 Observationem loco Solis vero; invenire  
 medium.

## RESOLUTIO.

1. Queratur locus Apogæi ad datum  
 tempus (§. 674, 678).
2. Longitudo Apogæi subtrahatur a Tab.  
 longitudine Solis, aucta integro VII.  
 Circulo, si illa minor fuerit: quod Fig. 68.  
 relinquatur est Anomalia coæquata  
 seu angulus ISL (§. 650).
3. Quodsi in Tabulis æquationum Ano-  
 malia coæquata evolvatur; invenie-  
 tur ei respondens media.
4. Anomaliæ mediæ addatur locus  
 Apogæi; ita prodibit locus Solis  
 medius.

## COROLLARIUM.

705. Dato loco Solis medio ad aliquod  
 tempus datum facile invenitur idem ad  
 tempus quodcunque aliud datum (§. 672).

## PROBLEMA XXI.

706. Dato motu Solis medio & mo-  
 tu Apogæi annuo; invenire motum Ano-  
 maliaæ annuum.

## RESOLUTIO.

Cum motus Apogæi annuus sit diffe-  
 rentia inter motum Solis medium & mo-  
 tum Anomaliæ (§. 646); motus Apogæi



ex motu Solis subductus relinquit motum Anomaliae annum. E. gr.

Motus ☉ medius ann. S. 11. 29° 45' 40"

Motus Apogaei annuus I 2

Motus Anomal. annuus 11. 29 44 38

### COROLLARIUM.

707. Dato motu Anomaliae annuo, invenitur etiam mensurus & sic *Tabulae Anomaliarum Solis* conduntur.

### SCHOLIUM.

708. *Tales Tabulas exhibet LONGOMONTANUS in Astronomia Danica. Notandum vero, quod pro motu Anomaliae diurno atque horario sumatur medius diurnus & horarius ob tarditatem motus Apogaei.*

### THEOREMA XXXII.

709. *Dies Solares sunt inaequales.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam cum Arcus Eclipticae aequalibus inaequales Arcus Aequatoris per Meridianum transeunt, quemadmodum vel ex *Tabulis Ascensionum rectarum* constat, tum etiam ex collatione Arcuum Aequatoris & Eclipticae inter Punctum Aequinoctiale alterutrum & Circulos quoslibet Declinationum interceptorum statim innotescit; praeterea ipse motus Solis verus in Ecliptica inaequalis est, testibus Observationibus: fieri omnino nequit, ut in singulis Solis revolutionibus idem numerus graduum ac scrupulorum Aequatoris per Meridianum transeat. Dies adeo Solares inaequales sunt (S. 211). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM I.

710. Quoniam ad motus Siderum computandos tempus aequale requiritur; ejus mensura non inepte constituitur Sol quidam fictus, qui motu medio Solis in Aequatore movetur.

### COROLLARIUM II.

711. Est adeo differentia inter dies aequales & inaequales temporis particula, quae durante differentia inter Ascensionem rectam Solis veri & locum Solis ficti seu locum medium veri per Meridianum transit.

### DEFINITIO XXIV.

712. *Tempus medium* est tempus aequale quod appulsu Solis ficti, motu Solis veri medio in Aequatore incedentis, ad Meridianum determinatur.

### DEFINITIO XXV.

713. *Tempus apparens* vel *verum* est tempus inaequale, quod motu Solis veri in Ecliptica incedentis determinatur.

### DEFINITIO XXVI.

714. *Aequatio temporis* est differentia inter tempus medium & apparens.

### PROBLEMA XXII.

715. *Dies Solares aquare; hoc est, tempus apparens in medium convertere & medium in apparens.*

### RESOLUTIO.

- I. Si Ascensio recta Solis aequatur motui medio ejusdem, Sol fictus & verus eodem tempore per Meridianum transeunt, adeoque tempus apparens cum medio coincidit.
- II. Si Ascensio recta est major motu medio, hic ab illa subtrahatur & differentia in tempus Solare conversa (S. 212) subducatur ex apparente, ut habeatur medium, vel addatur medio, ut habeatur apparens (S. 721 & seqq.).
- III. Si denique Ascensio recta minor motu medio, illa ex hoc subducatur & differentia in tempus Solare conversa

versa (§. 212) addatur apparenti, ut habeatur medium, vel e medio subducatur, ut prodeat apparens (§. cit.).

#### SCHOLION I.

716. *Hæc aquandi ratio obtinet, si calculus fuerit progressivus: si vero retrogradus, h. e. si tempus ante Epocham retro numeretur, contraria prorsus ratione operandum.*

#### SCHOLION II.

717. *Dicitur autem Æquatio a nobis exposita Astronomica, cui alias addidere recentiores, hoc loco prætermittendas, quia non certis, sed ad arbitrium confectis fundamentis, iudice RICCIOLLO (a) nituntur & Eclipsibus, omnibus pensatis, Astronomica magis satisfacit quam aliæ, ex falsis hypotbesibus de Solis & Lunæ motibus, ex Meridianorum differentia minus exacta & ex Observationibus Eclipsium fallacibus manantibus, quæ contra eam asseruntur.*

#### PROBLEMA XXIII.

718. *Constituere Epochas seu Radices motus Solis medii & Apogæi.*

#### RESOLUTIO.

1. Eligatur aliqua Epochæ, a qua principium numerationis fieri debet, e. gr. meridies diei primæ Januarii (aut ultimi Decembris) Anni secularis.
2. Quæraturs aliquis locus Solis verus ad datum quodcunque tempus apparens per Observationem (§. 204).
3. Locus verus convertatur in medium (§. 713) & tempus apparens itidem in medium (§. 715), ut habeatur aliquis locus Solis medius ad datum aliquod tempus medium.
4. Quæraturs intervallum inter Epocham & tempus Observationis medium in annis, diebus, horis atque scrupulis, eique competens motus medius assignetur (§. 672).
5. Subtrahatur is ex loco Solis medio ante invento, ut prodeat Longitudo Solis media ad Epocham, quæ tempus Observationis præcedit; idem ad eundem addatur, ut locus Solis ad Epocham prodeat, quæ tempus Observationis sequitur.
6. Simili prorsus modo locus Apogæi observatur (§. 674, 678) & ad tempus medium reductus (§. 715) Epochæ alligatur.

#### SCHOLION.

719. *Hoc artificia constructa sunt Tabulæ Epocharum seu Radicum a Recentioribus. PTOLEMÆUS vero, ALPHONSUS & COPERNICUS tempori apparenti Epochas affixere. Notandum vero Epochas tunc alligatas esse Meridiano, in quo Observationes habita.*

#### PROBLEMA XXIV.

720. *Ad datum tempus locum Solis verum supputare.*

#### RESOLUTIO.

1. Constituatur Epochæ motus Solis medii & Apogæi (§. 718).
2. Intervallo temporis inter Epocham & tempus datum intercedenti reperiaturs conveniens motus medius & motus Apogæi (§. 703).
3. Uterque loco Epochæ affixo addatur, integris circulis, si qui proveniunt, abjectis, ut prodeat locus Solis medius & locus Apogæi ad tempus datum.

4. Locus Apogæi a Loco Solis (integro circulo, si illo minor sit, aucto) subtrahatur, ut relinquatur Anomalia media (§. 647).
5. Anomalia media data, reperiatur coæquata (§. 697), aut Æquatio a media ab Apogæo usque ad Perigæum subtrahenda, a Perigæo ad Apogæum addenda, ut habeatur coæquata.
6. Anomaliæ coæquatæ addatur locus Apogæi supra repertus *n.* 3: summa erit locus Solis verus ad datum tempus medium in Meridiano, cui Epo-chæ alligantur.
7. Dato loco Solis vero, quærat<sup>r</sup> ejus Ascensio recta (§. 204): qua data, tempus medium in apparens convertatur (§. 7) & ut ante locus Solis apparens supputetur, aut (quia iteratio calculi nimis molesta foret & præter necessitatem repeteretur, cum in paucis scrupulis horariis motus verus a medio sensibilibiter non differat) loco Solis ad tempus medium invento addatur, vel ab eodem subtrahatur tantundem motus medii, quantum Æquationi additivæ aut subtractivæ respondeat.

#### DEMONSTRATIO.

Tab. VII. Ratio totius calculi ex articulis citatis abunde patet: id unice demonstrandum, quod Æquatio sit subtrahenda in sex prioribus Anomaliæ mediæ signis, addenda vero in posterioribus. Quoniam enim Centrum mediorum motuum F a Centro verorum motuum S ultra C distare debet (§. 680); angulus IFA, vel

iFA Anomaliæ mediæ æqualis (§. 647), sicut ASI vel AS i est Anomaliæ coæquatæ æqualis (§. 650). Quare cum angulus IFA  $\geq$  ISA & iFA  $\geq$  iSA (§. 239 *Geom.*), Anomalia media in priore Semicirculo major coæquata, consequenter Æquatio e media subtrahenda, ut relinquatur vera (§. 652). Eodem prorsus modo patet, in altero Semicirculo Anomaliæ coæquatæ esse media majorem, cum angulus PSi sit major ipso PFi (§. 239 *Geom.*), consequenter Æquatio media addenda, ut prodeat coæquata (§. 652). *Q. e. d.*

#### SCHOLIUM I.

721. Non aliis præceptis opus est, si quis ex Tabulis Astronomicis locum Solis ad datum tempus computare voluerit, nisi quod in genere notandum, si qua accurate in Tabulis non extent, prout desiderantur, e.g. si quis in Tabulis PHILIPPI DE LA HIRE querat Æquationem ad Anomaliæ mediam S. i. 2° 25' & in ea tantum habeatur, quæ gradibus duobus & tribus respondet; quarendam esse per Regulam trium partem proportionalem, pro re nata vel addendam, vel subtrahendam eo prorsus modo, quo in Trigonometria in excerptis Sinibus atque eorum Logarithmis ex Canone Sinuum usi sumus (§. 38 *Trigon.*). E. gr. Æquatio Anomaliæ mediæ i S. 2° respondens est 59' 56", differentia inter eam & anomaliæ i S. 3° est 1' 41": seu 101": quodsi ergo fiat ut 60' ad 25', ita 101", ad numerum quartum proportionalem 42", erit pars proportionalis 42" ad Æquationem 59' 56" addenda, ut habeatur desiderata 1° 0' 38". Deinde notandum quod in omnibus istiusmodi computis Astronomicis semper abjiciendi sint integri Circuli ex additione resultantis & Circulus unus addendus sit, si quando majus e minori subtrahendum.

## SCHOLIION II.

722. Consultum vero videtur ut modum computandi locum Solis ex Tabulis Cel. DE LA HIRE exemplo aliquo illustremus. Supputandus itaque sit locus Solis verus ad tempus apparens d. 1. Aug. A. 1711. in Meridiano Parisiensi, ad quem Tabule istæ constructæ sunt.

A. 1700. Apog. 3S.	8°	7'	30"
A. 10.		10	15
Jul.			35

Apog. 3S.	8°	18'	20"
Rad. A. 1700.	9S. 10°	52'	17"
Mot. med. A. 10	10	29	35
Jul.	6.	28	57

Loc. ☉ med. 4S.	9°	24'	54"
Apog. subtr. 3	8	18	20

Anom. med. 1S.	1	6	34
Æquat. subtr.		58	25

Anom. cor. q. 1S.	0	8	9
Apog. add. 3	8	18	20

Loc. ☉ ver. 4S.	8	26	29
Afc. rect. 4	10	51	57
auferat. inde	1	3	30 (S. 715)

Afc. corr. 4S.	9	48	27
Long. med. ☉ 4S.	9	24	54

Excess. Afc.		23	33
Æquat. temp. add.		1	34
Mot. med. ☉ h. t.			4
Loc. ☉ verus 4S.	8	26	29

Loc. ☉ verus 4S. 8 26 33  
in Merid. Paris. ad tempus apparens.

## SCHOLIION III.

723. Novam Tabularum formam excogitavit Cl. GRANDJEAN (a), qua Calculus mire abbreviatur & Ephemeridum calculatio facillima redditur, cum non ad singulos dies

(a) In Comment. Acad. Reg. Scient. A. 1731. p. 433. & seqq. Edit. Paris.

Calculus instaurandus sit, quemadmodum vulgo fieri necesse est. Nimirum 1. construi jubet Tabulam Transitus ☉ per Apogæum & Longitudinis Apogæi ad Annos CHRISTI, ut inde momentum illius transitus loco Epochæ exciperi possit una cum longitudine Apogæi. Hoc momentum si auferatur a tempore dato, ad quod locus Solis computandus, relinquitur tempus a transitu per Apogæum elapsum. Quinobrem secundam construi porro præcipit Tabulam veri motus Anomalistici in singulis diebus ab Apogæo, una cum differentiis diurnis, ut inde motus Longitudini Apogæi in momento transitus addendus exciperi & pro appendice horarum & scrupulorum pars proportionalis addenda reperiri possit, pro qua facilius invenienda addit Tabulam tertiam proportionalis motus diurni Solis. Quantum calculus hoc pacto abbrevietur, patet ex Auctoris exemplo, quod hic subijcere lubet. Locum Solis exhibet ad d. 12. Jul. 1732. in meridie.

A. 1732.	194 d.	0h.	0'	0"
Transf. ☉ per Apog.	182	21	13	54"

Temp. ab Apog.	11 d.	2h.	46'	6"
Mot. anomal.	11 d.	10°	29'	21"

	2 h.		4. 46
	46'		1. 49
	6"		0

Longit. Apog.	3S. 8. 39. 37
---------------	---------------

Loc. ☉ verus	3S. 19. 15. 33
--------------	----------------

Cum in Tabula extent motuum ab Apogæo differentia diurnæ, sola earundem additione locus Solis ad dies sequentes innotescit. Patet etiam Tabulas sine omni Hypothesi ex ipsis Observationibus deduci, & ea accuratissime construi posse, quæ in Observationes loci Solis cadit.

## SCHOLIION IV.

724. Quodsi locus Solis aut Planete cujusunque ad Meridianum diversim ab eo, cui Epochæ alligata sunt, supputandus; reductio Meridianorum instituenda juxta ea quæ suo loco independenter ab his docentur.

SCHO-

SCHOLIION V.

725. Quoniam Aequatio temporis in loco Solis, Lunæ ac Planetarum inferiorum computando negligi nequit, nisi subinde integris minutis, immo in Luna dimidio gradu & amplius aberrare velis; ideo quoque construi solent Tabulæ Aequationum temporis huic usui inservientes: prout in Problemate sequenti docetur.

PROBLEMA XXV.

726. Tabulas Aequationum temporis construere.

RESOLUTIO.

1. Constituatur aliquis terminus, unde Aequatio temporis initium sumere debet, noteturque ad illum diem differentia inter Ascensionem rectam loci veri Solis & locum ejus medium.
  2. Ad singulos gradus Longitudinis mediæ quæraturs respondens Longitudo vera (§. 720).
  3. Data Longitudine Solis vera, quæraturs Ascensio recta ipsi conveniens (§. 204) & excessus Ascensionis rectæ supra Solis locum medium supra inventus inde auferatur vel defectus illius ab hoc supra inventus eidem addatur, ut habeatur Ascensio correctæ.
  4. Differentia inter Ascensionem correctam & locum medium Solis assumptum in tempus Solare convertatur: quod prodit, est Aequatio temporis cum titulo competente (§. 715) Tabulæ Aequationis inserenda.
- E. gr. Sit Epocha, a qua sumitur initium Aequationis, dies prima Januarii A. 1700, qua Ascensio recta veri loci Solis superabat locum ejus medium  $1^{\circ} 3' 30''$ : quaritur Aequatio temporis pro illo die, quo

Sol in  $1^{\circ} \Omega$  versatur motu medio. Ergo  
a Long.  $\odot$  med. 4S.  $1^{\circ}$   
subtr. Apog. locus 3S. 8. 7' 30''

erit Anom. med. 22. 52. 30  
subtr. Aequatio centri 43. 55

erit Anom. vera 22. 8. 35.  
Log. Apog. add. 3S. 8. 7. 30

Loc. Solis verus 4S. 0 16 5  
cui resp. Ascens. recta 122 28 10  
subtrahatur excessus 1 3 30

erit Ascensio correctæ 121 24 40  
Jam locus medius Sol. 121 0 0

Excess. Ascens. rectæ 24' 40''  
Respondent vero  
Aëuatoris 24' Temp. medii 1' 36''  
40'' 2 40

Ergo Aequatio temporis 1' 38' 40''  
hoc est, 1' 39''

quanta nimirum reperitur in Tabulæ Aequationis temporis Cel. DE LA HIRE (a).

Aliter.

Quoniam Tabulæ hæc ratione constructæ temporariæ sunt, quia locum Apogæi datum ad aliquod tempus supponunt, qui tamen fixus non est, sed singulis annis 2. scrupulis primis & 2. secundis mutatur; ideo ab aliis duplex conditur Tabulæ Aequationis temporis, & per duarum Aequationum additionem vel subtractionem in usu eruitur Aequatio temporis proposito conveniens. Ut fundamentum utriusque Tabulæ intelligatur, ponamus in O esse  $0^{\circ}$ , in A locum Solis verum, in E medium, Tab. & perpendiculum ex A in Aequatorem VII. OB demissum designare loci veri Ascensionem rectam C (§. 190). Fiat OD = OE & OB = OA, erit DB differentia inter



Tab. VII. *Fig. 70.* inter locum verum & medium, seu Æquatio centri, & CB differentia inter locum verum & ejus Ascensionem rectam: CD vero utriusque differentie differentia, tanquam differentia inter Ascensionem rectam loci veri C & locum medium D in tempus conversa dat Æquationem temporis (§. 715). Quodsi in E fuerit locus verus, in A medius, Æquationi respondens arcus GB est summa dictarum differentiarum GD & DB. Patet adeo *Tabulam Æquationis temporis* unam construi, si singulis gradibus Anomalie mediæ jungatur Æquatio centri in tempus medium conversa: alteram vero, si singulis gradibus Longitudinis mediæ adscribatur differentia inter locum verum Solis & ejus Ascensionem rectam in tempus conversa, notatis tamen, quæ de termino, unde Æquationis initium sumitur, dicta sunt.

## PROBLEMA XXVI.

727. *Observare Oppositionem Planetarum superiorum cum Sole.*

## RESOLUTIO.

1. Quando suspicio est, Planetam Soli mox oppositum iri, quærat per Observationem Ascensio recta Planetæ, ut supra Probl. 4. (§. 559), vel ex observata distantia a duabus Stellis fixis notæ Ascensionis (§. 227).
2. Ad momentum Observationis supputetur locus Solis verus (§. 720), quæratque ejus Ascensio recta (§. 204).
3. Quodsi differentia inter Ascensionem rectam Solis & Ascensionem rectam Planetæ fuerit  $180^\circ$ , Oppositio ip-

so momento Observationis facta: quod quidem rarissime continget.

4. Si vero differentia illa fuerit Semicirculo minor, Observatio iteretur, donec eodem major evadat.
5. Cum ex harum Observationum collatione innotescat incrementum diurnum Ascensionis rectæ Solis supra Ascensionem rectam Planetæ & ex Observatione ultima constet differentia inter Ascensionem rectam Solis & Ascensionem rectam Planetæ ad momentum Observationis, si per Regulam trium quærat tempus ad 24 horas eam rationem habens quam differentia prædicta ad incrementum prædictum, & a momento Observationis subtrahatur, prodibit momentum Oppositionis veræ.

## COROLLARIUM.

728. Quoniam ♀ & ♂ interdum juxta Solem per Tubos videri possunt, non ab simili modo eorum Conjunctiones cum Sole hodie observari possunt.

## PROBLEMA XXVII.

729. *Determinare temporis interval- lum, quo Planeta superiores Revolutionem unam circa Solem absolvunt.*

## RESOLUTIO.

1. Assumantur ab initio duæ Observationes Oppositionum non multum a se invicem distantes, ne numerus Revolutionum incertus evadat: cognito enim loco Solis ad Oppositionum momenta, habetur quoque locus Planetæ ad eadem momenta.
2. Supputetur intervallum temporis ab una



una Observatione usque ad alteram elapsus in minimis scrupulis, & ex collatione locorum Planetæ in Observationum momentis eruatur arcus, quem is dato intervallo descripsit.

3. Hinc inferatur, Ut arcus modo reperi-  
tus ad intervallum temporis inter  
duas observationes interjectum, ita  
360 gradus ad tempus integræ Re-  
volutioni debitum: quod adeo, li-  
cet minus exacte, per Regulam  
trium invenitur, cum Planeta nec  
in Circulo, nec motu æquabili mo-  
veatur, quemadmodum supponi-  
tur.
4. Cognita saltem aliquatenus quantita-  
te unius Revolutionis, assumantur  
duæ Observationes longa annorum  
serie distantes, & tempus ab una  
usque ad alteram elapsus in scrupu-  
lis horariis accurate supputetur, per  
quantitatem unius Revolutionis pau-  
lo ante repertam dividendum, ut  
prodeat numerus Revolutionum in-  
terea peractarum.
5. Ex collatione loci Planetæ in prima  
Oppositione cum loco in altera de-  
ducatur quantitas arcus supra inte-  
gros Circulos modo inventos, atque  
his in graduum scrupula conversis  
addatur.
6. Hinc inferatur: Ut hoc aggregatum  
ad temporis intervallum inter duas  
Observationes intercedens, ita 360  
gradus ad quantitatem unius Revo-  
lutionis; quæ adeo per Regulam  
trium reperitur.

E. gr. LONGOMONTANUS Oppositionem Sa-  
turni cum Sole *Hafnia* A. 1582. d. 21. Aug.  
st. v. h. 2. post mediam noctem observavit  
in  $\chi$   $7^{\circ} 26'$ , A. 1583. d. 3. Sept. h. 1 post  
mediam noctem in  $\chi$   $19^{\circ} 50'$ , A. 1611. d.  
15. Aug. h. 16 in  $2^{\circ} 12'$   $\chi$ : TYCHO vero A.  
1582. d. 21. Aug. h. 2 in  $\chi$   $7^{\circ} 26'$  & *Astro-  
nomi Alexandrini* A. 136 d. 9. Jul. h. 24 in  
 $\chi$   $14^{\circ} 14'$ . Ex his observationibus quan-  
titas Revolutionis  $\frac{1}{2}$  circa Solem ita de-  
ducitur:

Observatio I.

A<sup>o</sup>. 1582. d. 21. Aug. h. 14 --  $\chi$   $7^{\circ} 26'$

Observatio II.

A<sup>o</sup>. 1583. d. 3. Sept. h. 13 --  $\chi$   $19^{\circ} 50'$

Intervallum Temporis d. 377 h. 23 seu h. 9071

Motus eidem respondens  $12^{\circ}$ ,  $24'$ , seu  $744'$ .

Inferatur, Ut  $744'$  ad h. 9071

Ita  $360^{\circ}$ . ad Temp. Revolut. d. 10973.

Observatio III.

A<sup>o</sup>. 1611. d. 15. Aug. h. 16 ---  $\chi$   $2^{\circ} 12'$

Int. Temp. inter I & III. d. 10586. h. 14, seu h. 254078

Motus eidem respond.  $354^{\circ}$ .  $46'$ , seu  $21286'$ .

Inferatur, Ut  $21286'$ , ad h. 254078

Ita  $360^{\circ}$ . ad Temp. Revol. d. 10742. h. 18.

Observatio *Alexandrina*.

A. 136. d. 9. Jul. h. 24 -----  $\chi$   $14^{\circ} 14'$

Observatio *Tychonica*.

A. 1582. d. 21. August. h. 2 ----  $\chi$   $7^{\circ} 28''$

Different. Merid. add. h. 1.  $35'$ .

TYCHO. in Merid. Alex. h. 3.  $35'$

Int. Temporis d. 528194. h. 3.  $35'$ .

Quod divisum per 10742, ostendit  $\frac{1}{2}$  49

Revolutions absoluisse, & ultra

Tempus iis debitum restare d. 1836.

Motus eidem conveniens 49 Circ.  $53^{\circ} 12'$

seu  $17993^{\circ} 12'$

Inferatur, Ut  $17993^{\circ}$  ad d. 528194.

Ita  $360^{\circ}$ . ad Tempus Rev. d. 10747 h. 4.

hoc est, annorum *Aegyptiacorum* ( quo-  
rum singuli sunt 365 dierum ) 29. d.

162. h. 4.

## COROLLARIUM I.

730. Quia ♀ & ♂ Soli nunquam oppo-  
nuntur, Conjunctiones autem eorundem  
cum Sole ob defectum Telescopiorum a  
Veteribus observari non potuerunt; ipso-  
rum Revolutiones circa Solem eodem  
prorsus modo reperiri nequeunt.

## COROLLARIUM II.

731. Quoniam tamen Revolutiones Pla-  
netarum inferiorum circa Solem brevi tem-  
poris spatio absolvuntur & in singulis Re-  
volutionibus binæ cum Sole Conjunctiones  
celebrantur (§. 538); ideo Observationes  
minori temporis intervallo diffusæ in po-  
sterum huic scopo satisficient.

## OBSERVATIO XLIX.

732. KEPLERUS (a) invenit Perio-  
dum circa Solem

Saturni A. 29. d. 174. h. 4. 58'. 25". 30'''

Jovis A. 11. d. 317. h. 14. 49'. 31". 56'''

Martis A. 1. d. 321. h. 23. 31'. 56". 49'''

Unde motus diurnus

Saturni 2'. 0". 36'''

Jovis 4'. 58". 26'''

Martis 31'. 26". 39'''

PHILLIPO DE LA HIRE vero (b) est  
Motus diurnus

Saturni 2'. 1".

Jovis 4'. 59".

Martis 31'. 27".

## COROLLARIUM.

733. Hinc facile construuntur Tabulæ me-  
diarum motuum ♄, ♃ & ♂ ut supra (§. 673).

## PROBLEMA XXVIII.

734. Datis quatuor Oppositionibus  
Planetae superioris in D, E, F & G; in-  
venire Eccentricitatem & situm Lineæ  
Apsidum HI.

## RESOLUTIO.

KEPLERUS (c) hac utitur Methodo,

(a) Epit. Astron. Copern. Lib. VI. Part. 2. p. 731.

(b) In Tab. Astron. p. 39. & seqq.

(c) In Comment. de Motibus Stellæ ♂ Part. 2.  
C. 16. f. 92. & seqq.

sed indirecta. Sit Sol in S, B centrum Tab.  
Eccentrici, C centrum mediorum motu- VIII.  
um. Oppositiones quatuor observatæ Fig. 74.  
sint in F, E, D & G, & HI sit Linea  
Apsidum. Quoniam in Oppositionibus,  
Planetae cum Sole Planeta ex Sole &  
Terra per eundem radium videtur;  
erunt anguli FSE, ESD, DSG, GSF  
æquales differentiis locorum in Opposi-  
tionibus F, E, D & G, adeoque vi Obser-  
vationum dantur. Porro cum detur  
tempus inter binas quasunque Observa-  
tiones intercedens, dabitur quoque me-  
dius Planetae motus eidem respondens  
(§. 733), consequenter Centro medio-  
rum motuum in C existente anguli FCE,  
ECD, DCG, GCF innotescent. Sit lo-  
cus Aphelii H ruditer saltem determi-  
natus: qui cum vi Observationum per  
aliquot annos citra metum erroris sen-  
sibilis in hoc negotio admittendi im-  
motus supponi possit, ob data loca Pla-  
netæ in Oppositionibus, dantur anguli  
HCF, HCE, itemque DCI & GCI.  
Quod si locus Aphelii H & Perihelii I rite  
fuerit determinatus, necesse est ut cen-  
trum Eccentrici B sit in linea HI inter S  
& C, atque quatuor Oppositionum pun-  
cta F, E, D, G in eadem Peripheria exi-  
stant: id quod ita explorandum.

1. Assumpta SC 100000 ob calculi  
commoditatem, in Triangulo CFS  
ob datum angulum FCH datur con-  
tiguus FCS (§. 149 Geom.). Qua-  
re cum etiam detur FSH & latus  
SC, vi antecedentium, reperietur  
distantia Planetae a Sole FS (§. 36  
Trig.). Similiter ex datis in Triangulo

CGS

Tab.  
VIII.  
Fig. 71.

- CGS angulis GCI & GSH (ob notos GSF & HSF) atque latere SC, recta SG; ex datis in Triangulo CSD angulis DCI & DSC (ob DSE & DSI notos) atque latere SC, recta SD; denique ex datis in Triangulo CSE angulis ECI & ESC (ob HCE, ESF & FSH notos) atque latere SC, recta SE reperitur (§. cit.).
2. Ex datis in triangulis FSG, FSE, ESD & DSG angulis cognominibus, vi superiorum, atque lateribus eos comprehendentibus SF, SE, SD & SG modo inventis, reperuntur anguli GFS & FGS, EFS & FES, DES & EDS, GDS & DGS (§. 40 *Trigon.*); unde per additionem resultant anguli EFG, FED, EDG & DGF.
3. Addantur anguli oppositi EFG & EDG, atque FED & FGD. Quodsi enim summa utraque fuerit Semicirculo æqualis seu  $180^\circ$ , erunt puncta F, E, D, G in eadem Peripheria (§. 350 *Geom.*); sin minus, locus Aphelii H erit tantisper vel promovendus, vel retrahendus, donec summa prædictorum angulorum a Semicirculo seu duobus rectis sensibilibiter non aberret.
4. Ut porro constet, utrum Punctum B sit in eadem recta cum punctis C & S, medio inter C & S loco, ex datis in Triangulo GSE angulo cognomini, qui ex DSG & DSE vi superiorum notis componitur, & lateribus ES & SG ante inventis reperitur angulus SGE (§. 40 *Trigon.*) & latus EG (§. 36 *Trigon.*).

5. Cum triangulum EBG sit æquicrum (§. 40 *Geom.*) & angulus cognominis ipsius EFG ex antecedentibus noti duplus (§. 313 *Geom.*), adeoque etiam angulus BEG reperiri possit (§. 248 *Geom.*), invenietur Radius Eccentrici BG (§. 36 *Trigon.*).
6. Datis jam in triangulo BSG lateribus SG & BG antea repertis, & angulo BGS differentia inter angulos BGE & SGE ex antecedentibus notos, reperitur tandem angulus BSG, qui si fuerit æqualis angulo HSG, ex stabilito Aphelio in H & Oppositione in G observata noto, erit punctum B in recta HI & locus Aphelii in H rite constitutus. Sin minus, locus Aphelii erit promovendus, vel retrahendus, donec & anguli EFG atque EDG fuerint duobus rectis æquales, & angulus BSG idem per calculum reperiat, qui ex statuto Aphelio in H resultat.
7. Loco Aphelii tandem reperto, ex datis in Triangulo BDS Radio Eccentrici BD 10000, latere SD supra invento atque angulo BSD ex continuo DSI noto (§. 149 *Geom.*), invenitur Eccentricitas BS (§. 40, 36 *Trigon.*).

#### SCHOLIUM I.

735. Non diffitetur KAPLERUS (a), Methodum hanc esse & valde laboriosam, & minus Geometricam; maluit tamen eadem uti, quam vel alias minus accuratas adhibere vel Hypotheses veris motuum Legibus & causis Physicis adversas (qualis est illa

Q99 2

(a) Loc. cit. f. 95.

illa WARDI Centrum mediorum motuum in Foco altero Orbitæ statuens) admittere. Exemplum in Marte affert KEPLERUS, sed prolixius, quam ut hic transcribi possit.

## COROLLARIUM I.

736. Cum per hanc Methodum, qua locum Aphelii H & Eccentricitatem BS investigare docuimus, una constet locus Planetarum medius in Oppositione qualibet; poterunt inde *Tabula Radicum mediorum motuum ac Apheliorum*  $\text{H}$ ,  $\text{Z}$  &  $\text{J}$ , perinde ac supra  $\odot$ , (§. 718) construi.

## COROLLARIUM II.

737. Si locus Aphelii ex Observationibus antiquis deductus conferatur cum loco ejusdem ex recentioribus derivato; motus Aphelii annuus determinabitur ut supra (§. 702) & inde *Tabula motuum Aphelii* condentur,

## SCHOLIUM II.

738. Quoniam Astronomus celeberrimus HALLEIUS (a) Methodum dedit Geometricam in Orbitis Ellipticis, iisque Keplerianis, investigandi positionem Lineæ Apsidum atque Eccentricitatem Solis atque Planetarum primariorum; nostrum est, ut eam nostro more explicemus. Quoniam vero supponit cognitam Opticam inequalitatem, quam motus Terræ annuus per Eclipticam Planetis inducit, de ea nobis agendum, antequam illam exponamus.

## OBSERVATIO L.

739. Vi Observationum statuunt ad A. 1700. locum Aphelii.

KEPLERUS	DE LA HIRE
Saturni, in $\rightarrow 28^{\circ}. 3'. 44''$	$29^{\circ}. 14'. 41''$
Jovis, in $\pm 8. 10. 40$	$10. 17. 14$
Martis, in $\rightarrow 29. 0. 51$	$0. 35. 25$

*Motum Aphelii annum statuunt.*

Saturni	$1'. 10''$	$1'. 22''$
Jovis	$0. 47.$	$1. 34.$
Martis	$1. 7.$	$1. 7.$

(a) In Transact. Anglic. num. 1:8. p. 683.

## PROBLEMA XXIX.

740. Digressiones Veneris & Mercurii maximas a Solē observare.

## RÉSOLUTION.

1. Cum in maxima Digressionē a Sole ♀ & ♂ appareant bisectione, ope Tab. VII. Fig. 7<sup>a</sup> Tubi exploretur utcumque dies quo Digressio maxima contingit.
2. Quando suspicio est, Planetam in maxima Digressionē mox conspectum iri, per aliquot dies observe-  
tur distantia Planetæ TV & SV a duabus Stellis fixis S & T notæ Latitudinis TM & SN & Longitudinis M atque N.
3. Quoniam in Triangulo TOS dantur latera TO & SO, Latitudinum TM & SN datarum complementa ad quadrantem (§. 240), & angulus MON, cujus mensura est differentia Longitudinum datarum MN (§. 33 *Spheric.*); reperietur distantia Stellarum ST (§. 163 *Spheric.*) & angulus OTS (§. 165 *Spheric.*).
4. Datis in Triangulo TSV tribus lateribus TS, SV & TV, reperietur angulus STV (§. 168 *Spheric.*), quo alteri OTS addito, prodit angulus OTV.
5. Datis jam in Triangulo OTV præter angulum cognominem OTV lateribus OT & TV, invenietur latus OV (§. 163 *Spheric.*), Latitudinis Planetæ PV complementum ad quadrantem (§. 240), & angulus TOV (§. 165 *Spheric.*), cujus mensura MP est differentia Longitudinum Planetæ V & Stellæ T. Hæc adeo

adeo illi addita efficit Longitudinem Planetæ.

6. Ad datum momentum Observationis supputetur locus Solis medius (§. 672); qui cum Longitudine Planetæ collatus Digressionem ejus a loco Solis medio patefacit.
7. Quodsi adeo Observationes continuantur, donec Digressiones, quæ antea creverant, denuo decrescant, Digressio maxima innotescet & tempus Digressionis maximæ elicietur, ut supra momentum Oppositionis Planetarum superiorum cum Sole (§. 727).

#### SCHOLIUM I.

741. Me non monente apparet, aliorum quoque Siderum ac Phenomenorum Latitudines & Longitudines eodem modo haberi posse, quo Veneris & Mercurii per Observationem eruere docuimus. Et cum hodie Venus & Mercurius beneficio Telescopii interdum observari possint; eorundem quoque Longitudinem eodem modo haberi potest, quo supra (§. 559) Planetæ Longitudinem & Latitudinem observare docuimus.

#### SCHOLIUM II.

742. Quoniam Veteribus nec locus Solis, nec Fixarum loca satis exacte fuere cognita; ideo RICCIOLUS (a) eorundem Observationes ex motibus Solis & locis Fixarum nunc accuratius cognitis emendat.

#### PROBLEMA XXX.

743. Invenire locum Aphelii Veneris & Mercurii, seu situm Lineæ Apsidum AP determinare.

#### RESOLUTIO.

- I. Observentur plures Digressiones maximæ (§. 740); donec duæ M & E, Sole in Sposito, inveniantur aqua-

- les, quarum una sit matutina ex Tellure in O constituta observata, altera vespertina ex B visa.
2. Intervallum inter utramque Digressionem interjectum dividatur bifariam; erit AP recta per Solem S transiens (§. 633) Linea Apsidum.
  3. Comparentur inter se Digressiones circa A & P factæ; ubi enim Digressiones circa A deprehenderis minores, quam circa P evidens erit, in A esse Perihelium, in P vero Aphelium (§. 635, 636).

#### SCHOLIUM.

744. Negari non potest, hanc Methodum lubricam admodum esse, ita ut facile vel integro Signo aberrare possis, ob defectum Observationum satis accuratarum, brevique satis intervallo temporis distitarum, cum Aphelium ab una Observatione ad alteram immotum, Terræque a Sole distantia in utraque Observatione eadem supponatur. Usi tamen eadem sanz Astronomi, quia non aliunde quam ex Digressionibus maximis locum Aphelii elicere licuit. Idem tamen Problema, quemadmodum ante monuimus (§. 738), accuratius in Orbibus Ellipticis Keplerianis solvere docebimus. Interest autem rerum Astronomicarum studioso antiquas etiam cognatas habere Methodos, tum ut constet, quantum Observationibus veterum sit fidendum, tum ut eas corrigere possis, antequam iisdem utaris ex inventis recentiorum.

#### OBSERVATIO LI.

745. Aphelium constituent ad A. 1700. stil. vet. stil. nov.

KEPLERUS (b) DE LA HIRE (c)  
Veneris  $\approx 3^\circ. 24'. 27'' \approx 6^\circ. 56'. 10''$   
Mercurii  $\rightarrow 15^\circ. 44'. 29'' \rightarrow 13. 3. 40.$

Qqq 3 Co-

(b) In Rudolphinis f. 66. 72.

(c) In Tab. Astron. p. 63. 71.

(a) Astron. Reform. Lib. VIII. f. 329. & seqq.



## COROLLARIUM.

746. Si loca Aphelii olim observata cum locis recentioribus conferas, innotescit inde ut supra Aphelii motus & Tabulæ motuum Aphelii construentur (§. 702).

## OBSERVATIO LII.

747. Motum annum Aphelii statuant

	KEPLERUS	DE LA HIRE
Veneris	1'. 18".	1'. 26"
Mercurii	1'. 45".	1'. 39"

## SCHOLION.

748. Neminem puto offendet, quod in numerum Observationum nonnulla referamus, quæ ex Observationibus deducta sunt, ne Titulorum numerus multiplicandus esset.

## PROBLEMA XXXI.

Tab. 749. Invenire Eccentricitatem Planetarum inferiorum SC.  
VIII. Fig. 73.

## RESOLUTIO.

1. Ex pluribus Observationibus Digressionum maximarum maxima cum cura peractis (§. 740) seligantur duæ, quarum altera facta in Perihelio Planetæ A, altera in Aphelio ejusdem P.
2. Ad tempus utriusque Observationis inveniatur intervallum Telluris a Sole SG & SD (§. 685).
3. Cum anguli ad A & P sint recti, & præterea in Triangulo SAG detur angulus G, sub quo Digressio maxima in Perihelio videtur, & intervallum SG; in altero autem SPD angulus D, sub quo Digressio maxima in Aphelio apparet, & intervallum SD; reperietur ibi AS, hic PS (§. 36 Trigon.).
4. Quoniam PF distantia Foci F a P æqualis est ipsi SA (§. 633 Astron. & §. 427 Analys. finit.); subducta

AS ex PS, relinquetur distantia Focorum FS, quæ bisecta in C dat Eccentricitatem SC (§. 638) in istiusmodi particulis, qualium Radius Eccentrici Telluris est 100000. Unde  
5. Per Regulam trium facile invenitur in istiusmodi partibus, qualium Radius Eccentrici Planetæ inferioris AC est 100000. Si enim summam ex AS & SP bifariam divides, prodibit Radius Eccentrici Planetæ AC in istiusmodi particulis, quarum Semidiameter Orbitæ Telluris est 100000.

## OBSERVATIO LIII.

750. KEPLERUS (a) constituit Eccentricitatem

♂	♀	♂	♂	♂	♂
21000	694	1800	9263	4822	5700

partium qualium Semidiameter Eccentrici uniuscujusque est 100000.

## PROBLEMA XXXII.

751. Determinare tempus Revolutionis Planetarum inferiorum circa Solem.

## RESOLUTIO.

Cum nostro tempore Conjunctiones eorum cum Sole observari possint per Telescopia; inde facile innotescit tempus integræ Revolutionis, si notetur, quodnam elapsum fuerit ab una Conjunctione usque ad alteram, Planeta in utraque vel supra, vel infra Solem constituto. Quare si veteres Observationes prostant, ex collatione recentiorum cum antiquis accuratius idem determinaretur, ut supra in Planetis superioribus (§. 729). Enimvero quamdiu Observationes Conjunctionum deficiunt, ita procedendum.

1. Si

(a) Epitom. Astron. Lib. VI. p. 732. 765.



Tab. VIII. Fig. 73. 1. Si Planeta M fuerit in Digressione maxima a Sole, Radius Eccentrici MC est ad lineam visivam OH perpendicularis, adeoque dato per Observationem loco Planetæ H, datur etiam Punctum I quadrantis intervallo ab eo remotum, cumque locus Perihelii N notus sit (§. 746), arcus quoque IN, consequenter angulus MCS datur. Quare cum etiam Radius Eccentrici CM & Eccentricitas CS dentur, reperietur angulus CMS (§. 38 *Trigon.*), cui arcus IK æqualis est, ob immensam nempe Eclipticæ ab Orbita Planetæ distantiam. Quodsi ergo IK ex arcu IH subtrahas, relinquetur locus Planetæ K ex Sole S visus.

2. Quodsi hac ratione, in duabus maximis a Sole Digressionibus magno intervallo Annorum distantibus, quærantur loca Planetæ ex Sole visis; tempus uni Revolutioni circa Solem debitum elicietur ut supra (§. 729).

#### OBSERVATIO LIV.

752. KEPLERUS (a) tribuit Revolutioni circa Solem

Veneris. d. 224. h. 17. 44'. 55". 14<sup>'''</sup>.

Mercurii. d. 87. h. 23. 14'. 24"

Motum diurnum concedit. (b)

Veneri. ----- 1°. 36'. 8<sup>''</sup>.

Mercurio. ----- 4°. 5'. 32<sup>''</sup>.

DE LA HIRE vero eundem motum re-  
nuat (c).

#### COROLLARIUM I.

753. Dato motu Planetarum inferiorum

(a) In Epitom. Astron. Lib. VI. Part. 3. p. 760.

(b) I. Rudolphinis f. 66. 72.

(c) In Tab. Astron. p. 65. 73.

diurno, *Tabule mediorum motuum* construuntur ut supra (§. 673).

#### COROLLARIUM II.

754. Cognito vero loco medio uno ad momentum alicujus Digressionis maximæ (§. 751); *Tabulas quoque Epocharum seu Radicum* condere ulterius licet (§. 718).

#### DEFINITIO XXVII.

755. *Locus Eccentricus in Orbita* est locus Planetæ, in quo ex Sole videtur. Vocatur etiam *Locus Centricus*.

#### COROLLARIUM.

756. Quoniam data Eccentricitate una, cum loco & motu Aphelii motuque Planetæ medio, supputari potest locus Telluris ex Sole visus (§. 720), motus autem Planetæ primarii cujuscunque, Oculo in Sole posito, eodem modo apparet, quo motus Telluris (§. 633); evidens est, Planetæ locum Eccentricum eodem modo supputari, quo supra locum Solis supputare docuimus, & *Tabulas ad eum supputandum* iisdem artificijs construi, quæ supra (§. 684 & seqq. vel §. 723) exposita sunt.

#### DEFINITIO XXVIII.

757. *Locus ad Eclipticam reductus*, seu *locus Eccentricus in Ecliptica* est Punctum Eclipticæ, ad quod Planeta e Sole visus refertur. Coincidit cum Longitudine Planetæ e Sole visa, vocaturque *locus Heliocentricus*.

#### DEFINITIO XXIX.

758. *Locus Geocentricus* est punctum Eclipticæ, ad quod Planeta ex Tellure visus refertur.

#### SCHOLIUM.

759. Sit NEOR Ecliptica, NPOQ Orbita Tab. VIII. Planeta, Sol in S, Terra in T, Planeta in P; recta SP designabit locum Eccentricum in Fig. 74. Orbita, RS locum ad Eclipticam reductum n. 1. seu Heliocentricum, TR vero locum Geocentricum.

DEFI-

## DEFINITIO XXX.

Tab. 760. *Angulus commutationis* ESR est  
VIII. differentia inter locum verum Solis E  
Fig. 74. ex Terra T visi & locum Planetæ ad  
n. 1. Eclipticam reductum R.

## COROLLARIUM.

761. Invenitur adeo, loco Solis vero E  
e loco Heliocentrico Planetæ R sublato, vel  
contra.

## DEFINITIO XXXI.

762. *Angulus elongationis* seu *angulus ad Terram* ETR est differentia inter locum verum Solis E & locum Geocentricum Planetæ R.

## DEFINITIO XXXII.

763. *Parallaxis Orbis* est differentia inter angulum commutationis RSE & angulum elongationis RTE.

## COROLLARIUM.

764. Est adeo angulus SRT, quem interceptiunt rectæ ex Terra T & Solis S in locum R ad Eclipticam reductum ductæ (S. 239 Geom.).

## DEFINITIO XXXIII.

Tab. 765. *Nodi* sunt puncta intersectionum N & O Eclipticæ & Orbitæ Planetæ. *Nodus ascendens* est punctum N, a quo Planeta ultra Eclipticam versus Polum Borealem excurrit. *Nodus descendens* est punctum O, unde Planeta infra Eclipticam versus Polum Australem descendit. Ascendens dicitur etiam *Nodus Borealis*; descendens *Australis*.

## SCHOLION.

766. *Nodus ascendens* exprimitur per hoc signum ☊; descendens vero per illud ☋.

## DEFINITIO XXXIV.

767. *Inclinatio* est angulus ad Solem Tab. RSP, sub quo distantia Planetæ P ab IX. Ecliptica PR ex Sole videtur. Fig. 74. n. 1.

## DEFINITIO XXXV.

768. *Latitudo* est angulus ad Terram PTR, sub quo distantia Planetæ ab Ecliptica PR ex Terra videtur.

## DEFINITIO XXXVI.

769. *Argumentum Latitudinis* est distantia loci Eccentrici in Orbita a Nodo ascendente NP.

## DEFINITIO XXXVII.

770. *Reductio ad Eclipticam* est differentia inter Argumentum Latitudinis NP & arcum Eclipticæ NR inter locum Planetæ reductum R & Nodum N interceptum.

## DEFINITIO XXXVIII.

771. *Distantia curtata* est distantia loci Planetæ ad Eclipticam reducti a Sole SR.

## DEFINITIO XXXIX.

772. *Curtatio* est differentia inter distantiam Planetæ a Sole PS & distantiam curtatam SR.

## DEFINITIO XL.

773. *Inæqualitas prima* est inæqualitas motus Planetæ ex Sole visi orta ex Orbitæ Eccentricitate.

## SCHOLION.

774. Eam adeo in antecedentibus jam explicavimus: unde etiam patet, accedere ipsi partem quandam Physicam ab inæquabili in Orbita incessu (S. 633). Coincidit nempe cum Equatione Orbis.

DEFINITIO XLI.

775. *Inæqualitas secunda est inæqualitas motus Planetæ ex Terra visi, orta ex motu Telluris annuo circa Solem.*

SCHOLIUM.

776. *Hæc tota Optica est & nunc explicanda. Est nempe illa ipsa, quam supra Parallaxin Orbis diximus (§. 763).*

PROBLEMA XXXIII.

777. *Nodos Planetæ observare.*

RESOLUTIO.

1. Observetur per aliquod tempus Longitudo & Latitudo Planetæ (§. 559, 740), cumque Latitudo valde decrescere deprehenditur, maxima cum cura continetur, donec nulla evadat. Quando enim Latitudine caret, in Nodo est.
2. Supputetur ad datum tempus, quo Planeta ex Tellure T in Nodo N observatur, Solis locus verus L (§. 720); differentia inter locum Planetæ & Solis erit angulus NTL.
3. Observetur quoque momentum temporis, quando Planeta a Nodo N digressus ad eundem redit (num. 1) & supputetur ad idem quoque locus Solis M tunc temporis ex Tellure in V visi; erit differentia utriusque loci angulus NVM.
4. Et cum differentia locorum Solis L & M manifestet angulum LSM, cui verticalis TSV aqualis est (§. 156 Geom.); querantur porro ad utrumque Observationis momentum intervalla seu distantia Solis a Terra TS & SV (§. 685) & hinc porro

*Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.*

5. Ex datis in  $\triangle TSV$  duobus lateribus TS & SV cum angulo intercepto TSV, investigentur STV & SVT (§. 40 Trigon.) cum latere tertio TV (§. 36 Trigon.).
6. Angulus NTS (num. 2) ab STV subtrahatur, ut relinquatur angulus NTV, & angulus SVT ad angulum NVS (num. 3) addatur, ut prodeat angulus NVT.
7. Datis jam in  $\triangle NVT$  angulis omnibus (§. 245 Geom.), una cum latere TV (num. 5), inveniantur distantia Planetæ a Terra in prima Observatione TN (§. 36 Trigon.).
8. Tandem in  $\triangle NST$  datis duobus lateribus TS (num. 4) & TN (num. 7), una cum angulo intercepto NTS (num. 2), inveniantur angulus TSN (§. 40 Trigon.) & distantia Nodi a Sole NS (§. 36 Trigon.).
9. Quare cum ad momentum primæ Observationis detur locus Solis e Terra visus L (num. 2), adeoque & locus Telluris T e Sole visus (§. 572); locus quoque Nodi N e Sole visus innotescit, cui si addantur 180, prodibit locus Nodi alterius O.

COROLLARIUM I.

778. Ex collatione Observationum recentiorum cum antiquis innotescit, Nodos omnium Planetarum moveri in consequentia & ut supra motus Apogæi Solis (§. 702), motus Nodorum determinatur.

COROLLARIUM II.

779. His vero datis facile construuntur Tabula tam Radicum, quam motus Nodorum ascendentium Planetarum primariorum (§. 718).

Rrr

Ob-

Tab.  
XII.  
Fig.  
102.

## OBSERVATIO LV.

780. *Locus Nodi ascendentis, An. 1700.**Stil. vet. Stil. novo*

juxta	KEPLERUM,	DE LA HIRE
Saturni	☿ 22°. 49'. 4". --- 21° 56' 29"	
Jovis	☿. 5. 31. 47. 7. 11. 44.	
Martis	☿ 17. 50. 46. 17. 25. 20.	
Veneris	☿ 14. 19. 5. 13. 54. 19.	
Mercurii	☿ 14. 47. 26. 14. 53. 14.	

*Motus annuus Nodi ascendentis*

Saturni	----- 1'. 12".	1'. 12"
Jovis	----- 0. 4.	0. 14.
Martis	----- 0. 40.	0. 37.
Veneris	----- 0. 47.	0. 46.
Mercurii	----- 1. 25.	1. 25.

## SCHOLIION.

781. Quoniam motus Nodorum admodum tardus est (§. 780); ideo patet, quod in determinando loco Nodorum tuto negligatur & citra errorem sensibilem supponatur, Nodum intra Revolutionem unam locum non mutasse.

## COROLLARIUM.

782. Quoniam motus Nodorum adeo tardus est, ut in una Revolutione pro imotis haberi possint; Revolutio una absolvitur in Orbita, dum ab eodem Nodo digressus Planeta ad eundem redit. Quamobrem si bis in eodem Nodo observetur, tempus inter binas Observationes sese immediate excipientes interceptum est Revolutionis unius quantitas, accuratius adeo per Observationes Planetæ in Nodo, quam per Oppositiones determinanda in superioribus (§. 729) & quam per Digressiones maximas in inferioribus (§. 751).

## PROBLEMA XXXIV.

783. Inclinationem Planetæ maximam, seu angulum, quem Orbita Planetæ cum Ecliptica efficit observare.

## RESOLUTIO.

1. Data Theoria Solis una cum loco & motu Nodorum, inveniri potest tempus, quo Sol S ex Terra T in Nodo N videtur.
2. Eodem tempore observetur Longitudo AV & Latitudo AB Planetæ P (§. 559, 741).
3. Longitudo Solis VN a Longitudine Planetæ AV subtrahatur, relinquatur arcus NA.
4. Datis in Triangulo Sphærico ANB ad A rectangulo, Latitudine AB & latere AN invenitur angulus ANB (§. 126 *Sphæric.*).

Tab.  
VIII.  
Fig. 74  
n. 1.

## OBSERVATIO LVI.

784. *Inclinatio maxima, juxta*

	KEPLERUM	DE LA HIRE
Saturni	--- 2°. 31' ---- 2°. 33' 30"	
Jovis	--- 1. 20. ---- 1. 19. 20	
Martis	--- 1. 50. 30" -- 1. 51.	
Veneris	--- 3. 22. ---- 3. 25. 5	
Mercurii	--- 6. 54. ---- 6. 52.	

## COROLLARIUM.

785. Datis Inclinatione maxima N & Tab. Argumento Latitudinis NP invenitur Inclinatione PR, ut supra Declinatio, (§. 198) & hoc modo Tabulæ inclinationum construantur.

## PROBLEMA XXXV.

786. Dato angulo Inclinationis PNR & Argumento Latitudinis NP; invenire reductionem.

## RESOLUTIO.

1. Quæritur arcus NR (§. 128 *Sphæric.*).
2. Subtrahantur a se invicem NR & NP: residuum est reductio (§. 770).

## COROLLARIUM.

787. Patet ergo modus construendi Tabulas reductionum.

SCHO-

SCHOLION.

Tab. 788. Exemplum non addimus, quia Proble-  
ma coincidit cum Probl. 5. Partis I. (§. 203).

PROBLEMA XXXVI.

Fig. 74. 789. Dato intervallo PS, una cum  
Inclinatione PSR; invenire distantiam  
curtatam SR.

RESOLUTIO.

Intelligatur ex loco Planetæ P ad  
Planum Eclipticæ demissa perpendicu-  
laris PR, in Triangulo adeo RSP ad R  
rectangulo datur angulus PSR & latus  
PS; invenitur adeo RS (§. 36 Trigon.),  
inferendo nempe: Ut Sinus totus seu  
Radius Circuli Eccentrici ad interval-  
lum PS, ita Cofinus Inclinationis RPS  
ad distantiam curtatam RS.

COLLARIUM.

790. Quoniam differentia inter inter-  
vallum PS & distantiam curtatam RS est  
Curtatio (§. 772); patet jam modus con-  
struendi Tabulas Curtationum.

SCHOLION.

791. Quia Inclinationis, Reductionis &  
Curtationis quantitas ab Argumento latitudi-  
nis pendet, adeoque singule Tabule ad Ar-  
gumenti latitudinis singulos gradus construun-  
tur; ideo KEPLERUS in Rudolphinis Tabu-  
las inclinationis, reductionis & curtationis  
in unam contraxit, cui nomen Tabulæ La-  
titudinariæ indidit.

PROBLEMA XXXVII.

792. Datis Angulo commutationis ESR,  
distantia Solis a Terra TS & distantia  
Planeta curtata SR; invenire Angulum  
elongationis RTS; Parallaxin orbis SRT  
& distantiam Planeta a Terra TR.

RESOLUTIO.

Datis in Triangulo SRT duobus lateri-  
bus RS & ST cum angulo comprehenso  
RST, invenitur angulus RTS inferendo:

1. Ut ST ad RS (vel in Planetis infe-  
rioribus ut RS ad ST, quia tum  
RS < ST), ita Sinus totus ad Tan-  
gentem anguli alicujus, qui 45 gra-  
dibus multiplicatus vocetur A.

2. Ut Tangens 45 ad Tangentem an-  
guli A modo inventi, ita Tangens  
semisummæ angulorum R & T ad  
Tangentem semidifferentiæ eorun-  
dem: quæ in superioribus Planetis  
semisummæ angulorum R & T adda-  
tur, in inferioribus dematur, ut ha-  
beat angulus ad terram RTS.

Hoc autem dato, invenitur ulterius RST  
(§. 245 Geom.) & RT (§. 36 Trigon.).

DEMONSTRATIO.

Fiat SA=ST=SB & erigatur RD Tab.  
=RA ad RA perpendicularis ducantur-  
que SF & BE ipsi RD parallelæ; erit  
ob AR=RD etiam FS=SA & HF ipsi  
RA parallela=RS (§. 268 Geom.), an-  
guli que RDA & RAD semirecti (§. 241  
Geom.) atque BF=FA (§. 179 Geom.).  
Quare cum sit SF:FA=HF:FD (§. 267  
Geom.); erit etiam SF:FB=HF:FD  
(§. 168 Arith.) & hinc SF:HF=FB:FD  
(§. 173 Arith.). Est ergo ut SF five TS  
ad HF five RS, ita Sinus totus ad Tan-  
gentem anguli DBF (§. 40 Trigon.). Sed  
ob parallelas BG & FS (§. 256 Geom.)  
GBF semirecto BFS æqualis (§. 233  
Geom.); ergo angulus DBE hoc est  
RDB (§. cit.) relinquatur, si ex DBF per  
illationem primam Problematis invento  
subtrahitur semirectus EBF. Quoniam  
itaque ut RA ad RB, h. e. ut summa la-  
terum TS & RS ad differentiam eorun-  
dem RB, ita Tangens semirecti RDA  
ad Tangentem residui anguli RDB (§. 7



Tab. VIII. Fig. 76. *Trigon.*): erit etiam ut Tangens Semi-  
recti ad Tangentem illius residui, ita  
Tangens semisummæ angulorum qua-  
sitorum TRS & RTS ad Tangentem se-  
midifferentiæ eorundem (§. 40 *Trigon.*).  
Q. e. d.

## S C H O L I O N.

793. Exemplum mox dabimus in loco 2<sup>o</sup>  
supputando, quo & præsens & reliqua ipsi  
agnata Problemata illustrabuntur.

## L E M M A IV.

794. *Tangentes duorum angulorum  
sunt in ratione reciproca Cotangentium  
eorundem.*

## D E M O N S T R A T I O.

Sint duo anguli A & B. Erit ut Tan-  
gens anguli A ad Sinum totum, ita Si-  
nus totus ad Cotangentem anguli A;  
& similiter, ut Tangens anguli B ad Si-  
num totum, ita Sinus totus ad Cotan-  
gentem anguli B (§. 104 *Trigon. Spher.*).  
Quamobrem, cum etiam sit ut Sinus  
totus ad Tangentem anguli B, ita Co-  
tangens ejusdem anguli B ad Sinum to-  
tum (§. 173 *Arithm.*); erit ut Tangens  
anguli A ad Tangentem anguli B, ita  
Cotangens anguli B ad Cotangentem  
anguli A (§. 198 *Arithm.*). Q. e. d.

## P R O B L E M A XXXVIII.

Tab. VIII. Fig. 74 n. 1. 795. *Datis angulis Inclinationis  
RSP, Elongationis STR & Commuta-  
tionis ESR; invenire Latitudinem  
Planetæ PTR.*

## R E S O L U T I O.

Fiat: Ut Sinus anguli elongationis  
RTS ad Sinum anguli commutationis  
RSE vel RST, ita Cotangens Inclina-  
tionis RSP ad Cotangentem latitudinis  
PTR.

Vel:

Inferatur: ut Sinus anguli commu-  
tationis RSE vel RST ad Sinum anguli  
elongationis RTS, ita Tangens incli-  
nationis RSP ad Tangentem Latitu-  
dinis RTP.

Tab. VIII. Fig. 74 n. 1.

## D E M O N S T R A T I O.

Ut SR ad TR, ita Cotangens RSP  
ad Cotangentem RTP (§. 213 *Optic.* &  
§. 178 *Arithm.*). Est vero SR ad TR,  
ut Sinus RTS ad Sinum RST (§. 33 *Tri-  
gon.*); ergo Sinus RTS ad Sinum RST,  
ut Cotangens RSP ad Cotangentem  
RTP (§. 167 *Arithm.*). Quod erat unum.

Est vero, ut Cotangens RSP ad Co-  
tangentem RTP, ita Tangens RTP ad  
Tangentem RSP (§. 794). Quare cum  
sit Sinus RTS ad Sinum RST, ut Tan-  
gens RTP ad Tangentem RSP (§. 167  
*Arith.*); erit etiam Sinus RST ad Sinum  
RTS, ut Tangens RSP ad Tangentem  
RTP (§. 169 *Arith.*). Quod erat alterum.

Aliiter:

1. Quærat distantia Planetæ a Terra  
TR (§. 792) & distantia curtata  
SR (§. 789).
2. Quoniam anguli RSP & RTP sunt  
exigui, fiat  $TR:RS=RSP:RTP$   
(§. 212 *Optic.*).

## C O R O L L A R I U M I.

796. *Datis angulis SRT & RTS, datur  
ratio distantia Terræ a Sole TS ad distan-  
tiam Planetæ ab eodem RS (§. 33 Trigon.):  
& hoc modo repertum, posita distantia  
Terræ a Sole 10, esse distantiam ♄ a ☉ 4,  
♀ 7, ♂ 15, ♃ 52, ♅ 95 (a).*

C O R O L -

(\*) Gregorius Astron. Phys. & Geom. Lib. I.  
Prop. I. f. 2.



COROLLARIUM II.

797. Data ratione Semidiametri Eccentrici Planetæ ad Semidiametrum Eccentrici Telluris (§. 795) & Eccentricitate Orbis Planetariæ in particulis 100000 Semidiametri Eccentrici (§. 734, 749); invenitur quoque Eccentricitas Planetæ in particulis 100000 Semidiametri Eccentrici Telluris.

SCHOLION.

798. En ope horum Corollariorum deducas Planetarum a Sole distantias & Orbitarum Eccentricitates in particulis, qualium Semidiameter Eccentrici Telluris est 100000, suppositis Eccentricitatibus KEPLERIANIS supra commemoratis (§. 750).

	Dist. maxima	media	minima	Eccentr.
♂	1005027	951000	896793	54207
♂	544708	519650	494592	25058
♂	166465	152350	138235	14115
♀	101800	100000	98200	1800
♂	72900	72400	71900	500
♀	46955	38806	30657	8419

THEOREMA XXXIII.

799. Quadrata Temporum Periodicorum Saturni, Jovis, Martis, Veneris, Terra & Mercurii circa Solem sunt in ratione triplicata distantiarum a Sole.

DEMONSTRATIO.

Periodus ♀ est fere annorum 30; Periodus ♂ 12 (§. 31, 32): distantia veræ eorundem a Sole sunt ut 95 ad 52 (§. 796). Quadrata temporum Periodicorum 900 & 144 sunt fere in ratione sextupla: Cubi distantiarum 857375 & 140608 in eadem quam proxime existunt. Sunt ergo quadrata Temporum Periodicorum ♀ & ♂ in ratione triplicata distantiarum a Sole (§. 259 *Arihm.*). Periodus Telluris est unius anni, ♀

vero 30, distantia illius ad distantiam hujus ut 2 ad 19 (§. 796): quadrata Temporum Periodicorum 1 & 900 sunt fere ut Cubi distantiarum a Sole 8 & 6859. Quodsi Periodos accuratius definias, etiam proportio illa accuratior obtinebitur. Idemque eodem modo ostenditur de Planetis reliquis. Q. e. d.

SCHOLION I.

800. Periodos Planetarum circa Solem respectu Fixarum eum in finem in diebus & partibus earum decimalibus retentis distantis mediis KEPLERIANIS modo exhibitis (§. 798) ita definit NEWTONUS (a).

Planetæ	Periodi circa Solem	horæ & scrup.
♂	10759.275	6 h. 36' 26"
♂	4332.514	12 20 25
♂	686.9785	23 27 30
♀	365.2565	6 9 30
♀	224.6176	16 49 24
♀	87.9692	23 15 53

Adjecimus horas & scrupula partibus decimalibus diei respondentia.

SCHOLION II.

801. Elegans hoc Theorema invenit KEPLERUS & Vir summus NEWTONUS (b) demonstravit, corporibus in Ellipsi gyrantibus vi centripeta ad Focum alterum tendente, ita ut Radius vector verrat Areas temporibus aequales (qualem motum KEPLERUS Planetis primariis circa Solem tribuit (§. 633, 799), convenire istam proportionem. Enimvero, quemadmodum BERNOULLIUS primus demonstravit (c), admissa illa proportionem Planetæ in nulla alia quam Elliptica Orbita incedere possunt (§. 670 *Mech.*). De figura itaque Orbitarum Elliptica & lege, qua in ea

Rit 3 inci.

(a) In Princip. Phil. Nat. Math. p. 393. Edit. ult.

(b) Princ. Phil. Nat. Math. Lib. I. Prop. 15. p. 60.

(c) Mémoires de l'Académie Royale des Sciences A. 1716. p. n. 682. & seqq.

incidunt juxta KEPLERUM, vix amplius dubitandum. Ipse sane Cel. DE LA HIRE (a) non inficiatur, figuram Ellipticam non multum abesse ab Orbita vera Planetarum.

## SCHOLIUM III.

802. Restat ut adhuc doceamus, quomodo Eccentricitas tam Solis, quam Planetarum Superiorum & inferiorum in Orbitis Ellipticis salvis veris motuum legibus inveniat: quem in finem præmittimus.

## LEMMA V.

Tab. XII. Fig. 103. 803. Si in Ellipsi APB ex Foco alterutro S ducatur ad Punctum quodcunque Peripheria P recta SP, & producto Axe AB in G, donec sit distantia Foci a vertice AS ad AG, ut distantia Focorum SF ad Axem AB, ex Puncto P ducatur PH ipsi GB parallela perpendiculari HG in G excitata occurrens in H; erit PH ad PS ut Axis AB ad distantiam Focorum SF.

## DEMONSTRATIO.

Demittatur ex P perpendicularis ad Axem PK, sitque  $AB = a$ ,  $AK = x$ ,  $SC = c$ ; erit  $SF = 2c$ ,  $AS = \frac{1}{2}a - c$ ,  $SP = \frac{1}{2}a - c + \frac{2cx}{a}$  (§. 434 *Analys. fin.*).

Et quia

$SF : AB = AS : AG$  per *hypoth.*

$$2c : a = \frac{1}{2}a - c :$$

$$\text{erit } AG = (\frac{1}{2}a^2 - ac) : 2c = \frac{a^2}{4c} - \frac{1}{2}a,$$

consequenter cum PK & HG sint ad GB perpendiculares & HP ipsi GB parallela per *hypoth.* & *constr.* adeoque  $HP = GK$  (§. 283 *Geom.*), erit HP

$$= x - \frac{1}{2}a + \frac{a^2}{4c}. \text{ Quamobrem}$$

$$\begin{aligned} \text{HP} : \text{PS} &= x - \frac{1}{2}a + \frac{a^2}{4c} : \frac{1}{2}a - c + \frac{2cx}{a} \\ &= 4cax - 2a^2c + a^3 : 2a^2c - 4ac^2 + 8c^2x \\ &= a : 2c \text{ (§. 181 } \textit{Arithm.}), \text{ dividendo} \\ &\text{scilicet utrinque per } 4cx - 2ac + a^2 \text{ est} \\ &\text{igitur } \text{PH} : \text{PS} = \text{AB} : \text{SF. } \textit{Q. e. d.} \end{aligned}$$

## COROLLARIUM I.

804. Quodsi ex puncto Ellipseos quovis alio L ducatur recta LS ad Focum & IL perpendicularis ad HG; erit  $AB : SF = LI : LS$  (§. 803). Quare cum etiam sit  $AB : SF = PH : PS$  (§. cit.) erit  $PH : PS = LI : LS$  (§. 167 *Arith.*) &  $PH : LI = PS : LS$  (§. 173 *Arithm.*). Rectæ igitur ex Foco S ad Perimetrum Ellipseos utcumque ductæ PS & LS sunt, in Hypothesi Lemmatis, rectis PH & LI Axii AB parallelis proportionales.

## COROLLARIUM II.

805. Quodsi porro chorda PL continetur ultra Ellipsin, donec ipsi HG in Q occurrat; cum sit  $PQ : QL = PH : IL$  (§. 268 *Geom.*) &  $PH : IL = PS : LS$  (§. 804), erit etiam  $PQ : QL = PS : LS$  (§. 167 *Arithm.*).

## COROLLARIUM III.

806. Si fuerit  $GA : AS = AB : SF$ ; erit etiam  $GA : AB = AS : SF$  (§. 173 *Arithm.*), consequenter  $GA : GB = AS : AF$  (§. 190 *Arithm.*), adeoque ob  $AS = FB$  ex natura Ellipseos, & hinc  $AF = SB$  (§. 88 *Arithm.*)  $GA : GB = AS : SB$  (§. 168 *Arithm.*). Quare  $GA : AS = GB : BS$  (§. 173 *Arithm.*).

## COROLLARIUM IV.

807. Si fuerit  $GA : AS = AB : SF$ ; erit  $GA : AS = GB : SB$  (§. 806). Quare cum etiam sit  $GA : AS = AS : GS$  (§. 193 *Arith.*); erit etiam  $GA : AS = GS : AS : SB$  (§. 173 *Arithm.*).

(a) In Præfat. ad Tabulas Astron.

COROLLARIUM V.

Tab. 808. Si fuerit  $GA : AS = AB : SF$ ; erit  
XII. etiam  $GA : AS = PH : PS$  (§. 803), confe-  
Fig. quenter  $GS : GA = PH : PS$  (§. 190  
103. *Aritbm.*).

LEMMA VI.

809. *Datis positione & magnitudine tribus rectis SP, SL & SM in Puncto S coeuntibus, describere Ellipsin, cujus Focus sit in S, per puncta P, L & M transeuntem.*

RESOLUTIO.

1. Producat PL in Q, donec sit PQ: QL = PS: SL, inferendo nempe, ut PS - SL: SL = PL: QL (§. 193 *Aritbm.*).
2. Eodem modo producat LM in O, donec sit LO: OM = SL: SM.
3. Per puncta O & Q ducatur recta HO & ex puncto S demittatur ad eam perpendicularis SG ducaturque ex P eidem parallela PH.
4. Dividatur GS in A, ut sit GA: AS PH: PS, atque producat in B, donec sit GA: AS = GB: SB; erit AB Axis Ellipseos per puncta M, L & P transeuntis, cujus Focus in S (§. 803, 807, 808).
5. Quodsi itaque fiat BF = AS; erit in F Focus alter & Ellipsis describi poterit (§. 435 *Anal. fin.*).

PROBLEMA XXXIX.

Tab. 810. *Invenire Eccentricitatem Orbitæ Ellipticæ Telluris & locum Aphelii atque Perihelii.*

RESOLUTIO.

1. Observetur Oppositio Martis cum Sole (§. 727), tum enim  $\delta$  in M, vel Punctum Eclipticæ M, in quod cadit

perpendicularum ex  $\delta$  in Ellipticam demissum, si latitudinem habuerit,  $\odot$  in S & Terra in T erunt in eadem recta MS.

Tab. XIII. Fig. 104.

2. Quando Mars elapsis 687 diebus denovo ad Punctum M redit (§. 800), Terra vero nonnisi post 730½ dies, quo binas periodos absolvit (§. cit.), ad idem restituitur; adeoque in Puncto A hæret, observetur locus Solis, quem Terra per rectam AS respicit (§. 203) & locus Martis, quem videt per rectam AM (§. 741). Ita enim ob locum Solis in E tempore secundæ Observationis, & locum ejusdem in F tempore primæ Observationis datur angulus ESF, cui verticalis MSA æqualis (§. 156 *Geom.*). Et ob locum Solis &  $\delta$  in secunda Observatione datur distantia  $\delta$  a  $\odot$  five angulus MAS.
  3. Quodsi ergo MS ponatur 100000, in istiusmodi partibus reperietur distantia Terræ a Sole SA (§. 36 *Trig.*).
  4. Eodem modo reperietur angulus MSB & distantia Terræ a  $\odot$  BS in particulis decimalibus MS, quando  $\delta$  secunda vice redit in M, itemque angulus MSC & recta SC, quando  $\delta$  tertia vice restituitur in M.
  5. Quoniam in S est Focus Orbitæ Telluris Ellipticæ (§. 633) & puncta A, B & C in Orbita existunt; Linea Apsidum determinabitur & Orbita describetur (§. 809), consequenter & Eccentricitas innotescit (§. 638).
- Quodsi jam Eccentricitatem SC & Radium Eccentrici AC in numeris invenire volueris.

Tab.  
XII.  
Fig.  
103.

6. Ex datis in  $\triangle$  PLS lateribus PS & LS una cum angulo intercepto PSL (*num.* 2 & 3) inveniuntur anguli SPL & SLP (§. 40 *Trigon.*) cum latere PL (§. 36 *Trigon.*).
7. Eodem modo ex datis in  $\triangle$  LMS lateribus LS & MS una cum angulo intercepto (*num.* 4) investigentur anguli SML & SLM una cum latere ML.
8. Quodsi jam anguli PLS & SLM modo inventi (= angulo PLM) ex  $180^\circ$  subducantur; relinquetur angulus QLO (§. 148 *Geom.*).
9. Quoniam PS—SL: SL=PL: QL (*num.* 1 §. 809), dantur vero PS & SL (*num.* 3, 4) atque PL (*num.* 6); reperietur QL (§. 302 *Arithm.*) & eodem modo ob datos SL & SM (*num.* 4) atque LM (*num.* 7) invenietur MO.
10. Datis in  $\triangle$  QLO lateribus QL (*num.* 9) & LO (*num.* 7, 9) una cum angulo intercepto QLO (*num.* 8) quæratu r angulus QOL (§. 40 *Trigon.*): qui
11. Ex  $90^\circ$  ablatus in  $\triangle$  IOL ad I rectangulo *per constr.* relinquit angulum OLI (§. 241 *Geom.*), cui si addatur angulus notus SLM (*num.* 7), prodibit angulus ILS=LSB ob parallelas IL & AB (§. 222 *Geom.*); consequenter distantia Terræ in L ab Aphelio B (§. 636), quod adeo hoc pacto innotescit.
12. Jam porro ex datis in  $\triangle$  NOM ad N rectangulo angulo NMO ipsius NOM ante inventi (*n.* 10) complemento ad rectum (§. 241 *Geom.*) reperietur latus NM.

13. Datis adeo NM (*num.* 12) & MS (*num.* 4) datur ratio axis AB ad distantiam Focorum SF (§. 803), consequenter Radii Eccentrici AC ad Eccentricitatem SC (§. 181 *Arithm.*). Quare si AC fiat 100000, invenietur tandem Eccentricitas SC in particulis decimalibus Eccentrici (§. 302 *Arithm.*).

Tab.  
XII.  
Fig.  
103.

### SCHOLIUM.

811. Nihil in hac solutione supponitur, quam Planetam in eodem Orbita Puncto eandem a Sole distantiam habere: id quod ob tarditatem motus Apheliorum (§. 736, 741) supponere licet.

### PROBLEMA XL.

812. Planetam in eodem Orbita Puncto bis observatum inequalitate secunda exuere; seu ex dato loco Geocentrico invenire Heliocentricum & ejus a Sole distantiam.

### RESOLUTIO.

1. Observetur Longitudo & Latitudo Planetæ P Geocentrica ex Terra in T (§. 559, 741).
2. Ad momentum Observationis supputetur locus Solis (§. 720) & intervallum TS (§. 675) ita angulus elongationis PTS (§. 762) & locus Terræ T innotescit (§. 572).
3. Quodsi jam elapso intervallo, quo Planeta Periodum suam absolvit (§. 782), ex Terra in A constituta denuo Planetæ Longitudo & Latitudo Geocentrica observetur & locus Solis ex A visi supputetur cum intervallo AS; angulus elongationis PAS & locus Terræ A innotescit.

Tab.  
XIII.  
Fig.  
105.

Tab. 4. Per data Terræ loca T & A (num. XIII. 2, 3) datur angulus TSA. Quamobrem cum etiam dentur latera AS & ST (num. 2, 3); reperiuntur anguli STA & SAT (§. 40 Trigon.) & latus AT. (§. 36 Trigon.).

5. Quodsi anguli STA & SAT ex angulis STP & SAP notis (num. 2, 3) subtrahantur, relinquuntur anguli TAP & PTA, adeoque in  $\triangle$  APT invenitur distantia Planetæ a Terra curtata tempore primæ Observationis PT (§. 36 Trigon.).

6. Datis jam in  $\triangle$  PTS lateribus PT (num. 5), & TS (num. 2) una cum angulo intercepto PTS (num. 1) invenitur angulus TSP (§. 40 Trigon.). Unde ob locum Terræ T notum, (num. 2) locus Planetæ Heliocentricus tempore primæ Observationis innotescit. Cognito angulo PST reperitur porro distantia Planetæ a Sole curtata PS (§. 36 Trigon.).

Tab. 7. Jam cum detur distantia Planetæ VIII. curtata a Sole RS (num. 6) & a Terra TR (num. 5) & Latitudo Fig. 74. Planetæ RTP (num. 1), inveniri potest inclinatio RSP. Cum enim n. 1. sit ut Sinus anguli RTS ad Sinum anguli RST, ita Tangens RTP ad Tangentem RSP (§. 794) & eidem Sinus sint ut SR ad TR (§. 33 Trigon.); erit ut distantia Planetæ a Sole curtata SR ad distantiam ejusdem curtatam a Terra TR, ut Tangens Latitudinis ad Tangentem Inclinationis (§. 167 Arithm.).

8. Cum in  $\triangle$  PRS ad R rectangulo detur angulus RSP (num. 7) & latus

RS (num. 6), invenitur distantia Tab. Planetæ a Sole vera seu interval- VIII. lum SP (§. 36 Trigon.). Fig. 74. n. 1.

9. Denique quia datur locus Planetæ Heliocentricus in Ecliptica R (num. 6) & locus Nodi N ad momentum observationis (§. 779); datur etiam distantia a Nodo in Ecliptica RN. Quare cum porro in  $\triangle$  RPN ad R rectangulo detur inclinatio maxima (§. 783); reperietur distantia a Nodo in propria Orbita (§. 120 Trigon. Sphar.) consequenter locus centricus Planetæ (§. 755).

#### PROBLEMA XL.

813. *Invenire Eccentricitatem Planetarum primariorum in Orbita Elliptica & positionem Lineæ Apsidum.*

#### RESOLUTIO.

1. Inveniantur tria loca Planetæ Heliocentrica una cum distantis ejusdem a Sole veris (§. 812).
2. Cum ita dentur tria puncta, per quæ Ellipsis transit, una cum Foco ejusdem; Linea Apsidum & Eccentricitas tam Geometrice, quam per calculum eodem prorsus modo determinantur, quo in Sole (§. 810).

#### PROBLEMA XLI.

814. *Ad datum tempus veram Planetæ Longitudinem & Latitudinem supputare.*

#### RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus supputetur locus Tab. Solis verus E (§. 720) & ejus interval- VIII. lum TS (§. 658). Fig. 74. n. 1.
2. Eodem modo (§. cit.) computetur locus Planetæ eccentricus in Orbita P cum intervallo ejus PS.



- Tab. VIII. Fig. 74. n. 1.
3. Quærat<sup>r</sup> porro locus Nodi ascendentis N ad datum tempus (§. 779).
4. Locus Nodi N auferatur a loco Planetæ eccentrico P; residuum est Argumentum Latitudinis PN (§. 769).
5. Dato Argumento Latitudinis PN, quærat<sup>r</sup> porro Inclinatio PR (§. 785) & locus ad Eclipticam reductus R (§. 786) seu Longitudo Heliocentrica.
6. A loco Solis E subtrahatur locus Planetæ reductus R, vel hic ab illo, minor nempe e majore: relinquetur Angulus commutationis RSE, qui porro ex  $180^\circ$  subductus residuum facit angulum RST.
7. Datis intervallo Planetæ PS & Inclinatione RSP, inveniatur distantia curtata RS (§. 789) & inde
8. Porro angulus ad Terram RTS.
9. Si distantia Terræ a loco Planetæ reducto R fuerit minor Semicirculo, locus Solis verus E, angulo ad terram RTS addatur; sin illa major extiterit, hic ab eodem subtrahatur, ut vera Planetæ Longitudo prodeat.
10. Denique ex datis angulis RST & RTS atque Inclinatione RSP inveniatur Planetæ Latitudo RTP (§. 794).

E. gr. Quærat<sup>r</sup> Longitudo & Latitudo  $\odot$  ad diem 1. Aug. A. 1711. Primum itaque supputandus est locus  $\odot$  verus cum ejus intervallo. Est vero  
 Loc.  $\odot$  verus  $48^\circ 8' 26'' 33''$  in Merid. Paris. ad tempus apparens &  
 Logarithmus intervalli 400625 (§. 722).  
 Loco Solis vero & intervallo ejus invento; calculus pro Marte ita instituitur;

Radix	Mot. med. S. G.	Aphelii. S. G.	Nod. afc. S. G.
A. 1700	0. 3.12'.37''	5. 0. 35'.25''	1.17.25'.20''
10	3.23.54.18	11. 5	6. 9
Julius.	3.21. 6.11	38.	21
Loc. med.	7.18.13. 6	5. 0.47. 8	1.17.31.50
Aphel.	5. 0.47. 8	Log. Interv.	419490
Anom. med.	2.17.25.58		
Æquat. subtr.	10. 6.		
Anom. coæq. 2.	7.19.58		
Aphel.	5. 0.47. 8		
Loc. $\odot$ eccent. 7.	8. 7. 6		
Loc. $\odot$	1.17.31.50		
Arg. Latitud. 5.	20.35.16		
Inclinat.	18. 9		
Reduct. add.	17		
Loc. $\odot$ ecc. 7.	8. 7. 6		
Loc. $\odot$ Red. 7.	8. 7. 23		
Loc. $\odot$ vernus. 4.	8.26.33		
Ang. ESR.	2.29.40.50		
Semi-circ.	5.29.59.60		
Ang. RST.	3. 0.19.10		
seu	90.19.10		
Semi-circ.	179.59.60		
SRT + STR	89.40.50		
$\frac{1}{2}R + \frac{1}{2}T$ .	44.50.25		
Log. Sin. tot.	1000000		
Interv. $\odot$	419490		
Cofin. Incl.	999999		
Log. Dist. curt. SR.	1419489		
Log. interv. $\odot$ TS	400625		
Tang. Ang. A	1018864, cui		
in Canone respondent	$57^\circ 4' 10''$		
subtr.	45		
A.	12 4 0		
Log. Tang. 45	1000000		
Tang. A	933006		
Tang. $\frac{1}{2}R + \frac{1}{2}T$ .	999758		
Tang. $\frac{1}{2}T - \frac{1}{2}R$ .	1932764,		



cui in Canone respondent	12° 0' 38"
$\frac{1}{2}R + \frac{1}{2}T$	44 50 25
Ang. ad Terr. RTS	56 51 3
seu	15. 26 51 3
Loc. ☉ ver.	4 8 26 33
	65. 5 17 36
Est adeo ♂ Longitudo vera	± 5° 17' 36"
Tandem pro Latitudine fiat:	
Log. Sin. RTS	992285
Sin. RST	999999
Cotang. Inclina.	1227739
	2227738
Cotang. Latit.	1235453
cui in Canone respondent	89° 44' 48"
Quadrans	89 59 60
Ergo Latitudo ♂	15 12

Brevius quoque invenitur hunc in modum:

Log. Sin. RST	999999
RST	992285
Tang. Inclina.	772263
	1764548

Tang. Latit. 764549,  
cui in Tabulis quam proxime respondent  
15' 12".

# SCHOLION.

815. Quibus Calculum Astronomicum exercere volupe fuerit, iis suadeo, ut aut Tabulis Cel. DE LA HIRE utantur, aut, si Rudolphinæ ad manus fuerint, ex iis tamen nonnisi Locum Planetæ Heliocentricum investigent, ad Geocentricum autem inveniendum Methodum Trigonometricam adhibeant: ita enim facilius scopo suo potientur.

## CAPUT V.

### De Theoria Planetarum Secundariorum, præsertim Lunæ.

#### DEFINITIO XLII.

816. *Mensis Periodicus* est temporis intervallum, quo Luna intergrum Zodiacum percurrit, seu ad idem Zodiaci Punctum restituitur, unde fuerat digressa.

#### DEFINITIO XLIII.

817. *Mensis Synodicus* seu *Lunatio* est temporis intervallum, quo Luna a Sole digressa ad eundem redit.

#### DEFINITIO XLIV.

818. *Mensis Anomalisticus* est temporis intervallum, quo Luna ab Apogæo digressa ad idem redit.

#### DEFINITIO XLV.

819. *Mensis Draconicus* est tempo-

ris intervallum quo Luna a Nodo ascendente digressa ad eundem redit. Nodus enim ascendens dicitur *Caput Draconis*: Nodus descendens *Cauda Draconis*.

#### DEFINITIO XLVI.

820. Hinc simul intelligitur, quid sint variae illæ motuum species, quarum apud Astronomos mentio fieri solet. *Motus* nimirum in *Longitudinem Periodicus* est mensura mensis Periodici. *Motus Luna a Sole Synodici*; *motus Anomalie Anomalistici*; *motus in Latitudinem Draconici*.

#### OBSERVATIO LVII.

821. Quodsi repetitis crebro Observationibus *Longitudo* atque *Latitudo Luna*

SSS 2 invc.

inveniatur (§. 559, 471); majorem multo in motibus ejus inæqualitatem deprehendes, quam in Sole atque Planetis primariis. Illa tamen inæqualitas regularitate omni non destituitur. Intra 28 enim dies semel velocissimus, bis mediocris & semel tardissimus. Quodsi ope Telescopii Luna observetur Dichotoma sive bisecta, & ad momentum Observationis queratur una Longitudo Planetæ (§. cit.), eademque Observationes sæpius repetantur, Periodos in singulis Lunationibus minime æquales reperies. Eodem modo constat inæqualitas mensium Synodicorum pariter & Periodicorum, si ad tempus, quo Luna Soli opponitur vel cum Fixa conjungitur, Longitudinem observes.

## OBSERVATIO LVIII.

822. Si ponamus Lunam in Ellipsi moveri, in cujus altero Foco Terra existit, ea lege, qua Primarii circa Solem feruntur (§. 633) & ex Eclipsibus seu Conjunctionibus & Oppositionibus (quas communi nomine Syzygias appellare solem) singula ad supputationem loci Luna veri necessaria eo modo, quo in Theoriâ Solis, determinentur; locus Lune eodem modo, quo locus Solis, supputatus cum observatione tantum consentit in Syzygiis, omni autem tempore reliquo mire ab eadem discrepat, ita ut Æquatio nunc augeatur, nunc minuat. Maxima nimirum differentia in Quadraturis observatur: a. Novilunio nempe usque ad primam Quadraturam crescit, inde usque ad Plenilunium iterum decrescit, & eodem modo se habet a Plenilunio usque ad Novilunium.

## DEFINITIO XLVII.

823. *Inæqualitas prima seu soluta* est inæqualitas motus Periodici orta ab invariabili Orbitæ Eccentricitate, in Syzygiis observabilis.

## DEFINITIO XLVIII.

824. *Inæqualitas altera seu menstrua* est inæqualitas motus elongationi a Sole alligata, quæ in Quadraturis omnium maxime se prodit.

## PROBLEMA XLII.

825. *Invenire quantitatem mensis Periodici & Synodici.*

## RESOLUTIO.

1. Cum in medio Eclipsium Lunarum, prout in sequentibus independenter ab his patebit, Luna Soli opponatur, supputetur in minimis scrupulis intervallum temporis inter duas Eclipses seu Oppositiones intercedens.
2. Hoc intervallum dividatur per numerum Lunationum interea absolutarum, quotus erit quantitas mensis Synodici (§. 817).
3. Supputetur motus Solis medius, qui quantitati mensis Synodici respondet (§. 672) & integro Circulo, quem Luna interea absolvit, addatur.
4. Tandem inferatur: ut aggregatum modo inventum ad  $360^\circ$ , ita quantitas mensis Synodici ad quantitatem Periodici.

## DEMONSTRATIO.

Etenim cum Luna restituitur ad idem Punctum, in quo Soli opponebatur, Periodum suum absolvit, adeoque tempus interea elapsum est mensis Periodicus (§. 816). Interea vero temporis Solis

progressus ulterius, ut adeo Luna adhuc arcum aliquem ultra integram Revolutionem absolvere teneatur, antequam eidem denuo opponatur. Quamobrem cum spatium inter binas Oppositiones interjectum sit mensis Synodicus (§. 817); intra mensem Synodicum Luna præter Revolutionem integram tantum conficere debet arcum, quantum hoc tempore Sol conficit. Quare si 360 addatur motus medius ☉ intra mensem Synodicum, prodibit motus Lunæ medius eidem respondens, consequenter cum motus medius sit temporis proportionalis (§. 643); ex quantitate mensis Synodici invenitur quantitas Periodici, quemadmodum præcipitur. *Q. e. d.*

E. gr. COPERNICUS A. 1500 d. 6 Nov. h. 12 post mediam noctem observavit Eclipsin Lunæ Romæ & A. 1523 h. 4. 25' d. 1 Aug. aliam Cracovia. Inde quantitas mensis Synodici ita eruitur.

Obs. II. A. 1523. d. 237. h. 4. 25'

Obs. I. A. 1500. d. 310. h. 2. 20'

Interv. temp. A. 22. d. 292. h. 2. 5'  
addantur intercal. dies 5

Interv. exact. A. 22. d. 297. h. 2. 5'  
seu 11991005'

quod per 282 menses interea elapsos divisum dat quantitatē

Mensis Synodici. 425219' 9"  
hoc est, 29 d. 12 h. 41'

Idem COPERNICUS A. 1522 d. 6 Sept. h. 13 20' post mediam noctem, hoc est, A. 2272 Nabonassaris Eclipsin Lunarem Cracoviæ observavit: sed anno 28 ejusdem epochæ media nocte inter 18 & 19 mensis Thot, Babylonæ, hoc est, in meridiano Cracoviensi & nostro Calendario d. 26 Aug. h. 10. 10', alia observata. Ex harum observationum collatione ut ante quantitas mensis Synodici accuratius elicitur. Nimirum

Obs. II. A. 2272. d. 6 Sept. h. 13. 20'

Obs. I. A. 28. d. 26 Aug. h. 10. 10'

Interval. temporis 2243 A. Ægyptiac.  
d. 11. h. 3. 10'

hoc est 1178936830'

quod per quantitatem paulo ante inventam divisum exhibet numerum Lunationum interea absolutarum. Quare si idem intervallum denuo per hunc numerum dividatur, prodibit quantitas mensis Synodici

42524'. 3" 10<sup>'''</sup>. 9<sup>'''</sup>.  
hoc est d. 29. h. 11. 44'. 3". 10"  
Mot. ☉ med. interea 29°. 6'. 24". 18<sup>'''</sup>.  
360.

Mot. Lunæ ----- 389. 6'. 24. 18  
Ergo Mensis Period. d. 27. h. 7. 43'. 5"

### SCHOLIION.

826. *Quantitas mensis elicitur ex Pleniluniis veris: quare nova determinatione opus est. Scilicet ubi ope quantitatis inventa determinatus fuerit locus & motus Apogei atque Eccentricitas & hujus beneficio Equationes inventæ, Oppositiones veræ in mediæ convertendæ & tempus apparens iidem ad medium reducendum & inde denuo Observationum collatio instituenda.*

### COROLLARIUM I.

827. *Datâ quantitate mensis Periodici, per Regulam trium inveniri potest motus diurnus, horarius &c. & sic Tabulæ motuum mediorum Lunæ construuntur.*

### COROLLARIUM II.

828. *Quodsi motus diurnus Solis medius a motu Lunæ medio diurno subtrahatur, relinquitur motus diurnus Lunæ a Sole.*

### COROLLARIUM III.

829. *Cum, in medio Eclipses totalis cum mora, Luna in Nodo existat, quemadmodum infra independenter ab his ostendetur; si ad momentum illud queratur locus Solis eidemque addantur sex signa, prodibit locus Nodi.*

## COROLLARIUM IV.

830. Collatio Observationum recentiorum cum antiquis motum Nodorum manifestabit: ex iis vero apparet, Nodos Lunæ moveri in Signa antecedentia, e. gr. ex ♄ in ♃, ex ♃ in ♌.

## COROLLARIUM V.

831. Si adeo motui Lunæ medio diurno addatur motus diurnus Nodorum; summa erit motus Latitudinis (§. 820) & inde ulterius ope Regulæ trium invenitur, quanto tempore Luna 360° a capite Draconis digredietur, hoc est, ab eo digressa denuo ad idem resituetur. Patet ergo, quomodo quantitas mensis Draconici sit inveniendā (§. 819).

## COROLLARIUM VI.

832. Dato motu Latitudinis diurno Tabule motuum latitudinis construuntur ut supra (§. 673).

## SCHOLION.

833. Tabulas istiusmodi exhibet BULLIALDUS (a).

## COROLLARIUM VII.

834. Si motus Apogæi diurni subtrahatur a motu Lunæ medio diurno, relinquatur motus Lunæ medius ab Apogæo & inde per Regulam trium elicatur mensis Anomalistici quantitas (§. 818).

## OBSERVATIO LIX.

835. KEPLERUS (b) reperit quantitatem mensis Synodici mediocrem d. 29 h. 12. 44'. 3". 11<sup>'''</sup>: Periodicum d. 27 h. 7. 43'. 5". 8<sup>'''</sup>, Apogæi locum ad A. 1700. d. I. Jan. st. v. II. S. 8°. 57'. 1<sup>''</sup>, locum  $\Omega$  4 S 27° 39'. 17<sup>''</sup>, motum medium  $\odot$  diurnum 13°. 10'. 35<sup>''</sup>, motum diurnum Apogæi 6'. 41<sup>''</sup>, motum diurnum  $\Omega$  3'. 11<sup>''</sup>. (c): Eccentricitatem denique constantem 4362, qualium semidiameter Eccentrici est 100000.

(a) In Philolaëis f. 121.

(b) In Epit. Astron. Copern. Lib. VI. p. 789.

(c) In Rudolphinis f. 78.

## COROLLARIUM.

836. Est adeo motus Latitudinis diurnus 13° 13' 46<sup>''</sup> (§. 831), motus ab Apogæo diurnus 13° 3' 54<sup>''</sup> (§. 834).

## SCHOLION.

837. Cum Tabulæ Equationum ad salvandam inæqualitatem solutam eodem prorsus artificio construantur, quo supra Tabulas Equationum Solis & Planetarum priorum construere docuimus, non opus est, ut ibi dicta hic repetamus. Restat igitur, ut ostendamus, quomodo Equationes illæ corrigantur, ut extra Syzygias veros Lunæ motus exhibeant: ubi non diffidendum, magnas hic occurrere difficultates, ita ut Luna Sidus plane contumax censeretur debeat, nec quisquam veras illarum rationes explicatas dederit ante profundarum meditationum Autorem NEWTONUM (d), quas deinde uberius evolvit DAVID GREGORIUS (e). Sed cum Theoriam Lunæ per causas Physicas explicare nostri jam non sit instituti; suffecerit nobis evoluisse Hypothesin, qua KEPLERUS noster ad secundam Lunæ inæqualitatem salvandam utitur.

## OBSERVATIO LX.

838. Si Apogæum vel Nodus Luna est in Quadris, nulla observatur inæqualitas secunda integro mense, qui adeo Vacuus appellari solet. Proximo vero mense etiam in ipso Apogæo & Nodo, ubi prima inæqualitas nulla, motus aliqua inæqualitas, nempe altera, notatur. Ab eo tempore inæqualitas secunda singulis mensibus crescit, donec copulis in Apogæo vel Nodo factis, maxima omnium evadat: qui Mensis Plenus dici solet. Mense subsequenti iterum decrefcere incipit, donec prorsus extinguatur.

## HYPO-

(d) In Princip. Phil. Nat. Math. Lib. III. p. 388. & seqq.

(e) In Elem. Astron. Phys. & Geom. Lib. IV. fol. 282. & seqq.

HYPOTHESIS II.

Tab. 839. Si DLFM, fuerit Orbita Lu-  
VIII. na (qua per Circulum hic exhibetur, quia  
Fig. 75. Ellipsis Lunaris ad eum proxime acce-  
dit), DF Linea Apsidum, ex Terra  
centro A intervallo Eccentricitatis con-  
stantis AB describitur Circulus, per idem  
ducatur recta IK seu Linea illuminationis,  
qua Hemisphaerium Terra illumina-  
tum ab obscuro separat, porro per A aga-  
tur ad eam perpendicularis HG, qua sit  
Linea copularum, Conjunctione nimirum  
Luna cum Sole in H, Oppositione in G con-  
tingente, denique per centrum Eccen-  
trici B ducantur recta NO & PQ ipsis  
IK & GH parallele: erit AC Eccen-  
tricitas menstrua, toto mense, quo Co-  
pulae fiunt in H & G, & in H Apo-  
gæum, in G Perigæum menstruum, &  
si his utamur tanquam in prima inæqua-  
litate Apogæo D & Eccentricitate AB,  
inæqualitates secunda prodent. Ceterum  
quia hac etiam Latitudinem afficiit Pla-  
num Orbitæ ad Planum Eclipticæ libra-  
tile concipitur, ut angulus Inclinationi  
maxima respondens varietur.

SCHOLION.

840. Quod hac Hypothesis sit conformis  
Observationi, quoad generales circumstantias  
patet, si eam cum ipsa conferre libuerit. Po-  
namus enim Centrum B pervenire in S, ita  
ut Linea Illuminationis IK cum Linea Apsi-  
dum perpetua DF coincidat: erunt tum Qua-  
dra in Apogæo & Perigæo Eclipticæ Li-  
nea NO pariter coincidet cum IK atque Pun-  
ctum menstruum C coincidet cum A, nulla-  
adeo est Eccentricitas menstrua. En mensent  
vacuum! Coincidat vere FD cum HG, tum  
Punctum B & C coincident cum E, eritque  
Eccentricitas menstrua Eccentricitati perpe-  
tue AB æqualis adeoque maxima omnium;

quia Circellum ipsum nunquam egreditur. En Tab.  
mensent plenum! Consensum quoad circumstan-  
VIII. tias speciales calculus in hac Hypothesi in-  
Fig. 75. stitutus monstrat.

DEFINITIO XLIX.

841. Distantia Solis a Nodo vel Apo-  
gæo Luna est arcus Eclipticæ inter locum  
Solis verum H & Apogæum Lunæ D  
seu Nodum ipsius interceptus, seu an-  
gulus ad terram DAH vel, si arcus il-  
le major Semicirculo, angulus, quem  
metitur ejus complementum ad  $360^\circ$ .

DEFINITIO L.

842. Scrupula menstrua Longitudi-  
nis sunt valor Trianguli Æquatorii re-  
ctanguli BNZ super Eccentricitate men-  
strua BZ stantis in istiusmodi particulis,  
qualium omnium maximum in mense  
pleno est 60, cum nempe Punctum B  
coincidit cum E.

DEFINITIO LI.

843. Argumentum Longitudinis men-  
strue est arcus Eccentrici Lunæ LP in-  
terceptus inter locum Lunæ primo  
æquatum L & rectam PQ per Centrum  
Eccentrici B ductam atque Lineæ Apsi-  
dum menstruæ HG parallelam. Annum  
est angulus DAH.

DEFINITIO LII.

844. Æquatio menstrua est valor Tri-  
anguli Æquatorii LAC, ductis rectis LA  
& LC ex loco Lunæ L ad Punctum men-  
struum C & Terræ Centrum A deter-  
minati, in istiusmodi particulis, qualium  
area totius Orbitæ est 360.

DEFINITIO LIII.

845. Particula exfors est differentia  
inter Triangulum Æquatorium LAC &  
ejus socium BLZ.



PROBLEMA XLIII.

Tab. 846. *Datis loco Apogæi Lunæ soluta*  
 VIII. D, loco Solis vero H, & Anomalia Eccen-  
 Fig. 75. tri Lunæ LBD; invenire Argumentum  
 Longitudinis menstrua LBP.

RESOLUTIO.

1. Ex dato loco Solis H & loco Apo-  
 gæi Lunæ D, invenitur per subtra-  
 ctionem distantia Solis ab Apogæo  
 Lunæ, hoc est angulus HAD, cui  
 ob parallelismum rectarum HG &  
 PQ (§. 839) PBD æqualis (§. 233  
 Geom.).

2. Hic ergo ulterius subtrahatur ab  
 Anomalia Eccentri Lunæ LBD; re-  
 siduum est argumentum Longitudi-  
 nis menstruæ LBP.

E. gr. Sit Apogæum Lunæ in  $\Psi$   $24^\circ$  &  $\odot$   
 in  $\Pi$  0, erit HAD  $36^\circ$ . Sit anomalia ec-  
 centri LBD  $81^\circ 42' 24''$ ; erit Argumen-  
 tum Longitudinis menstruæ LBP  $45^\circ 42'$   
 $24''$ .

PROBLEMA XLIV.

847. *Datis distantia loci Solis veri*  
 (aut eidem oppositi) ab Apogæo Lunæ  
 HAD, una cum Eccentricitate perpe-  
 tua AB; invenire Eccentricitatem men-  
 struam AC.

RESOLUTIO.

Cum in Triangulo CAB ad C re-  
 ctangulo (§. 839) dentur angulus CAB  
 & latus AB; reperietur CA (§. 36  
 Trigon.).

E. gr. Sit BAC  $36^\circ$ , Eccentricitas AB  
 4362: erit

Log. Sin. tot.	100000000
AB	36396857
Cofin. BAC	99079576

Log. AC  $*35476433$ , cui  
 in Tabulis respondent 3529,

PROBLEMA XLV.

848. *Data Eccentricitate menstrua* AC Tab.  
 vel BL, & Eccentricitate perpetua AB; in- VIII.  
 venire scrupula menstrua Longitudinis. Fig. 75.

RESOLUTIO.

1. Eccentricitas utraque ducatur in se-  
 missim Semidiametri Eccentrici BN  
 vel BL: facta erunt Areae Triangu-  
 lorum BLA & BNZ (§. 392 Geom.),  
 quorum illud est Triangulum Æqua-  
 torium in mense pleno, hoc vero  
 in dato (§. 840, 842).

2. Inferatur: Ut Area Trianguli BLA ad  
 60 scrupula prima, ita Area alte-  
 rius BNZ ad scrupula menstrua  
 Longitudinis.

E. gr. Sit AB 4362, AC 3529, BN = LB  
 = 100000: erit BLA 218100000 & BNZ  
 176450000, consequenter:

$$\begin{array}{r} 21810 : 17645 = 60 : \\ 30 ) \quad 727 : 17645 = 2 : \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 727 \overline{) 35290} \quad (48' 32'' \text{ five } 33'' \\ \underline{2908} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6210 \\ \underline{5816} \\ 394 \\ \underline{60} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23640 \\ \underline{2181} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1830 \\ \underline{1454} \end{array}$$

$$376$$

Sunt ergo scrupula menstrua Longitudinis  
 48' 32'' seu 33''.

SCHOLION.

849. Equidem cum Orbita Lunæ sit Ellipti-  
 ca, rectæ BL & BN æquales non sunt: sed cum  
 ea ad Circulum proxime accedat, differentia  
 adeo exigua est, ut contemni queat. Quan-  
 do enim puncta B & E coincidunt; hoc  
 est, quando differentia maxima, observante

KEPLe.



Tab. KEPLERO (a) error vix 17" committitur, VIII. qualis in motu Luna ob ejus velocitatem con- Fig. 75. temni potest.

PROBLEMA XLVI.

850. Data Eccentricitate menstrua AC, una cum Argumento Longitudinis annuo HAD; invenire Particulam exsortem.

RESOLUTIO.

1. Datis in Triangulo BCA ad C rectangulo (§. 839) hypothenusa AB & angulo CAB inveniatur CB (§. 36 Trigon.).
2. Ducatur CB in semissem Eccentricitatis menstruæ AC: factum erit Area Trianguli ACB (§. 292 Geom.).
3. Quærat etiam Area Circuli, ex Radio Eccentrici BL, tandemque
4. Inferatur: Ut Area Circuli ad 360° seu 192600", ita Area Trianguli ACB ad valorem ejus in istiusmodi scrupulis.

Dico, hunc valorem esse Particulam exsortem.

E. gr. Sit HAD 36°, AB 4362, AC 3529, erit

Log. Sin. tot.	100000000
AB	36396857
Sin. BAC	97692187

Log. BC 434089044, cui in Tabulis respondent 2564.

Ergo  $AC \frac{1}{2} CB = \triangle ACB = 4524178$ . Sed Area Circuli 31415900000 (§. 429 Geom.): quare si eadem ponatur 360° five 1296000", reperietur valor Trianguli ACB in istiusmodi scrupulis, hoc est Particula exfors 3' 6".

DEMONSTRATIO.

Quoniam  $AC = BL$  (§. 257 Geom.),  $\triangle ALC : \triangle BLZ = LV : LT$  &  $BLZ : BAC$

(a) In Epit. Astron. Lib VI. Part. 4. p. 800.

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

$= TL : TV$  (§. 389 Geom.). Cum adeo Tab. fit  $BLZ : BLZ - ALC = LT : TV$  (§. 193 VIII. Arithm.) & hinc  $BLZ : BLZ - ALC$  Fig. 75.  $= BLZ : BAC$  (§. 167 Arith.); erit  $BLZ - ALC = BAC$  (§. 177 Arith.). Est igitur  $\triangle BAC$  Particula exfors (§. 845). Q.e.d.

PROBLEMA XLVII.

851. Datis argumento menstruo LBP, scrupulis menstruis & Particula exsorte; invenire Equationem menstruam.

RESOLUTIO.

1. Cum scrupula menstrua sint valor Trianguli BNZ in istiusmodi scrupulis, qualium idem in mense pleno est 60, Triangula vero BNZ & BLZ sint ut BN ad LT (§. 389 Geom.), hoc est, ut Sinus totus ad Sinum Argumenti menstrui (§. 2 Trigon.); per Regulam trium inveniatur Triangulum BLZ in istiusmodi scrupulis, qualium maximum in mense pleno est 60.
2. Quare cum maximum juxta KEPLERUM sit 2 30', ex valore Areae Circuli 360°: fiat ut 60' ad 2° 30' ita valor Trianguli BLZ modo repertus ad valorem ejus in istiusmodi particulis, qualium Area Circuli est 360°.
3. Ab hoc tandem valore subtrahatur Particula exfors, residuum est Triangulum ALC in istiusmodi particulis qualium Area Circuli est 360° (§. 850); hoc est, Æquatio menstrua (§. 844). Quod si  $\triangle BLZ < \triangle ALC$ , Particula exfors addenda.

E. gr. Sit Argumentum menstruum LBP 45° 42' 24", scrupula menstrua seu valor  $\triangle BNZ$  48' 33"; erit LT 71577 & reperien-  
Ttt tur

Tab. tur scrupula  $\triangle$  BLZ debita 2085". Quodfi  
VIII. ergo fiat ut 60' ad 2° 30', h. e. 3600" ad  
Fig. 75. 9000", seu ut 4 ad 10, ita 2085 ad nu-  
merum quantum proportionalem 5212; erit  
is valor Trianguli BLZ : quod adeo est  
1° 26' 52". Anferatur Particula exfors  
3' 6"; relinquetur Aequatio menstrua 1°  
23' 46".

## PROBLEMA XLVIII.

852. *Data Aequatione menstrua & Anomalia media quæ primo coæquata respondet; invenire mediam secundo coæquata convenientem.*

## RESOLUTIO.

Quodsi Luna fuerit in L, Apogæum in D, erit Anomalia media area LAD (§. 648), quæ Anomaliæ primo coæquata, hoc est, angulo LAD (§. 650) respondet. Si ergo in Semicirculo HIG, posita nempe HG Linea Apsidum menstrua LAC addatur; prodibit Anomalia media, quæ secundo coæquata respondet.

Contra si Luna sit in M, Triangulum menstruum CAM ab Anomalia media primo coæquata respondente HAMGN subducenda, ut relinquitur media, quæ secundo coæquata convenit.

## SCHOLION.

853. *In hoc Astronomia nova KEPLERI a veteri differt, quod in nova duplex invenitur Anomalia media, in veteri vero uni Anomalia media dua apertur coæquata.*

## PROBLEMA XLIX.

854. *Data aequatione menstrua & Anomalia primo æquata; invenire Anomaliæ secundo æquatam.*

## RESOLUTIO.

1. Invenitur Anomalia media Anomaliæ secundo coæquata respondens (§. 852).
2. Ex Anomalia hac media eruatur secundo æquata (§. 686).

*Aliter.*

Quoniam processus iste valde operosus, KEPLERUS monet (a) posse etiam, ad imitationem Astronomiæ veteris, Anomaliæ primo æquata in Semicirculo HLG subtrahi, in altero GMH addi Aequationem menstruam, ut prodeat Aequatio secundo æquata. Vel Aequationis menstruæ loco utendum est angulo ALC vel AMC & ut ante procedendum.

## OBSERVATIO LXI.

855. *Locus Lune secunda Aequatione adhibita satisfacit in Quadris, sed extra eas ab observato differt, maxima quidem differentia in Octantibus existente, hoc est, Luna a Sole 45, 135; 225 & 315 gradib. elongata. Excrescit autem usque ad 41' 32" & Periodus ejus intra unam Lunationem quater absolvitur, estque subtractiva a Novilunio usque ad Plenilunium, additiva vero a Plenilunio usque ad Novilunium.*

## SCHOLION.

856. *Hanc inæqualitatem primus observavit TYCHO.*

## DEFINITIO LIV.

857. *Variatio seu Reflexio Luminis est tertia motus Lunaris inæqualitas, qua locus ejus verus a loco bis æquato extra Quadras differt. Aequatio vero Luminis est Aequatio ex menstrua Aequatione & variatione composita.*

(a) Epitom. Astron. Lib. VI. p. 889.

PRO-

PROBLEMA L.

858. *Invenire Variationem maximam.*

RESOLUTIO.

Observetur Longitudo Lunæ in Octantibus (§. 741) & ad momentum Observationis computetur locus Lunæ bis æquatus : differentia inter computatum & observatum est Variatio maxima (§. 855, 857).

OBSERVATIO LXII.

859. TYCHO Variationem maximam observavit 40' 30"; KEPLERUS vero 51' eandem statuit.

PROBLEMA LI.

860. *Data elongatione Luna a Sole HAL; invenire Variationem.*

RESOLUTIO.

Fiat : ut Sinus totus ad Sinum duplæ elongationis Lunæ a Sole, ita Variatio maxima ad Variationem quæsitam.

E. gr. Sit elongatio  $\odot a \odot 42^\circ 55' 22''$  : erit ejus duplum  $85^\circ 50' 44''$ , quod vocetur A, adeoque posita Variatione maxima 51'.

Log. Sin. tot.	100000000
Log. Sin. A.	99988573
Log. 51'.	17075702

Log. Variat.  $\times 17064275$ , cui in Tabulis respondent  $50' \frac{86}{100}$  seu  $50' 51''$ .

SCHOLION.

861. *Hæc proportio ex collatione Observationum eruta.*

DEFINITIO LV.

862. *Locus Lunæ fictus est locus ejus primo æquatus : locus prope verus est locus bis æquatus : locus verus est locus ter æquatus.*

PROBLEMA LII.

863. *Ad datum tempus locum Lunæ verum supputare.*

RESOLUTIO.

1. Quæraturs locus Lunæ fictus eodem prorsus modo, quo locus Solis verus & Planetarum Eccentricus in Orbita supputatur (§. 720), qui idem erit verus in Copulis (§. 822).
2. Ad idem tempus supputetur locus Solis verus (§. 720), & inde constitutur Argumentum tam annuum, quam menstruum Longitudinis (§. 846).
3. Quærantur scrupula menstrua Longitudinis (§. 848) cum Particula exsorte (§. 850) & inde porro Æquatio menstrua (§. 851).
4. Ope hujus locus Lunæ fictus transmutetur in prope verum (§. 862).
5. Ab eo subtrahatur locus Solis verus, ut habeatur elongatio Solis a loco Lunæ prope vero.
6. Tandem beneficio hujus inveniatur Variatio (§. 870), loco Lunæ prope vero vel addenda, vel demenda, ut verus obtineatur in Orbita (§. 862) : qui
7. Eodem, quo supra (§. 78), modo ad Eclipticam reducitur.

SCHOLION.

864. *Cum in antecedentibus singula præcepta jam Exemplo aliquo fuerint illustrata, si quis ibi repertis uti voluerit, prodibit Exemplum calculi loci Lunæ veri extra Syzygias & Quadras quoad inequalitatem mensuram & Variationem sine Tabulis computati. Sed ad abbreviandum calculum sane tediosum, KEPLERUS Tabulam Æquationis luminis condidit, in qua cum distantia Solis ab Apogæo Luna & elongatione loci Lunæ primo æquati Æquatio ex mensura & Variatione composita una excerpitur.*

## DEFINITIO LVI.

865. *Latitudo Lunæ simplex* dicitur, quæ ex Argumento Latitudinis & angulo, sub quo Orbita Lunæ ad Planum Eclipticæ inclinatur in Copulis, ut supra Inclinatione Planetarum primarium, supputatur.

## SCHOLION.

866. *Coincidit in Luna Latitudo cum Inclinatione*, quia Luna circa Terram eadem lege movetur, qua Primarii circa Solem feruntur.

## DEFINITIO LVII.

867. *Latitudo vera* est distantia Lunæ ab Ecliptica, prout e Tellure spectatur.

## SCHOLION.

868. Ideo vera a simplice differt, quia Planum Orbitæ ad Planum Eclipticæ libratile (§. 839), ut adeo Inclinatione eorumdem Planorum sit variabilis.

## DEFINITIO LVIII.

869. *Latitudo mensura* est arcus interceptus inter locum Lunæ verum & Planum aliquod constante angulo 5 graduum ad Planum Eclipticæ in linea Nodorum inclinatum, atque ad istud Planum perpendicularis.

## DEFINITIO LIX.

870. *Argumentum menstruum Latitudinis* est distantia loci veri Lunæ a loco vero Solis.

## DEFINITIO LX.

871. *Scrupula Latitudinis* sunt Sinus complementorum distantiae Solis a Luna ad unum vel tres quadrantes aut excessuum ejus super unum vel tres quadrantes in istiusmodi scrupulis, quantum Sinus totus est 60 primorum.

## DEFINITIO LXI.

872. *Inclinatio limitis mensuræ* est angulus, quo Orbita Lunæ inclinatur ad Planum in dato quolibet mense, quod ipsum ad Planum Eclipticæ constanti angulo 5 graduum super loca Nodorum inclinatur. Maximus est juxta KEPLERUM 18' seu arcus, qui angulum istum metitur. *Limites* enim sunt puncta quadrantis intervallo a Nodis remota.

## HYPOTHESIS III.

873. Si ad Planum Eclipticæ constante angulo 5 graduum in Linea per Nodorum loca transiente aliud inclinatum fuerit, in quo designata concipiatur Linea Copularum HG per intersectionem plani per centra Solis ac Terræ transcurrentis, ad Planum Eclipticæ recti; super hac Linea HG ita libratur Orbita Lunæ, ut quando Limes Anomalia soluta in Linea HG, coincidat cum plano Eccentrici DLPM inclinationis constantis quando is heret in Quadris, libratio maxima existat, nempe 18', sive in Austrum, sive in Boream, prout fert motus Lunæ; dum vero v. gr. Boreas ab Oppositione H ad Quadram K tendit, estque v. gr. in D, Sinus portionis librationis in Boream se habeat ad Sinum maximæ, ut Sinus anguli HAD ad Sinum totum. Nimirum Limes soluta a Plano priori versus Boream attollitur, donec in Quadram K incidat & ibidem inclinatio sit maxima; inde rursus descendit ad Planum prius, donec in G cum eodem coincidat: a quo tempore Semicirculus GIH eadem lege versus Boream attollitur, donec in I sit maxima inclinatio;

Tabl.  
VIII.  
Fig. 75.

Tab. VIII. *Fig. 75.* *io; inde vero rursus deprimitur, donec in H denuo cum eo coincidat, alter vero ex adverso in Austrum vertitur.*

SCHOLION.

874. *Hac ita a KEPLERO (a) finguntur Phenomenis conformiter, ut ea ad calculum revocari possint, more Astronomiae veteris.*

PROBLEMA LIII.

875. *Data distantia Solis a Nodo; invenire inclinationem Limitis menstrui D.*

RESOLUTIO.

Cum HG sit Linea Copularum (§. 873), adeoque  $\odot$  e. gr. in H existat, Limes vero D a Nodo quadrantis intervallo removeatur (§. 872); erit HAD complementum distantiae  $\odot$  a Nodo ad quadrantem. Fiat igitur ut Sinus totus ad Cosinum distantiae  $\odot$  a Nodo, ita Sinus  $18'$  ad Sinum inclinationis Limitis menstrui D (§. 873).

E. gr. Sit distantia $\odot$ a Nodo $30^\circ$ , erit HAD $60^\circ$ , adeoque	
Log. Sin. tot.	100000000
Sin. DAH	99375306
Sin. $18'$	77189966

Log. Sin. inc. Lim. menstr.  $276565272$ , cui in Tabulis respondent  $15' 35''$ .

PROBLEMA LIV.

876. *Data distantia Solis a Nodo; invenire Scrupula Latitudinis.*

RESOLUTIO.

Fiat: ut Sinus totus ad Sinum complementi ad unum vel tres quadrantes (aut excessus super unum vel tres quadrantes), ita  $60$  scrupula prima ad scrupula Latitudinis quaesita (§. 871).

(a) In Epit. Astron. Copen. Lib. V. p. 817.

E. gr. Sit distantia $\odot$ a $\Omega$ $30^\circ$ , erit complementum ad quadrantem $60^\circ$ adeoque	Tab. VIII. <i>Fig. 75.</i>
Log. Sin. tot.	100000000
Log. Sin. $60$	99375306
Log. $60$	17781512

Log. Scrup. Lat.  $217156818$ , cui in Canone Logarithmorum numerorum vulgarium respondent  $51 \frac{05}{100}$ .  
Sunt adeo Scrupula latitudinis  $51' 57''$ .

SCHOLION.

877. *Inveniuntur eadem, si fiat ut 3 ad 10, ita inclinatio Limitis menstrui, e. gr. in nostro casu  $15' 35''$  seu  $935''$  ad numerum quartum proportionalem,  $3117''$ , quae valent  $51' 57''$  ut ante.*

PROBLEMA LV.

878. *Data inclinatione Limitis menstrui, una cum Scrupulis Latitudinis; invenire Latitudinem menstruam.*

RESOLUTIO.

Multiplicentur Scrupula Latitudinis per inclinationem Limitis menstrui: factum est portio Latitudinis menstruae.

E. gr. Sit Limitis menstrui inclinatio  $15' 35''$  seu  $935''$ , sint scrupula menstrua  $51' 57''$  seu  $3117''$ , factum  $2914395$  est Latitudinis menstruae portio in Scrupulis quartis (§. 393, 374 Arithm.). Est adeo portio Latitudinis menstruae  $13' 29' 33''' 15''''$  seu  $13' 30''$ .

SCHOLION.

879. *Ex circumstantiis singularibus discernendum, utrum portio Latitudinis menstruae sit Australis an Borealis (§. 873).*

PROBLEMA LVI.

880. *Ad datum tempus Latitudinem Lunae veram supputare.*



## RESOLUTIO.

1. Quærat<sup>ur</sup> Latitudo Lunæ simplex, ut supra inclinatio Planetarum primariorum (§. 785).
2. Quærat<sup>ur</sup> porro portio Latitudinis menstruæ (§. 878).
3. Quodsi utraque fuerit ejusdem nominis *v. gr.* Australis, addantur: si vero fuerint diversi nominis, nempe altera Australis, altera Borealis, minor e majori subtrahatur. In casu primo erit summa Latitudo vera ejusdem nominis cum simplici: in posteriori differentia eadem Latitudo erit ejus nominis, quod fuit majoris.

## SCHOLIUM.

881. Exposuimus hæc<sup>tenus</sup> Theoriam, qua utitur KEPLERUS ad salvandas inequalitates motuum Lunarum. Cum Linea Apsidum motu angulari circa Terram moveatur motu inequali & motus Luna a Conjunctione & Oppositione ad Quadraturas retardetur, a Quadraturis ad Syzygias acceleretur; Orbita ejus continuo mutabilis: quam mutabilitatem ex causis Physicis demonstravit NEWTONUS. Constat Cel. HALLEIUM in perficienda Theoria Lunæ ex Observationibus quoad numeros defudare, ut adeo dubitandum non sit pertinaciam Lunæ tandem victum iri.

## PROBLEMA LVII.

882. Invenire Tempora Periodica Satellitum Jovis atque Saturni.

## RESOLUTIO.

Inveniuntur ex eorum Conjunctionibus cum Jove atque Saturno, vel etiam ex eorundem digressionibus maximis a suis primariis.

## OBSERVATIO LXIII.

883. CASSINUS reperit Tempus Periodicum Satellitis

♄	I.	1d.	21h.	18'	27"
	II.	2	17.	41.	22
	III.	4	12.	25.	12
	IV.	15	22.	41.	14
	V.	79	7.	48.	0
♃	I.	1d.	18h.	28'	36"
	II.	3	13.	18.	52
	III.	7	3.	59.	40
	IV.	16	18.	5.	6

NEWTONUS (a) Periodos Satellitum Saturni circa primarios retinet, prouti a CASSINO definita, sed Periodos Satellitum Jovis ita definit.

I.	1d.	18h.	27'	34"
II.	3.	13.	13.	42
III.	7.	3.	42.	36
IV.	16.	16.	32.	9

## OBSERVATIO LXIV.

884. Idem CASSINUS deprehendit distantiam Satellitis primi a Saturno  $1\frac{19}{20}$  diametri Annuli; secundi  $2\frac{1}{2}$ ; tertii  $3\frac{1}{2}$ ; quarti 8, quinti 24 Diametrorum Annuli. Est vero Diameter Saturni ad Diametrum Annuli juxta eundem ut 5 ad 11, juxta HUGENIUM ut 4 ad 9, juxta Observationes in Anglia factas Telescopio Hugenario 123 pedum, ut 3 ad 7: quo eodem Telescopio elongatio maxima deprehensa Satellitis quarti a centro Saturni Semidiametrorum  $8\frac{7}{10}$  Annuli. Primus Satellitum Jovis juxta CASSINUM a centro Jovis distat  $5\frac{2}{3}$  semidiametris Jovialibus, secundus 9, tertius  $14\frac{2}{3}$ , quartus  $25\frac{2}{3}$ .

## THEO-

(a) In Princip. Phil. Nat. Mat. Lib. III. p. 390.



THEOREMA XXXIV.

885. *Quadrata Temporum Periodicorum Satellitum Jovis atque Saturni sunt in ratione triplicata distantiarum a suis primariis.*

DEMONSTRATIO.

Non differt a Demonstratione Theor. 34 (§. 799), nisi quod numeri ex §. 882 & 883 petendi.

Potest vero etiam hoc modo demonstrari, ut ex Temporibus Periodicis & distantia unius Satellitis a suo primario observatis per Theorema præfens eruantur distantiae ceterorum, quæ cum proxime æquales reperiantur distantis observatis, veritas Theorematis a posteriori patet.

SCHOLIUM.

886. Posteriori modo demonstrandi utitur NEWTONUS tam in primariis, quam in secundariis. Quoniam vero non cujusvis est calculorum tricis sese implicare, ideo subjicimus Tabulam, in qua distantia computata e regione observatarum collocantur.

Nomina Planetarum.	Distantiæ observatæ a Sole.	Distantiæ computatæ.
Saturnus	95 1000	954006
Jupiter	5 19650	520096
Mars	152350	152369
Terra	100000	100000
Venus	72400	72333
Mercurius	38806	38710
Satelles Saturni	distantiæ a centro Saturni.	
I	$1\frac{10}{10}$	1. 93
II	$2\frac{1}{2}$	2. 47
III	$3\frac{1}{2}$	3. 45
IV	8	8. 00
V	24	23. 25
Satelles Jovis	distantiæ a centro Jovis.	
I	$5\frac{2}{3}$	5. 667
II	9	9. 017
III	$14\frac{23}{100}$	14. 384
IV	$25\frac{3}{10}$	25. 299

Nemo desideret consensum in fractionibus decimalibus: etenim non major est consensus in distantis, quæ diversis Astronomorum Observationibus debentur, quemadmodum NEWTONUS (a) probat.

(a) Loc. cit.

CAPUT VI.

De Solis & Planetarum Parallaxibus, Distantiis a Terra & Magnitudinibus.

PROBLEMA LVIII.

887. *P* Arallaxin altitudinis Lunæ observare.

RESOLUTIO.

1. Observetur altitudo Lunæ meridiana summa cum cura (§. 128) noteturque momentum observationis quam accuratissime.
2. Tempore observationis æquato (§.

- 715) supputetur Longitudo & Latitudo Lunæ vera (§. 863).
3. Data Longitudine & Latitudine, quaeratur ejus Declinatio (§. 260).
4. Ope Declinationis & elevationis Æquatoris inveniat altitudo meridiana vera (§. 202). Quod si altitudo observata non fuerit meridiana, ad tempus observationis reperietur vera (§. 300).
5. Al-

5. Altitudo observata a Refractione liberetur (§. 349) tandemque a vera subtrahatur, residuum est Parallaxis altitudinis (§. 367).

E. gr. TYCHO (a) A. 1583. d. 12. Oct. hor. 5. 19 observavit altitudinem meridianam limbi superioris  $\text{D}$   $13^{\circ} 38'$ . Erat adeo

Alt. limbi $\text{D}$ super. $13^{\circ} 38'$	Long. $\text{D}$ $15^{\circ} 40'$	$\%$
Semidiam. $\text{D}$ app. $15$	Lat. S. $2$	$42$
Altitudo centri $\text{D}$ $13$	Decl. $19$	$57$
Refract. aufer. $8$	Alt. Equ. $34$	$6$
Altitudo $\text{D}$ visa $13$	Alt. $\text{D}$ $14$	$9$
Altitud. Vera $14$		$9$
Parallaxis $\text{D}$ $54$		

### PROBLEMA LIX.

Tab. 888. Data altitudine Luna SR &  
IV. *ejus Parallaxi AST; invenire ejus a*  
Fig. 43. *Terra distantiam.*

### RESOLUTIO.

Ob datam altitudinem  $\text{D}$  visam, datur ejus distantia visa a Zenith, hoc est, angulus ZAS, aut ob veram angulus ZTS. Quare cum etiam detur angulus Parallaxicus  $\text{S}$  & Semidiameter Terræ AT fit  $\text{I}$ ; inveniatur distantia Lunæ a Terra TS in Semidiametris Terrestribus (§. 36 Trigon.).

E. gr. Vi observationis præcedentis ZAS  $76^{\circ} 45'$ , AST  $54'$ . Ergo

Log. Sin. AST	81961020
Log. AT	00000000
Log. Sin. ZAS	99882821

Log. ST  $17921801$ ,  
cui in Tabulis respondent  $61 \frac{27}{100}$ , hoc est, fere 62.

Fuit ergo, vi Observationis TYCHONIS, tunc temporis distantia  $\text{D}$  a Terra TS 62 Semid. Terrestrium.

### COROLLARIUM I.

889. Cum ex Theoria Lunæ detur ratio

distantiarum a Terra in singulis Anomalix gradibus (§. 685); distantia eadem ope Regulæ trium in Semidiametris Terrestribus inveniuntur & inde porro Parallaxis quæ ad singulos Anomalix gradus (§. 388) reperitur.

### COROLLARIUM II.

890. Cognitis Parallaxibus altitudinis; inveniuntur porro Parallaxes Longitudinis, Latitudinis, Ascensionis rectæ, Declinationis (§. 390, 391).

### SCHOLIUM.

891. Patet ergo ratio construendi Tabulas Parallaxium  $\text{D}$  horizontalium ad singulos Anomalie veræ gradus.

### OBSERVATIO LXV.

892. PHILIPPUS DE LA HIRE (b) Parallaxin horizontalem maximam statuit  $1^{\circ} 1' 25''$ , minimam  $54' 5''$ .

### COROLLARIUM.

893. Ergo distantia  $\text{D}$  a  $\frac{1}{2}$  in Perigæo est  $55 \frac{27}{100}$ , hoc est fere 56, in Apogæo  $63 \frac{57}{100}$ , hoc est,  $63 \frac{1}{2}$  Semidiametrorum Terrestrium.

### PROBLEMA LX.

894. Invenire distantiam Solis a Terra.

### RESOLUTIO.

1. Sex circiter horis ante primam Quadrantem aut sex horis post ultimam ope Telescopii exquisiti Micrometro instructi observetur Luna.
2. Notetur beneficio Horologii oscillatorii (§. 994 Mechan.) ad motum Solis compositi (§. 127) temporis momentum, quo bisecta apparet seu facie dimidiata spendet.
3. Illo ipso momento capiatur distantia ope Sextantis vel Octantis exactissime

(a) Progymnasin, Lib. I. C. 6. p. 459.

(b) In Tab. Astron. p. 27.

me divisi à duabus Stellis fixis notæ Longitudinis & Latitudinis (§. 225).

4. Inde eruatur Longitudo Lunæ (§. 741).

5. Ad idem momentum, postquam æquatum fuerit (§. 715), supputetur locus Solis verus (§. 720).

Tab. VIII. 6. Locus Solis auferatur a Longitudine Lunæ ante inventa, residuum est elongatio Lunæ a Sole, seu angulus LTS.

Fig. 77. 7. Ad tempus observationis supputetur Anomalia Lunæ vera (§. 863) & inveniaturs ejus a Terra distantia TL (§. 889).

8. Datis adeo in Triangulo TLS ad L rectangulo angulo LTS & latere TL, invenitur ☉ a ☿ distantia TS (§. 36 Trigon.).

E. gr. VENDELINUS (a), per exquisita Telescopia Dichotomias Lunares observans tandem deprehendit, angulum LTS esse 89° 45', adeoque TSL 15'. Quodsi distantiam Lunæ TL mediocrem assumamus 60 Semidiametrorum terrestrium (§. 893); erit

Log. Sin. S	76398160
TL	17781512
Sin. Tot.	100000000

Log. TS 41383352, cui in Tabulis respondent 13751.

### COROLLARIUM I.

Tab. IV. 895. Quodsi in Triangulo HRT ad H rectangulo, distantia ☉ TR assumatur Fig. 44. 13751 Semidiametrorum Terrestrium; reperietur Parallaxis horizontalis diurna (§. 36 Trigon.). Est nempe

Log. Sin. Tot.	100000000
TR	41383352

Log. Sin. HRT 58616648, cui in Tabulis respondent 15'', quantam hanc Parallaxin æstimat VENDELINUS.

(a) Vid. Ricciolus in Almag. Lib. III. C. 7. Tom. I. f. 109.

### COROLLARIUM II.

896. Quodsi vero cum CL. DE LA HIRE (b) Parallaxis Horizontalis in distantia media assumatur nonnisi 6''; reperietur distantia ☉ a Terra media 34377 (§. 888).

### PROBLEMA LXI.

897. Parallaxin Planetæ, v. gr. Martis, diurnam observare.

### RESOLUTIO.

1. Sit Mars in Meridiano atque in Tab. IX. Æquatore in H, & Observator sub Fig. 78. Æquatore in A constitutus cum cum Fixa aliqua observet culminantem.

2. Quodsi in Centro Terræ D constitueretur, Martem (quem tantisper in Orbita sua immotum statuimus) constanter cum Stella in eodem Cœli puncto videret, adeoque & una in Horizonte seu plano horæ sextæ. Sed cum jam Mars habeat aliquam Parallaxin sensibilem, Fixa nullam (§. 384); Mars videbitur in Horizonte, quando est in P plano Horizontis sensibilis, Stella vero demum, quando in Plano veri in R hæret. Notetur adeo tempus, quod intercedit inter transitum Martis & Stellæ per planum horæ sextæ.

3. Hoc tempus in scrupula Æquatoris convertatur (§. 212): cum enim ita prodeat arcus PM, cui angulus PAM, consequenter AMD (§. 233 Geom.), proxime æqualis, erit is Parallaxis horizontalis Martis (§. 371).

4. Quodsi Observator fuerit non sub Æquatore, sed in parallelo IQ differren-

(b) In Tab. Astron. p. 6.

Tab. IX. Fig. 78. rentia illa erit arcus minor QM. Quare cum arcus exigui QM & PM sint ut eorum Sinus AD & ID (§. 23 Trig.), sitque ADG distantia loci ab Æquatore, hoc est elevationis Poli æqualis, adeoque AD ad ID, ut Sinus totus ad Cosinum elevationis Poli (§. 11 Trigon.), fiat: Ut Cosinus elevationis Poli ID ad Sinum totum AD, ita Parallaxis in I observata ad Parallaxin sub Æquatore observandam.

5. Quoniam Mars & Fixa in Horizonte non commode observantur, observentur ergo in Circulo horæ tertiæ, cumque sit Parallaxis ibi observata TO ad Horizontalem QM, ut IS ad ID, propterea quod IS & ID sunt Sinus arcuum TO & QM, adeoque propter arcuum exiguitatem inter se ut arcus, erit ut Sinus anguli IDS seu  $45^\circ$  (quia planum DO medium inter Meridianum DH & Horizontem verum DM) ad Sinum totum, ita Parallaxis TO ad Horizontalem QM (§. 38 Trigon.).

6. Si etiam Mars fuerit extra planum Æquatoris, Parallaxis inventa erit arcus Paralleli, qui adeo ad arcum Æquatoris reducendus ut supra (§. 547).

7. Denique si Mars non fuerit stationarius, sed vel directus, vel retrogradus, per aliquot dies Observationes iterentur, ut constet quantum intervallo 24 horarum Ascensio recta Martis a Fixa mutetur.

Hac Methodo invenit CASSINUS, cui egregium hoc inventum debemus, & post eum FLAMSTEDIUS, Parallaxin Martis horizontalem maximam esse quasi  $25''$  aut paulo minorem.

### COROLLARIUM I.

898. Quoniam eo tempore, quo CASSINUS Martis Parallaxin scrutatus est, distantia ☉ a Terra fuit plus quam altero tanto major distantia Martis, Sinus vero angulorum exiguorum sunt ut anguli ipsi (§. 23 Trigon.); ideo ☉ Parallaxin concludit 10 fere secundorum.

### COROLLARIUM II.

899. Quando Parallaxis ☉ est  $10''$ , distantia ejus a Terra 22062 Semidiametrorum Terrestrium.

### SCHOLION I.

900. CASSINUS eadem methodo Parallaxin Veneris observavit & inde Martis Parallaxin eruit, quam cum ea 25 secundorum optime consentire didicit, ut adeo pro certo haberi possit, Parallaxin ☿ non esse 25, Solis non 10 scrupulis secundis majorem. Et ad hanc Parallaxin Solis Cassinianam prope accedit WENDELINIANA.

### SCHOLION II.

901. Parallaxin Veneris auxilio Reguli eadem Methodo scrutatus est BLANCHINIUS (a). Reperit autem Parallaxin horizontalem A. 1716. a die 1. Julii usque ad quartam  $24'' 20''$  ac inde distantiam Veneris a Terra elicit 8000 Semidiametrorum Terrestrium, Solis vero distantiam a Terra 13403 seu numero rotundo 13400, & inde porro Parallaxin Solis horizontalem  $14'' 18''$ . A. 1727. d. 19. Septembr. cum Venus & Saturnus eundem Parallellum describerent, Declinatione utriusque existente  $19^\circ$ , ope hujus Planetæ, sed multo operosius Veneris Parallaxin invenit  $22'' 12''$ , a priori nonnisi  $8''$  dissidentem: erat autem tunc temporis Venus Telluri paulo proximior, quam in priori Observatione, ut paulo major in hac secunda Observatione prodire debuisset. Methodo tamen posteriori minus fidendum, quam priori simplicissima.

### SCHOLION III.

902. Caterum Observatio instituenda est ope Telescopii exquisiti, Micrometro instructi, in

(a) In Hesperii & Phosphori novis Phenomenis C. 8. f. 72. & seqq.

Tab. IX. *in cuius foco extendenda fila quatuor se mutuo ad angulos rectos secantia ABCD, & Fig. 79. Telescopium tandiu circumagendum, donec Stella aliqua Marti proxima per filum aliquod decurrere videatur, ut fila AB & CD sint Aequatori parallela atque adco AC & BD representent circulos Declinationum. Nimirum ope filorum perpendicularium Stellæ fixæ atque Martis situs in Meridiano & Circulo boreæ tertia determinatur.*

PROBLEMA LXII.

903. *Dato distantia Solis ad unum Anomalia gradum; invenire eandem in Apogæo & Perigæo & ad quemcunque alium Anomalie gradum, & distantiam quoque Planetæ alterius cuiuscunque a Terra maximam, mediam & minimam.*

RESOLUTIO.

1. *Inveniatur ad datum Anomalie gradum, ad quem distantia Solis in Semidiametris Terræ reperta, eadem distantia in partibus, qualium Radius Eccentrici est 100000 (§. 645).*

2. *Cum ipse Radius Eccentrici 100000 fit distantia media, maxima vero in Apogæo (ob Eccentricitatem 1800 (§. 798)) 101800, minima 98200; per Regulam trium distantia Solis maxima, media & minima in Semidiametris Terræ inveniri potest.*

E. gr. Distantia  $\odot$  a Terra media ex Parallaxi Solis horizontali  $6''$ , quantam statui DE LA HIRE, est 34377 Semidiametrorum Terrestrium. Quoniam itaque distantia media est ad maximam ut 100000 ad 101800 seu ut 1000 ad 1018, reperietur maxima 34995 Semidiametrorum Terrestrium. Similiter quia media ad minimam ut 1000 ad 982, invenietur minima 33758. Quodsi vero cum CASSINO distantia  $\odot$  mediocris assumatur 22000

Semidiametrorum Terrestrium, reperietur supposita Eccentricitate KEPLERIANA, distantia maxima 22396, minima 21604 Semid. Terrest. CASSINUS 22 maximæ demit, minimæ addit; calculo ex sua Eccentricitate ducto.

3. *Cum in tribus Planetis superioribus distantia omnium maxima a Terrâ sit, quando Planetæ in Aphelio A, Terra itidem in Aphelio suo a constituuntur, & Aphelia Planetarum Aphelio Terræ ex Sole S opponuntur; distantia eorum maxima a Terra componitur ex distantia ipsorum maxima a  $\odot$  SA & distantia Telluris maxima ab eodem S a. Similiter cum distantia Planetæ P a Terra a minima sit, si Planeta fuerit in Perihelio P, Terra in Aphelio a, & Aphelium Planetæ A Aphelio Telluris a ex Sole opponitur; distantia Planetæ a Terra minima P a est differentia inter distantiam minimam Planetæ a Sole PS & distantiam maximam Telluris ab eodem aS. Quoniam itaque distantiarum maximarum, mediarum & minimarum Saturni, Jovis & Martis ratio ad Semidiametrum Eccentrici Telluris seu mediocrem Solis a Terra distantiam datur (§. 798); reperientur, ut ante, distantia Planetarum a Sole & inde porro ex ipsorum a Sole & Solis a Tellure distantis tandem distantia a Terra eruuntur.*

E. gr. Distantia  $\odot$  mediocris a Terra est ad distantiam minimam Martis ut 100000 ad 138235. Quare cum  $\odot$  distantia mediocris a Terra sit 34377 Semid. Terrest. reperietur distantia Martis minima a  $\odot$  PS 47521; unde si subducatur distantia ma-

Vuu 2 xima



xima Telluris a Sole AS 34995, relinquatur distantia minima Martis a Terra Pa 12526. Eodem modo reperitur distantia Martis maxima a Sole 57225, & maxima a Terra 92220.

Tab. IX. Fig. 80. Distantia Veneris & Mercurii a Terra nunquam major est, quam si Aphelium Terræ A Aphelio Planetæ a opponatur & Terra non minus quam Planeta in suo Aphelio fuerit. Quare si ante reperiat distantia Planetæ inferioris maxima a Sole a S & distantia Telluris maximæ AS addatur, prodibit maxima illius a centro hujus distantia Aa. Similiter si Terra fuerit in suo Perihelio P, Venus vel Mercurius in Aphelio a: relinquatur Veneris vel Mercurii distantia a Terra minima P a si illorum distantia a Sole maxima a S subtrahitur a minima distantia Telluris a Sole PS.

E. gr. Distantia mediocris Solis a Terra est ad minimam Veneris a Sole ut 100000 ad 71900 (§. 798), hoc est, ut 1000 ad 719. Quare cum distantia mediocris Telluris a Sole sit 34377; reperitur Veneris minima a Sole distantia 24717, maxima 25660 Sem. Terrest. adeoque a Terra maxima 60655, minima 8099 Sem. Terrest.

5. Denique si distantia a Terra maxima addatur minimæ; semisumma erit mediocris (§. 330 Arithm.).

E. gr. Distantia maxima Martis 92220 S.T. minima 12526

Summa	104746
media	52373

### COROLLARIUM I.

904. Sunt ergo distantia Planetarum a Sole & a Terra in Semidiametris Terrestribus, suppositis juxta Cel. DE LA HIRE Pa-

rallaxi horizontali maxima 6'' & dimensionibus Orbitalium Keplerianis sequentes:

Distant. a Sole	Maxima	Media	Minima
Saturni	345498	326894	308290
Jovis	187254	178640	170026
Martis	57225	52326	47521
Terræ	34995	34377	33759
Veneris	25660	24889	24717
Mercurii	16142	13340	10537

Distant. a Terra	Maxima	Media	Minima
Saturni	380493	326894	273295
Jovis	222249	178640	135051
Martis	92220	52373	12526
Solis	34995	34377	33759
Veneris	60655	34377	8099
Mercurii	51137	34377	17617

### SCHOLION I.

905. Juxta CASSINIUM (a) distantia paulo minores prodeunt, ob majorem Parallaxin Solis (§. 898). Ecce tibi eas:

Distant. a Terra	Maxima	Media	Minima
Saturni	244000	210000	176000
Jovis	143000	115000	87000
Martis	59000	33500	8000
Solis	22374	22000	21626
Veneris	38000	22000	6000
Mercurii	33000	22000	11000
Lunæ	61	57	53

### SCHOLION II.

906. Quoniam rarissime contingit, ut Planetæ primarii maximam & minimam consequantur a Terra distantiam, quemadmodum ex anterioribus facile colligitur (§. 903); ideo præstat ad magnitudinem systematis Solaris ex distantis Planetarum primariorum a Sole

(a) Vid. Ozanam, Cours de Mathématique Tom. 5. Traité de Géogr. Part. I. C. 2. p. 64.



a Sole & Orbitalium magnitudinibus cognoscere, præsertim cum inde nullo negotio elongationes maxima & minima a Terra cognoscantur. Labet igitur distantias Planetarum primariorum a Sole & Luna a Terra hic exhibere, prouti extant in Calendario Astronomico Academiæ Regiæ Scientiarum Parisina (4).

Distant. a Solē	Maxima	Media	Minima
Saturni.	221870	209836	197802
Jovis.	119900	114400	208900
Martis.	36630	33528	30426
Terræ.	22374	22000	21626
Veneris.	16016	15906	15796
Mercurii.	10274	8514	6754
Lunæ a Terra.	62	58	54

Quodsi quis dimensiones Orbitalium desideret in particulis, qualium Radius Eccentrici Telluris est 100000, ut pateat differentia a Keplerianis supra (§. 798) exhibitis; ope Regule trium numeri Tabula in quæstos facile transmutantur; sunt enim dati ad quæstos ut 100 ad 22.

### COROLLARIUM II.

Tab. 907. Si distantia a Sole maxima AS minima PS addatur: summa est Semidiameter Fig. 81. major Ellipsis PA. Minima vero distantia a Sole est distantia Foci a vertice (§. 633), differentia inter distantiam mediam PC & minimam PS Eccentricitas, seu Foci S a centro C distantia. Quia distantia media est Radius Eccentrici (§. cit.); cognita Eccentricitate porro invenitur Diameter minor (§. 696). Patet adeo, quomodo dimensiones Orbitalium in Semidiametris Terrestribus inveniantur.

### SCHOLION III.

908. Ecce tibi Diametros Orbitalium cum Eccentricitatibus, quæ sunt distantie Focorum a Centro (§. 633), in Semidiametris Terrestribus (§. 906).

(a) *Connaissance des Temps pour l'Année 1715.* p. 338. 139.

	Diametr. Orbitalium	Eccentricitas
Saturni	419672	12034
Jovis	228800	5500
Martis	67056	3102
Terræ	44000	374
Veneris	31812	110
Mercurii	17028	1760
Lunæ	116	4

### PROBLEMA LXIII.

909. Invenire rationes, quas habent Diametri veræ Planetarum ad Diametrum Solis.

### RESOLUTIO.

Cum ratio distantia Planetarum a Sole ad distantiam mediam a Terra detur (§. 796, 904), una cum Semidiametris apparentibus eorum ex Terra visorum (§. 557); inveniantur Semidiametri apparentes ex ea distantia visorum, qua Sol a Terra abest (§. 212 *Optic.*): erunt enim Semidiametri veræ ut apparentes modo repertæ (§. 245 *Optic.* & §. 23 *Trigon.*)

E. gr. Diameter apparens Annuli Saturni in minima a Terra distantia est 68" ex Observatione HUGENII (b): quare cum hæc fit ad distantiam mediocrem Solis quam proxime ut 8 ad 1, diameter Annuli Saturni ex ea distantia visi, qua Sol a Terra abest, foret 544" seu 9' 4", consequenter quia Solis diameter apparens juxta KEPLERUM 30' 30" seu 1830" (§. 553), Diameter Annuli Saturni vera est ad Diametrum Solis veram, ut 544 ad 1830, hoc est, (si utrinque per 49 dividas) fere ut 11 ad 37.

### COROLLARIUM I.

910. Quoniam corpora Planetarum sunt ut Cubi Diametrorum (§. 579 *Geometr.*), Superficies eorundem ut Diametrorum

Vuu 3 Qua-

(b) In Systemate Saturnino p. 77.

Quadrata (§. 554, 408 Geom.); data ratione Diametrorum datur quoque ratio Superficierum ac Soliditatum.

### COROLLARIUM II.

911. Quodsi ergo Semidiametri apparentes ex Observatione HUGENII assumantur (§. 557), reperietur

Ratio Diametr. ad Diametrum Solis	Ratio Superficie- rum ad Superficiem Solis	Ratio Soliditatum ad Soliditatem Solis
Annul.	11: 37	
♂	5: 37	1: 55
♀	2: 11	1: 30
♂	1: 166	1: 27556
♀	1: 84	1: 7056
♀	1: 290	1: 84100
		1: 24389000

### PROBLEMA LXIV.

Tab. 912. Data Semidiametro apparente VIII. AOC, & distantia Sideris a Terra OC; Fig. 82, invenire veram AC.

### RESOLUTIO.

Cum in Triangulo AOC ad A re-ctangulo detur angulus O & Hypothenu-  
sa OC, reperietur AC (§. 36 Trigon.).

E. gr. Distantia Lunæ Perigææ est  $55\frac{97}{166}$  Sem. Terrestrium (§. 893) & Semidiameter ejus appars in Perigæo juxta KEPLERUM  $16' 22''$  (§. 155). Unde

Log. Sin. tot.	1000000000
CO	17479553
Sin. AOC	76776811

94256364

— 0.5743636,

cui quam proxime respondent  $\frac{1000}{3752}$ .

Est ergo Semidiameter Lunæ  $\frac{1000}{3752}$ , seu  $\frac{266}{100}$  Semid. Terrestr.

Aliter.

Cum Semidiameter Telluris appa-rens ex Sole vel Luna visa sit æqua-

lis parallaxi Solis & Lunæ ex Terra vi-  
forum (§. 371); erunt Semidiametri  
veræ Solis, Lunæ & Terræ ut Paralla-  
xes Solis & Lunæ atque Semidiametri  
apparentes Solis & Lunæ.

E. gr. Parallaxis Lunæ in distantia minima est  $1^{\circ} 1' 25''$ , Semidiameter ejus appars  $16' 21''$ . Est ergo Semidiameter Lunæ ad Semidiametrum Terræ ut  $981''$  ad  $3685''$ , hoc est, ut 266 ad 1000, seu ut 133 ad 500, prorsus ut ante. Similiter Parallaxis Solis in media distantia est  $6''$  (§. 896), Semi-  
diameter appars  $15' 15''$  (§. 553). Est ergo Semidiameter Telluris vera ad Semidia-  
metrum Solis veram, ut 6 ad 915, hoc est, ut 2 ad 305, seu ut 1 ad 152, vel si mavis, ut 1 ad  $152\frac{1}{2}$ .

### COROLLARIUM I.

913. Superficies Lunæ est ad superficiem Terræ ut 17689 ad 250000, hoc est, ut 1 ad 14 (§. 554, 408 Geom.).

### COROLLARIUM II.

914. Lumen adeo a Terra in Lunam re-  
flexum, est ad Lumen a Luna in Terram re-  
flexum ut 14 ad 1. Non adeo mirum,  
quod Lucula illa circa Noviluniam in parte  
Lunæ a Sole averfa nobis sit conspicua.

### COROLLARIUM III.

915. Luna est ad Terram quoad solidita-  
tem ut 2352637 ad 125000000 (§. 579  
Geom.), hoc est, fere ut 1 ad 52.

### COROLLARIUM IV.

916. Sol est ad Terram quoad super-  
ficiem ut 23104 ad 1, quoad soliditatem  
ut 3511808.

### PROBLEMA LXV.

917. Data Semidiametro Lunæ vera Tab. X.  
AC & distantia Verticis alicujus Mon-  
tis B a Limite illuminationis A; inve-  
nire altitudinem Montis BD.

Re-

RESOLUTIO.

1. Addantur Quadrata rectorum AC & AB, summa est quadratum BC (§. 417 *Geom.*).

2. Ex ea extrahatur Radix quadrata (§. 261 *Arithm.*), quæ erit recta BC.

3. Inde auferatur Semidiameter Lunæ CD, relinquitur altitudo Montis BD.

E. gr. HEVELIUS (a) in Montibus altissimis deprehendit  $AB = \frac{1}{13}$  AC. Quare cum AC sit 266 partium, qualium Semidiameter Telluris est 1000 (§. 912), erit  $AB = \frac{266}{13}$ . Est adeo AC : AB = 266 :

$$\frac{266}{13} = 133 : \frac{1}{13} = 1729 : 133. \text{ Ergo}$$

$$AC^2 = 2989441$$

$$AB^2 = 17689$$

---


$$BC^2 = 3007130$$


---

$$BC = 1734$$

$$DC = 1729$$


---

$$BD = 5$$

$$\text{Est ergo } BD = \frac{5}{1729} AC = \frac{1}{348} AC.$$

Quodsi ex *Geographia* Semidiameter Telluris assumatur 860 milliarius Germanicorum; reperietur AC 228  $\frac{76}{100}$  mill. seu  $4\frac{1}{2}$  mill. Ergo BD =  $\frac{1}{34}$  AC, paulo major quam  $\frac{1}{2}$  mill. Germ.

SCHOLIION.

918. Cum Montium Lunarium magnitudinem dimetiri liceat; non mirum, quod ab Astronomis singulis sua imposita sint nomina. HEVELIUS (b) eadem a Montibus Telluris mutuatur: RICCIOLUS (c) eosdem nominibus celeberrimorum Astronomorum insignivit, quem nunc plerique sequuntur. Quoniam nomina Montium Lunarium in Observationibus Eclipsium Lunarium usurpantur; ideo Luna faciem cum nominibus præcipuis ex Ephemeridibus Parisinis hic exhibere libet. Est nempe

(a) Selenogr. C. VIII. f. 266.

(b) Selenogr. C. VIII. f. 255.

(c) In Astron. Reform. Lib. III. C. XI. f. 168.

- |                  |                     |
|------------------|---------------------|
| 1. Grimaldus     | 28. Dionysius       |
| 2. Galilæus      | 29. Plinius         |
| 3. Aristarchus   | 30. Catharina, Cy-  |
| 4. Keplerus      | rillus, Theophi-    |
| 5. Gassendus     | lus                 |
| 6. Schickardus   | 31. Fracastorius    |
| 7. Harpalus      | 32. Promontorium    |
| 8. Heraclides    | acutum.             |
| 9. Lansbergius   | 33. Messala         |
| 10. Reinholdus   | 34. Promontorium    |
| 11. Copernicus   | Somnii              |
| 12. Helicon      | 35. Proclus         |
| 13. Capuanus     | 36. Cleomedes       |
| 14. Bullialdus   | 37. Snellius & Fur- |
| 15. Eratosthenes | nerius              |
| 16. Timocharis   | 28. Petavius        |
| 17. Plato        | 39. Langrenus       |
| 18. Archimedes   | 40. Taruntius       |
| 19. Insula sinus | A. Mare Humorum     |
| medii            | B. Mare Nubium      |
| 20. Pitatus      | C. Mare Imbrium     |
| 21. Tycho        | D. Mare Nectaris    |
| 22. Eudoxus      | E. Mare Tranquil-   |
| 23. Aristoteles  | litatis             |
| 24. Manilius     | F. Mare serenitatis |
| 25. Menelaus     | G. Mare fecundi-    |
| 26. Hermes       | tatis               |
| 27. Posidonius   | H. Mare Crisium.    |

PROBLEMA LXVI.

919. Invenire Semidiametros Planetarum primariorum in Semidiametris Terra.

RESOLUTIO.

Cum Semidiameter Solis vera sit 152 Semidiametrorum Terrestrium (§. 912) & ratio Diametrorum Planetarum primariorum ad Diametrum Solis detur (§. 911); reperientur Semidiametri Planetarum primariorum in Semidiametris Terrestribus per Regulam trium.

COROLLARIUM I.

920. Est ergo Semidiameter Saturn. Annuli. Jovis. Martis. Vener. Merc.

$$20\frac{20}{37}, 45\frac{7}{37}, 27\frac{7}{11}, \frac{26}{83}, 1\frac{17}{11}, \frac{26}{149}$$

Co-

## COROLLARIUM II.

921. Hinc patet esse rationem quam proximam

Diamet. Terræ ad diam. Planet. tarum.	Superfic. Terræ ad Superfic. Planet.	Solid. Terræ ad Solid. Planetar.
Annuli 1 : 45		
♂ 1 : 20	1 : 400	1 : 8000
♂ 1 : 28	1 : 784	1 : 21952
⊙ 1 : 152	1 : 23104	1 : 3511808
♂ 12 : 11	6 : 51.1 : $\frac{5}{8}$	13 : 10 f. 1 : $\frac{10}{13}$
♀ 4 : 7	1 : 3	3 : 16 f. 1 : $5\frac{1}{3}$
♀ 19 : 4	5 : 1 f. 1 : $\frac{1}{5}$	9 : 7 f. 1 : $\frac{7}{9}$

## SCHOLION.

922. In Calendario Astronomico Academiæ Regiæ Scientiarum (a) magnitudines Planetarum in Semidiametris Terrestribus ita determinantur :

Diam. Planetarum.	Superficies.	Soliditates.
♂ 10 —	99	980
♂ 10 +	106	1170
♂ $\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$
⊙ 100	10000	1000000
♀ 1	1	1
♀ 1 +	1	1
♀ $\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{27}$
♀ $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{90}$

Notandum, quod signum + denotet, numerum, cui adjicitur, esse justo paulo minorem; signum vero — indicet, eum esse justo paulo

(a) Loc. cit.

majorem. Plurimum autem differant numeri hi ab anterioribus, propterea quod ibidem Diametrum Solis ob Parallaxin ejus admodum exiguum multo majorem assumserimus. Discrepant nimirum adhuc Astronomi in magnitudine Solis definienda.

## PROBLEMA LXVII.

923. Invenire distantias Satellitum Jovis & Saturni a suis primariis.

## RESOLUTIO.

1. Ope Tubi Micrometro instructi observetur ratio distantiae Satellitum ad suum primum.
2. Cum diameter Saturni atque Jovis in Semidiametris Telluris detur (§. 920); reperietur quoque in eadem mensura distantia Satellitum a suis primariis.

## COROLLARIUM I.

924. Cum Satelles Jovis primus ab eo distet  $5\frac{2}{3}$ , secundus 9, tertius  $14\frac{2}{3}$ , quartus  $25\frac{1}{3}$  Semidiametris Jovis (§. 886); Semidiameter vero Jovis sit  $27\frac{1}{4}$  Semidiametrorum Terrestrum (§. 920); erit distantia primi a centro Jovis 157, secundi 249, tertii 398, quarti 700 Semidiametrorum Terrestrum.

## COROLLARIUM II.

925. Similiter quoniam distantia Satellitis primi a centro Saturni est  $1\frac{10}{10}$ , secundi  $2\frac{1}{3}$ , tertii  $3\frac{1}{3}$ , quarti 8, quinti 24 Semidiametrorum Saturni; Semidiameter vero Saturni  $20\frac{2}{3}$  Semidiametrorum Terrestrum (§. 920); erit distantia primi 40, secundi 48, tertii 72, quarti 163, quinti 488.

# C A P U T VII.

## De Adspectibus Planetarum & Eclipsibus Luna ac Solis.

### DEFINITIO LXVI.

926. *Adspectus* est concursus Radiorum Luminosorum a duobus Planetis in Terram demissorum, vel in unam rectam incidentium, vel angulum formantium; qui est vel pars, vel partes aliquotæ quatuor rectorum.

### COROLLARIUM.

927. Est adeo Conjunctio Adspectuum principium (§. 535), Oppositio terminus maximus (§. 536).

### DEFINITIO LXVII.

Tab. X. 928. Præter hos Adspectuum veluti  
Fig. 85. terminos, *Conjunctionem* & *Oppositionem*, veteres numerant Trigonum, Tetragonum & Sextilem. *Trigonus* seu *Trinus* est angulus, quem metitur triens AB. *Tetragonus* seu *Quadratus* est angulus quem metitur quadrans AD. *Sextilis* est angulus, quem metitur sextans AG.

### DEFINITIO LXVIII.

929. Signa sunt Conjunctionis  $\delta$ , Oppositionis  $\phi$ , Trigoni  $\Delta$ , Quadrati  $\square$ , Sextilis  $\ast$ .

### SCHOLION.

930. *Adspectuum* doctrina ab *Astrologis* excogitata in usum *Predictionum* omni Ratione & *Experientia* certa destitutarum atque hinc a *Recentioribus* ex *Mathesi* profligatarum. Unde *KEPLERUS* (a) *Adspectum* definit per angulum a Radiis Planetarum apud Terram formatum, efficacem ad stimulandum naturam sublunarem.

(a) *Epit. Astron. Lib. VI. p. 240.*

*Wolffii Oper. Math. Tom. III.*

### DEFINITIO LXIX.

931. *Recentiores* addiderunt *Decilem*, qui decimam Circuli partem comprehendit, *Tridecilem*, qui tres decimas; & *Biquintilem*, qui 4 decimas seu duas quintas intercipit. *KEPLERUS* superaddit ex *Observationibus*, ut ait, *Meteorologicis Semisextum*, quem duodecima pars Circuli; & *Quincuncem*, quem quinque duodecimæ metiuntur. Denique *Medicis Astrologis* debetur *Ostilis*, qui unam; & *Trioctilis* seu *Sesquadrans*, qui tres octavas comprehendit.

### COROLLARIUM.

932. Cedunt adeo Conjunctioni gradus 0, Semisexto 30, Decili 36, Ostili 45, Sextili 60, Quintili 72, Quadrato 90, Tridecili 108, Trino 120, Sesquadrato 135, Biquintili 144, Quincunci 150, Oppositioni 180; signa vero Conjunctioni 0, Semisexto 1, Sextili 2, Quadrato 3, Trino 4, Quincunci 5, Oppositioni 6.

### DEFINITIO LXX.

933. *Conjunctio magna* est Conjunctionio Saturni & Jovis; *Conjunctio* vero maxima est Conjunctionio eorundem Planetarum supremorum in Principio *Arietis*.

### SCHOLION.

934. Diviso hæc in *Astronomia* parum habet utilitatis, sed *Astrologorum commentis* debetur, qui Conjunctionibus raro redeuntibus (magnæ enim intervallo 20, maximæ intervallo 800 circiter Annorum redeunt) magnam efficaciam tribuunt.

XXX

DEFIN







brofi 231 fere. Similiter quia distantia Solis minima a Terra 33759; in distantia Perigæa Longitudo Coni umbrosi 223 Semidiametrorum Terreſtrium.

COROLLARIUM.

940. Cum distantia Lunæ maxima a Terra fit nondum 64 Semidiametrorum Terreſtrium (§. 893); Luna in Oppositione cum Sole prope Nodos vel in iisdem constituta in Umbram Terræ incidit, etiamſi Sol in Perigæo & Luna in Apogæo fuerit. Multo magis itaque in eandem immergitur, si Sol fuerit Apogæo & Luna Perigæo vicinior, quia tum Umbra longior (§. 144 Optic.) & Luna basi Coni umbrosi propior.

PROBLEMA LXX.

941. Invenire Semidiametrum apparentem Umbræ Terreſtris in loco transitus Lunæ ad datum tempus.

RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus inveniantur distantia Lunæ ac Solis a Terra (§. 889) & inde porro Parallaxes horizontales (§. 387).

2. Parallaxes horizontales conjiciantur in unam summam.

3. Inde auferatur Semidiameter Solis apparens; quod relinquitur est Semidiameter apparens Umbræ.

E. gr. Sit Parall. ☽ horizont. 56' 18"  
Parall. ☉ horizont. 6

Aggregat.	56	24
Semid. ☉ appar.	16	5

erit Semid. Umbræ 40' 19"

DEMONSTRATIO.

Tab. X. Sit AB Semidiameter Solis, CF Tel-  
Fig. 86. luris, ED Umbræ in transitu Lunæ: crit ACB Semidiameter apparens Solis, DCE umbræ; & CBF Parallaxis horizontalis Solis, CDF Lunæ (§. 371). Est vero GCE = ACB (§. 156 Geom.) &

GCD = CDF + CBF (§. 239 Geom.). Tab. X.  
Ergo GCD - GCE (= ECD) = CDF  
+ CBF - ACB (§. 91 Arithm.) Q. e. d.

SCHOLIUM.

942. Cum Parallaxis Lunæ sit juxta PHIL. DE LA HIRE, non major 6", adeoque fere insensibilis, ejus additionem omittit. Sed propter Umbram Atmosphære Semidiametrum Umbræ apparentem integro scrupulo primo augeri jubet: unde juxta ipsum Semidiameter Umbræ in nostro exemplo, 41' 13".

DEFINITIO LXXIII.

943. Termini Eclipsium possibiles dicuntur, intra quos fieri potest, ut aliquando Eclipsis contingat: necessarii appellantur, intra quos necessario Eclipsis contingit.

PROBLEMA LXXI.

944. Terminos Eclipsis Lunaribus cum possibiles, tum necessarios determinare.

RESOLUTIO.

1. Cum nulla possibilis sit Eclipsis, nisi Tab. VII. aggregatum ex Semidiametris Umbræ ac Lunæ sit major Latitudine Fig. 87. Lunæ (alias enim Luna non incurrit Umbram); addantur Semidiametri apparentes Lunæ Perigææ & Umbræ, Sole Apogæo, ut habeatur latus MO.

2. Datis in Δ Sphærico MNO angulo ad Nodum, cujus mensura est Latitudo Lunæ maxima in Copulis; recto M & crure MO, inveniatur distantia Lunæ a Nodo NO (§. 118 Sphæric.): qui est terminus, ultra quem Eclipsis contingere nequit.

3. Eodem modo si Semidiametri apparentes Lunæ Apogææ & Umbræ, Sole Perigæo, addantur ut habeatur LH;

Xxx 2 in

T. b. in  $\triangle NLH$  invenietur distantia Lunæ  
VIII. a Nodo HN (§. 118 *Spheric.*):  
Fig. 87. qui est terminus, intra quem Luna  
necessario Eclipsin patitur.

E. gr. Juxta KEPLERUM (a) Semidiameter  
Umbrae in Sole Apogæo & Luna Perigæo  
49' 40'', Semidiameter Lunæ apparens in  
Perigæo 16' 22''. Ergo MO 66' seu 1°  
6' atque hinc nulla erit Eclipsis Lunæ si  
Latitudo ejus vera major fuerit 1° 6'. Jam  
cum angulus N ab eodem KEPLERO (b)  
supponatur 5° 18'; erit

Log. Sin. N.	89655337
Sin. MO	82832433
Sin. tot.	100000000

Log. Sin. NO. 93177096,  
cui in Tabulis respondent 11° 59' 50'',  
hoc est, fere 12°. Si adeo distantia Lunæ  
a Nodo fuerit major quam 12°, nulla con-  
tingere potest Eclipsis.

Similiter juxta KEPLERUM Semidia-  
meter umbrae in Sole Perigæo & Luna  
Apogæa est 43' 50'', Semidiameter Lunæ  
Apogæa 15', adeoque LH 58' 50'', atque  
hinc necessario erit Eclipsis, si Latitudo  
Lunæ vera non excedat 58' 50''. In hoc  
vero casu reperitur ut ante Argumentum  
Latitudinis 10° 40'.

#### DEFINITIO LXXIV.

Tab. 945. Arcus inter centra est arcus  
IX. AI ex centro Umbrae A in Orbitam  
Fig. 88. Lunæ OB perpendicularis.

#### PROBLEMA LXXII.

946. Data Lunæ Latitudine vera  
AL ad tempus Oppositionis vera, una  
cum angulo ad Nodum B; invenire  
arcum inter centra AI & arcum IL.

#### RESOLUTIO.

Cum in Triangulo Sphærico AIL ad  
Trectangulo detur latus AL, & angulus  
ALI, nempe ipsius LAI seu B com-

plementum ad rectum; reperietur arcus Tab.  
inter centra AI (§. 118 *Spheric.*). IX.

E. gr. Sit AL 43' 25" ALI 84° 37'; erit	Fig. 89.
Log. Sin. tot.	100000000
Sin. LA	81013702
Sin. ALI	99980802

Sin. AI 80994504,  
cui in Tabulis respondent 43' 14" seu  
2594".

Quoniam angulus LAI ipsi B æqua-  
lis, cum uterque cum IAB faciat re-  
ctum, & præterea detur Latitudo Lunæ  
AL; reperietur arcus LI (§. 118 *Spheric.*).

E. gr. Sit AL 43' 25" 7 angulus B seu  
LAI 5° 23'; erit

Log. Sin. tot.	100000000
Sin. AL	81013702
Sin. LAI	89722894

Sin. LI 870736596,  
cui in Tabulis respondent 4' 5" seu 245".

#### SCHOLIUM.

947. Quoniam latera LA, AI & LI exi-  
gua sunt, erunt eadem ut eorum Sinus, adeo-  
que inveniri quoque potest AI inferendo: Ut  
Sinus totus ad Sinum anguli LAI, ita AL  
ad LI; & ut Sinus totus ad Sinum an-  
guli ALI, ita AL ad AL.

#### COROLLARIUM.

948. Si summa ex arcu inter centra AI  
& Semidiametro Lunæ apparente sit æqua-  
lis Semidiametro Umbrae; Eclipsis est to-  
talis sine mora: si minor, totalis cum mo-  
ra: si denique major, attamen minor  
summa ex Semidiamentris Lunæ & Umbrae,  
partialis (§. 937).

#### DEFINITIO LXXV.

949. Scrupula defectus sunt pars Se-  
midiametri Lunaris MK, quæ Umbram  
ingreditur, in istiusmodi Scrupulis, qui-  
bus exprimitur Diameter Lunæ appa-  
rens HK.

DEFI-

(a) Epit. Lib. VI. p. 861.

(b) In Rudolph. C. XXXI. f. 29.

DEFINITIO LXXVI.

Tab. 950. *Digiti Ecliptici* sunt partes duodecimæ Diametri Lunaræ, quæ obscurantur. Dividuntur singulæ in minuta 60.

PROBLEMA LXXIII.

951. *Datis Diametro Lunæ apparente KH, Semidiametro Umbrae AM & arcu inter centra AI; invenire scrupula defectus KM & quantitatem Eclipsis determinare.*

RESOLUTIO.

1. Semidiameter Lunæ IK addatur semidiametro Umbrae AM, erit  $AM + IK = AI + IM + IK = AI + MK$ .
2. Ex hac igitur summa subtrahatur arcus inter centra AI, relinquentur scrupula defectus MK.
3. Hinc fiat: Ut diameter Lunæ KH ad scrupula defectus MK, ita 12 ad digitos Eclipticos.

E. gr. Sit KH 30' 44", adeoque IK 15' 22", AM 41' 13", AI 43' 14": erit

Semidiameter Lunæ	15'	22
Umbra	41	13
Summa	56	35
Arcus inter centra	43	14
Scrupula defectus	13	21 f. 801"
Eiat ergo: 1844 : 801 = 12		
h. e.	461	3 3

$$\begin{array}{r} 461 \quad 2403 \quad (5461 \text{ dig.}) \\ \underline{2305 \text{ div. 5.}} \quad \text{dig. } 13^{\frac{1}{2}} \end{array}$$

98

Calculus facilior, si Logarithmis utaris.

DEFINITIO LXXVII.

952. *Scrupula durationis dimidia* sunt arcus Orbitæ Lunaræ, quem Centrum Lunæ describit ab initio Eclipsis usque ad medium, vel a medio usque ad finem NI vel IO.

DEFINITIO LXXVIII.

953. *Scrupula dimidia mora* sunt arcus Orbitæ Lunaræ, SI vel IT: quem Centrum Lunæ describit intra dimidiam moram obscuræ totalis.

DEFINITIO LXXIX.

954. *Scrupula incidentia seu casus* sunt arcus Orbitæ Lunaræ SN, quem Centrum Lunæ describit ab initio Eclipsis usque ad momentum, quo tota in Umbra incidit.

DEFINITIO LXXX.

955. *Scrupula emersionis* sunt arcus Orbitæ TR, quem Centrum Lunæ percurrit ab eo momento, quo Luna ex Umbra Telluris emergit usque ad finem Eclipsis.

PROBLEMA LXXIV.

956. *Datis arcu inter centra AI & Semidiametris Umbra AP atque Lunæ PN; invenire scrupula dimidia durationis IN.*

RESOLUTIO.

1. Semidiametri Umbrae AP & Lunæ PN conjiçantur in unam summam, ut prodeat AN.
2. A quadrato AN subtrahatur quadratum AI, residuum est quadratum IN (§. 417 Geom.).
3. Ex hoc adeo residuo extrahatur Radix, quæ erit arcus IN quæsitus.

Aliæ.

Quodsi Logarithmis uti volueris,

1. Addantur AN & IA, ut habeatur summa AN + IA, iidemque arcus a se invicem subtrahantur, ut habeatur residuum AN — IA.

Xxx 3

2. Lo.

- Tab. IX. Fig. 88. 2. Logarithmi AN+IA atque AN-IA conjiciantur in unam summam.  
3. Summa hæc dividatur bifariam: ita prodibit Logarithmus scrupulorum durationis dimidiæ IN.

E. gr. Sit AP 41' 13" seu 2473", PN 15' 22" seu 922" adeoque AP+PN=AN=3395". Sit porro arcus inter centra AI 2594": erit

AN	3395	AN	3395
AI	2594	AI	2594
AN+AI	5989	AN-AI	801
Log. AN+AI	37773543		
AN-AI	29036325		
Summa	66809868		

Log. IN 33404934,  
cui in Tabulis respondent 2190".

## DEMONSTRATIO.

Rectangulum ex AN+AI in AN—AI est æquale differentię quadratorum ex AN & ex AI (§. 86 Anal. finit.), hoc est, quadrato IN (§. 417 Geom.). Ergo summa Logarithmorum AN+AI & AN—AI est Logarithmus quadrati IN (§. 337 Aritm.), consequenter ejus dimidium est Logarithmus ipsius IN (§. 341 Aritm.). Q. e. d.

## PROBLEMA LXXV.

- Tab. IX. Fig. 89. 957. Iisdem datis, invenire in Eclipsi totali cum mora scrupula dimidiæ moræ IS.

## RESOLUTIO.

1. Semidiameter Lunæ SV subducatur ex Semidiametro Ubræ AV, ut relinquatur AS.
2. Datis adeo in Triangulo, AIS ad I rectangulo, arcu AS modo invento & arcu inter centra AI, invenitur IS ut in Problemate præcedente (§. 956).

## COROLLARIUM.

958. Quodsi ex scrupulis durationis dimidiæ IN subtrahantur scrupula moræ dimidiæ IS, relinquuntur scrupula incidentiæ SN, quibus scrupula emerfionis TR æqualia.

## PROBLEMA LXXVI.

959. Ad datum quodcunque tempus invenire atatem Lunæ mediæ & Novilunium atque Plenilunium medium pro dato mense.

## RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus supputentur locus Solis & locus Lunæ mediæ (§. 672, 827).
2. Locus Solis a loco Lunæ auferatur (aucto, si opus fuerit, integro circulo); residuum est elongatio Lunæ mediæ a Sole.
3. Elongatio Lunæ a Sole mediæ inventa dividatur per elongationem diurnam mediæ a Sole (quæ est differentia inter motum medium diurnum Solis & motum medium diurnum Lunæ); quotus est mediæ Lunæ ætas, hoc est, tempus a Novilunio proximo præterlapsum.
4. Quodsi hoc tempus ex tempore dato subducas, relinquitur tempus Novilunii mediæ proximè præterlapsi medium.
5. Et si ulterius addas semissem mensis Synodici, summa erit tempus Plenilunii mediæ medium; integrum si addas, tempus medium Novilunii proximè futuri.

E. gr. Quæritur ætas Lunæ mediæ d. 15. Sept. An. 1708. & tempus medium cum Novilunio, tum Plenilunio mediæ ejusdem mensis. Erit per Tabulas Cel. DE LA HIRE Loc.

Loc. ☉ med. 5 S. 24° 29' 7"  
 Aequat. tempor. subtr. 23  
 9' 14"

Loc. ☉ med. temp. med. 5 S. 24. 28. 44  
 Loc. ☽ med. 6 S. 1. 49. 30

Elong. ☽ a ☉ 0 S. 7. 20. 46  
 seu 26446"  
 Mot. ☽ diurn. 13. 10. 35  
 Mot. ☉ diurn. 59 8

Mot. ☽ a ☉ 12. 11. 27  
 seu 43887".

Inferatur: Ut 43887" ad 86400 scrupula  
 horaria (hoc est, 24 horas) ita 26446 ad  
 ætatem Lunæ mediā 52064" seu 14 h. 27'  
 44".

Ergo A. 1708. d. 14. Sept. 23. h. 50' 46"  
 Ætas Lunæ med. 14. h. 27 44

Novil. med. d. 14. Sept. 9 h. 23 2  
 Semiss. m. Synod. 14. d. 18 h. 22 2

Plenilun. med. d. 29 Sept. 3 h. 45 2  
 post meridiem in Meridiano Parisino, tem-  
 pore medio.

### COROLLARIUM I.

960. Quodsi eodem modo quæsi-  
 veris ætatem Lunæ mediā tempore medio diei  
 primæ Januarii A. 1700. styli novi, aut al-  
 terius cujuscunque, prodibit Epocha Novi-  
 luniorum mediorum, quales exhibent Ta-  
 bularum conditores.

### COROLLARIUM II.

961. Quodsi ab Epocha Novilunii sub-  
 trahas semissem mensis Synodici, relinqui-  
 tur Epocha Plenilunii ad idem tempus,  
 seu tempus medium a Plenilunio medio  
 proxime præcedente elapsū.

E. gr. A. 1700. stylo novo fuit  
 Epoch. Novilun. 21 d. 13 h. 5' 34"  
 Semiss. mens. 14 d. 18 22 1

Epoch. Plenilun. 6 d. 18 h. 43 33

### SCHOLION.

962. Ut Novilunia & Plenilunia mediā  
 facilius inveniantur, conditores Tabularum  
 construere solent Tabulas Epactarum eo, quī  
 sequitur, modo.

### DEFINITIO LXXXI.

963. Epactæ sunt excessus mensis So-  
 laris supra mensem Synodicum & anni  
 Solaris super 12 menses Synodicos, vel  
 etiam plurium mensium Solarium super  
 totidem Synodicos & plurium Anno-  
 rum super totidem menses Synodicos  
 duodecies sumtos.

### SCHOLION.

964. In præsentī negotio assumimus menses  
 Julianos, qualibus in Calendariis nostris uti-  
 mur, & annos itidem Julianos 365 dierum  
 quia ad tales annos & menses constructæ sunt  
 Tabulæ Astronomicæ.

### PROBLEMA LXXVII.

965. Invenire Epactam cujuscunque  
 mensis per annum integrum & unius, duo-  
 rum, trium &c. pluriumve annorum,  
 data quantitate mensis Synodici.

### RESOLUTIO.

1. Quantitas mensis Synodici sibi ipsi  
 addatur, & aggregato eadem denuo  
 adjiciatur, atque ita porro, ut con-  
 stet quantitas duorum, trium, plu-  
 riumve mensium Synodicorum.
2. A quantitate mensis Januarii seu 31  
 diebus subtrahatur mensis Synodici  
 unus, relinquetur Epacta Januarii  
 (§. 963). Et generaliter a diebus  
 ab initio anni elapsis subtrahantur  
 integri menses Synodici interea elap-  
 si *vi num. 1.* quod relinquitur est  
 Epacta ejus mensis.

3. Cum



3. Cum Epacta duodecim mensium sit Epacta unius anni, si eidem addas numerum dierum unius, duorum, trium &c. Annorum & inde auferas, ut ante, integros menses Synodicos, qui in aggregato continentur; residua fient Epactæ duorum, trium, pluriumve annorum,

E. gr. Januarius	d. 30 h. 23. 59' 60"
Menf. Synod.	d. 29 h. 12. 44 3

Epacta Januarii	d. 1 h. 11. 15 57
-----------------	-------------------

Annus Julian.	d. 364 h. 23. 59 60
---------------	---------------------

12. Menf. Synod.	d. 354 h. 8. 48 38
------------------	--------------------

Epacta Anni I.	d. 10 h. 15. 11 22
----------------	--------------------

## COROLLARIUM I.

966. Quodsi Radici Noviluniorum adantur Epactæ annorum & mensium datorum, una cum diebus ac horis atque scrupulis horariis datis & a summa subducantur menses Synodici integri; relinquitur ætas media Lunæ ad tempus datum. E. gr. quæratur ætas media Lunæ A. 1708. d. 14. Sept. h. 23. 50' 46' tempore medio; erit

Radix 1700	21 d. 13 h. 5' 34'
A 7.	16 8 51 31
Aug. complet.	6 18 7 35
Tempus datum	14 23 50 46
Summa	59 15 55 26
2. Menf. Synod.	59 1 28 6
ætas Lunæ media	14 h. 27 20

## COROLLARIUM II.

967. Cum ex ætate Lunæ media tempus Novilunii medii dato mense erui possit (§. 959); ratio per Epactas inveniendi Novilunia & Plenilunia media manifesta est.

## PROBLEMA LXXVIII.

968. Invenire motum Lunæ & Solis horarium verum ad tempus datum.

## RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus medium & diem proximè præcedentem supputetur loca Solis atque Lunæ (§. 720, 863).
2. Loca Solis, itemque Lunæ, a se invicem subtrahantur.
3. Residuaper 24 dividantur: quotierunt motus horarius Solis atque Lunæ.

## Aliter.

1. Ad datum tempus quæratur Æquatio Solis, una cum Æquatione, quæ Anomalix uno gradu majori respondet.
2. Fiat: ut 60 ad motum horarium medium 2' 28" seu incrementum horarium anomalix Solis, hoc est, ut 900 ad 37, ita differentia Æquationum modo repertarum ad differentiam motus horarii & medii Solis.
3. Quodsi ergo hæc differentia a motu horario medio Solis subtrahatur, quamdiu Anomalia 93° minor est, eidem vero addatur, si hæc major 93° fuerit; prodibit motus horarius Solis verus.

E. gr. Si anomalia Solis fuerit 30° Æquatio 56' 31"; si 31°, Æquatio 58' 14", adeoque differentia 1' 43" seu 103". Fiat ut 900 ad 37 ita 103" ad 4", quæ ex 2' 28" subducta relinquant motum Solis horarium verum 2' 24".

Similiter quia Anomalia vera a media differt una hora ante vel post copulam mediam, per motum horarium medium & Æquationem centri, hoc est, per 41' 49", si loco rationis 60' ad 2' 28", assumatur ratio 60' ad 41' 49", reperietur ut ante differentia inter motum Lunæ horarium medium & verum, subtra-



subtrahenda e motu medio horario Lunæ  $32' 56''$ , si Anomalia minor  $95^\circ$ , addenda, si major.

Quodsi differentia Equationum compositarum utaris, eodem modo reperitur horarius Lunæ verus extra Copulas.

SCHOLIION.

969. Per hanc Regulam a REGIOMONTANO (a) traditam construi solent ad singulos Anomalia veræ gradus Tabulæ motuum horariorum verorum Solis & Lunæ.

PROBLEMA LXXIX.

970. Dato tempore Novilunii vel Plenilunii medii; invenire tempus veri.

RESOLUTIO.

1. Ad tempus Novilunii medii supputetur locus Solis verus & locus Lunæ verus in Copulis, una cum utriusque Anomalia vera (§. 720, 863).
2. Quærantur porro motus horarii veri Solis atque Lunæ ad idem tempus (§. 968).
3. Locus Lunæ a loco Solis vel contra (minor nempe a majore) auferatur, ut relinquatur distantia Lunæ a Copula.
4. Motus horarius verus Solis ab horario Lunæ vero subducatur, ut relinquatur horarius verus Lunæ a Sole.
5. Fiat: ut horarius Lunæ a Sole verus ad horam unam seu  $3600''$ , ita distantia Lunæ a Copula ad differentiam temporis Copulæ mediæ a tempore Copulæ veræ.
6. Differentia hæc addatur tempori Copulæ mediæ, si locus Lunæ minor loco Solis; dematur, si major fuerit: ita prodibit tempus Syzygiæ veræ, raro tamen exactum.

Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.

7. Quærantur adeo denuo ad hoc tempus locus Solis verus & locus Lunæ verus (§. 720, 863) cum motibus horariis veris utriusque Luminaris (§. 968) & si loca Lunæ ac Solis differunt, differentia temporis antea reperti a tempore exacto Syzygiæ veræ reperiat ut ante.

8. Hæc operatio tamdiu repetenda, donec differentia temporis inventa non exceßerit  $5''$ : tum enim locus Solis repertus erit locus utriusque Lunaris in Copula.

9. Dato loco Solis ad tempus Syzygiæ veræ, inveniatur Æquatio temporis (§. 715), quæ ei addita vel demta producet tempus verum Syzygiæ veræ.

E. gr. A. 1708. Plenilunium medium contigit d. 29. Sept. 3 h.  $45' 4''$  post meridiem: quæritur tempus veri.

Per Tabulas Cel. DE LA HIRE tum erat  
 Loc. ☉ verus  $6S. 6^\circ. 3' 38''$   
 Loc. ☾ ad Eclipt. reduct. o.  $3. 50. 9$   
 Dist. ☾ ab Opp. ☉  $2. 40. 29$   
 five  $9629''$

Hor. Lunæ  $32'. 17''$   
 Hor. Solis  $2. 28$   
 Differ.  $29. 49$   
 Reduct. subtr.  $8$

Hor. Luna a Sole  $29. 41$  five  $1781''$ .  
 Fiat, ut  $1781$  ad  $3600$ , ita  $9629''$  ad  $19463''$   
 seu  $5 h. 24'. 23''$

Plen. med.  $3. 45. 4$   
 Plen. ver.  $9 h. 9'. 27''$

Erat tum per easdem Tabulas  
 Loc. Solis verus  $6S. 6^\circ. 43'. 57''$   
 Loc. Lunæ in Eclipt. o.  $6. 43. 52$   
 Dist. Lunæ ab Opp. Solis  $5$

Horar. ☾ a ☉  $29'. 30''$  seu  $1770''$   
 Fiat, ut  $1770$  ad  $3600$ , ita  $5''$  ad  $10''$   
 Ergo Plen. veri Tempus  $9 h. 9' 37''$

Yyy

Ad

Ad hoc tempus reperitur

Loc. ☉ verus 6S. 6°. 43' 57"

Loc. ☾ in Eclipt. oS. 6 43 55

Diff. ☾ ab Opp. ☉ 2,

unde ut ante elicitur tempus a Copula deficiens 4". Est itaque

Temp. Plenilunii veri 9h. 9" 39"

Æquat. temp. add. 14 10

Tempus appar. Plen. veri 9h. 23 49"

Celebrata igitur est Copula vera ☉ & ☾ A. 1708. d. 29 Sept. 9h. 23. 49" post meridiem in Meridiano Parisino, tempore apparente.

### PROBLEMA LXXX.

Tab. IX. Fig. 88. 971. *Datis scrupulis dimidia durationis IN, una cum tempore apparente Plenilunii veri & horario Lunæ a Sole, arcusque LI; invenire medium, initium ac finem Eclipsis Lunarise & durationem ejus definire.*

### RESOLUTIO.

1. Fiat: Ut Horarius Lunæ a Sole verus ad 3600 scrupula secunda horaria, ita scrupula arcus LI ad scrupula horaria eidem æquivalentia.
2. Hæc scrupula in primo & tertio quadrante Anomalie a tempore Plenilunii veri subtrahantur, in secundo & quarto addantur, ut prodeat tempus Eclipsis mediæ.
3. Fiat: Ut motus horarius Lunæ a Sole verus ad scrupula horaria secunda 3600, ita scrupula dimidiæ durationis IN ad tempus durationis dimidiæ: cujus adeo duplum integram durationem definit.
4. Tempus dimidiæ durationis a tempore Eclipsis mediæ subtrahatur, residuum erit Eclipsis initium: idem

eidem addatur, aggregatum erit Tab. IX.

E. gr. LI = 4' 5" = 245", IN = 2190", Fig. 88.  
tempus Plenilunii veri h. 9. 23' 49" horarius Lunæ a Sole verus 30' 12" seu 1812": erit

Log. Hor. ☾ a ☉ 32581581

Log. 3600 35563025

Log. LI 23891660

59454685

Log. temp. quæf. 26873104, cui in Tabulis quam proxime respondent 486" seu 8' 6"

Temp. Plenil. veri h. 9 23' 49"

Tempus Eclips. mediæ h. 9 15 43

Log. Hor. Lunæ a Sole 32581581

Log. 3600 35563025

Log. IN 33404934

68967959

Log. dur. dimid. 36386378, cui in Tabulis respondent 4351" seu 1 h. 12' 31"

2

Duratio Eclipsis 2 h. 25 2

Tempus Eclips. med. h. 9 15' 43"

Duratio dimid. subtr. h. 1 12 31

Initium Eclips. h. 8 3 12

Tempus Eclips. med. h. 9 15 43

Durat. dimid. add. h. 1 12 31

Finis Eclipsis h. 10 28 14

### PROBLEMA LXXXI.

972. *Datis Semidiametris Lunæ atque Solis apparentibus in Apogæo; invenire easdem in quocunque alio Anomalie gradu.*

### RESOLUTIO.

1. Inveniat ratio distantie in dato Anomalie gradu ad distantiam Apogæam (§. 685).

2. Cura

2. Cum Semidiametri apparentes sint ut distantia reciproce (§. 212 *Optic.*); reperientur eadem ope Regulæ trium (§. 302 *Arith.*).

SCHOLIION.

973. Hoc modo condantur Tabulæ Semidiametrorum apparentium Solis & Lunæ ad quinos Anomalie gradus.

PROBLEMA LXXXII.

974. *Eclipsin Lunæ supputare.*

RESOLUTIO.

1. Ad tempus Plenilunii medii (§. 959) datum supputetur distantia a Nodo, ut constet, utrum illud sit Eclipticum, nec ne (§. 944).
2. Supputetur ulterius tempus Plenilunii veri cum loco Solis vero & Lunæ ad Eclipticam reducto (§. 970).
3. Ad momentum Plenilunii veri supputetur Latitudo Lunæ vera (§. 380) & utriusque Luminaris a Terra distantia (§. 389) cum Parallaxibus horizontalibus (§. 387) & Semidiametris apparentibus (§. 972).
4. Ad idem momentum inveniatur horarius Lunæ verus & horarius Solis verus (§. 968).
5. Hinc porro investigetur Semidiameter Umbrae apparens AP (§. 941) & Fig. 88.
6. Arcus inter centra AI cum arcu LI (§. 946).
7. Supputentur scrupula dimidiæ durationis IN (§. 956) & inde
8. Duratio, initium, medium ac finis Eclipsis definiatur (§. 971).
9. Quarantur tandem scrupula defectus & inde quantitas Eclipsis determinetur (§. 951).

E.gr. A. 1708. Plenilunium medium contigit d. 29. Sept. 3 h. 45' 4" post meridiem. Erat tum distantia (a  $\odot$  o S. 5° 22' 36" juxta Tabulas *Cel.* DE LA HIRE. Est ergo Plenilunium Eclipticum (§. 944). Ad illud vero tempus reperimus

Plenilunium verum	h. 9	23'	49"
Locum $\odot$ verum	6 S. 6°	43'	47"
Loc. $\odot$ in ecliptica	6 S. 6	43	47
Latit. $\odot$ veram Bor.		43	25

Parallaxin horizont.	{	$\odot$	6
		$\odot$	56 18
Semid. apparent.	{	$\odot$	16 5
		$\odot$	15 22
Horar. verum	$\odot$ a $\odot$	30	12
Semid. Umbrae		41	13
Arcum inter centra		43	14
LI		4	5
Scrupula dimidiæ durationis		36	30
Scrupula defectus		13	21
Durationem Eclipsis	h. 2.	25	2
Initium	8.	3	12
Medium	9.	5	43
Finem	10.	28	14
Quantitatem	5 dig.	13'	

SCHOLIION.

975. Ad calculum Eclipsium absolvendum utendum est Tabulis, quarum constructio ex antecedentibus manifesta: ubi autem Tabulae deficiunt, Supputatio fit per Problemata a nobis exposita. Molestissima in toto calculo est Plenilunii veri inventio, unde tamen reliqua omnia pendent. Illo dato reliqua nihil tædii habent.

PROBLEMA LXXXIII.

976. Datis Semidiametris Lunæ & Tab. IX. Umbrae terræ, una cum Latitudine ad IX. initium & finem Eclipsis; Typum Eclipsis Lunaræ in plano describere. Fig. 90.

RESOLUTIO.

1. Designet CD Eclipticam, sitque in A Centrum Umbrae: per quod agatur recta GQ ad DC perpendicularis.

YYY 2

Sup.

Tab.  
IX.  
Fig. 90.

- Supponatur in D Oriens, in C Occidens, in Q Meridies, in G Septentrio.
2. Ex A intervallo aggregati AN ex Semidiametro Umbrae AP & Semidiametro Lunæ PN describatur Circulus DGCQ & intervallo Semidiametri Umbrae solius AP alius concentricus EMFR, qui sectionem Umbrae in transitu Lunæ exhibebit.
  3. Fiat AL æqualis Latitudini Lunæ ad initium Eclipsis & in L erigatur perpendicularis LN occurrens Peripheriæ majori in N versus Occidentem: erit ergo in N Centrum Lunæ initio Eclipsis.
  4. Similiter fiat AS æqualis Latitudini Lunæ ad finem Eclipsis & in S erigatur perpendicularis OS, quæ cum ipsi DC parallela (§. 256 *Geom.*) distantiam ab ea non mutet (§. 81 *Geom.*), erit in O Centrum Lunæ in fine Eclipsis.
  5. Connectantur puncta O & N recta: erit ON arcus Orbitæ, quem Centrum Lunæ durante obscuracione percurrit.
  6. Ex O & N intervallo Semidiametri Lunaris describantur Circuli PV & TX, quæ Lunam in initio ac fine Eclipsis exhibebunt.
  7. Denique ex A demittatur ad ON perpendicularis AI; erit in I Centrum Lunæ in media obscuracione. Quare si
  8. Ex I intervallo Semidiametri Lunaris Circulus HK describatur representabit is Lunam in obscuracione maxima & quantitatem Eclipsis definit.

## PROBLEMA LXXXIV.

977. *Eclipsin Lunæ observare.*

## RESOLUTIO.

1. Horologium oscillatorium ad motum Solis componatur (§. 125) aut ejus motus ex observatis Stellarum altitudinibus aut altitudine Solis diurna rectificetur (§. 299).
2. Tubus Micrometro exquisito instructus convertatur in Lunam & notetur ope Horologii oscillatorii tempus, quo Peripheria Lunaris rotunditatem amittere incipit, Umbra instar unguis limbum Lunæ orientalem delibante: ut constet initium obscuracionis.
3. Notentur similiter tempora, quibus sectio Umbrae transit per maculas Lunares ex *Selenographia* cognitæ (§. 918).
4. Eodem modo notetur tempus, quo Umbra Lunam deferit, ut constet finis Eclipsis: a quo si subtrahatur initium, relinquetur duratio integra, ejusque dimidium exhibebit Tempus mediæ obscuracionis.
5. Ope Micrometri definiatur quantitas Diametri obscurata (§. 547).

## SCHOLION.

978. *Placet hic exhibere ex literis admodum R. P. HEINRICH in Academia Leopoldina Theologiæ moralis & Mathematicum Professoris die 15. Febr. A. 1712. ad me datis peculiare Micrometri genus, quod ad observandos digitos Lunæ obscuratæ felicissime invenit & ad usum transulit. Ita autem ille: „Pro discernenda obscuracionis magnitudine adhibui, inquit, Micrometrum „extemporaneum & facillime parabile. „Descripti in tenui folio vitri Moscovitici „acus*

23 acus cuspidel tredecim parallelas ad  
 24 æqualia duodecim intervalla in Charta  
 25 supposita accurate prius designata, quæ  
 26 omnia simul sumta Diametrum Lunæ  
 27 non adæquabant, quemadmodum in  
 28 Telescopio exploravi per aliud simile fo-  
 29 lium eidem, ut mos est, insertum. Pro  
 30 iusta autem Diametri Lunarum mensura  
 31 obtinenda per folium parallelis distin-  
 32 ctum & Telescopio rescissis superfluis in-  
 33 sertum extendi capillum transversum,  
 34 utrinque limbo fistulæ Telescopii affixum  
 35 ejusque longitudinem a parallelis inter-  
 36 ceptam sæpius cum Luna contuli & una  
 37 cum obliquitate eo usque mutavi, donec  
 38 Diametrum Lunarem perfecte adæqua-  
 39 ret. Quo casu simul exhibuit desideratam  
 40 in 12 digitos divisionem, juxta quam  
 41 Lunæ applicatam de partis inumbratæ  
 42 quantitate judicium tuli, quantum in  
 43 ejusmodi Eclipsibus aliquo usque dubia,  
 44 ut semper esse solent, Lucis & Umbræ  
 45 confinia partiuntur. Dicitur obliquitatis  
 46 & longitudinis interceptæ mutatio red-  
 47 di faciliior potest, & primo statim aspe-  
 48 ctu continuato juxta quam citissime ob-  
 49 tineri, si duplicata fistula adhibeatur,  
 50 unique foliolum Parallelogrammi, al-  
 51 teri capillus affigatur: sic enim seorsim  
 52 poterunt moveri, donec Lunæ con-  
 53 gruant. Insuper ut constet, quam  
 54 obliquitas ac longitudo in aliqua ob-  
 55 servatione adhibita fuerit eademque alio  
 56 tempore repeti, vel cum alia com-  
 57 parari vel etiam pro exploranda Siderum  
 58 distantia adhiberi queat, poterit exte-  
 59 rius in superficie fistularum earundem  
 60 situs notari per certa signa, etiam facta,  
 61 si placuerit, regulari totius Circuli di-  
 62 visione. Quæ omnia & plura alia com-  
 63 moda per experientiam deinceps de-  
 64 prehendenda, nec fistularum in Telesco-  
 65 pio perforatione, nec Laminarum arti-  
 66 ficiosa connexione, nec difficillime per  
 67 adamantem præctibili Circulorum adeo  
 68 parvulorum descriptione indigent, ut  
 69 facile patet consideranti.

## PROBLEMA LXXXV.

979. *Initio vel fine Eclipses Luna-  
 ris aut iisdem Phasibus quibuscunque in  
 diversis locis Terræ observatis, invenire  
 differentiam horariam Meridianorum.*

## RESOLUTIO.

Cum in singulis Observationum locis  
 horæ earumque scrupula numerentur ab  
 appulsu Centri Solis ad Meridianum,  
 Sol vero ad Meridianum Occidentali-  
 orem tardius appellat, prætereaque eæ-  
 dem Phases Eclipsium Lunarum eodem  
 articulo temporis Physico ubique terra-  
 rum contingant (§. 937); non alia re  
 opus est quam ut tempora, quibus eæ-  
 dem ejusdem Eclipses Phases diversis in  
 locis observatæ, a se invicem subtrahan-  
 tur, residuum enim est differentia Meri-  
 dianorum quæsitæ, indicatque horarum  
 numerus major locum Orientaliorem.

E. gr. An. 1701. d. 22. Febr. initium  
 Eclipsis observatum est

*Berolini* h. 10. 59'. 36".

*Parisiis* 10. 15. 23

Est ergo Diff. Meridianorum 44. 13  
 hoc est *Berolini* 44' 13" citius Sol Meri-  
 dianum attingit quam *Parisiis*.

## SCHOLIUM.

980. *Hoc Artificio constructa sunt Tabulæ  
 differentiarum horarum Meridianorum:  
 nostro tamen tempore utuntur etiam Eclipsi-  
 bus Satellitum Jovis, ob earum præsertim  
 frequentiam.*

## COROLLARIUM.

981. Quodsi Eclipsis initium, medium  
 ac finis ad Meridianum Tabularum fuerint  
 computata; differentia Meridianorum ad-  
 dita, vel subducta, eadem momenta defi-  
 nientur in aliis Meridianis Orientalioribus  
 & Occidentioribus. E. gr. in nostro casu  
 in Meridiano *Observatorii Regii Parisini* ini-  
 tium Eclipsis fuit h. 8. 3' 12" medium

Yyy 3 h. 9.



h. 9. 15' 43'', finis h. 10. 28' 14'' (§. 972);  
fuit ergo *Berolini* initium h. 8. 47' 25'',  
medium h. 9. 59' 56'', finis h. 11. 12' 38''.

## DEFINITIO LXXXI.

982. *Eclipsis Solis* est occultatio  
Solis facta per interpositionem Diame-  
tralem Lunæ inter Solem ac Terram.  
Distinguitur æque ac Lunaribus (§. 937)  
in *totalem* & *partialem*.

## SCHOLION.

983. *Veritas Definitionis patet ex superio-  
rioribus* (§. 452), & *mox adhuc evidentius  
patebit*.

## COROLLARIUM I.

984. Quia Luna Parallaxin altitudinis  
(§. 887), adeoque & Latitudinis (§. 372,  
377) sensibilem habet; Eclipsis Solaris  
accidit, quando Latitudo Lunæ ex Terris  
visa minor est aggregato Semidiametro-  
rum apparentium Solis ac Lunæ.

## COROLLARIUM II.

985. Eclipsis adeo contingit, Luna Soli  
vel in Nodis, vel prope Nodos juncta  
(§. 765).

## COROLLARIUM III.

986. Unde Eclipsis Solis, quæ Christo  
patiente accidit in ipso Plenilunio, præ-  
ternaturalis fuit, quippe in Oppositione  
facta.

## DEFINITIO LXXXII.

987. *Latitudo Luna visa* est, qua-  
lis ex Terra ob Parallaxin spectatur;  
seu distantia loci visi ab Ecliptica.

## COROLLARIUM.

988. Invenitur adeo, si ex Latitudine  
Boreali Parallaxis Latitudinis subtrahatur;  
Australi vero addatur (§. 372).

## DEFINITIO LXXXIII.

989. *Longitudo Luna visa* est, qua-  
lis ex Terra ob Parallaxin spectatur,  
seu arcus Eclipticæ inter locum Opti-  
cum visum &  $\odot$  interceptus.

## COROLLARIUM.

990. Invenitur adeo, si Longitudini  
veræ Parallaxis Longitudinis in parte Cœli  
orientali addatur, in occidentali dematur  
(§. 732).

## DEFINITIO LXXXIV.

991. *Parallaxis Luna a Sole* est  
excessus Parallaxeos Lunæ supra Pa-  
rallaxin Solis.

## COROLLARIUM.

992. Cum Parallaxis Solis diurna juxta  
Cl. DE LA HIRE sit fere insensibilis  
(§. 869); Parallaxis Lunæ a Sole vix  
differt a Parallaxi Lunæ.

## SCHOLION.

993. *Juxta aliorum tamen Hypotheses;  
Parallaxis Solis sensibilis, qui eam, e. gr.  
cum KEPLERO integro scrupulo primo aqua-  
lem constituunt.*

## DEFINITIO LXXXV.

994. *Horarius Luna a Sole visus*  
est arcus Eclipticæ, quo locus Lunæ  
visus intervallo unius horæ a loco So-  
lis removetur.

## PROBLEMA LXXXVI.

995. *Terminos Eclipses Solaris de-  
terminare.*

## RESOLUTIO.

Si Lunæ Parallaxis esset insensibilis;  
termini Eclipses Solaris eodem modo  
determinarentur, quo supra Lunares  
constituuntur (§. 944) sed quia Paral-  
laxis sensibilis est, paulo aliter proce-  
dendum. Nimirum

1. Colligantur in unam summam Semi-  
diametri apparentes Luminarium  
tum Apogææ, quam Perigææ.
2. Quia Parallaxis minuit Latitudi-  
nem Borealem (§. 372); aggregato  
priori



- priori addatur Parallaxis Latitudinis maxima, quæ esse potest; quia vero eadem Latitudinem Australem auget (§. cit.) eidem aggregato posteriori dematur Parallaxis Latitudinis maxima, ita in utroque casu prodibit Latitudo vera, ultra quam Eclipses contingere nequeunt.
3. Data hac Latitudine inveniatur distantia Lunæ a Nodo ultra quam Eclipses accidere nequeunt, ut supra (§. 944).

SCHOLIUM.

996. Quoniam diversi autores diversas de Diametris apparentibus Luminarium & Parallaxi Latitudinis maxima Hypotheses sequuntur, ideo non eosdem definiunt terminos Eclipsium Solarium.

Sane Terminus possibilis... necessarius

PTOLEMÆO	19°. 25'	} a ∞	{	16°. 42'
COPERNICO	19. 12			16. 25
TYCHONI	18. 25			17. 9
KEPLERO	17. 16			15. 55
RICCIOLO	18. 49			15. 58

PROBLEMA LXXXVII.

997. Data Longitudine & Latitudine Lunæ vera, una cum loco Solis vero; invenire Longitudinem & Latitudinem visam ad tempus datum in loco dato.

RESOLUTIO.

1. Ex data Longitudine & Latitudine Lunæ, quæraturn ejus Declinatio & Ascensio recta (§. 260).
2. Inde porro eruatur ipsius altitudo sub elevatione loci dati (§. 300).
3. Quæraturn ad tempus idem distantia ejus a Terra (§. 903) & Parallaxis horizontalis (§. 387).

4. Hinc inveniatur Parallaxis altitudinis modo repertæ (§. 381).
5. Ex dato loco Solis vero supputetur, sub elevatione Poli data, ad tempus datum, Punctum Eclipticæ oriens & Nonagesimus Eclipticæ atque angulus Orientis seu altitudo Nonagesimi (§. 218).
6. His cognitis, reperieturn Parallaxis Longitudinis & Latitudinis (§. 391), tandemque
7. Longitudo ac Latitudo Lunæ visa (§. 372).

Aliter.

Quoniam inventio Parallaxeos altitudinis perquam molestum calculum reddit, ideo KEPLERUS calculum non parum abbreviare docuit, regula tradita, qua sine Parallaxeos altitudinis inventionem, Parallaxes Longitudinis & Latitudinis eruuntur ex datis Parallaxi Lunæ horizontali a Sole, distantia Solis a Nonagesimo & angulo Orientis. Quæraturn ergo

1. Ut ante, angulus Orientis, Parallaxis horizontalis & Nonagesimus; a quo si subducatur locus Solis datus, prodibit distantia ejus a Nonagesimo.
2. Addanturn in unam summam Logarithmi Sinuum anguli Orientis & distantie Solis a Nonagesimo atque Logarithmus Parallaxeos horizontalis Lunæ a Sole.
3. A summa subtrahatur duplum Sinus totius: quod relinquiturn, est Logarithmus Parallaxeos Longitudinis.
4. Similiter si Logarithmus sinus anguli Orientis seu altitudinis Nonagesimi

& Logarithmus Parallaxeos horizontalis Lunæ a Sole colligantur in unam summam & ab ea subducatur Logarithmus Sinus totius: qui relinquitur, est Logarithmus Parallaxeos Latitudinis.

5. Datis autem Parallaxibus Longitudinis & Latitudinis, Longitudines & Latitudines visæ reperientur, ut ante (§. 371).

E. gr. Juxta WINGIUM (a) Conjunctio Luminarium Londini contigit An. 1661. d. 19. Martii h. 21. 41' 3" tempore apparente, fuitque verus locus Solis & Lunæ  $\varphi$  10° 19' 48", Parallaxis horizontalis Lunæ a Sole 58' 6", Latitudo vera Borealis descendens 34' 49", altitudo denique Æquatoris 38° 28'. Quare

Log. Cof. Obl. Eclipt. 199624527  
 Cotang. Long.  $\odot$  107435973

Tang. Asc. rect.  $\odot$  92188554,  
 cui in Canone respondent

Tab. Temp. app. Conj. h. 21 41 3 subtr.  
 IX. h. 24 seu 23 59 60

Fig. 91. Temp. ad mer. ref. 2 18 57  
 h. 2 30°  
 18' 4 30'  
 57" 14 15"

AD 34 44 15  
 AO 89 59 60

DO 55 15 45  
 Asc. recta  $\odot$  GD 9 23 55

Asc. Obl. Or. GD 64 39 40  
 Log. Cofin. GO 96314147  
 Cotang. O 100999134

Cotang. NGO 95315013,  
 cui in Canone respondent 18° 46' 44"  
 Ergo NGO 71 13 16  
 MGO 23 29 (§. 168)  
 MGN 94 42 16

Log. Cof. MGN 89138975  
 Cot. GO 96753461  
 Summa 185892436  
 Cof. NGO 95077436

Cotang. GM 90815000, cui in Canone respondent 6° 52' 42"  
 Est ergo GM 96 52 44 (§. 135 Sphæ.)  
 Subtr. 90

Nonag. Eclipt. 6 52 44  
 Loc. ver.  $\odot$  10 13 48

Dist.  $\odot$  a Non. 3 21 4 vers. Ortum.  
 Log. Cofin. GM 90783518  
 Cotang. NMG 89153631

Cotang. NMG 101629887, cui in Canone respondent 55° 30' 37"  
 Ergo angulus Orientis NMG seu altitudo Nonagesimi 34° 29' 23".  
 Log. Sin. dist.  $\odot$  a Nonag. 87668186  
 Sin. ang. Orient. 97530146  
 Parall. horiz.  $\odot$  a  $\odot$  35423273

Log. Parall. Long.  $\odot$  a  $\odot$  220621605,  
 cui in Tabulis respondent 115 seu 1° 55".  
 Log. Cofin. ang. Orient. 99160472  
 Parall. hor.  $\odot$  a  $\odot$  35423273

Log. Parall. Latit. 234583745,  
 cui in Tabulis respondent 2875" seu 47' 53".  
 Loc. Lunæ verus  $\varphi$  10° 13' 48"  
 Parall. Long. add. 1 55

Loc.  $\odot$  visus  $\varphi$  10 15 43  
 Lat. Lunæ vera Bor. 34 49  
 Parall. Latit. 47 53  
 Lat. Lunæ visæ merid. 13 4

## PROBLEMA LXXXVIII.

998. Invenire motum Lunæ a Sole visum in tempore proposito.

## RESOLUTIO.

1. Quæraturs ad initium & finem temporis propositi Parallaxis Longitudinis Lunæ, ut in Problemate præcedente.

2. Si illo tempore Luna fuerit in quadrante Orientali & Parallaxis Longitudinis major fuerit in fine, quam in principio temporis, differentia Parallaxium addatur motui Lunæ a Sole vero ad illud tempus; in casu contrario (si nempe Parallaxis decrescit) subtrahatur, ut prodeat motus Lunæ a Sole visus (§. 361).
3. Si ☽ fuerit toto tempore in quadrante Occidentali, contraria ratione operandum, in casu nempe priori differentia Parallaxium subtrahenda, in posteriori addenda (§. cit.).
4. Denique si Luna initio fuerit in quadrante Orientali, in fine vero in Occidentali: differentia Parallaxium subtrahenda (§. cit.).

E. gr. Quærat motus ☽ a ☉ visus ad quadrantem horæ 6 ☽ ☉, quæ A. 1661. d. 19 Mart. hor. 21. 41' 3". accidit. Investigetur ut in Probl. præc. Parallaxis Longitudinis ad quadrantem horæ antecedentem, hoc est, ad h. 21. 26' 3"

Tab. XI.	Fuit tum Loc. ☉	versus ♀	10° 13' 11"
	Ascensio recta ☉		9 23 20
Fig. 91.	AD		38 29 15
	GO		60 54 5

Nonag. eclipt. ♀ 3° 38' 10"  
 Loc. ☉ vers. ♀ 10 13 11  
 Dist. ☉ a Nonag. 6 35 1 vers. Ortum  
 Parallaxis Longitud. 3' 38"  
 Sed eadem in Conj. erat 1. 55

---

Ergo Differentia 1. 43  
 Motus ☽ a ☉ versus in quad. hor. 8. 46

---

Motus ☽ a ☉ visus in quad. hor. 7. 3.

PROBLEMA LXXXIX.

999. Dato momento Conjunctionis veræ Luminarium; invenire momentum visæ.

RESOLUTIO.

1. Inveniatur ad momentum Conjunctionis veræ Parallaxis Longitudinis Lunæ a Sole (§. 997).
2. Quærat quoque ad illud tempus motus Lunæ a Sole visus in quadrante horæ (§. 998).
3. Inferatur: Ut motus Lunæ a Sole visus in quadrante unius horæ ad 900 scrupula secunda seu horæ quadrantem, ita Parallaxis Longitudinis ad intervallum Synodi veræ atque visæ.
4. In quadrante Orientali intervallum a momento veræ Synodi subtrahatur, ut relinquatur momentum visæ: in Occidentali vero eundem in finem addatur (§. 372).

E. gr. in nostro casu tempus Synodi veræ est hor. 21. 41' 3", & illo tempore Parallaxis Longitudinis 1' 55", seu 115", motus Lunæ a Sole visus in quadrante horæ 7' 3" seu 423".

Log. Quadr. hor.	29542425
Parall. Long.	20606978

Summa	50149403
Log. Mot. ☽ a ☉ vis.	26263403

Intervall. Conj. ver. & vis. 23886000,  
 cui in Tabulis respondent 244"  
 seu 4' 4"

Tempus Synodi veræ h. 21. 41. 3

Tempus Synodi visæ h. 21. 36. 59

PROBLEMA XC.

1000. Ad datum tempus Synodi visæ invenire Latitudinem visam.

Zzz

Re.

## RESOLUTIO.

1. Inferatur; Ut intervallum unius horæ seu scrupula secunda 3600 ad motum horarium Lunæ a Sole verum, ita intervallum Synodi veræ ac visæ ad motum Lunæ intervallo congruentem.
2. Quodsi Synodus vera præcedat visam, motus Lunæ repertus loco ejus in Conjunctione vero addatur; si illa sequatur, dematur: ita obtinetur locus Lunæ verus tempore Synodi visæ.
3. Dato loco Lunæ vero invenitur more vulgari Latitudo Lunæ vera eidem respondens; seu ut Declinatio Solis (§. 198).
4. Et hinc tandem Latitudo visæ (§. 997).

Tab. E. gr. in nostro casu intervallum Synodi  
 XL veræ & visæ est 4' 4" seu 244" & horarius  
 Fig. 91. Lunæ a Sole verus 35' 3" seu 2103". Quare  
 Log. Hor. veri Lunæ a Sole 33228392  
 Intervalli Conj. ver. & vis. 23886000

Summa	57114392
Log. 3600	35563025
Log. mot. Lunæ interv. resp.	21551367.
cui in Tabulis respondent	143"
seu	2' 23"
Loc. Lunæ verus in Conj. vera $\sqrt{10}$	13' 48"
Scr. subtr.	2 23
Loc. Lunæ verus in Conj. visæ $\sqrt{10}$	11 25
cui resp. Lat. vera Sept. defc.	34 49
Sed tum Afc. recta Solis	9 29 17
AD	35 45 15
DO	54 14 45
reperitur adeoque GO	63 44 2
NGO	70 37 44
& ob MGO	23 29
NGM	94 6 44
hinc Nonag. Eclipt. $\sqrt{10}$	6 5 24
Angul. Orientis GNM	34 8 34
Unde Parallaxis Latitudinis	48 9
Latit. Lunæ vera Sept. defc.	34 49
Latit. visæ Merid.	13 20

## PROBLEMA XCI.

1001. Data Latitudine Lunæ visæ ad tempus Synodi visæ, una cum Semidiametris apparentibus Luminarium; invenire scrupula defectus & digitos Eclipticos.

## RESOLUTIO.

1. Semidiametri apparentes Luminarium conjiciantur in unam summam.
2. Ab ea auferatur Latitudo Lunæ visæ: relinquuntur scrupula defectus.
3. Fiat: Ut Semidiameter  $\odot$  ad scrupula defectus, ita 6 digiti in scrupula reducti seu 360 ad digitos Eclipticos in similibus scrupulis.

E. gr. in nostro casu

Semidiameter Solis	16' 19" seu 979"
Lunæ	16 40

Aggregatum	32 59
Lat. $\odot$ visæ	13 20
Scr. defectus	19 39 s. 1179"
Log. scrup. 6 dig.	25563025
scrup. defect.	30715138

Summa	56278163
Log. semid. $\odot$	29907826

Log. dig. Eclipt.	26370337,
cui in Tabulis respondent	434'.
Est ergo quantitas Eclipticos 7 dig. 14'.	

## SCHOLIUM.

1002. Qui scrupulosius quantitatem Eclipticos definire intendunt, non Latitudinem visam, sed arcum inter centra subtrahunt, quo superius in Eclipsi Lunari usi sumus (§. 951).

## PROBLEMA XCII.

1003. Datis Semidiametris apparentibus Luminarium AP & PN, una cum Tab. Latitudine visæ AI (aut, si mavis arcu Fig. 88. inter

inter centra AL); invenire scrupula dimidia durationis seu Lineam incidentie IN.

RESOLUTIO.

Eadem est; quæ Problematis 74 (§. 956).

E. gr. in nostro casu AP 16' 19" s. 979", PN 16' 40" seu 1000" AI 13' 20" seu 800": erit

AN	1979	AN	1979
AI	800	AI	800
AN+AI	2779	AN-AI	1179
Log. AN+AI		34438885	
AN-AI		30715138	
Summa		65154023	

Log. IN 32577011, cui in Tabulis respondent 1811".

Sunt adeo scrupula dimidia durationis 30' 11".

PROBLEMA XCIII.

1004. Datis scrupulis dimidia durationis; tempus incidentie ac repletionis definire, totamque Eclipsos Solaris durationem determinare.

RESOLUTIO.

1. Queratur horarius Lunæ a Sole visus pro hora una ante Synodum visam & pro hora una post eandem (§. 998).
2. Inferatur: Ut motus horarius prior ad scrupula secunda unius horæ, ita scrupula dimidia durationis ad tempus incidentiæ, & ut motus horarius posterior ad eadem scrupula horaria, ita eadem scrupula dimidia durationis ad tempus repletionis.
3. Tempus incidentiæ addatur tempori repletionis: aggregatum est duratio totalis.

E. gr. in nostro casu reperitur motus horarius Lunæ a Sole visus hora una ante Synodum visam 28' 55", & hora una post eandem 27' 31" scrupula durationis dimidia sunt 30' 11", Ergo

Logar. scrup. hor. 3600	35563025
Scrup. dur. dim.	32577011
Summa	68140036
Log. horar. vis. ante $\delta$	32392994
Log. temp. incid.	35747042, cui
in Tabulis respondent 3756" seu 1h. 2' 36".	
Logar. scrup. hor. 3600	35563025
Scrup. dur. dim.	32577011
Summa	68140036
Log. hor. vis. post $\delta$	32177470
Log. temp. replet.	35962566, cui
in Tabulis respondent 3947" seu 1h. 5' 47".	
Tempus incidentiæ	1h. 2' 36"
repletionis	1 5 47
Duratio tota	2h. 8 23

PROBLEMA XCIV.

1005. Eclipsos Solaris medium, initium ac finem determinare.

Tab.  
IX.  
Fig. 88.

RESOLUTIO.

1. Ex Latitudine  $\gamma$  visa ad tempus Synodi visæ investigetur arcus IL seu distantia maximæ obscurationis a Coniunctione visa (§. 946).
2. Fiat: Ut horarius Lunæ a Sole visus ante Synodum visam ad 3600 scrupula horaria, ita distantia maximæ obscurationis a Coniunctione visa ad intervallum temporis inter maximam obscurationem & Synodum visam.
3. Hoc intervallum in primo & tertio quadrante Anomalie a tempore Synodi visæ subtrahatur, in reliquis eidem addatur, ut prodeat tempus maximæ obscurationis.



4. Denique tempori maximæ obscurationis dematur tempus incidentiæ, addatur tempus repletionis; erit illic differentia initium, hic summa finis Eclipsæos.

Enimvero quia intervallum inter Synodum visam & maximam obscuracionem valde exiguum & admodum dubium; vix operæ pretium videtur, tanta accuracione uti: unde plerique tempore Synodi visæ utuntur tanquam tempore maximæ obscuracionis.

E. gr. In nostro casu		
Tempus Synodi visæ	h.	21 36' 59"
Tempus incidentiæ	I	2 36
Initium Eclipsæos	hor.	20 34 23
seu h. 8. mat.		34 23
Tempus Synodi visæ	h.	21 36 59
Tempus repletionis		1 5 47
Finis Eclipsæos	h.	22 42 46
seu h. 10 mat.		42 46

Quodsi scrupulosius ea definire volueris, duo circiter minuta, ob distantiam Synodi visæ a maxima obscuracione, deprehenduntur subtrahenda.

#### PROBLEMA XCV.

1006. *Invenire Latitudinem Lunæ visam, initio & fine Eclipsæos Solaris.*

#### RESOLUTIO.

1. Argumento Latitudinis ad tempus Synodi visæ computate demantur scrupula dimidiæ durationis una cum motu Solis tempori incidentiæ conveniente: quod relinquitur est Argumentum Latitudinis initio Eclipsæos.
2. Eidem addantur eadem scrupula una cum motu Solis tempori repletionis respondente: aggregatum est Argumentum Latitudinis in fine Eclipsæos.

3. Dato Argumento Latitudinis invenitur more vulgari Latitudo Lunæ vera (§. 880) & hinc tandem visa (§. 1000).

#### PROBLEMA XCVI.

1007. *Data Latitudine Lunæ visæ, initio & fine Eclipsæos Solaris, Typum ejus formare.*

#### RESOLUTIO.

Non differt a resolutione Problematis 83 (§. 976).

#### PROBLEMA XCVII.

1008. *Eclipsin Solis supputare.*

#### RESOLUTIO.

1. Supputetur Novilunium medium (§. 959) & hinc porro verum (§. 970) una cum loco Luminarium ad tempus apparens veri.
2. Ad Tempus apparens Novilunii veri supputetur tempus apparens visi (§. 999).
3. Ad tempus apparens visi supputetur Latitudo visa (§. 1000) &
4. Inde digiti Ecliptici determinentur (§. 1001).
5. Quæraturn tempus maximæ obscuracionis, incidentiæ ac repletionis (§. 1004) &
6. Inde initium ac finis Eclipsæos eruantur (§. 1005).

#### SCHOLIUM.

1009. *Ad Problemata præcedentia attendentibus satis liquet, omnia calculi cædia a Parallaxibus Longitudinis & Latitudinis procreari; quæ si abessent calculus Eclipsium Solarium non differet a Lunarium calculo. Quoniam vero Parallaxes Longitudinis & Latitudinis a Parallaxi altitudinis (§. 391), hæc vero*



vero ab Horizonte pendet (§. 73); calculus Eclipsium Solarium non universalis est; sed tantummodo particularis pro dato loco (§. 59, 67). KEPLERUS (a) Eclipses Solares tanquam Terræ Eclipses considerare cepit: ita enim calculus universalis institui & calculus partialis a parallaxium tricus liberari potest, quemadmodum ex sequentibus patet.

PROBLEMA XCVIII.

1010. *Observare Eclipsin Solarem.*

(a) In Epitome Astron. Copern. Lib. VI. p. 175.

RESOLUTIO.

1. Species Solis in Cameram obscuram intromittatur ut supra (§. 427) & Discus per 6 circulos concentricos in 12 digitos dividatur.
2. Ope Horologii oscillatorii notetur tempus, quo Eclipsis incipit ac desinit, & quo unusquisque digitus integer obscuratus cernitur ut supra (§. 977).

CAPUT VIII.

*De Eclipsi Terræ & motu vertiginis Luna.*

DEFINITIO LXXXVI.

1011. *Eclipsis Terræ est privatio Luminis Solaris vel totius, vel alicujus partis propter interpositionem Diametralem Lunæ inter Solem atque Terram facta in disco Telluris, qualis oculo in Luna posito apparet.*

SCHOLIUM.

1012. *Convenit Eclipsis Terræ cum Eclipsi Lunari, si Luna ac Telluris loca invicem permutes. Nimirum in Eclipsi Lunari Luna privatur vel Lumine Solis toto, vel aliqua ejus parte ob Terram inter ipsum & Solem interpositam; in Eclipsi Terrestri Terra ob Lunæ interpositionem similem Luminis Solaris patitur defectum.*

DEFINITIO LXXXVII.

1013. *Discus Terræ est Circulus, in quem projicitur Hemisphærium Terræ luminosum, quantum ex aliquo puncto in Luna apparet.*

THEOREMA XXXV.

1014. *Hemisphærium Terræ opposi-*

*tum Luna in eadem instar disci apparere debet & quidem luminosi, quando a Sole illuminatur.*

DEMONSTRATIO.

Luna ob distantiam, ex qua videtur (§. 277 *Optic.*), instar disci plani apparet, & quidem luminosi, quando Hemisphærium a Sole illuminatum nobis obvertit (§. 456). Quamobrem cum per ea, quæ in *Geographia* independenter a Propositione præsentè demonstrantur, Terra figuram habeat prope modum Sphæricam & in Luna ex eadem distantia videatur, ex qua Luna in Tellure conspicitur; illa quoque in Luna instar disci plani apparere debet. Cumque Lumen Solare, quod a Terræ in Lunam reflectitur, sit ad Lumen a Luna in Terram reflexum ut 14 ad 1 (§. 914); discus Terræ ex Luna visus luminosus apparere debet, quando a Sole illuminatur. *Q. e. d.*

## THEOREMA XXXVI.

1015. *Semidiameter apparens Telluris in Sole vel Luna est equalis Parallaxi horizontali Solis vel Lunæ in Terra; in genere Semidiameter Terræ in quavis Stella tanta videtur, quanta est Parallaxis ejus horizontalis in Terra.*

## DEMONSTRATIO.

Tab. IV. *Sit Sol in S, HI Horizon sensibilis & Spectator in I, centrum Telluris in Fig. 44. T; erit angulus IST Parallaxis Solis horizontalis (§. 371). Quoniam vero ex S Semidiameter Telluris TI videtur sub eodem angulo IST; erit idem Semidiameter apparens Terræ in Sole (§. 207, 208 Optic.). Est igitur Semidiameter apparens Telluris in Sole æqualis Parallaxi horizontali Solis in Terra. Et quia in puncto S, loco Solis, Lunam vel quamcunque Stellam aliam supponere licet, ceteris omnibus manentibus & consequentibus iisdem; in genere patet, magnitudinem Terræ in Stella qualibet tantam apparere, quanta ejus in Tellure percipitur Parallaxis. Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

1016. Quoniam Parallaxis Solis horizontalis nonnisi 6 (§. 896) vel 10 scrupulorum secundorum (§. 898); Semidiameter Telluris ex Sole visæ apparens est nonnisi 6 vel 10 scrupulorum secundorum.

## COROLLARIUM II.

1017. Similiter quia Parallaxis Lunæ horizontalis maxima, quam scilicet habet in minima a Terra distantia (§. 379) est  $1^{\circ} 1' 25''$ ; minima vero, quam in maxima distantia habet,  $54' 5''$  (§. 892); Semidiameter Terræ apparens maxima in Luna est  $1^{\circ} 1' 25''$ ; minima  $54' 5''$ .

## COROLLARIUM III.

1018. Diameter apparens Terræ in Sole insensibilis (§. 1016).

## THEOREMA XXXVII.

1019. Diameter apparens Lunæ in Sole insensibilis.

## DEMONSTRATIO.

Si distantia Solis a Terra fuerit 34377 Semid. Terrestr. Parallaxis horizontalis 6 scrupulorum secundorum (§. 896); si vero 22062 Semid. Terrestr. eadem evadit  $10''$  (§. 899), consequenter si Terra propius admoveatur Soli intervallo 12315 Semidiameterum Terrestrium, Parallaxis nonnisi 4 scrupulis secundis augetur. Quamobrem si ponamus eandem propius ad Solem accedere non nisi intervallo 62 Semidiameterum Terrestrium, qualis maxima Lunæ a Terra distantia esse potest (§. 906); Parallaxis Solis horizontalis vix unico scrupulo tertio augebitur, consequenter Diameter Terræ apparens in Sole eadem adhuc erit, quæ erat in distantia remotiori. Jam cum Diameter Lunæ vera sit quarta circiter pars Diametri Terrestris (§. 922) & Diametri apparentes Terræ atque Lunæ in Sole in eadem distantia sint ut veræ (§. 212 Optic.); erit Diameter Lunæ inter Solem atque Tellurem interpositæ in Sole vix major  $1\frac{1}{2}$ , aut  $2\frac{1}{2}$  scrupulorum secundorum (§. 1016). Est igitur multo magis insensibilis, quam Diameter apparens Terræ in Sole. Q. e. d.

## THEOREMA XXXVIII.

1020. *Semiangulus Coni umbrosi AHB Tab. X. est ad sensum equalis Semidiametro apparenti Solis ex Terra spectati, si ad eam refertur.* Fig. 86.

Tab. X. refertur Conus umbrosus, vel ex Luna  
Fig. 86. visi, si Conus umbrosus fuerit Lunaris.

DEMONSTRATIO.

Si in C sit centrum Terræ, erit ACB Semidiameter apparens Solis ex Terra visi & CBF Semidiameter apparens Terræ ex Sole spectatæ (§. 207, 208 Optic.). Est igitur Semidiameter apparens Solis ACB æqualis Semidiametro apparenti Terræ CBF ex Sole visæ & angulo dimidio Coni umbrosi Terrestris CHF (§. 239 Geom.). Enimvero Diameter apparens Terræ ex Sole visæ insensibilis (§. 1018), paucorum scilicet scrupulorum secundorum (§. 1016). Quare semiangulus Coni umbrosi Terrestris CHF Diametro Solis apparenti propemodum æqualis. *Quod erat unum.*

Quodsi ponamus in C esse Centrum Lunæ; erit ACB Diameter apparens Solis ex Luna visi & CBF Diameter apparens Lunæ ex Sole spectatæ. Quamobrem cum Diameter apparens Lunæ in Sole sit insensibilis (§. 1019); eodem, quo ante, modo, patet semiangulum Coni umbrosi Lunaris esse Diametro apparenti Solis ex Luna spectati æqualem. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

1021. Eadem igitur manente Semidiametro apparente Solis, sectiones triangulares Coni umbrosi CHF sunt sibi mutuo æquiangulæ (§. 239 Geom.), consequenter Axis CH ad Semidiametrum CF eandem rationem habet (§. 267 Geom.), adeoque Coni ipsi sibi mutuo similes sunt (§. 570 Geom.).

SCHOLIUM.

1022. Non modo Diameter Solis apparens eadem est in Terra in eadem Solis distantia ab Apogæo vel Telluris a Perihelio,

ac pro eadem habetur toto illo tempore, quo nonnisi paucis scrupulis secundis mutatur; verum etiam pro eadem eodem tempore in Luna & Sole habetur: quemadmodum in Theoremate sequente demonstrare lubet.

THEOREMA XXXIX.

1023. Diameter apparens Solis in Luna eodem tempore ad sensum non differt a Diametro apparente ejusdem in Terra.

DEMONSTRATIO.

Differentia Semidiametri apparentis in maxima & minima a Sole distantia non differt nisi 1' 5" seu 65" (§. 553). Est vero juxta CASSINUM differentia distantiae maximæ & minimæ Solis a Terra 748 Semidiametrorum Terrestrium (§. 905). Quamobrem si Terra propius admoveatur Soli intervallo 748 Semidiametrorum Terrestrium, Diameter apparens nonnisi 65 scrupulis secundis augetur. Enimvero maxima Lunæ a Terra distantia nunquam 62 Semidiametros Terrestris excedit (§. 906): qua cum sit vix decima pars illius intervalli, si Luna in maxima a Terra distantia inter Terram & Solem interponitur, Semidiameter apparens Solis in Luna a Semidiametro apparente ejusdem in Terra vix 6 scrupulis secundis differre potest. Est igitur eodem tempore in Luna & Terra ad sensum eadem. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

1024. Coni igitur umbrosi Terræ & Lunæ eodem tempore similes (§. 1021).

PROBLEMA XCIX.

1025. Data Semidiametro Lune vera Tab. X. & Semidiametro apparente Solis; invenire Longitudinem Axis Coni umbrosi Lunaris.

## RESOLUTIO &amp; DEMONSTRATIO.

- Tab.X. I. Si in C fuerit Terra, in  $\triangle CHF$  ad F rectangulo præter semidiametrum Terræ  $CF = 1$  datur semiangulus Coni umbrosi CHF, utpote Semidiametro apparenti Solis æqualis (§. 1020). Inveniri igitur potest Longitudo Axis Coni umbrosi CH (§. 36 *Trigon.*), qui etiam ex distantia Solis a Terra & ejus Diametro vera reperiri poterat, ut supra (§. 939).
2. Quoniam eodem tempore Conus umbrosus Lunaribus similis Cono umbroso Terrestri (§. 1024), adeoque Lunæ Semidiameter ad illius Axem eandem rationem habet, quam habet Semidiameter Terræ ad Axem Coni umbrosi Terrestri (§. 570 *Geom.*), consequenter Semidiameter Terræ ad Semidiametrum Lunæ est ut Axis Coni umbrosi Terrestri ad Axem Coni umbrosi Lunaribus (§. 173 *Arithm.*): hic per Regulam trium porro invenitur.

E. gr. Semidiameter Solis apparens in media distantia  $16'$  fere (§. 553). Quare cum Semidiameter Terræ sit 1; erit

Log. Sin. CHF	76678445
CF	00000000
Sin. tot.	100000000

HC 23321555,  
cui in Tabulis quam proxime respondent 214 $\frac{5}{8}$ . Est igitur Longitudo Axis Coni umbrosi Terrestri 214 $\frac{5}{8}$ , hoc est, fere 215 Semidiametrorum Terrestrialium. Jam Lunæ Semidiameter propemodum pars quarta Semidiametri Terrestri (§. 922). Est adeo Longitudo Axis Coni umbrosi Lunaribus fere 53 $\frac{3}{8}$  Semidiametrorum Terrestrialium.

Similiter in maxima distantia Terræ a Sole Semidiameter Solis apparens 15' 49" (§. 553). Quamobrem ut ante

Log. Sin. CHF	76632969
Sin. tot.	100000000

HC 23367031,  
cui in Tabulis quam proxime respondent 217. Est igitur in distantia maxima Telluris a Sole Axis Coni umbrosi Terrestri 217 Semidiametrorum Terrestrialium. Quodsi ergo Lunæ Diameter ponatur quarta pars Diametri Terrestri; erit Axis Coni umbrosi 54 $\frac{1}{2}$  Semidiametrorum Terrestrialium. Quodsi Diametrum Terræ ad Diametrum Lunæ ponas ut 1000 ad 266 (§. 912), reperietur Axis Coni umbrosi Lunaribus in casu priori 57 $\frac{15}{16}$  Semidiametrorum Terrestrialium; in posteriori 57 $\frac{7}{16}$ .

## COROLLARIUM I.

1026. Quoniam Axis Coni umbrosi major esse nequit 58 Semidiametris Terrestrialibus, Lunæ autem a Terra distantia media 58 Semidiametrorum Terrestrialium est (§. 906), vel juxta CASSINIUM 57 (§. 905); si distantia Lunæ a Terra fuerit major distantia media, Terra in Umbram Lunæ incurere nequit.

## COROLLARIUM II.

1027. Quoniam vero distantia Lunæ minima a Terra est 54 (§. 906) vel 53 Semidiametrorum Terrestrialium (§. 905) Longitudo vero Coni umbrosi minor esse nequit 53 Semidiametrorum Terrestrialium (§. 1025); si distantia Lunæ a Terra fuerit minor distantia media, Terra in Umbram Lunæ incurere potest.

## SCHOLIUM.

1028. Non tamen ideo actu incurrit, necesse enim est ut Luna sit Nodo vicina vel in ipso Nodo, ubi id fieri debet (§. 985).

## DEFINITIO LXXXVIII.

1029. Umbra Lunæ appellatur Circulus in disco Terræ, qui a Luna obumbratur, seu in quem Luna Umbram projici-

projicit. Diameter hujus circuli dicitur *Diameter Umbrae*, & quidem vera. Ast angulus, sub quo Semidiameter Umbrae in Luna videtur *Semidiameter Umbrae Lunar*is apparens appellatur.

PROBLEMA C.

1030. *Invenire Semidiameterum apparentem Umbrae Lunar*is.

RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus inveniatur intervallum Solis atque Lunæ (§. 645), indeque porro Diameter apparens utriusque Luminaris (§. 213 *Optic*).
2. A Semidiametro apparente Lunæ subtrahatur Semidiameter apparens Umbrae: Quod relinquitur est Semidiameter apparens Umbrae Lunaris.

DEMONSTRATIO.

Tab. X. Ponamus in C esse Lunam, DE Semidiameterum Umbrae Lunaris CHF semiangulum Coni umbrosi: erit CDF Semidiameter apparens Lunæ, ECD Semidiameter apparens Umbrae (§. 1029). Est vero Semidiameter apparens Lunæ CDF æqualis Semidiametro apparenti Umbrae ECD & Semiangolo Coni umbrosi Lunaris CHD (§. 239 *Geom*). Quamobrem cum Semiangulus Coni umbrosi CHF æqualis sit Semidiametro apparenti Solis (§. 1021, 1023); si a Semidiametro apparente Lunæ CDF subtrahitur Semidiameter apparens Solis seu angulus CHF, relinquitur Semidiameter apparens Umbrae. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

1031. Quodsi ergo Semidiameter Lunæ æqualis vel minor fuerit Semidiametro Solis, nulla quoque Umbra Lunæ in discum Terræ cadit.

*Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.*

SCHOLIUM I.

1032. Monet KEPLERUS (a) *Diameterum Umbrae Lunar*is hoc pacto inventam esse prope veram. Quoniam enim Parallaxin Solis horizontalem adhuc sensibilem statuit; semiangulus Coni umbrosi Semidiametro apparenti Solis non prorsus æqualis haberi potest.

SCHOLIUM II.

1033. Ad facilitandum calculum constructæ sunt Tabulæ Semidiameterum apparentium, Parallaxium horizontalium & distantiarum a Terra pro Sole & Luna ad singulos quinos Anomalias coæquate gradus (b).

PROBLEMA CI.

1034. *Data Semidiametro Umbrae Lu* Tab. X. *naris apparente ECD & distantia Lu* Fig. 36. *nae a Terra a disco CE, invenire veram ED.*

RESOLUTIO.

Quoniam in Triangulo CED ad E rectangulo datur angulus ECD & latus EC, invenietur latus ED (§. 36 *Trig*).

COROLLARIUM.

1035. Quia Diameter vera Umbrae ED minor Diametro vera Lunæ CF, Lunæ vero Diameter multo minor Diametro Telluris (§. 912); Umbra Lunæ nunquam integrum discum Terræ obtegere potest; sed nonnisi partem aliquam tegit.

PROBLEMA CII.

1036. *Datis Axe Coni umbrosi LH* Tab. XIII. *per Centrum Telluris C transcurrentis & distantiae Lunæ a Centro Terræ LC una* Fig. 106. *cum semiangolo Coni umbrosi EHD; determinare spatium disci, quod occupat Umbra Lunæ.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam in Triangulo CDH præter semiangulum Coni umbrosi Lunar

Aaaa ris H

(a) In *Epit. Astron. Copern. Lib. VI. p. 875.*  
(b) *De la Hre* in Tab. Astron. p. 10. 27.



Tab.  
XIII.  
Fig.  
106.

ris H dantur Semidiameter Terræ  $CD = 1$  & excessus Longitudinis Coni umbrosi supra distantiam Lunæ a Terræ centro CH, inveniri potest angulus CDH (§. 38 *Trigon.*).

2. Addatur huic angulo semiangulus Coni umbrosi H; aggregatum erit angulus ECD (§. 239 *Geom.*), cuius mensura est arcus ED.

3. Duplum hujus arcus si convertatur in milliaria Germanica, quemadmodum in *Geographia* docebitur; prohibet Longitudo spatii, quod dato momento Umbra Lunæ occupat.

### COROLLARIUM.

1037. Quia Luna continuo movetur ab Occasu versus Ortum & Terra vertigine cietur; Umbra quoque Lunæ ab Occasu in Ortum continuo movetur in disco Terræ, consequenter *Seleniis* instar maculæ per discum Terræ trajicientis appareret (§. 1035).

### SCHOLION.

1038. Obiinet casus Problematis in Conjunctione centrali (§. 935). Quodsi enim plausica fuerit Coniunctio, Axis ad discum Terræ obliquus est, adeoque Conum umbrosus oblique secat, consequenter sectio Ellipsis est. Cum vero rarius Luna in ipso Nodo est, quando Terram obumbrat; figura quoque Umbrae plerumque Elliptica est.

### DEFINITIO LXXXIX.

Tab.  
XIII.  
Fig.  
107.  
1039. *Penumbra* est spatium disci Terræ, quod aliqua Luminis Solaris parte illo momento privatur.

E. gr. Sit Sol in S, Luna in L, Terra in T. Ducatur ex H recta BH tangens Lunam in E & Solem in B. Ducatur itidem recta AG tangens Lunam in E & Solem in A. Erit in GH Penumbra. Idem intelligitur ex altera parte inter Radios ID & DF.

### DEFINITIO XC.

1040. *Conus penumbrosus* dicitur is, qui describi concipitur, si Radius CK circa Punctum fixum C ita moveri in gyrum concipiatur, ut continuo contingat Lunam. Punctum C, in quo radii Lunam contingentes BD & AE se mutuo interfecant, dicitur *Vertex Coni penumbrosi*.

Tab.  
XIII.  
Fig.  
107.

### SCHOLION.

1041. In natura rerum formatur Conus umbrosus per Radios, qui ex singulis limbi Solis Punctis per Punctum C transeunt & Lunam contingunt, antequam ulterius progrediantur.

### COROLLARIUM I.

1042. Quoniam Radius CK in infinitum protenditur, Conus penumbrosus in infinitum exporrigitur.

### COROLLARIUM II.

1043. Conus umbrosus DFE totus intra penumbrosus ICK continetur.

### COROLLARIUM III.

1044. Quia Conus DCE totus toto Lumine Solari illustratur; Conus penumbrosus propriè loquendo est Conus truncatus DIEK.

### THEOREMA XL.

1045. *Semiangulus Coni penumbrosi ECL est Semidiametro apparenti Solis æqualis.*

### DEMONSTRATIO.

Ducatur recta EN per Punctum E ad Centrum Solis tendens; erit angulus AEN Semidiametro apparenti Solis æqualis (§. 207, 108 *Opt.*) & recta EN ipsi LS ex Centro Soliseductæ ad sensum parallela (§. 93 *Optic.*). Quoniam itaque angulus AEN ipsi LCE æqualis (§. 233 *Geom.*); semiangulus Coni penumbrosi Semidiametro apparenti Solis æqualis. Q. e. d.

COROL.



COROLLARIUM I.

Tab. 1046. Quoniam etiam semiangulus Coni umbrosi LFE semidiametro apparenti XIII. Solis æqualis (§. 1020); Conus umbrosus Fig. Lunarise & penumbrosus sunt sibi mutuo 107. similes eodem tempore (§. 1021).

COROLLARIUM II.

1047. Et quia Conus umbrosus Telluris Cono umbroso Lunari similis (§. 1024); etiam Conus penumbrosus Lunarise Cono umbroso Telluris eodem tempore similis esse debet.

COROLLARIUM III.

1048. Quoniam pars Sectionis Coni umbrosi FLE & penumbrosi inter Solem & Lunam interjacentis LCE communem basin & angulos ad eandem æquales habent (§. 246 Geom.); æquales sunt (§. 251 Geom.), consequenter Conus umbrosus Lunarise & penumbrosi pars ea, quæ inter Lunam & Solem interjacet, æquales sunt (§. 467 Geom.).

COROLLARIUM IV.

1049. Eodem igitur modo invenitur Axis ejus partis Coni penumbrosi, quæ inter Lunam & Solem interjacet, quo Axis Coni umbrosi Lunarise reperitur (§. 1025).

DEFINITIO XCI.

Tab. 1050. Si Conus penumbrosus ICG, XIV. ubi terram contingit, secetur plano ad Fig. axem CF recto, Diametrum hujus circuli dicitur *Diameter Penumbrae*, & ejus pars dimidia HG *Semidiameter Penumbrae*. 108.

COROLLARIUM.

1051. Semidiametri igitur Penumbrae, HG pars est Semidiameter Umbrae, si qua datur; Centrum vero H Penumbrae idem est cum Centro Umbrae, si qua datur.

SCHOLION.

1052. Studio dico, si qua datur: constat enim ex superioribus (§. 1026), Umbra Lunæ non semper attingere Terræ superficiem esse. Penumbra involvatur.

DEFINITIO XCII.

1053. Differentiam Umbrae a Penumbra, si qua Umbra datur, dicemus *Latitudinem Penumbrae*.

E. gr. Si HG fuerit Semidiameter Penumbrae, HO Semidiameter Umbrae, erit OG Latitudo Penumbrae.

SCHOLION.

1054. Nimirum quando Umbra Lunæ incidit in superficiem Terræ, Penumbra mera in disco Terræ annulum occupat, cujus Latitudo est differentia inter Semidiametrum Penumbrae & Umbrae plenariae.

DEFINITIO XCIII.

1055. *Semidiameter apparens Penumbrae* est angulus HLG, sub quo Semidiameter Penumbrae ex Luna videtur. *Latitudo Penumbrae apparens* est angulus OEG, sub quo latitudo Penumbrae ex Luna videtur.

PROBLEMA CIII.

1056. *Invenire ad datum tempus Semidiametrum apparentem Penumbrae, una cum Latitudine apparente ejusdem.*

RESOLUTIO.

1. Inveniantur ad datum tempus Semidiametri apparentes Solis atque Lunæ, ut supra (§. 130).
2. Semidiametri Luminarium ad se invicem addantur, erit aggregatum Semidiameter Penumbrae apparens.
3. Semidiameter Solis apparens multiplicetur per binarium, erit factum latitudo Penumbrae apparens.

DEMONSTRATIO.

Sit L Centrum Lunæ, ducaturque LG; erit HLG Semidiameter apparens Penumbrae (§. 1055); angulus vero LGE

Aaaa 2

Se-

Tab. XIV. Fig. 108.

Tab. Semidiameter apparens Lunæ e Terra  
XIV. visâ. Quoniam angulus HLG æqualis  
Fig. angulus LCG & LGC (§. 239 *Geom.*),  
108. semiangulus vero Coni umbrosi Semi-  
diametro Solis apparenti æqualis (§. 1020); evidens est, Semidiametrum  
apparentem Penumbrae esse aggregatum  
ex Semidiametris apparentibus Solis  
atque Lunæ. *Quod erat unum.*

Sit jam porro in F vertex Coni umbrosi, erit semiangulus ejusdem Semidiametro apparenti Solis (§. 1020), quemadmodum semiangulus Coni penumbrosi ECH æqualis (§. 1045). Quamobrem cum angulus GEO sit duobus semiangulis Conorum ECF & CFE æqualis (§. 239 *Geom.*); erit latitudo apparens Penumbrae DEG duplæ Semidiametro apparenti æqualis. *Quod erat alterum.*

#### SCHOLIION.

1057. Cum KEPLERUS in semiangulo Coni umbrosi definiendo, cui semiangulum Coni penumbrosi æqualem esse constat (§. 1048), Parallaxeos Solis, quam sensibilem statuit, rationem habeat; ideo quoque in definienda Diametro apparente Penumbra eandem non negligit.

#### PROBLEMA CIV.

1058. Determinare longitudinem spatii in superficie Terræ, quam Penumbra Lunæ occupat dato tempore.

#### RESOLUTIO.

Tab. Ponamus ut supra (§. 1036), Axem  
XIV. Coni penumbrosi CD transire per Centrum Terræ T.  
Fig.

109. 1. Investigetur longitudo Axis Coni Umbrosi (§. 1025), cui æqualis est longitudo partis Penumbrosi EC inter Solem & Lunam interjacentis (§. 1048).

2. Investigetur porro ad datum tempus Tab. distantia Lunæ a Terra TL (§. 903),  
XIV. eique  
Fig.

3. addatur pars Axis Coni penumbrosi LC modo inventa (*n.* 1), ut habeatur TC.  
109.

4. Quoniam itaque præter latera TC & TG, distantiam verticis Coni penumbrosi a Centro Terræ & Terræ Semidiametrum, in  $\triangle$  TCG datur semiangulus Coni penumbrosi TCG (§. 1045); reperietur angulus CGK (§. 38 *Trigon.*), consequenter angulus CTG innotescit (§. 245 *Geom.*) quem metitur arcus HG (§. 57 *Geom.*).

5. Quodsi tandem duplum arcus HG, arcum scilicet IG, per ea, quæ in *Geographia* independenter ab his traduntur, in milliaria Germanica convertas; prodibit longitudo spatii, quod Penumbra dato momento occupat, in milliaribus Germanicis.

E. gr. Ponamus Terram esse in Perihelio, in quo cum Solis Semidiameter apparens maxima sit, erit semiangulus Coni penumbrosi TCG maximus, qui esse potest (§. 1045), nimirum  $16' 22'' \frac{1}{2}$  five  $16' 23''$  (§. 552).

Log. Sin. tot.	1000000000
Semidi. app. $\odot$	76781200

Log. Axis Coni umbrosi Ter. 2. 3218780, cui in Tabulis, quam proxime respondent 209  $\frac{8}{10}$ . Est igitur Axis Coni umbrosi Terrestris in Perihelio 209  $\frac{2}{7}$  Semidiametrorum Terrestrium.

Jam cum Semidiameter Telluris sit ad Semidiametrum Lunæ ut 1000 ad 266, (§. 912) reperietur Axis Coni umbrosi Lunaris 55  $\frac{8}{10}$  five 56 Semidiametrorum Terrestrium (§. 1025), cui LC æqualis (§. 1048).  
Ponamus

Tab. XIV. *Fig.* 109. Ponamus jam porro Lunam esse in Apogæo suo, erit TL 62 Semidiametrorum Terreſtrium ( §. 906 ), adeoque TC=118 Semid. Terreſt. Quamobrem

Log. Sin. TCG	76781220
TC	20718820
Log. Sin. CGK	97500040,
cui in Tabulis respondent	
	34° 13' 10"
TCG	16 23
arc. HG	33 56 47

IG 67 53 34

Eſt igitur IG fere 68°. Quoniam itaque uni gradui respondent 15 milliaria Germanica; erit longitudo ſpatii, quod occupat Penumbra 1020 milliarium Germanicorum.

Patet vero intra ſpatium, quod per Problema præſens determinatur, contineri quoque in medittullio ſpatium, ab Umbra plenaria occupatum, ſi quod datur, cujus longitudo per Probl. 102. ( §. 1036 ) invenitur.

#### DEFINITIO XCIV.

1059. *Ecliptica in diſco Terræ eſt Linea recta, quæ repræſentat interſectionem Plani Eclipticæ & Diſci Terræ.*

#### COROLLARIUM.

1060. Cum Ecliptica ſit Circulus Sphæræ maximus ( §. 171 ); idem cum Centro Sphæræ mundanæ ( §. 15 Sphæric. ), conſequenter Terræ Centrum habet ( §. 10 ), ac ideo per Centrum diſci Terræ tranſit ( §. 1013 ).

#### DEFINITIO XCV.

1061. *Via Penumbra eſt recta, quam Centrum Penumbrae in diſco Terræ deſcribit. Dicitur etiam ſolet Via Lunæ a Sole.*

#### COROLLARIUM.

1062. Quoniam Centrum Umbrae idem eſt cum Centro Penumbrae, ſi qua datur Umbra, ſcilicet Penumbrae eſt etiam via Umbrae.

#### SCHOLIUM.

1063. Si Sol aut potius Terra quieſceret, nec una cum Luna ſecundum Eclipticam, eſſi motu multo tardiore, progrediretur verſus eandem plagam, nimirum ab Occidente verſus Orientem; via Penumbrae eadem foret cum Orbita Lunæ. Enimvero ob motum Solis ſeu Terræ proprium in Ecliptica accidit, ut ſit diverſa: id quod ſequenti Theoremate demonſtratur.

#### THEOREMA XLI.

1064. *Via Penumbra diverſa eſt ab Orbita Luna & ſub majore angulo, quam Orbita Luna, ad eandem inclinatur, angulo tamen conſtante.*

Tab. XIV.  
Fig. 110.

#### DEMONSTRATIO.

Ponamus NM eſſe Eclipticam, NO Orbitam Lunæ, in N Nodum aſcendentem & angulum adeo ONM inclinationem Orbitæ Lunaræ ad Eclipticam. Ponamus porro Solem & Lunam in ipſo Nodo N conjungi & interea, dum Luna in Orbita ſua pervenit ad L, Solem ex N progredi in S; Luna a Sole recedere videtur per rectam SL. Jam cum motus Lunæ a Sole idem ſit, ſive Sol una cum Luna verſus eandem plagam progrediatur, ſive Sol quieſcat & Luna differentia celeritatum progrediatur; ponamus Solem in Nodo quieſcere & Lunam differentia celeritatum ſecundum Eclipticam moveri. Ducatur itaque per centrum Lunæ L recta PH Eclipticæ NM parallela & in Nodo N erigatur perpendicularis NP. Demittatur etiam ex L ad NM perpendicularis NI. Erit NI=PL ( §. 226 Geom. ), conſequenter cum NI designet motum Lunæ ſecundum Eclipticam ( §. 237, 241 ), etiam PL eundem designabit.

Aaaa 3

Fiat

Tab. XIV. Fig. 110. Fiat LK æqualis ipsi NS motui Solis secundum Eclipticam; erit PK differentia motuum Solis & Lunæ secundum Eclipticam, & KL parallela ipsi NS (§. 257 *Geom.*), consequenter Luna a Sole in Nodo s̄ quiescente recedere videbitur per rectam NK. Quamobrem recta NK = SL (§. 257 *Geom.*) erit via Penumbrae, quam adeo diversam esse ab Orbita Lunæ NO patet. *Quod erat unum.*

Jam angulus LSI æqualis est angulis LNS & NLS simul sumitis (§. 239 *Geom.*), consequenter major est Inclinatione Orbitæ Lunaris ad Eclipticam LNS. Quare cum angulus KNS sit ipsi LSI æqualis (§. 233 *Geom.*); erit etiam KNS inclinatio viæ Penumbrae ad Eclipticam major Inclinatione Orbitæ Lunaris ad eandem. *Quod erat alterum.*

#### DEFINITIO XCVI.

1065. *Inclinatio viæ Penumbrae* est angulus KNM, quem viæ Penumbrae KN cum Ecliptica NM in Nodo N efficit.

#### PROBLEMA CV.

1066. *Invenire inclinationem viæ Penumbrae.*

#### RESOLUTIO.

1. Inveniatur motus Solis & motus Lunæ horarius ad datum tempus secundum Eclipticam (§. 968).
2. Inferatur: Ut motus Lunæ secundum Eclipticam ad differentiam motuum Lunæ ac Solis secundum eandem; ita Inclinatione Orbitæ Lunaris ad Inclinationem viæ Penumbrae.

#### DEMONSTRATIO.

Sint omnia ut in Theoremate præcedente (§. 1064); erit PL motus Lu-

næ secundum Eclipticam, PK differentia motuum Solis ac Lunæ secundum eandem. Jam anguli PKN & PLN sunt anguli, sub quibus in distantii PL & PK spectatur PN, adeoque magnitudines apparentes ejusdem objecti in diversis distantii (§. 207, 208 *Optic.*). Quamobrem cum anguli isti sint valde exigui; erit angulus PLN ad angulum PKN, uti PK ad PL (§. 212 *Optic.*). Constat ex Demonstratione Theorematum præcedentis, rectas PL & NI esse parallelas. Est igitur angulus PKN ipsi KNM, hoc est, Inclinationi viæ Penumbrae (§. 1065), & PLN ipsi LNI, hoc est, Inclinationi Orbitæ Lunaris æqualis (§. 233 *Geom.*). Quamobrem Inclinatione Orbitæ Lunaris LNM est ad Inclinationem viæ Penumbrae KMN ut motuum Lunæ ac Solis secundum Eclipticam differentia PK ad motum Lunæ secundum eandem PL. *Q. e. d.*

#### PROBLEMA CVI.

1067. *Invenire angulum, quem Circulus Latitudinis in dato Ecliptica puncto efficit cum viæ Penumbrae.*

#### RESOLUTIO.

Sit NI Ecliptica, NK viæ Penumbrae, quæ licet arcus Circuli sit, in disco tamen Lunæ perinde ac Ecliptica instar lineæ rectæ representatur, & KNI Inclinatione viæ Penumbrae. Cum arcus KI tanquam pars Circuli Latitudinis cum Ecliptica NI efficiat rectum ad I (§. 237), præter angulum rectum dantur in  $\triangle$  KNI angulus KNI & latus NI. Invenitur itaque angulus NKI, quem efficit Circulus Latitudinis cum viæ Penumbrae, (§. 121 *Spher.*).

DEFI-

Tab.  
XIV.  
Fig.  
110.

Tab.  
XIV.  
Fig.  
111.

DEFINITIO XCVII.

1068. In Eclipsi Terrestri *motus horarius* est pars viæ Penumbrae, quam a centro Penumbrae intra unius horæ spatium Luna conficit.

DEFINITIO XCVIII.

1069. Recta TC ex centro disci T in viam Penumbrae NM perpendiculariter ducta dicitur *Arcus Latitudinarius*, cum ex aduerso recta TO in cenro disci ad Eclipticam EL perpendicularis designet ipsam Latitudinem Lunæ in O, tempore veræ Copulæ seu Coniunctionis Lunæ cum Sole.

COROLLARIUM I.

1070. Arcus adeo Latitudinarius respondet arcui inter centra, quo supra in Eclipsibus Lunaribus & Solaribus fuimus usi (§. 945).

COROLLARIUM II.

1071. Quando Centrum Penumbrae pervenit in O, Coniunctio vera accidit; quando vero in C constituitur, obscuratio maxima est.

COROLLARIUM III.

1072. Si arcus Latitudinarius TC fuerit æqualis summæ Semidiametrorum disci Terræ atque Penumbrae vel hoc aggregato maior; nulla datur Eclipsis Terræ. In utroque enim casu Penumbra Lunæ Terram minime ferit, adeoque nullus datur in Hemisphærio Terræ illuminato locus, quod aliqua Luminis parte privetur, consequenter nulla est Eclipsis Terræ (§. 1011).

COROLLARIUM IV.

1073. Si arcus Latitudinarius TC fuerit minor aggregato ex Semidiametro Disci Terræ & Semidiametro Penumbrae; Penumbra Terræ superficiem ferit, adeoque aliqua superficiei pars Lumine Solari privatur, consequenter Terra alicubi eclipsatur.

COROLLARIUM V.

1074. Si denique arcus Latitudinarius TC fuerit minor aggregato ex Semidiametro Disci & Semidiametro Umbrae; Umbra per discum Terræ movetur, adeoque idem alicubi plene obscuratur.

THEOREMA XLII.

1075. *Qui in Umbra Lunæ constituuntur, Eclipsin Solis vident totalem, qui vero in Penumbra constituuntur, nonnisi partialem, tanto tamen maiorem, quo centro Penumbra propiores sunt.*

DEMONSTRATIO.

Qui enim in Umbra Lunæ constituuntur, ad eos nulli prorsus Radii Solis directi pertingere possunt. Nihil igitur Solis vident (§. 42 *Optic.*), sed Sol ipsis totus tegitur (§. 122 *Optic.*). Sol igitur totus iisdem obscuratus videtur; consequenter Eclipsin Solis vident totalem (§. 982). *Quod erat primum.*

Enimvero qui in Penumbra constituuntur, ad eos ex aliqua tantummodo Disci Solaris parte Radii nulli pertingere possunt, cum tamen ex reliqua ad eos propagentur. Aliquam igitur tantummodo Solis partem non vident, vident vero reliquam (§. 42 *Optic.*), consequenter Luna ipsis tantummodo aliquam Disci Solaris partem occultat, ac ideo Eclipsin vident Solis nonnisi partialem. *Quod erat secundum.*

Quodsi vero Schema delineare volueris, facile constabit, quo quis Umbrae, consequenter centro Penumbrae fuerit propior, eo maiorem Solis partem a Luna eidem occultari. Atque adeo Eclipsin partialis tanto videbitur maior, quo quis centro Penumbrae fuerit propior. *Quod erat tertium.*



## COROLLARIUM I.

Tab. 1076. Quando igitur Selenita vident  
XIV. Eclipsin Terræ, alicubi locorum in Terra  
Fig. videtur Eclipsis Solis.

## COROLLARIUM II.

1077. Quamobrem si arcus Latitudinari-  
us TC fuerit aequalis aggregato ex Semi-  
diametro Disci Terræ & Semidiametro  
Penumbræ, vel eodem major; nullus da-  
tur in Terra locus, ubi aliqua videtur Eclip-  
sis Solis (§. 1072).

## COROLLARIUM III.

1078. Quando arcus Latitudinarius TC  
fuerit minor aggregato ex Semidiametro  
Disci Terræ & Semidiametro Penumbræ;  
alicubi Terrarum videtur Eclipsis Solis (§.  
1073).

## COROLLARIUM IV.

1079. Quando arcus Latitudinarius fue-  
rit minor aggregato ex Semidiametro Disci  
& Semidiametro Umbra; alicubi Terrarum  
videtur Eclipsis Solis totalis (§. 1034).

## COROLLARIUM V.

1080. Quando denique arcus Latitudi-  
narius fuerit major aggregato ex Semidia-  
metro Disci & Semidiametro Umbra; vel  
eidem aequalis, minor tamen aggregato ex  
Semidiametro Disci atque Penumbræ; nul-  
libi Terrarum Eclipsis Solis totalis est (§.  
1074), sed alicubi Terrarum nonnisi par-  
tialis (§. 1078).

## COROLLARIUM VI.

1081. Quoniam tam Umbra, quam Pe-  
numbra per superficiem Terræ ab Occasu  
in Ortum movetur; in omnibus illis locis,  
per quæ Umbra incedit, Eclipsis Solis to-  
talis est, in ceteris, per quæ Penumbra  
serpit, partialis est. Sed quia Umbra &  
Penumbra non omnia loca, quæ in alteru-  
tram incidunt, eodem tempore involvunt;  
Eclipsis quoque non omnibus in locis,  
in quibus videtur, eodem temporis mo-  
mento incipit ac desinit, nec totalis, ubi  
datur, obscuratio eodem momento ac-  
cidit;

## PROBLEMA CVII.

1082. *Terminos Eclipsium Terre-  
strium definire.*

## RESOLUTIO.

Eadem est quæ superius in Sole &  
Luna (§. 925), nisi quod hic arcus La-  
titudinarius inter centra TC sumitur  
æqualis Semidiametris apparentibus  
Disci atque Penumbræ, cum ultra distan-  
tiam a Nodo, quæ eidem responderet, nul-  
la Eclipsis alicubi Terrarum videri possit.

## PROBLEMA CVIII.

1083. *Invenire arcum Latitudina-  
rium TC, una cum arcu CO, ad mo-  
mentum Copula.*

## RESOLUTIO.

Cum in momento Copulae Centrum  
Penumbræ sit in O ex datis in  $\triangle TCO$   
ad O rectangulo, quod ob arcus exiguos  
TC & TO pro rectilineo haberi potest,  
detur Latitudo Lunæ TO in Copula  
& angulus TOC (§. 1067); reperien-  
tur latera TC & CO (§. 36 Trigon.).

## PROBLEMA CIX.

1084. *Dato arcu CO, distantia ma-  
ximæ obscurationis in C a Copula in O;  
invenire tempus obscurationis maximæ.*

## RESOLUTIO.

1. Quoniam in momento, quo Copula  
contingit, centrum Penumbræ est in  
O, quando vero obscuratio maxi-  
ma, in C; ex motu Lunæ a Sole  
horario invento (§. 968), quaeratur  
tempus, quo centrum Penumbræ ar-  
cum CO percurrit.
2. Hoc tempus a momento Copulae sub-  
ducatur, vel eidem addatur ut supra  
(§. 971): ita prodibit tempus obscu-  
rationis maximæ.



PROBLEMA CX.

Tab. 1085. Dato arcu Latitudinario TC  
XIV. & Semidiametris apparentibus Disci TI  
Fig. atque Penumbrae HI; invenire tempus  
112. dimidiæ obscuræ una cum initio ac  
fine Eclipsis universalis.

RESOLUTIO.

1. Datis in Triangulo TCH ad C rectangulo Hypothenusa TH, æqualis aggregato ex Semidiametris apparentibus Penumbrae & Disci, atque arcu Latitudinario TC, invenitur portio viæ Penumbrae CH, quam centrum Penumbrae a momento dimidiæ obscuræ usque ad finem Eclipsos describit (§. 36 Trig.).
2. Ex motu Lunæ a Sole horario invenitur tempus, quo centrum Penumbrae rectam CH percurrit: quod erit tempus dimidiæ durationis.
3. Hoc tempus ad momentum Conjunctionis addatur, ita prodit Eclipsis initium, hoc est, momentum, quo alicubi Terrarum Sol videtur eclipsari (§. 1075).
4. Idem a momento conjunctionis subtrahatur, ita relinquitur finis Eclipsis, hoc est, momentum, quo nullus amplius in Terra locus est, ubi Sol eclipsari videtur (§. cit.).

THEOREMA XLIII.

1086. Elevatio Poli super Disco Terræ est æqualis Declinationi Solis.

DEMONSTRATIO.

Tab. Quoniam enim Sol imminet centro  
XV. Disci Telluris, T, per quod transit planum Eclipticæ, eundem secans in EL; Fig. arcus inter Solem & horizontem interceptus est quadrans seu 90°. Est vero  
112. *Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.*

etiam arcus inter Polum & Aequatorem interceptus quadrans (§. 49). Quamobrem si utrinque auferas arcum inter Solem & Polum interceptum; relinquentur utrinque arcus æquales (§. 91 Aritbm.). Enimvero qui inter Solem & Aequatorem interceptitur arcus, Declinatio Solis est (§. 76); qui vero inter Polum & Horizontem interjacet; elevatio Poli (§. 99, 73). Patet itaque Elevationem Poli super Disco Terræ esse Declinationi Solis æqualem. Q. e. d.

DEFINITIO XCVI.

1087. Meridianus universalis TQ appellatur, qui transit per Solem centro T imminet, seu Zenith ipsius Disci & Polum P (§. 72).

COROLLARIUM.

1088. Quoniam Discus Terræ respectu Telluris tanquam immotus spectatur, Terra vero motu vertiginis convertitur ab Occasu versus Ortum, alia aliaque continuo loca ad Meridianum universalem deferuntur, & in iis locis dato momento meridies est, qui sub eodem constituuntur; in eo autem Sol verticalis est, qui in centro Disci ex Luna apparet.

PROBLEMA CXI.

1089. Data distantia Polorum Eclipticæ & Declinatione Solis; invenire positionem Meridiani universalis TQ super Disco Terræ.

RESOLUTIO.

Ex centro Disci Terræ erigatur Eclipticæ EL perpendicularis TR; erit in R Polus Eclipticæ (§. 25 Sphæ.). Sit Polus Aequatoris seu mundi in P; erit RP distantia Polorum Eclipticæ & Aequatoris, quæ per Observationes datur  
Bbbb (§. 179)

Tab.  
XV.  
Fig.  
113.

Tab. XV. Fig. 113. ( §. 179 ) & angulus ad P rectus quia RP distantia. Et quia elevatio Poli PQ est Declinationi Solis æqualis ( §. 1086 ), quæ datur *per hypoth.* ideo in Triangulo RPQ invenitur ex datis cruribus RP & PQ Hypothenusa RQ ( §. 120 *Sphæ.* ): quæ cum sit mensura anguli RTQ; hoc ipso positio Meridiani universalis TQ super Disco Terræ innotescit.

### PROBLEMA CXII.

1090. *Determinare locum, cui Sol dato momento est Verticalis.*

#### RESOLUTIO.

Ostendemus in *Geographia* loca Telluris per Longitudinem & Latitudinem determinari, quarum illa est distantia a quodam Meridiano tanquam primo assumpto versus Occasum secundum Æquatorem; hæc vero Declinationi Stellarum in Astronomicis respondet. Itaque

1. Quærat<sup>r</sup> ad datum tempus locus Solis ( §. 720 ) & ejus Declinatio ( §. 198 ), quæ erit Latitudini loci æqualis.
2. Tempus a meridie convertatur in gradus Æquatoris ( §. 212 ), ita prodibit arcus Æquatoris inter Meridianum datum, in quo tempus numeratur, & Meridianum loci, cui Sol isto momento verticalis est, interceptus. Atque ita patet, cuiusnam Terræ loco, momento isto, Sol sit verticalis.

#### COROLLARIUM.

1091. Quoniam Solis Centrum, toto Eclipsæ tempore, centro Disci T imminere supponitur; patet quomodo deter-

minentur loca, quæ ab initio Eclipsæ Terræ usque ad finem ejusdem a centro Disci representantur.

### PROBLEMA CXIII.

1092. *Determinare loca Terræ, quibus Sol oritur & occidit, in principio ac fine Eclipsæ Terrestris.*

#### RESOLUTIO.

Quoniam Sol oritur in aliquo loco, quando vertigine Telluris in Peripheriam Disci Terræ defertur ( §. 1013 ), Eclipsis vero Terræ incipit, quando Peripheria Penumbrae Peripheriam Disci primum contingit ( §. 1075 ); in principio Eclipsæ Terrestris Sol oritur eo in loco, qui est in contactu I Penumbrae atque Disci Terræ. Quamobrem per ea, quæ ad Problema præcedens dicta sunt, non alia re opus est, quam ut loci I Longitudo & Latitudo determinetur.

1. Demittatur ex T ad viam Penumbrae HM perpendicularis TC: in  $\triangle TCH$  ad Crectangulo, datur arcus Latitudinarius TC ( §. 1083 ) & recta TH composita ex Semidiametro Disci TI & Semidiametro Penumbrae HI ( §. 1015, 1056 ), invenitur angulus HTC ( §. 38 *Trig.* ); cui si addatur angulus CIP ( in alio casu subtrahendus, quod pro re nata per se patet ), prodibit angulus ITQ; consequenter arcus IQ innotescit.
2. In  $\triangle IQP$  in superficie Sphærica Telluris Sphærico & ad Q rectangulo, dantur latera QP ( §. 1086 ) & IQ *vinu* 1. adeoque reperitur IP complementum Latitudinis loci I ad quadrantem ( §. 119 *Sphæric.* ), quæ adeo innotescit, si arcum IP ex  $90^\circ$  subducas.

Tab.  
XV.  
Fig.  
113.

3. In eodem  $\triangle IQP$  ex iisdem datis reperitur angulus  $IPQ$  (§. 117 *Sphæ.*), cujus complementum ad duos rectos  $IP\Gamma$  est mensura distantiae Meridianorum loci  $I$  & alterius, ubi Sol verticalis est.
4. Quærat igitur locus cui Sol verticalis est (§. 1090): cujus adeo Longitudine cognita, innotescet quoque Longitudo loci  $I$ , consequenter cum jam Longitudo & Latitudo ejusdem nota sit, in superficie Terræ Sphærica determinatus est.
5. Quodsi jam assumas Punctum contactus Penumbrae ac Disci in fine Eclipsæ Terrestris, eodem prorsus modo determinatur locus, cui Sol in fine Eclipsæ occidit.

PROBLEMA CXIV.

1093. *Determinare locum Terræ, ubi Sol totus Eclipsatus oritur, vel occidit.*

RESOLUTIO.

Quodsi in  $I$  fuerit contactus Umbrae & Disci Terræ; evidens est, in  $I$  esse locum, ubi Sol totus eclipsatus oritur. Et similiter si in  $O$  fuerit contactus Umbrae & Disci Terræ; patet in  $O$  esse locum, ubi Sol totus eclipsatus occidit. Quamobrem cum cetera omnia eadem maneant, quemadmodum in Problemate præcedente, nisi quod  $HI$  hic sit Semidiameter Umbrae, quæ ibidem erat Semidiameter Penumbrae, Problema præsens eodem prorsus modo resolvitur, quo præcedens.

PROBLEMA CXV.

1094. *Determinare locum Terræ ad quem dato quolibet momento, ante vel*

*post Eclipsæ medium, centrum Penumbra pervenit.*

Tab.  
XV.  
Fig.  
113.

RESOLUTIO.

1. Dato motu Lunæ horario a Sole investigetur pars viæ Penumbrae  $GC$ , quam centrum Penumbrae tempore a medio Eclipsæ dato describit. Ita enim dabitur Punctum  $G$ , cujus Longitudo & Latitudo investiganda, ut constet, quinam sit ille locus Terræ, in quo tunc centrum Penumbrae & Umbrae, si qua datur, hæret.
2. Datis itaque arcu Latitudinario  $TC$  (§. 1083) & portione viæ Penumbrae  $GC$ , in  $\triangle$  rectilineo ad  $C$  rectangulo invenitur  $GTC$  (§. 38 *Trig.*) & latus  $TG$  (§. 36 *Trigon.*).
3. Addatur (vel si res ita ferat, dematur) angulus  $CTP$  ex superioribus notus (§. 1083, 1089) modo invento  $GTC$ , ut prodeat angulus  $GTP$ .
4. Quodsi Semidiameter Disci Terræ sumatur pro Sinu toto, erit  $GT$  Sinus Circuli Verticalis, qui transit per Solem centro  $T$  imminemtem & per Zenith loci  $G$ . Quamobrem si inferatur: ut Semidiameter Disci  $TE$  ad rectam  $TG$ , ita Sinus totus ad Sinum distantiae Solis a vertice. Ita enim hæc ipsa distantia reperitur.
5. Jam in Triangulo Sphærico in superficie Terræ  $GTP$  datur  $PT$  distantia Solis a Polo, quæ complemento Declinationis ejusdem æqualis,  $TG$  distantia ejusdem a vertice loci dati  $G$  modo inventa, & angulus  $GTP$  paulo ante repertus. Invenietur itaque angulus  $GTP$  &  $GP$  distantia loci a Polo  $P$  (§. 165, 163 *Sphæ.*).

Bbbb 2

6. Quodsi

6. Quodsi ergo GP ex quadrante auferas, relinquitur distantia loci G ab Æquatore, seu Latitudo ejusdem.
7. Et quia angulus GPT est differentia Meridianorum loci G, ad quod pervenit centrum Umbrae, & loci, ubi Sol verticalis est; Longitudo autem loci, ubi Sol verticalis est, inveniri potest (§. 1090); igitur dato angulo GPT datur etiam loci G Longitudo.

## PROBLEMA CXVI.

1095. *Viam Umbrae atque Penumbrae in superficie Globi Terrestris, vel Mappa quadam Geographica delineare.*

## RESOLUTIO.

1. Quarantur plura loca, ad quæ ante vel post medium Eclipsos pervenit centrum Umbrae vel Penumbrae (§. 1094), una cum locis ubi Eclipsis incipit & finitur (§. 1092, 1093): ita enim via, quam in superficie Terræ, centrum Umbrae percurrit, designari poterit.
2. Quodsi jam in distantia Semidiametrorum Umbrae atque Penumbrae ducantur eidem utrinque parallela; totum prodibit superficiiei Terrestris spatium, quod tam Umbrae, quam Penumbrae successive involvitur.

## THEOREMA XLIV.

Tab. XV. Fig. 114. 1096. *Pars Diametri Solis loco intra Penumbram dato a Luna testæ, est ad Diametrum Solis integram, ut distantia loci a margine Penumbrae ad Latitudinem penumbrae.*

## DEMONSTRATIO.

Sit Latitudo Penumbrae GH, locus intra Penumbram datus M, erit ejus a

Tab. XV. Fig. 114. margine distantia MG. Ducatur ex M recta MN, quæ Lunam contingat & Diametro Solis in N occurrat. Patet, in M partem Diametri Solaris AN tegi. Quoniam NM Lunam tangit non procul a puncto E, ubi Radii AG & BH eandem contingunt; Punctum contactus E pro eodem haberi potest. Erunt itaque anguli HEG & AEB, itemque AEN & MEG inter se æquales (§. 156 Geom.), cumque latitudo Penumbrae HG sit Diametro Solis AB parallela, etiam HGE = EAB (§. 233 Geom.). Est itaque EG : EA = GH : AB = GM : AN (§. 267 Geom. & 167 Arithm.). Quamobrem GH : GM = AB : AN (§. 173 Arithm.) vel invertendo AN : AB = GM : GH (§. 169 Arithm.). Q. e. d.

## COROLLARIUM.

1097. Data ratione partis testæ AN ad integram Diametrum AB, si Diameter concipiatur in 12 digitos divisa, tanquam as in suas partes; inveniri jam porro poterit, quot digitis dato in loco M Sol obscuretur (§. 302 Arithm.).

## SCHOLIUM.

1098. Hactenus dicta sufficiunt, ut intelligatur, quomodo Eclipsium Terrestrium calculus institui possit, qui Eclipsium Solarium calculus universalis est. Ut vero porro intelligatur, quomodo inde calculus specialis pro loco quodam dato deducatur, sequentia addere lubet.

## PROBLEMA CXVII.

1099. *Ad datum tempus, invenire distantiam loci dati M a centro Penumbrae K.* Tab. XV. Fig. 115.

## RESOLUTIO.

Sit EL Ecliptica, NQ via Penumbrae. Erigatur ex centro Disci T recta

Tab. TR ad Eclipticam perpendicularis; erit  
XV. in O centrum Penumbrae in momento  
Fig. verae Copulae & TO, Latitudo Lunae  
115. vera eodem momento & KO distantia  
centri Penumbrae a vera Copula. Sit  
denique in P Polus. Itaque

1. In Triangulo rectilineo TKO cum  
dentur latera KO & TO, ac præte-  
rea angulus TOK, quem Circulus  
Latitudinis cum via Penumbrae effi-  
cit (§. 1089) reperitur angulus  
OTK (§. 40 *Trigon.*) & inde porro  
latus TK (§. 36 *Trig.*).
2. Porro in Triangulo PTM, quod in  
superficie Terræ Sphaericum, dan-  
tur latera PT complementum De-  
clinationis Solis & PM complemen-  
tum Latitudinis loci & angulus TPM,  
quem Circulus horarius efficit cum  
Meridiano. Invenitur ergo distantia  
Solis a Vertice arcus TM (§. 163  
*Trigon. Spher.*), cujus Sinus æqua-  
lis est rectæ TM, sumta Semidia-  
metro disci TR pro Sinu toto, at-  
que angulus PTM (§. 165 *Spher.*).
3. Jam cum angulus PTR ex positione  
Meridiani universalis in Disco no-  
tus sit (§. 1089), si in præsentem ca-  
su ab angulo PTM subtrahatur PTO,  
relinquetur angulus OTM, qui an-  
gulo KTO *n.* 1. invento additus  
prodit angulum KTM.
4. Datis jam, in Triangulo rectilineo  
KTM, lateribus KT (*num.* 1.) & TM  
(*num.* 2.), una cum angulo inter-  
cepto KTM (*num.* 3.), reperitur tan-  
dem KM distantia loci dati M a  
centro Penumbrae K dato tempore  
(§. 40, 36 *Trig.*).

COROLLARIUM.

1100. Quodsi a distantia loci dati M  
a centro Penumbrae K Semidiametrum Pe-  
nubrae subtrahas, relinquetur distantia  
marginis Penumbrae a dato loco tempore  
dato.

Tab.  
XV.  
Fig.  
115.

PROBLEMA CXVIII.

1101. *Invenire initium & finem  
Eclipseos in dato loco.*

RESOLUTIO.

1. Quæraturn ad duo tempora, quæ ho-  
ræ intervallo a se invicem dissident,  
distantia centri Penumbrae a loco  
dato (§. 1099) & inde porro distan-  
tia marginis Penumbrae a dato loco.
2. Quoniam in utroque casu margo Pe-  
nubrae est loco Occidentalior; dif-  
ferentia distantiarum modo reperta-  
rum erit accessus marginis Penum-  
brae intra horam unam.
3. Quamobrem si fiat: ut accessus ho-  
rarius marginis Penumbrae ad di-  
stantiam hujus marginis a loco dato  
tempore primo, ita scrupula secun-  
da unius horæ ad intervallum tem-  
poris inter tempus primum assump-  
tum & initium Eclipseos intercedens.
4. Quodsi tempus modo inventum ad-  
das tempori primo, quo distantia  
marginis Penumbrae a loco dato fuit  
computata; prodibit tempus, quo  
Eclipsis Solis in dato loco incipit.
5. Non ablimili modo finem Eclipseos  
reperire licet.

SCHOLIUM.

1102. Plura de Calculo speciali jam non  
addimus, cum in superioribus jam commu-  
nem methodum computandi Eclipseos pro dato  
loco tradiderimus. Cel. DE LA HIRE in  
Tabulis Methodum istam explicat & Cl. Bo-



SIUS (a) exemplo luculento eandem quoad singulas paries illustrat. Si locum datum in Discum Terræ projicere velis absque Calculi molestia, ope Scalæ eum in finem paratæ Eclipsæ quantitatæ, initium, finem & tempus maximæ obscuratæ definire licet, quemadmodum docet JOHANNES KEIL (b).

## OBSERVATIO LXVI.

1103. Luna fere semper eandem sui faciem nobis ostendit, nisi quod partes quædam in Limbo Occidentali quodam temporis intervallo nunc in conspectum veniant, nunc eidem sese subducant.

## DEFINITIO XCVII.

1104. Motus iste Lunæ, quo in Limbo Occidentali nunc partes quædam antea visæ occultantur, nunc aliæ, quæ occultatæ fuerunt, iterum reteguntur, *Motus Librationis* dici solet.

## SCHOLION.

1105. Phenomena hujus motus multo studio observavit HEVELIUS & prolixam de eodem Epistolam ad R. P. RICCIOLUM perscripsit, quam Astronomiæ suæ Reformatæ (c) totam inseruit.

## THEOREMA XLV.

Tab. XV. 1106. Si Luna interea temporis, dum Orbitam suam peragrat, motu æquabili circa Axem convolvitur, motu Libratorio cieri videtur, cujus due Periodi intra unam Lunæ Revolutionem seu mensem Periodicum absolvuntur.

## DEMONSTRATIO.

Sit ALP Orbita Lunæ Elliptica, cujus Centrum in C, Focus, in quo Terra hæret, in T, Apogæum in A, Perigæum in P. Patet, si Luna fuerit in suo Apogæo, Meridianum ED per cen-

trum Terræ T transire & Lunam faciem FEG Terræ obvertere. Quod si motus vertiginis esset nullus & Luna in Orbita sua motu æquabili incederet; cum Diameter ED sibi continuo maneat parallela, ubi quadrantem AL absolvit, erit punctum D in G & E in F, adeoque Diameter in FG ipsi Lineæ Apsidum AP parallela. Movetur autem Diameter ED ob motum vertiginis Lunæ motu angulari circa Centrum & ob motum hunc æquabilem quarta parte mensis Periodici angulum rectum emittitur. Quare si in Orbita sua motu æquabili incederet, Punctum E jam esset in I & D in K, adeoque eadem Meridiani Diameter ad centrum C tenderet, consequenter Luna Spectatori in Centro C constituto eandem semper sui faciem obverteret. Enimvero quando Luna pervenit in L, tempus, quo ex Apogæo A ad Punctum L pervenit, est ut Area Ellipseos LTA (§. 822, 633), quæ quarta Ellipseos parte LCA major, adeoque majus quarta parte mensis Periodici. Punctum igitur E ultra I promotum, quod ipsi E in Apogæo respondebat. Quamobrem in L jam in conspectum veniunt partes, quæ Luna in Apogæo versante inconspicue erant. Dum vero Luna in Perigæum pervenit, si nullus esset motus vertiginis, punctum D jam foret in O & E in R, consequenter Telluri in T partem sui averfam jam obverteret. Sed quia motu vertiginis æquabili circumvertitur & dimidio mensis Periodici spatio Orbita dimidia describitur (§§. cit.), Diameter Meridiani ED integrum Semicirculum absolvit,

Tab.  
XV.  
Fig.  
116.

(a) In Commentatione in Eclipsin Terræ 1733. d. 13. Maii.

(b) In Introduct. ad veram Astronom. Lect. 14. p. 163. & seqq.

(c) Lib. III. C. 12. f. 169. & seqq.



Tab. XV. Fig. 116. absolvit, atque adeo in O denuo constituitur Punctum E & in R Punctum D, quemadmodum in Apogæo, sicque partes, quæ in F in conspectum productæ fuerant, eidem rursus eripiuntur & Luna eandem sui faciem Telluri in T obvertit, quæ in Apogæo eidem obvertebatur. Patet itaque si Luna motu vertiginis convertitur menstruo spatio, quo Orbitam suam Ellipticam percurrit, eam motu Librationis cieri debere (§. 1103). *Quod erat unum.*

Jam vero non minus liquet, quæ de Luna ab Apogæo usque ad Perigæum mota ostensa fuere, eadem quoque ad eandem applicari posse, dum a Perigæo ad Apogæum restituitur. Librationis igitur Periodi duæ, intervallo unius mensis Periodici absolvuntur. *Quod erat alterum.*

# COROLLARIUM.

1107. Quoniam de Sole (§. 422) & plerisque Planetis primariis constat (§. 496), quod motu vertiginis gaudeant; naturæ ordini conveniens videbatur, Lunam quoque circa Axem suum converti. Quamobrem cum Experientia constet, eidem motum Librationis convenire (1103, 1104), motus vero Librationis oriatur ex motu Revolutionis inæquabili in Orbita & motu æquabili vertiginis mensis Periodici intervallo absoluto (§. 1106); quin Luna motu vertiginis moveatur & motus hic æqualis sit motui Revolutionis in Orbita dubitandum non est.

# SCHOLIUM.

1108. Nostrum jam non est pluribus edocere, quomodo Phenomena Librationis particularia per motum vertiginis Luna motui Revolutionis æqualem demensrentur. Discussio enim prolixior est, quam ut eandem ferat præsens institutum.

## CAPUT IX.

### De Stellis fixis, & novis, atque Cometis.

#### THEOREMA XLVI.

Tab. XI. Fig. 92. 1109. *Stelle fixæ sunt Terra nostra majores.*

#### DEMONSTRATIO.

Sint duæ Stellæ C & D, quarum una videatur in Horizonte ortivo, altera in occiduo; C autem ipsi D Diametraliter opposita. Q am primum Stella D pervenit in C, Stella C apparet in D. Sed cum eadem celeritate utraque moveatur, dum Stella C arcum CHD describit, Stella D per arcum ipsi CDH æqualem incedens erit in E. Quare si Stellæ C & D sunt Terra minores, nondum videbitur

in Horizonte ortivo Stella D, dum altera Cad occiduum pervenit; quod cum Experientiæ repugnet, necesse est Stellas in L & S constitutas & a Spectatoribus A & B una integras visas, esse Terra AB majores. *Q. e. d.*

#### THEOREMA XLVII.

1110. *Fixæ ultra Saturni Sphæram a Tellure distant.*

#### DEMONSTRATIO.

Fixæ a Saturno Terricolis regi possunt (§. 542): est ergo Saturnus Terricolis propior Fixis, adeoque Fixæ ultra Saturni Sphæram a Tellure distant. *Q. e. d.*

Tab. XI. Fig. 92.

## OBSERVATIO LXVII.

III. *Stella Fixa, prima licet magnitudinis, etiam per Telescopia exquisita spectata, veluti Puncta lucentia sine omni visibili magnitudine resurgunt, ipso HUGENIO (a) observante.*

## SCHOLION.

III.2. Deficiunt adeo data ad magnitudinem Fixarum accurate aestimandam.

## OBSERVATIO LXVIII.

III.3. *Per Telescopia Stella longe plures quam nudo oculo conspiciuntur. Ita GALILÆUS (b) in Pleiadibus 36 Stellas nudo oculo inconspicuas notavit, in Ense & Cingulo Orionis 80, in Nebulosa Capitis Orionis 21, in Nebulosa Præsepis 36 numeravit. RHEITA (c) in Sidere Orionis 2000 detexit, in Pleiadibus ultra 188. Quemadmodum autem Stella Nebulosa non sunt nisi Stellarum minutarum conglomeratio; ita similiter integra Via Lactea innumerarum Stellularum congeries deprehenditur. Cum HUGENIUS A. 1656. Stellam mediam in Ense Orionis per Tubum inspiceret; pro una 12 sese ipsi obtulerunt. Ex his tres pene inter se contigue una cum 4 aliis velut trans nebulam lucebant, ita ut spatium circa ipsas multo illustrius appareret reliquo omni Cælo: quod cum apprimè serenum esset ac cerneretur nigerrimum, velut hiatus quodam interruptum videbatur, per quem in plagam magis lucidam esset prospere-*

(a) In Cosmothero Lib. II. p. 717. & seqq. Oper. Var. Tom. 2.

(b) In Nuncio sidereo p. 31. 32.

(c) In Oculo Enochique Eliz Lib. IV. C. 1. membro 7. f. 197.

*Elus. Et mirum sane hoc Phenomenon constans in Cælo deprehendit (d).*

## COROLLARIUM I.

III.4. Non adeo credibile est Fixas omnes eidem superficiæ inhærere.

## COROLLARIUM II.

III.5. Unde porro probabile sit, Fixas alias aliis minores apparere, quia longius a Terra distant, non quod revera minores sint.

## PROBLEMA CXIX.

III.6. *Invenire distantiam Fixarum a terra.*

## RESOLUTIO.

Quodsi Parallaxis Fixarum annua Tab. X. duorum ad summum scrupulorum secundorum (§. 608) omni dubio careret, haud difficulter earum a Terra distantia definiretur. Sit enim AD Semidiameter orbis annui, Sirius in R, Tellus in A; erit angulus Parallaxicus ARD unius circiter scrupuli secundi, adeoque AD ad AR, ut Sinus unius secundi ad Sinum totum (§. 2 Trigon.) hoc est, per Canonem PITISCI ut 48481 ad 1000000000 seu fere ut 1 ad 206262. Quare cum AD sit 22000 (§. 906), reperietur  $AR = 4537764000$ . Tanta nimirum est distantia Fixarum propiorum, admissa Parallaxi Solis CASSINIANA & Parallaxi Fixarum annua duorum scrupulorum secundorum.

## Aliter.

CHRISTIANUS HUGENIUS pro summa, qua pollebat, ingenii vi, Methodum conjecturalem excogitavit (e) rationem distantiae Fixarum ad distantiam Solis investigandi: Nimirum

I. Tu-

(d) In Systemate Saturn. pag. 8.

(e) In Cosmothero Lib. II. p. 717. & seqq. Oper. Var. Vol. 2.

1. Tubi vacui 12 circiter pedes longi aperturam alteram occlusit Lamella tenuissima, in cujus medio tam exiguum erat foramen, ut lineæ partem duodecimam non superaret, & Oculo alteri aperturæ admoto particula Solis cerneretur, cujus Diameter ad totius Diametrum erat ut 1 ad 182.
2. Cum ea particula multo clarior adhuc appareret, quam noctu *Sirius*, foramini globulum vitreum ejusdem cum ipso Diametri objecit & confecto undique capite per Tubum in Solem intuens non minorem ejus claritatem quam *Sirii* deprehendit.
3. Quoniam itaque tum Diametrum Solis  $\frac{1}{172}$  ejus particula centesima octogesima secunda, quam per foramen exiguum prius conspexerat, deprehendebat (§. 256 *Dioptr.*); ductis in se  $\frac{1}{172}$  in  $\frac{1}{182}$  diametrum Solis reperit  $\frac{1}{27664}$  ejus, quam nudo oculo in Cælo contuemur.
4. Quia hinc constabat, Solem apparituum instar *Sirii*, si eousque contrahatur ejus Diameter, ut nonnisi  $\frac{1}{27664}$  ejus amplius videatur; evidens erat distantiam Solis a Terra tum fore ad præsentem, ut 27664 ad 1 (§. 212 *Optic.*), & Diameter apparens, quam nunc intuemur, divisa per 27664 prodebat Diametrum Solis in tanta distantia 4 scrupulis tertiis paulo majorem.
5. Cum denique mox ostensuri simus, probabile esse, quod *Sirius* Sole non minor existat; *Sirii* quoque distantia a Terra ad distantiam Solis

ad eadem concluditur ut 27664 ad 1 & Diameter apparens 4 circiter scrupulorum tertiorum.

6. Quodsi ergo distantia Solis a Terra fuerit 34377 Semidiametrorum Terrestrium (§. 904); erit distantia Fixarum 951005328 Semidiametrorum terrestrium. Si vero eam cum CASSINO ponas 22000 Semidiametrorum Terrestrium (§. 905); erit distantia proxima Fixarum 608608000 Semidiametrorum Terrestrium.

#### COROLLARIUM.

1117. Cum distantia media *Saturni* a Terra sit 326894 Semidiametrorum Terrestrium (§. 904); si distantia priori 4537764000 utaris, spatium inter *Saturnum* & Fixas erit 4537437106; si posterior magis arripserit: idem deprehenditur 950678434 Semidiametrorum Terrestrium: quod posterior spatium nimis forsitan enorme videri poterat. Quodsi distantiam mediam *Saturni* cum CASSINO facias 210000 Semidiametrorum Terrestrium; erit in casu primo spatium inter *Saturnum* & Fixas 4537554000, in posteriori 608398000 Semidiametrorum Terrestrium.

#### SCHOLIUM.

1118. Quamvis autem desint principia satis firma, unde distantia Fixarum a Terra satis tuto concludi possit; illud tamen dubio caret, quod vastum admodum spatium inter *Saturnum* & Fixas intercedat: alias enim Parallaxis Orbis annui foret sensibilis admodum, quæ tamen aut nulla, aut certe valde exigua deprehenditur. Facile id experieris, si distantiam Fixarum AR in Triangulo ARD non multo majorem distantia *Saturni* assumas & inde angulum ARD investigates. Tab.X.  
Fig.9.

## THEOREMA XLVIII.

1119. *Fixæ fulgent proprio Lumine.*

## DEMONSTRATIO.

Longius enim a Sole distant *Saturno* (§. 1110) ipsoque minores multo apparent (§. 1113): Cum tamen, hoc non obstante, multo clarius fulgeant *Saturno*, ita ut ipsorum Lumen non imminuatur, quemadmodum Planetarum, ubi per Telescopia conspiciuntur; a Sole Lumen mutuari nequeunt. Quoniam itaque præter Solem non aliud in Cælo comparet Corpus Lucidum, unde Lumen ipsorum derivari possit; necesse est ut proprio Lumine fulgeant. *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

1120. Sunt adeo Fixæ totidem Soles.

## COROLLARIUM II.

1121. Sole igitur nostro non minores esse probabile existit.

## COROLLARIUM III.

1122. Unde porro colligitur, circa quamlibet Fixam moveri perinde ac circa Solem nostrum Planetas sive Tellures, hoc est, Corpora Opaca, quæ Lumine ipsarum illustrantur, calefiunt & fecundantur.

## SCHOLION.

1123. En vastitatem Universi, quæ omnes imaginandi vires longe excedit. Utrum vero infinitum sit, nec ne, ego non definivero. KEPLERUS equidem (a) negat, circa quamlibet Fixam dari Systema Planetarium nostrum simile (quod asseruerat JORDANUS BRUNUS) quia duplo aut triplo longius distantes duplo aut triplo minores apparere deberent, positæ earum magnitudinibus aequalibus, atque ita Stelle paucissimæ & in maxima magnitudinum differentia viderentur. Enimvero

(a) In Epit. Astron. Lib. I. p. 35. &amp; seqq.

non modo HUGENIUS jam notavit (b) ignes & flammæ ex iis distantis videri, unde alia corpora sub aque exiguis angulis comprehensæ evanescent; propter Luminis scilicet intensitatem; verum etiam mihi videatur Theorema Opticum de Diametris Objectorum apparentibus earum ab Oculo distantis reciproce proportionatis tantum locum habere, quamdiu Diameter Objecti ad ejus distantiam rationem non nimis magnam habet. Notandum præterea etiam in vicinia Objecta minuta videri sub iis angulis, si fuerint Luminosa vel fortiter illuminata, sub quibus obscuriora evanescent.

## OBSERVATIO LXIX.

1124. Inter Fixas quadam comparent, quæ certas apparitionis & disparitionis Periodos amant. Pertinet huc Stella in Collo Ceti, quam Miram appellat HEVELIUS a BAYERO pro Stella semper apparente habita, sed a JOHANNÉ PHOXYLIDE Holwardo A. 1638. pro nova agnita & A. 1640. peculiari Libello descripta. Evanescentem is observavit A. 1639. circa æstatem, & septima Decembris eodem præcisè loco ac situ, quo ante Annum conspecta fuerat, redeuntem, A. 1641. d. 23 Sept. post alteram disparitionem reversam vidit FULLENIUS, Annis subsequenribus 1647. & 1648. eandem Stellam observavit JUNGIIUS, ab anno 1648. literis JUNGII ad EICHSTADIUM datis excitatus HEVELIUS (c). Aliam ipsi similem in Collo Cygni detexit KIRCHIIUS (d) litera x notata & inter Stellas apparitionis constantis relata, quæ Periodum admodum regularem 404½ dierum observat. Illud autem nota-

(b) In Cosmoth. Lib. II. p. m. 110.

(c) Vid. Historiola Stellæ Miræ, quam Mercurio in Sole visò subjunxit Hevelius

(d) Miscell. Berolin. p. 208. &amp; seqq.

*tam dignum est, Stellarum istarum magnitudinem sub initium apparitionis crescere, sub finem vero decrescere, & per Tubos adhuc videri, quando nudis oculis non amplius apparent. Alias istiusmodi Stellarum Observationes reperire licet in Transactionibus Anglicanis (a).*

COROLLARIUM.

1125. Has Stellas esse e numero Planetarum, qui circa Fixas tanquam Soles suos Periodos suas absolvunt, probabile foret (§. 1122), modo concipi posset, quo modo Corpora Lumine mutuatitio splendescencia in tanta distantia videri possint.

SCHOLION.

1126. *Vir acumine singulari præditus Cel. DE MAUPERTUIS (b) demonstravit, vi motus vertiginis Astrorum fieri posse, ut inducant figuram Disceam, ac inde rationem reddit, cur nunc appareant, nunc iterum dispareant.*

OBSERVATIO LXX.

1127. *Observantur quoque nonnullam Stella temporanea, quæ, ubi disparuerunt, non amplius redire videntur. Talem circa A. 125. ante Christum natum observavit HIPPARCHUS, ansam inde arripiens loca Fixarum determinandi, ut posteris constaret, an Stella abirent nascerenturve (c). Eminent inter illas Stella nova, quæ ab A. 1572. usque ad A. 1574. in Cathedra Cassiopeæ effulsit eidem toto apparitionis tempore loco veluti affixa. Figura erat prorsus rotunda, qualis reliquas Stellas ornat: magnitudo initio major, postea successive decrescebat. Mense nimirum Novembri A. 1572., quo primum conspecta, Vene-*

*rem Perigeam, per Decembrem Jovem Acronychium amulabatur, interdiu conspiciua. Mense Januario anni sequentis Stellis fixis prima magnitudinis paulo major cernebatur, ad quam mense Februario & Martio accedebat. Aprili & Maio ad Fixas secundi honoris accedebat, successive ita decrescens per Juniam; ut in Julio & Augusto Stellis tertie magnitudinis par esset. Per Septembrem magis magisque extenuata Octobri & Novembri quartas in ordine representabat; in fine vero anni ejusdem & Januario sequentis quintas; in Februario sextas: donec tandem mense Martio ob exilitatem suam conspectui se prorsus eriperet. Color non minus variabilis erat, quam magnitudo. Ab initio enim albicanti, claro splendentique Lumine, gratoque & jucundo vultu Veneri atque Jovi assimilabatur: circa initium vernalis temporis nitens jubar in Martiam quandam rutilantiam degenerabat, ita ut instar Aldebaran ( seu Oculi Tauri) rubesceret. Mense Majo albedinem quandam sublividam induebat, qualis Saturni esse solet: quam usque ad finem apparitionis retinuit, successive tamen obtusorem factam. Ad ultimum usque evanescentie terminum scintillabat (d).*

SCHOLION.

1128. *De natura Stellarum novarum nihil asserere audeo: quamvis enim suspicer, eas in Cometarum numerum referendas esse, qui in Systematibus Planetarum superioribus circa Soles suos, hoc est Fixas, feruntur, nondum tamen adsunt rationes ad idem persuadendum sufficientes.*

CCCC 2

OBSER-

(a) Vide J. Lowthorp. in Epit. Transact. Vol. I. p. 247. & seqq.

(b) Discours sur les différentes figures des Astres p. 77. & seqq.

(c) Vid. Plinius Lib. II. C. 26. Hist. natur.

(d) Vid. Tycho de Brahe Progymnasim. Lib. I. C. 3. p. m. 300. & seqq.



## OBSERVATIO LXXI.

1129. *Notatu digniores sunt Observationes MONTANARII atque CASSINI (a) quorum ille disparuisse notavit Fixas constantis alias apparitionis; hic novas similes ante in Cælo non visas detexit.*

## SCHOLION.

1130. *Optandum sane foret, ut, qui Observationibus rerum Cælestium incumbunt, ad istiusmodi mutationes diligentius attenderent, ut tandem certo constaret Corporum Mundi totalium ortus & interitus.*

## DEFINITIO XCVIII.

1131. *Cometa sunt Stellæ plerumque caudatæ, subito in Cælo exortæ & per aliquod tempus apparentes, postea rursus disparentes, toto autem apparitionis tempore Planetarum instar in propriis Orbitis diutim certo intervallo promoveri solitæ.*

## PROBLEMA CXIX.

1132. *Cometa in Cælo apparentis Longitudinem & Latitudinem determinare.*

## RESOLUTIO.

1. Observetur distantia Cometæ a duabus Stellis Fixis notæ Longitudinis & Latitudinis (§. 225).
2. Inde per calculum Trigonometricum eruatur Cometæ Longitudo & Latitudo, prout ostendimus supra Probl. 27. (§. 740).

*Aliter.*

Quodsi sine Instrumentorum apparatu locum Cometæ admodum accurate determinare voluerimus, utendum est Methodo ingeniosa per *Extensionem flarem* a LONGOMONTANO (b) adhibita. Nimirum

1. Filum extensum aut Regula oculo ita

objiciatur, ut Cometa (aut quod Tab.X. cunque aliud Phænomenon coele. Fig.94. ste) K cum duabus Stellis fixis notæ Longitudinis ac Latitudinis E & G in eadem recta appareat.

2. Situs Regulæ vel Fili ita mutetur, ut idem Cometa K cum duabus Fixis aliis H & F in eadem recta appareat, quarum itidem Longitudo ac Latitudo ex Fixarum Catalogo (§. 244) nota est.
3. Sint jam A & C poli Eclipticæ, BO Ecliptica, erit AE complementum Latitudinis BE Stellæ E (§. 236, 240), AG aggregatum ex quadrante AD & Latitudine DG Stellæ G (§. cit.) & BD mensura anguli BAD (§. 25, 31 *Sphæric.*) longitudinum Stellarum B & G differentia (§. 241). Datis adeo in Triangulo EAG duobus lateribus AE & AG cum angulo intercepto A invenitur latus EG (§. 163 *Sphæric.*) & angulus EGA (§. 165 *Sphæric.*).
4. Porro cum angulus ad D sit rectus (§. 237), & angulus LGD modo repertus, DG vero Latitudo Stellæ G, reperietur in Triangulo LGD angulus GLD (§. 121 *Sphæric.*) & latus DL (§. 124 *Sphæric.*).
5. Similiter in Triangulo FHC erit FC complementum Latitudinis FM Stellæ F (§. 236, 240), HC aggregatum ex quadrante CI & Latitudine HI Stellæ H (§. cit.), MI vero mensura anguli FCH (§. 25, 31 *Sphæric.*) differentia Longitudinum Stellarum F & H (§. 241). Datis adeo in Triangulo FCH duobus lateribus FC &

CH

(a) In Transact. Anglic. N. 73. p. 2201. 2202.

(b) Sphæric. Lib. II. Probl. 5. f. 117. Astron. Dan.



Tab. X.  
Fig. 94.

CH cum angulo comprehenso FCH invenitur latus FH (§. 163 *Spher.*) & angulus HFG (§. 165 *Spheric.*): quo dato, datur etiam HFA (§. 43 *Spheric.*).

6. Porro, cum angulus ad M fit rectus (§. 237), angulus MFN seu HFA modo repertus, FM vero Latitudo Stellæ F (§. 236, 240); reperietur in Triangulo FMN angulus MNF (§. 121 *Spher.*) & latus MN (§. 124 *Spher.*).

7. Addantur latera DL & MN ante inventa & aggregatum subtrahatur ex DM differentia longitudinum Stellarum F & G (§. 241) ut relinquatur NL.

8. Datis jam in Triangulo NKL latere NL & angulis adjacentibus N & L, suis quippe verticalibus MNF & GLD ante repertis æqualibus (§. 43 *Spher.*) reperietur latus NK (§. 161 *Spher.*).

9. Denique datis in Triangulo KNP ad P rectangulo latere KN & angulo N, invenitur latus KP (§. 116 *Spher.*), quod est Cometæ Latitudo (§. 236) & latus NP (§. 127 *Spheric.*), quod ipsi MN supra invento additum, efficit arcum MP ulterius Longitudini Stellæ F addendum, ut prodeat Longitudo Cometæ P.

Exemplum LONGOMONTANUS exhibet in *Marte*; quem A. 1610. d. 10. Decembris hor. 9. vespertina observavit in recta cum *Lucida Arietis* H & posteriore in *Dorso Ceti* F, iteinque in alia recta cum extrema *Alæ Pegasi* E & ea, quæ est in *Cuspide narium Ceti* G. Prima Stella apud BAYERUM littera  $\alpha$ , secunda littera  $\nu$ , tertia littera

$\gamma$ , quarta denique littera  $\lambda$ , notatur. Fuit Tab. X.  
tum Fig. 94.

	Longitudo	Latitudo
Stellæ $\alpha$	2° 14' $\gamma$	9° 57' B.
$\nu$	6 20 $\gamma$	16 55 A.
$\gamma$	3 46 $\gamma$	12 35 B.
$\lambda$	9 39 $\gamma$	7 50 A.

Calculo rite instituto reperitur Longitudo *Martis* ad tempus Observationis 23° 59'  $\gamma$ , Latitudo vero ejus Borealis 1° 12'.

### SCHOLIUM.

1133. Non absimili modo calculus instituitur, si Stellæ omnes fuerint Boreales, vel Australes, nisi quod Schema paulo aliter sit describendum. Exemplum dedit MOESTLINUS in *Demonstratione Astronomica loci Stellæ novæ in Cassiopea* (a).

### COROLLARIUM.

1134. Cognita Longitudine ac Latitudine Cometæ reperitur ejus Ascensio recta & Declinatio (§. 260).

### PROBLEMA CXX.

1135. Data Cometæ Longitudine & Latitudine una cum Longitudine Solis; invenire ejus a Sole distantiam.

### RESOLUTIO.

Cum in Triangulo CIS ad I rectangulo (§. 237) detur Latitudo Cometæ XI. CI & differentia Longitudinum IS Fig. 95. Solis S & Cometæ C; invenietur distantia Cometæ a Sole CS (§. 120 *Spher.*).

E. gr. HEVELIUS (b) A. 1652. d. 20. Dec. hor. 7. vespertina reperit Longitudinem Cometæ tunc fulgentis 68° 24' 24", Latitudinem 30° 49' 1". Sed Longitudo Solis ex ejus calculo tunc erat 269° 39' 12", quæ ex illa integro circulo aucta subducta relinquit IS 158° 45' 12". Est itaque

Cccc 3 Log.

(a) p. 31. Legitur etiam apud Tychonem Progygnasim. Lib. I. p. 547.

(b) Cometogr. Lib. I. Sect. 8. f. 80.

Tab. XI.	Log. Cofin. IS	99694293
	IC	99338961
Fig. 95.	Log. Cofin. CS	*99033254, cui in
	Tabulis respondent	53° 10' 18".
	Est ergo CS	143° 10' 18".

## PROBLEMA CXXI.

1136. *Datis Longitudinibus H & I atque Latitudinibus CH & KI Comete ad duos dies se invicem immediate sequentes; invenire arcum KC, quem Cometa motu diurno proprio descripsit.*

## RESOLUTIO.

Tab. XI. Quoniam in Triangulo KMC datur  
Fig. 96. angulus cognominis, quem nempe metitur arcus IH Longitudinum differentia (§. 31 *Spheric.*), una cum lateribus KM & CM, quæ Latitudinum KI & CH complementa existunt; reperietur arcus KC (§. 163 *Sphar.*).

E. gr. HEVELIUS observavit A. 1653. d. 2. Jan. h. 6. vesp. 27' 50" Longitudinem H Comete tunc temporis fulgentis 20° 28' 8", Latitudinem Borealem CH 27° 9'; sed d. 3 Jan. h. 6. vesp. 47' 30" Longitudinem I 20° 10' 41" 8", latitudinem IK 29° 2' 40"; erit IH 17' 19", KM 60° 57' 20", CM 62° 50'.  
Demisso itaque perpendicularo KF erit

Log. Cof. M	999999945
Cot. MK	97445460
Tang. MF	102554485, cui
in Tabulis respondent	60° 57' 18"
Sed MC	62 49 60

Ergo FC 1 52 42

Quare porro

Log. Cof. MK	96861784
Log. FC	99997665

Log. Cof. MF	196859449
	96861860

Log. Cof. CK	99997589, cui
in Tabulis respondent	88° 5' 10".
Est ergo CK	8° 54' 50".

Quodsi Latitudo altera fuerit Australis Tab. XI. CH, altera Borealis GN, latus GM est Fig. 96. aggregatum ex Latitudine GN & quadrante NM; arcus vero GC reperitur prorsus ut ante.

## SCHOLIUM.

1137. *Præstat Observationes pluribus diebus a se invicem distantes assumere, & motum iis competentem indagare, siquidem Comete motum distinctius cognoscere libuerit.*

## PROBLEMA CXXII.

1138. *Datis duabus Cometa C Longitudinibus H & I, una cum Latitudinibus respondentibus KI & CH; invenire Nodum O Orbitæ Comete & angulum ad Nodum COH.*

## RESOLUTIO.

1. Datis in Triangulo MCK lateribus MC & MK una cum angulo intercepto M, quem nempe metitur Longitudinum datarum differentia HI (§. 31 *Spheric.*), inveniatur angulus MKC (§. 165 *Spheric.*), qui ex 180° subductus relinquit angulum OKI (§. 43 *Spheric.*).
2. Datis adeo porro in Triangulo OKI ad I rectangulo (§. 237) Latitudine IK & angulo OKI modo invento, reperitur angulus IOK (§. 121 *Sphar.*) & arcus OI (§. 124 *Sphar.*) quo Longitudini I addito, habetur Nodi O distantia a o ♀.

## SCHOLIUM.

1139. *Non absimili modo ex datis duabus Ascensionibus rectis & Declinationibus motus Comete proprius, Inclinatio Orbitæ ejus ab Equatore & Punctum, in quo ea Equatorem intersecat, invenitur.*

PRO-

PROBLEMA CXXIII.

Tab. 1140. *Investigare tempus, quo Cometa per Eclipticam trajecti; dato ejus motu ad singulos dies apparitionis, una cum Latitudine IK ad tempus primæ apparitionis, ejus Longitudine l ad idem tempus & distantia Nodi O ab OV.*

RESOLUTIO.

1. A loco Nodi O subtrahatur Longitudo Cometæ I, ut relinquatur arcus OI.
2. Datis adeo in Triangulo KOI ad I rectangulo (§. 237) lateribus KI & OI, invenitur arcus KO (§. 120 *Sphæric.*), quem a primo apparitionis die usque ad Eclipticam emetiri debuit Cometa.
3. Arcus KO inventus conferatur cum arcubus ab initio apparitionis ad datum usque aliquod momentum singulorum dierum, descriptis, qui per Problema 119 (§. 1136) jam supputati supponuntur: ita enim innotescit tempus quæsitum, adhibita, si quidem opus fuerit, uti in Astronomia moris est, parte proportionali.

SCHOLION.

1141. *Non absimili modo investigatur tempus, quo Cometa Aequatorem transit.*

PROBLEMA CXXIV.

Tab. 1142. *Viam Cometæ in Globo designare.*

RESOLUTIO.

1. Observetur per Extensionem filarem Cometa A cum Fixis C & B, itemque cum duabus aliis D & E in eadem recta, quemadmodum supra præcepimus (§. 1132).
2. In superficie Globi Cœlestis, quo

Stellæ quatuor B, C, D, E depictæ sunt, a Stella B usque ad alteram C, & a Stella D usque ad Stellam E extendatur aliquod Filum: ubi enim bina hæc Fila sese mutuo interfecant, ibi erit ad tempus datum locus Cometæ.

3. Quodsi ad plures dies loca Cometæ hoc pacto determinentur, via ejusdem in superficie Globi Cœlestis delineabitur.

COROLLARIUM I.

1143. Quodsi loca Stellarum in superficie Globi accurate fuerint designata & in locis Cometæ designandis omnem adhibueris diligentiam, Filum duobus locis applicatum transibit etiam per cetera omnia, sicque innotescit ea esse in Peripheria Circuli maximi, consequenter Cometam ex Terra in Peripheria Circuli maximi moveri videri.

COROLLARIUM II.

1144. Quodsi adeo Filum per duo loca transiens extendatur, donec Eclipticam & Aequatorem interfecerit: patebit locus Nodi & Inclinatio Orbitæ Cometæ, simulque Punctum Aequatoris, per quod transit aut transitus est.

SCHOLION.

1145. *Nemo non videt, per Extensionem filarem etiam locum Planetæ ad datum tempus in superficie Globi delineari posse.*

PROBLEMA CXXV.

1146. *Datis Ascensione recta Solis & ejus a Meridiano elongatione, atque Declinatione & Ascensione recta Cometæ veris; invenire Parallaxin altitudinis Cometæ.*

RESOLUTIO.

1. Observetur altitudo Cometæ quadrante exactissime diviso, summa, qua fieri potest, cum cura.

2. Ad

Tab.  
XV.  
Fig.  
117.

2. Ad idem tempus ex datis supputetur altitudo vera (§. 300).

3. Altitudo visa a vera subtrahatur : quod relinquitur, est Parallaxis quæ sita (§. 367).

E. gr. D. 24. Decemb. h. 1. 44' 15" mat. HEVELIUS *Dantis* observavit altitudinem Cometæ A. 1652. 30° 53'. Juxta eundem tum erat Ascensio recta Solis 273° 16' 42", ejus elongatio a Meridiano 206° 3' 45", Ascensio recta Cometæ 56° 49' 44", Declinatio ejus 19° 0' 4". Reperitur adeo altitudo vera 31° 15' 11", unde subducta visa 30° 53', relinquitur Parallaxis 22' 11".

#### SCHOLIION.

1146. Operosius multo TYCHO DE BRAHE ex distantis eruit Parallaxin (a). Enimvero methodis hujusce nihil efficitur, nisi Parallaxis fuerit scrupulo primo major. Si subtilius exquirenda, utendum est metodo CASSINIANA superius exposita (§. 897).

#### COROLLARIUM.

1147. Data altitudine Cometæ & ejus Parallaxi invenitur distantia a Terra in Semidiametris Terrestribus (§. 888).

#### PROBLEMA CXXVI.

1148. Invenire utrum Cometa habeat Parallaxin sensibilem nec ne.

#### RESOLUTIO.

1. Quoniam motus Cometæ circa finem apparitionis fit adeo tardus, ut intra aliquot horarum intervallum pro immoto haberi possit; per Extensionem filarem exploretur cum quibusnam Fixis vertici proximus fit in eadem recta.
2. Ubi horizonti occiduo appropinquat, exploretur denuo per Extensionem filarem, num adhuc cum iisdem Stellis in eadem recta deprehen-

datur. Quodsi enim eundem habeat ad Fixas eandem situm prope Horizontem, quem tenet in loco altiori; Parallaxis sensibilis in Cometa, perinde ac in Fixis (§. 384), nulla erit.

Patet Cometam quoque cum Fixis in eadem recta observari posse prope Horizontem ortivum & prope verticem, prout occasio tulerit.

#### SCHOLIION.

1149. Hoc pacto etiam exploratur, num Planetæ habeant Parallaxin sensibilem, si eo tempore fiat Observatio, quo stationarii deprehenduntur.

#### PROBLEMA CXXVII.

1150. Determinare distantiam TR, Tab. IV. ultra quam Cometa aut aliud Phenomenon in Æquatore positum a Centro Terræ Fig. 44. removeri debet, ut datum tempus super Horizonte apparente HR consumat.

#### RESOLUTIO.

1. Tempus dimidiæ moræ super Horizonte apparente HR convertatur in gradus & scrupula Æquatoris (§. 212), ut habeatur arcus VR, consequenter angulus HTR (§. 57 *Geom.*).
2. Datis jam in Triangulo HTR ad H rectangulo, latere TH seu Terræ Semidiametro, quo fit 1, vel per ea, quæ in *Geographia* ostenduntur, 860 milliarius Germanicorum, & angulo HTR modo invento, reperitur TR (§. 36 *Trig.*).

E. gr. Sit tempus dimidiæ moræ super Horizonte 5 h. 57', seu tempus moræ integræ 11 h. 50', erit VR seu HTR 88° 45', adeoque

Log. Sin. R	83387529
TH	29344984
Sin. tot.	100000000

Log. TR 45957455, cuius in magno Canone BRIGGII respondent 394123  
IEt

Tab. IV. Est igitur TR 39423 milliarum Germanicorum seu 46 fere Semidiametrorum Terreſtrium. Quodſi mora ſuper Horizonte dimidia ponatur 5h. 57' 30'', ſeu integra 11h. 55', erit VR 89° 22' 30''; unde TR reperitur 91 Semidiametrorum Terreſtrium, adeoque Lunæ diſtantiā a Terra major (§. 906).

### OBSERVATIO LXXII.

1151. *HEVELIUS* (a) *observavit*, Cometam A. 1652. d. 26. Dec. cum duabus Stellulis in Pede Perſei una ortum eſſe & occidiſſe, adeoque per 17 horas ſupra Horizontem extitiſſe. Et ſimilis mora Cometarum aliorum ſuper Horizonte, ab aliis annotata eſt.

### COROLLARIUM.

1152. Fieri adeo nequit, ut Cometæ in Aëre noſtro commorentur, ſed ingenti admodum intervallo a centro Terræ remoti ſint opus eſt, immo cum inter moram Fixarum & Cometarum ſuper Horizonte nulla differentia ſenſibilis intercedat, ultra Lunam a Terrā diſtare debent (§. 379).

### SCHOLION.

1153. *Absurda* igitur eſt Ariſtotelicorum Hypotheſis de Cometarum exhalationibus & Terra in Atmospheram elevatis ortu.

### OBSERVATIO LXXIII.

1154. Idem *HEVELIUS* (b) eodem die hor. 6. circiter vespertina Cometam in eadem fere linea recta cum duabus fixis in Pede Perſei notavit, non tamen equali omnino ſpatio ab invicem remota, diſtantiā nimirum inter Cometam & Calcaneum Perſei 1° 45', inter Calcaneum & ſequentem ſiniſtri pedis 2° 10' exiſtente. Eodem die h. 16' vesp. *BULLIALDUS* Pariſiſ in eadem recta linea vidit ambas ſiniſtri pedis Perſei & Cometam Calcaneo

*Wolffii Oper. Mathem. Tom. III.*

quam alteri propiorem & ipſo Borealiorem & Occidentaliorem, ſatiſque diu Cometam in hoc poſitu perſitiſſe deprehendit, ita ut circa hor. 9. non multum rectam iſtam lineam ſuperaverit. Immo hoc ipſum plane Phenomenon eodem die etiam Regiomonti, Hafniæ, Monasterii, Lugduni Batavorum, Bruxellis, Boniæ in Provincia Galliæ alibique obſervatum eſſe, *HEVELIUS* autor eſt. Similiter A. 1577. d. 16 Novembr. eandem Cometam a Vulture in Circulo Verticali diſtantiā obſervavit Uraniburgi *TYCHO*; Pragæ autem *HAGECIUS* (c).

### COROLLARIUM.

1155. Cum Luna Parallaxin admodum ſenſibilem habeat (§. 892), Cometa autem tunc temporis Parallaxi ſenſibili fere deſtitutus fuerit (§. 1154, 368); dubio ſane caret, quod ultra regionem Lunæ a Terra diſtiterit.

### SCHOLION.

1156. Idem ſane manifeſtum eſt, ex comparatione Parallaxium Luna atque Comete (§. 1146).

### OBSERVATIO LXXIV.

1157. Cometarum motus proprius omni tempore, quo accuratius in eundem inquiſiverunt Aſtronomi, admodum regularis deprehendus: prout Obſervationes *TYCHONIS* (d), *HEVELII* (e), *CASSINI* (f) aliorumque abunde loquuntur. Quodſi cum *CASSINO* motus Cometarum, qui diverſis temporibus apparuerunt, proprios inter ſe conſerre libuerit; mira inter veteres & recentiores obſervabitur convenientia. E. gr. Cometa A. 1680. iſdem prorsus legibus motus, quas Cometa

Dddd A.

(a) *Tychonis Progymnaſm. Lib. II. C. 6. p. 24.*

(d) *Progymnaſm. Lib. II. p. 86.*

(e) *Cometogr. Lib. II. f. 105. & ſeqq.*

(f) *In Libello de Cometis.*

(a) *Cometogr. Lib. III. f. 151.*

(b) *Loc. cit. f. 154.*



A. 1577. TYCHONI observatus respexit. Uterque nimirum sub initium apparitionis motu diurno  $4^{\circ} 16'$  versus Orientem gavisus est: eadem in utriusque motu notantur decrementa, cumque prior evanesceret, minuta nonnisi 16, posterior in eodem statu 18 per diem conficere visus est. Uterque Eclipticam circa  $21^{\circ}$  intersectavit & sub eodem fere angulo, cum Equatore angulum  $33^{\circ}$  effecit & prope trecentessimum a  $0^{\circ}$  gradum per eum trajecit. Uterque sub isdem plane Stellis fixis incessit. Eadem fere semita fuit Cometarum annorum 1665. 1672. & 1677. immo omnium Cometarum notatur quasi aliquis Zodiacus, cujus Constellationes CASSINUS his versiculis comprehendit:

Antinous, Pegafusque, Andromeda,  
Taurus, Orion,  
Procyon atque Hydrus, Centaurus,  
Scorpius, Arcus.

Nec id negligi debet, quod, cum Cometa Anni 1680. & 1681. nudis Oculis non amplius appareret, per Telescopium tamen videri adhuc potuerit & quidem facilius per Telescopium 4 pedum, quam per aliud excellentius 20 pedum: ipsoque Jove major apparuerit.

#### COROLLARIUM.

1158. Cum Cometa adeo regulare observet motum; Corpora Mundo coæva esse videntur, quæ in Orbitis valde eccentricis feruntur, adeoque non videntur, nisi quando noctu circa Perihelium versantur.

#### SCHOLION.

1159. Atque hinc apparet, quod vastum illud spatium inter Saturnum atque Fixas interjectum (§. 1117), non sit prorsus inane; sed motibus Cometarum locum concedat.

#### OBSERVATIO LXXXV.

1160. Inprimis vero notatu dignum

est, quemadmodum annotavit NEWTONUS (a), Cometas secundum ordinem Signorum progredientes sub exitu apparitionis omnes esse aut solito tardiores, aut retrogrados, si Terra est inter ipsos & Solem; at justo celeriores, si Terra vergit ad Oppositionem: & contra, qui pergunt contra ordinem Signorum esse justo celeriores in fine apparitionis, si Terra versatur inter ipsos & Solem, & justo tardiores vel retrogrados, si Terra sita est ad partes contrarias.

#### COROLLARIUM.

1161. Quoniam Planetæ eodem modo retrogradi cernuntur (§. 562) ob motum Telluris annum circa Solem (§. 585, 587); & præterea motus eorundem proprius ex eadem causa inæqualitati obnoxius est (§. 775); Cometas in regione Planetarum versari, dum conspectui nostro sese sistant, palam est.

#### SCHOLION.

1162. Inæqualitas ista in Planetis dicitur Parallaxis Orbis annui (§. 776), cum revera sit Parallaxis, quæ in motum ipsorum redundat ob motum annum Telluris circa Solem. Atque adeo patet ob Parallaxin Orbis annui, quam patiuntur Comete, Fixæ non item (§. 608), innotuisse eorum in regionem Planetarum descensum.

#### LEMMA VI.

1163. Si in Ellipsi centrum a Foco intervallo infinito removeatur; portio, cujus absissa finita est, in Parabolam degenerat.

#### DEMONSTRATIO.

Sit Axis transversus Ellipsis =  $a$ , Parameter =  $b$ ; erit distantia Foci a centro =  $\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab}$  (§. 482 Anal.). Quamobrem cum hæc sit infinita per Hypoth. erit

(a) In Princip. Phil. Nat. Mathem. Tom. 3. Lem. 4. p. 478. Edit. nov.



erit  $\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab = \infty^2$ , seu quadratum hujus distantiae erit infinites infinitum, consequenter si eandem divides per quantitatem infinitam  $\frac{1}{4}a$  ex *hypoth.* erit  $a-b = \infty$ , & hinc  $b$  respectu ipsius  $a$  infinite parva. Jam in Ellipsi  $y^2 = bx - bx^2 : a$  (§. 425 *Analys.*) Quamobrem cum  $x$ , quæ abscissam denotat, sit quantitas finita per *hypoth.* erit  $bx^2 : a$  quantitas infinite parva, adeoque respectu ipsius  $bx = 0$  (§. 3 *Analys. inf.*). Est itaque in casu præsentis  $y^2 = bx$ : quæ cum sit æquatio ad Parabolam (§. 388 *Analys.*); portio Ellipseos, quamdiu abscissa finita est, in Parabolam degenerat. Q. e. d.

#### HYPOTHESIS IV.

1164. Cometa moventur in Orbitis Ellipticis valde eccentricis, circa Solem, qui in earum Foco uno existit, ea lege, ut Radius vector verrat Areas ætempori a Perihelio proportionales.

#### COROLLARIUM.

1165. Quoniam Orbita Cometarum admodum eccentrica (§. 1158), & portio, quam describunt, quamdiu apparent, valde exigua, cum nonnisi exiguo temporis spatio conspicui sint; Orbita ipsorum tempore apparitionis in Parabolam degenerat (§. 1164).

#### SCHOLIUM.

1166. KEPLERUS Trajectoriam Cometarum, hoc est, lineam in qua incedunt, esse Lineam rectam statuit (a) & in Trajectoria rectilinea ex quibusdam locis observatis locum Comete per calculum eruere docuit CASSINUS. Enimvero agnovit jam HEVELIUS (b), Trajectoriam rectilineam non omnino satisfacere Phenomenis & in Linea Parabolica Come-

tas universos moveri sibi persuasit. Cum anno 1680. ingens ille Cometa exoriretur, DOBEREFLIUS, Vir rerum Astronomicarum peritissimus, ex Observationibus loca Comete in Orbita Parabolica representavit, in cuius Foco est Sol, observatis Legibus Keplerianis. Scriptum patrio idiomate editum paucis plagulis constat. Mox vero Vir summus NEWTONUS (c) idem accuratius demonstravit & HALLEIUS (d) docuit, quomodo loca Comete per calculum in Orbita Parabolica institutum erui possint. Nimirum quemadmodum de Orbitalium Ellipticarum veritate constat ex consensu Calculi cum Observationibus; ita quoque de Cometarum Orbitis Parabolicis ex eodem consensu certi reddimur. Tanto minus igitur nunc dubitari potest, Cometas esse Corporum Mundi totalius peculiare quoddam genus instar Planetarum, cum eadem lege circa Solem moveantur, quemadmodum Planete.

#### OBSERVATIO LXXVI.

1167. Per Telescopia si spectantur Cometarum capita, longe aliam sui faciem exhibent quam Fixæ atque Planete. Sane Cel. STURMIUS (e) fatetur, se Telescopium primum in Cometam anni 1680., deinde in Venerem ac vicinam Jovem & in Aquilæ Lyraeque Lucidas dirigentem, pruna obscurius candenti; aut massa interminata tristi ac fumido quasi Lumine, in medio paulo magis, ad extrema minus, collustrata potius, quam Stella disco rotundo ac vivida luce corruscanti similem vidisse. HEVELIUS (f) de Cometa A. 1661. sequentia annotavit.

Dddd 2

tavit.

(e) In Princip. Phil. Nat. Math. Lib. III. Prop. 46. & seqq. p. 485. & seqq.

(d) In Synopsi Astron. Comet. quæ legitur in Transact. Anglic. n. 1883. p. 218. & Actis Rud. A. 1707. p. 297.

(e) In Dissert. de Nat. Comet. C. II. Phæn. 12. p. 124. Tom. 2. Phil. Elect.

(f) Cometogr. Lib. VII. f. 317.

(a) Vid. Libri tres de Cometis.

(b) Cometograph. Lib. IX. f. 659.

tauit. D. 3 Febr. Caput subflavi coloris, clarum & conspicuum, nullo tamen vibranti pradium erat Lumine. In meditullio unum densum & subrufum referebat nucleum, ipsi Jovi propemodum equalem: quem autem materia longe dilutior & tenuior cingebat. D. 5 Febr. Caput aliquanto majus & clarius aurei coloris; Lumen tristius, quam reliquarum Stellarum apparebat. At vero nucleus ille unicus in diversas partes jam dissectus erat. Die 6 Febr. Cometa eundem fere adhuc referebat colorem, non dissimilem ei, paulo tamen obscuriorem, quem Stella in Humero Aquilæ alias exhibet. Discus ex parte decreverat; nuclei autem plerique etiam minores existebant: quorum alius in parte disci inferiori ad sinistram præ reliquis omnibus multo densior clariorque corpore rotundo, instar lucidissime alicujus Stellule extitit: quos nucleos alia materia, ut semper, omnino circumdabat. D. 7 Febr. Caput a priore facie paululum recedebat, sic ut nucleus iste clarior non adeo jam esset conspicuus: interea tamen fere adhuc ejusdem erat coloris & magnitudinis. D. 10 Febr. Caput jam aliquanto obscurius atque nuclei confusiores; in parte tamen inferiori clariiores, quam in superiori: cujus alias magnitudo quoad nucleos pene erat eadem. D. 13 Febr. caput multum decreverat tam ratione magnitudinis, quam claritatis. D. 17 Febr. Cometa conspicua adhuc erat magnitudinis, etiam Luna splendente. Nuclei siquidem propemodum Diametrum Veneris æquabant; etiam ratione Luminis & coloris fere eandem speciem, nisi quod ali-

quanto turbidum & hebetudine languidum exhiberet. D. 20 Febr. totus Cometa ob Lunæ splendorem, una cum nucleis & materia circumstante pallidior & languidior videbatur. D. 2 Mart. satis adhuc conspicuus, magnitudine aliquot minutorum in Diametro; non tamen omnino rotundus, adhuc circumcirca laceratus & dispersus exisibat. D. 10 Mart. eandem fere præ se ferebat magnitudinem, nisi quod totum corpus cum nucleis obtusius tristiusque existeret. D. 28 Martii Cometa pallidissimus & tenuissimus, maxime vero ratione materie erat valde dispersus, ut nulli omnino nuclei discrete animadverterentur, quantum magnitudo ejus parum decreverat. ERHARDUS WEIGELIUS, cui Cometam A. 1664. una cum Luna & nubecula aliqua a Sole illuminata simul contueri datum est, advertit (a), quod Luna per Tubum inspecta continuam exhibeat superficiem luminosam, Cometa vero non item, nubecula in vicinia Horizontis a Sole adhuc illuminata simillimus.

#### COROLLARIUM.

1168. Patet adeo, Cometas proprio Lumine destitui, & hinc a Sole illustrari: id quod etiam inde confirmatur, quod dum a Terra recedunt ad Solem, decrefcente Diametro augeatur splendor.

#### SCHOLIUM.

1169. Ex iisdem observationibus HEVELIUS aliique concludunt, Cometas ad instar macularum Solis, quibus nempe simillimi (§. 411), ex ejus exhalationibus seu fuliginibus con- crescere,

(a) Vid. Die Fortsetzung des Himmels-Spiegels, Cap. 11. §. 5. p. 96.

crefcere, KEPLERO (a) calculum adjicientes, qui Cometæ in Æthere inflar Pifcium in Oceano magno numero gigni flatur, etfi non omnes in oculum incurrant, vel quia minores, vel quia interdum fuper Horizonte exiftunt. Quamvis autem hæc Hypothefis probabilitate fua non deftituatur, præfertim fi Obfervationes Hevelianæ fuerint fati accuratæ; rationes tamen fuperius allata faciunt, ut in eorum fententiam magis propendeam, qui Cometæ Corpora Mundo cœva effe flatuunt, præfertim poftquam vir fummus NEWTONUS (b) offendit, Cometam A. 1680. in tranfitu fuo per viciniam Solis flati diffipari debuiffe, fi ex Solis & Planetarum exhalationibus conflitiflet. Si Cælum nobis in pofterum aliquot adhuc Cometæ fpectandos exhibuerit; nullus dubito fore, ut tandem certiora de eorum natura tradantur.

#### OBSERVATIO LXXVII.

1170. CASSINUS autor eff, Cometæ Annorum 1665. & 1680. cum 22 & 23 gradibus a Sole tantum difflarent, pleno orbe fulfiffe.

#### COROLLARIUM.

1171. Cum adeo a Sole illuminentur (S. 1168); evidens eff, Cometæ annorum 1665. & 1680. fupra Solem extitifse.

(a) In ausführlichen Berichte von den Cometen des 1667ten Jahres.

(b) In Princip. Phil. Natur. Lib. III. Prop. 41. p. 508. Edit. nov.

#### OBSERVATIO LXXVIII.

1172. Cauda Cometarum femper projiciuntur in partem a Sole averfam, eff TYCHO in Cometa A. 1577. & HEVELIUS in Cometa A. 1652. aliquam inclinationem calculo fcrupulofius fubducto, notaverint. Longitudo Caudarum in uno Cometa diverfis temporibus varia. Sane Cometa, qui A. 1680. apparuit, cauda circa 20 Nov. obfervante STURMIO (c) gracilis fati & ad fummum 20 gradus longa, mox ftupenda plufquam 60 graduum longitudine per aliquot noctes confpicua fuit, deinceps autem indies fere magis magisque decrevit. Stellas fixas per Caudas Cometarum iralucetes viderunt CYSATUS, CRUGERUS, TYCHO, KEPLERUS, SCHICKARDUS, HEVELIUS (d). Plerumque tamen Cauda Stellas occultant.

Tab.  
XI.

#### COROLLARIUM.

1173. Patet adeo, Caudas Cometarum effe congeriem exhalationum e Capite afcendentium.

#### SCHOLION.

1174. Prolixius hoc adflruit NEWTONUS (e) & fingularia eorum Phenomena explicat, refutatis quoque opinionibus nonnullorum oppofitis.

(c) Philof. Ecclæ. Tom. 2. p. 133.

(d) Vid. Hevelii Cometogr. Lib. VIII. f. 516. 517.

(e) Loc. cit. p. 509. & feqq.

FINIS TOMI TERTII.











A 077 (240) / III



UNIVERSIDAD DE SEVILLA



600157149

i 24645680





ELEMENT  
UNIVERSE

TOM IEE

